UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL

ESTADO DE MÉXICO

FACULTAD DE ECONOMÍA

“OPTIMIZACIÓN DEL NIVEL DE PRODUCCIÓN SEMANAL DE PAN ROLL S.A. DE C.V. EN 2018 UTILIZANDO INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN ACTUARÍA

PRESENTA:

EFRAÍN ISMAEL FLORES HERNÁNDEZ

ASESOR:

L. EN A.F. MANUEL FUENTES RUIZ

REVISORES:

DR. EN C.E. Y E. JUVENAL ROJAS MERCED

M. EN ING. A. D. ARMANDO POPOCA FLORES

TOLUCA, ESTADO DE MÉXICO

NOVIEMBRE 2019

Índice

Introducción

“La verdadera optimización es la contribución revolucionaria de la investigación moderna a los procesos de decisión”.

George Dantzig [1914-2005]

Según Roldán (2017), desde la época de Gottfried Wilhelm von Leibniz (filósofo, matemático, lógico, teólogo, alemán quien vivió del 1 de julio de 1646 al 14 de noviembre de 1716) quien construyó una máquina compleja la cual podía dividir, multiplicar y resolver raíces cuadradas; se hizo evidente que las matemáticas serían de indispensable necesidad para la programación. La ciencia de las matemáticas junto con una de las ramas de la computación como lo es la programación, trabajan en conjunto para hacer posible resolver problemas que le llevaría horas a cualquier experto: tan simples como renglones de aritmética o tan complejos como pronósticos o modelos econométricos, sin embargo ¿qué tan cierto es en la práctica que las empresas las usan en conjunto para obtener los máximos beneficios? Holzman (1981) refiere a la Investigación de Operaciones (o por sus siglas, IO) como una disciplina iniciada en la década de los 40’s durante la Segunda Guerra Mundial que trataba de asignar de **la mejor manera posible** los recursos bélicos escasos como son armas, soldados, etc. pero fue a partir de la siguiente década cuando se empezaron a formar equipos de IO, ahora dirigidos a contextos totalmente diferentes: la industria, el negocio y el gobierno.

La presente investigación se refiere al tema de la óptima utilización de los recursos para mejorar la rentabilidad de un negocio dedicado a la creación de productos perecederos. La característica principal de este tipo de negocio es que la responsabilidad reside en evitar cantidades excesivas de merma, es decir, procurar utilizar el máximo posible de los ingredientes disponibles y así no incurrir en pérdidas por inutilización de recursos y, al mismo tiempo, cubrir los costos para lograr rentabilidad.

Para analizar esta problemática es necesario mencionar sus causas, una de ellas es una mala aplicación en la estadística general. Por ejemplo, no llevar la exacta frecuencia de producción por cada uno de sus diferentes productos, o no contar con la cantidad precisa de ingredientes utilizados, o incluso peor, no haber calculado correctamente el costo o precio promedio de producción por tipo de producto. Otra de las causas por las que este tipo de negocios no logra controlar la merma es por la falta de un modelo de optimización, no en todos los casos producir únicamente el elemento que genera más ingreso va a resultar en un mejor número en la rentabilidad. La posible carencia de un proceso de optimización se debe a la falta de conocimiento en cuanto a las herramientas que la matemática algebraica puede ofrecer, entonces la creación de una referencia resumida en un modelo debe ser bienvenida, analizada y aprobada para su aplicación, para consecuentemente obtener los beneficios traducidos en mejora en la utilización de ingredientes, incremento de ingresos y disminución de costos.

El interés perseguido por este trabajo recae en la posibilidad de optimizar los niveles de producción, es decir, que la mejora notable de la situación en el área de producción de una empresa ocurra mediante la investigación y la recolección suficiente de datos necesarios para el modelaje matemático preciso y el uso computacional para la resolución de éste. Se busca ofrecer a Pan Roll S.A. de C.V. (empresa dedicada a la producción de pan en la CDMX, de la cual se hablará detalladamente más adelante) la alternativa única e inmejorable de redistribuir la utilización de sus insumos a fin de maximizar la utilidad por producción. Así, en esta investigación se busca comprobar que los conocimientos adquiridos en la enseñanza del curso “Investigación de Operaciones I y II” son verdaderamente útiles en la realidad de una empresa. En otras palabras, el conocimiento matemático junto con un análisis lógico, preciso y profundo son suficientes para establecer un planteamiento en forma de un modelo de programación lineal, entera o mixta que tenga la flexibilidad de aceptar múltiples alternativas, estas deben ser alcanzables y ejecutables para encontrar dentro de ellas, la mejor.

La investigación, en primera instancia para la recolección de datos, se realizó con una serie de entrevistas con los líderes de la empresa, durante la conversación las preguntas de la entrevista no tuvieron un número definido y se enfocaron principalmente en el proceso de producción además de los ingresos y costos tanto unitarios como agregados. Durante este primer proceso de investigación, uno de los obstáculos fue justamente encontrar deficiencias en la estadística general, falta de cálculos precisos para definir el costo por producto o el número exacto de producción, este último variaba semana con semana siendo la misma la cantidad de ingredientes disponibles.

De manera concreta, se define como objetivo principal del siguiente trabajo el obtener el nivel de producción semanal óptimo de Pan Roll S.A. de C.V. mediante la solución computacional de un modelo de programación entera. Para lograrlo se debe decidir la manera ideal de aprovechar lo mejor posible los ingredientes disponibles limitado por el presupuesto destinado a costear la producción y otras restricciones proporcionadas por Pan Roll S.A. de C.V.

Pero a todo esto, ¿Quiénes son Pan Roll S.A. de C.V.? Es una empresa 100% mexicana con una tradición de más de 60 años en el ramo de la panificación ubicada en la colonia Barrio de Santa Bárbara en la delegación de Iztapalapa, Ciudad de México.

Su **lema** es el siguiente: *“Panadería tradicional, siempre rica, siempre a tiempo”.*

Tienen la **misión** de: *“Producir pan tradicional e industrializado con la mejor calidad al más bajo costo.”*

Y la **visión** que poseen es la siguiente: *“Ser una empresa de panificación tradicional líder en el mercado siempre capaz de satisfacer las más altas exigencias de cualquier cliente.”*

De manera conjunta para lograr el objetivo general, los objetivos secundarios o específicos que a la vez son indispensables, son los siguientes:

- Tomar en cuenta el mayor número de variables cuantitativas para así lograr que el planteamiento del problema esté lo más apegado a la realidad de Pan Roll S.A. de C.V. Esto en modo de un modelo matemático de programación lineal.
- Ofrecer estrategias para disminuir costos relacionados con los procesos de producción que afectan de manera directa e indirecta.
- Además, de manera general se establecerán posibles estrategias ligadas a escenarios diversos para posibles ajustes y/o cambios en el modelo.

La estructura del trabajo se da de la siguiente manera: en el primer capítulo se presenta la metodología del trabajo y el software utilizado, los pasos llevados a cabo para conseguir los datos y el tratamiento de los mismos. Se pretende dejar claro que la IO tiene cabida en cualquier problema empresarial siempre y cuando se cuente con la receta ideal: un correcto modelaje.

En el capítulo siguiente, se presenta la totalidad de herramientas matemáticas ligadas a la disciplina de la IO utilizadas en el presente trabajo, continuando con definiciones básicas con el fin de establecer un contexto claro y breve. A lo largo del avance de este capítulo se ofrecerá el resumen de estructuras de modelos que serán utilizados, dichos resúmenes contendrán ejemplos generales y sin mayor complejidad para el seguimiento cercano del tema.

Después, en el tercer capítulo se procederá con el planteamiento del modelo matemático del nivel de producción de Pan Roll S.A. de C.V. detallando la construcción de matrices, vectores y otros elementos ligados al planteamiento. Enseguida se mostrará la solución computacional arrojada por la herramienta *Solver* de Excel (se hablará de ella en el primer capítulo), tanto de cada variable de decisión, como del resultado principal: **la utilidad óptima**. Además, la validación de los resultados es indispensable, por lo que seguido del resultado se logrará verificar que las restricciones acoten de forma correcta todas las alternativas, en ellas incluida el resultado óptimo.

En el último capítulo, se hará la interpretación que despliega dicho resultado, no solamente de lo superficialmente mostrado, sino también de la información indirecta que señalan las restricciones. Además, las conclusiones estarán precedidas por escenarios planteados de manera general y recomendaciones para el seguimiento de las decisiones al mismo resultado: el logro de maximizar la utilidad por producción.

Capítulo I. Metodología

1.1 Estado del arte

Como se menciona en la introducción, la falta de un modelo de optimización en una empresa puede generar mala organización en la logística, costos evitables y una pérdida de oportunidad en el ingreso; a continuación, se mostrarán de una manera breve, algunos casos de éxito gracias a la herramienta que la IO provee. Los siguientes tres párrafos demuestran que los contextos en donde se puede aplicar la IO pueden ser sumamente diferentes: Después, se presentan dos casos con una aplicación más cercana a la presentada en este trabajo.

Vargas (2010) compila organizaciones trasnacionales en donde se han ocupado satisfactoriamente la IO para mejorar sus procesos y ver reflejado los resultados en ahorros anuales que van desde los 40 mil, hasta más de 400 millones de dólares. Ejemplo de ello es Continental Airlines con la reasignación de tripulaciones en cada vuelo, o Sears con su mejora en rutas y programación de servicios de entrega, o incluso Memorial Sloan-K en el diseño de su terapia de radiación a pacientes con cáncer.

Otro caso exitoso: Castillo-Vergara et al (2014) plantean la mejora en la distribución de agua potable en la región de Coquimbo, Chile con el uso de camiones cisternas. Dicha región se encuentra en sequia la cual afecta fuertemente la agricultura, por lo que el consumo de agua potable de sus habitantes en algunas comunas está también en riesgo. Basado en técnicas de investigación de operaciones, cuya función objetivo es la de minimizar el número de viajes para disminuir los costos asociados al traslado del agua, se estableció un modelo lineal que minimiza el número de viajes, permitiendo generar un ahorro de 21.00% en los costos de operación con la solución propuesta, y asegura la distribución de agua a toda la población objetivo de la comuna.

Rong y Lahdelma (2005) mencionan los beneficios de aplicar la IO en la trigeneración (tecnología en auge para el suministro eficiente y limpio de energía), se comparó el rendimiento del resultado contra el proceso anterior, el último es de 36 a 58 veces más rápido. Otro caso dentro de una industria diferente es el de Torres, Voit y González-Alcón (1996), ya que logran el uso de la programación lineal para optimizar el proceso biotecnológico: la acumulación de ácido cítrico a través de la biosíntesis en el moho Aspergillus niger. Además, Gunnerud y Foss (2010) expresan un nuevo método para la optimización de los sistemas de proceso, este modelo se aplica a la llanta petrolera West Troll, un activo petrolero con severos desafíos de optimización de la producción debido a los pozos de gas codependientes de la tasa, este estudio indica que la metodología del modelo ofrece una opción interesante para sistemas de producción complejos, además, el método se compara favorablemente con el método no descompuesto.

Existe suficiente evidencia de los alcances donde el uso adecuado de la IO puede lograr, pero logros similares a los que este trabajo busca, es decir, son la mejora en la decisión de producción para alcanzar un mayor nivel de rentabilidad utilizando eficientemente la mayor cantidad de ingredientes (o recursos) disponibles. Respecto a ello, destacan los siguientes artículos: Segovia y Mejía (2009) proponen la aplicación de un modelo de programación lineal utilizando variables enteras con múltiples objetivos al sistema productivo de un laboratorio farmacéutico, con la finalidad de mejorar la toma de decisiones al planificar la producción. El programa de producción obtenido por el modelo permite obtener una utilidad adicional, incrementando de 82.60% a 92.3% el nivel de atención a la demanda.

Finalmente, Reyes et al (2017) proponen un modelo de programación lineal entera para planificar la producción de un conjunto de artículos finales con demanda independiente. El modelo para la planificación maestra de producción está diseñado considerando los costos de producción e inventario, así como las restricciones definidas por el mismo proceso productivo en cuanto a instalaciones y tiempos de producción. El objetivo del modelo propuesto es la minimización de los costos implicados; concretamente, el tiempo ocioso y extra de los recursos, así como la consideración de un nivel mínimo de servicio ligado a la demanda. La validación del modelo considera datos pertenecientes a la demanda de cada producto. Por último, los resultados obtenidos exponen la mejora obtenida por el modelo propuesto respecto al procedimiento actual.

1.2 Justificación

Como se ha mencionado, la aplicación de las herramientas que la IO ofrece se puede traducir en la optimización de procesos, esto deslinda ahorro de costos, recursos y tiempo. Ninguna organización debería dudar en buscar optimizar sus procesos en todas las áreas que le sea posible, como se ha demostrado en los ejemplos anteriores, pueden ser en distintos ámbitos, o incluso todos. Dada la evidencia de la mejora conseguida por las empresas y proyectos mencionados, es altamente recomendable para Pan Roll S.A. de C.V. tomar conciencia y emprender la aplicación de las poderosas herramientas de la optimización, utilizando la IO.

Pan Roll S.A. de C.V. cuenta con una gama extensa de clientes (por temas de confidencialidad no se entrará a detalles en cuanto a la extensión) ubicados a lo largo de la ciudad metropolitana (la zona metropolitana está conformada por la Ciudad de México y por 60 municipios aglomerados, uno de ellos en el Estado de Hidalgo, los restantes en el Estado de México). Una empresa como Pan Roll S.A. de C.V. que ofrece un producto alimenticio a la población debe tener una estructura férrea y un conocimiento total del proceso y costos de producción, porque al tratarse de un producto perecedero, la merma de éste es irrecuperable, por lo que la correcta administración en el área de producción es indispensable para lograr, además de beneficiar económicamente a los accionistas, ejecutivos, panaderos y todos los puestos dentro de la empresa, la reputación de ella ascienda gracias al contento de sus clientes y a la aceptación del público respecto al producto final.

Al ser una empresa rentable durante más de 60 años es razonable argumentar que se tienen los procesos correctos en la producción, pero equivocado sería afirmar con certeza que la manera como se llevan a cabo dichos procesos es la mejor, entonces una mejora apoyada en la matemática computacional debe tener lugar en Pan Roll S.A. de C.V. porque, aunque sea ya una panificadora rentable, es posible comprobar si actualmente llegan al punto óptimo de producción y si no, lograrlo.

1.3 Alcance

En el presente trabajo se hará uso de las matemáticas, estadística y por supuesto, programación para ofrecerle a Pan Roll S.A. de C.V. una alternativa diferente al hacer uso de su capital financiero y humano y crear su producto con la mayor eficiencia posible. Esta alternativa yace en la mejor distribución de ingredientes disponibles para que la producción logre la ventaja de mejorar la utilidad por producción actual. Se utilizará información real y se obtendrá la necesaria suficiente para establecer la situación actual de esta empresa de talla nacional dedicada a la panificación para lograr la optimización en el área de producción haciendo uso de herramientas matemáticas algebraicas y computacionales, como la organización matricial de variables en hojas de cálculo, todas y cada una de éstas se irán definiendo y explicando a lo largo de este trabajo. Se almacenarán datos específicos como lo son: costos variables, pedidos a proveedores, presupuestos, entre otras restricciones directas e indirectas, las llamaremos restricciones porque la empresa está limitada en esos aspectos, ya sea de manera financiera o por capital humano; al establecer estos limitantes y contar con la máxima información posible, se logrará el planteamiento matemático de la realidad actual de Pan Roll S.A. de C.V. y consecuentemente resolver, interpretar y aplicar estrategias con mayor certeza y precisión.

Como se ha descrito indirectamente, el enfoque es cuantitativo: la recolección y el análisis de datos para contestar las preguntas de esta investigación y comprobar la hipótesis establecida en el siguiente párrafo, se basa en la medición numérica y el uso de la estadística. Además, el alcance establecido es principalmente explicativo: la literatura nos revela que existe una aplicación similar previa (descritos en la sección anterior) por lo que este estudio busca explicar el mismo fenómeno: la optimización, en un contexto propio de esta investigación.

¿Qué se desea comprobar en Pan Roll S.A. de C.V.? La hipótesis que este trabajo busca comprobar es la factibilidad de mejorar la utilidad por producción de Pan Roll S.A. de C.V. utilizando de la mejor manera los ingredientes limitados, mediante el planteamiento y la **optimización** de un modelo matemático de programación lineal, entera o mixta, sin olvidar que los factores que cambiarán de valor son las cantidades por producir de cada especie de pan, variables enteras.

1.4 Limitaciones

Y, ¿por qué comprobarlo en Pan Roll S.A. de C.V.? Actualmente, Pan Roll S.A. de C.V. carece de un proceso de optimización para el nivel de producción semanal porque, en primer lugar, las bases de datos de las recetas (cantidades a utilizar de cada ingrediente para cada especie de pan) están dispersas y en segundo lugar, no se ha comprobado mediante modelos matemáticos si el nivel de producción actual ofrece la máxima utilidad posible, si bien es cierto que la empresa es rentable porque cubre costos y reinvierte en producción, también es cierto que con el modelaje matemático ayudado por la IO se podría referenciar a los tomadores de decisiones para lograr que esta rentabilidad se convierta en **la mejor.**

1.5 Proceso de investigación

El método de esta investigación es deductivo ya que parte del panorama general dirigiéndose de segmento en segmento de información, hacia la particularidad de encontrar la mejor manera de redistribuir los ingredientes de producción a fin de obtener la utilidad máxima posible. A continuación, de manera minuciosa se explicará el proceso que se ejecutó en esta investigación:

En primer lugar, se debe conocer qué datos se utilizaron y cuáles se recomienda desechar por su escasa o nula importancia para la resolución de esta problemática, desafortunadamente Pan Roll S.A. de C.V. no cuenta con un sistema óptimo informativo ni de análisis estadístico de costos históricos eficiente por lo que, la información se estableció y organizó por indicación y delegación de directivos a los gerentes principales del área de producción, así pudo lograrse la organización y análisis de las bases de datos actuales de la empresa, excluyendo información repetitiva o innecesaria para tener un mejor panorama de la situación general.

De manera seguida, se logró establecer una base de datos en donde se contempló la totalidad de información que anteriormente se tiene dispersa en diferentes o incluso inexistentes hojas de cálculo, se ofreció a Pan Roll S.A. de C.V un análisis estadístico sencillo como lo es el conocimiento de la media, varianza y percentiles de rubros de interés como ventas, producción o incluso costos generales y particulares.

Después, se procedió con la organización matricial en hojas de cálculo como pilar de apoyo, esencial para el planteamiento y resolución computacional, cabe mencionar que el documento se estableció de manera clara a fin de ser fácil de manipular durante situaciones posteriores en donde se inaugure la producción de una nueva especie de pan, o se ofrezca el cambio en tipo o cantidad de cualquier ingrediente.

Finalmente, se realizó el planteamiento con las matrices previamente definidas, además de mostrar el planteamiento detallado explicadas por ellas. Se planteó también en la herramienta de Excel llamada *Solver* de manera que los resultados sean fácilmente identificados, así como otra información relevante como lo es la cantidad sobrante de cada ingrediente y de presupuesto, respecto a la solución desplegada.

1.6 Solver en Excel

Solver en Excel es la herramienta computacional ocupada en este trabajo para la resolución iterativa del modelo de programación lineal. Es una herramienta de optimización aplicada sobre todo en el sector empresarial, esta extensión logra devolver el **valor óptimo** (ya sea máximo o mínimo según la naturaleza del problema) de una función dependiente de algunas **variables** o factores, donde a la vez existen restricciones o **limitantes** representadas como desigualdades que deben cumplirse. “Si la celda de la función objetivo y todas las restricciones son funciones lineales de las celdas cambiantes, entonces se está trabajando un modelo de optimización lineal” (Eppen, 2000).

Un ejemplo de problema donde puede resolverse con Solver en Excel es cuando una empresa fabrica “n” cantidad artículos con un beneficio unitario respectivamente, la empresa tiene materia prima, mano de obra y otros recursos limitados, por lo que ha de tener en cuenta que no es posible sobrepasar determinadas cantidades. La empresa quiere conocer la cantidad exacta para producir de cada uno de los artículos que fabrica para lograr la maximización del beneficio total.

1.6.1 Answer Report de Solver

La herramienta Solver de Excel cuenta con un reporte de resultados dada la solución de un problema de optimización (ya sea maximización o minimización) sujeto a las restricciones que el usuario defina. A continuación de explicará en qué consiste y qué datos provee este reporte, además de la importancia en desplegarlo y mencionar sus resultados.

El *Answer Report* o reporte de respuestas de Solver, que está disponible siempre y cuando una solución haya sido encontrada, provee un panorama general de las variables de decisión y las restricciones del modelo. También ofrece la posibilidad de determinar qué restricciones están satisfechas con la desigualdad en la solución y cuales tienen holgura (la diferencia entre el valor final y el límite inferior o superior según la naturaleza de la restricción).

En Frontline Solvers (2018) mencionan que, de la misma manera, ofrece el método de resolución empleado, las opciones definidas por el usuario y estadísticas como lo es el tiempo empleado para encontrar la solución, el número de iteraciones requeridas para resolver el problema. La importancia de este reporte radica en el conocimiento del proceso ejecutado por la herramienta Solver de Excel y de la certeza de que las restricciones registradas se satisfacen en conjunto.

1.7 Obtención y tratamiento de los datos

La metodología es elemental para el modelaje de cualquier problema y más si de IO se trata, en este trabajo la recopilación y tratamiento de datos no fueron la excepción. Si bien se hace mención que el control estadístico es escaso, el esfuerzo de dirección de Pan Roll S.A. de C.V. para delegar la estandarización en bases de datos en cuanto a uso de ingredientes y costo de éstos, junto con el costo agregado por pieza, deben ser reconocidos por su eficacia y organización. El área de producción recibió la orden de agrupar en dos todas las especies de pan: una en donde el proceso o ingredientes correspondiera a especies de pan con repostería y el restante sería denominado pan tradicional. Seguido de esto, realizar el cálculo retrospectivo para la producción aproximada promedio semanal (para fines de comparación antes-después del modelo).

El modelaje será del tipo ”nivel de producción” (su definición y estructura se aborda en el capítulo siguiente), entonces la función objetivo deberá incluir los coeficientes individuales de utilidad (ingreso-costo) que irán multiplicados por las variables de decisión, en este momento, cabe aclarar la definición del concepto **paño**, se refiere a la cantidad de piezas de la misma especie de pan resultantes de un proceso de producción (el número de paños varía respecto a cada especie), este dato se solicita también porque será la unidad de producción representada en el modelo, además, se hace mención que no pueden producirse paños parciales, entonces serán variables enteras.

El precio por pieza está establecido para hacer frente a la competencia en lugar de costear el proceso de producción, fue la mejor elección en el inicio de esta estrategia, ya que el objetivo era ganar mercado y hacerse conocer en la ciudad metropolitana, pero dada la estructura férrea de la empresa y la amplia cartera de clientes que se tiene actualmente, la nueva tarea delegada fue validar que el costo de producción esté lo más bajo posible respecto al ingreso por producción, por especie de pan.

El cálculo del costo por pieza fue explicado de manera muy general, radicó en contemplar en primera instancia el costo por uso de ingredientes, consecuentemente el costo total semanal por sueldos y salarios, utilización de servicios como son luz y agua, el combustible y arrendamiento del transporte utilizado para la movilización del producto e incluso el desgaste de la maquinaria en el proceso total de producción. Dicho monto, se repartió de manera ponderada por especie de pan tomando en cuenta la producción promedio y otros costos como los ya mencionados, así se obtuvo el costo por pieza. De este modo, se descubrió que una especie de pan no era rentable: producirla generaba pérdidas, en los últimos dos capítulos se hará mención de ella y las acciones que competen al respecto.

Ahora, fungiendo como restricciones del modelo el uso de ingredientes por cada paño de cada especie de pan junto con la limitante de estos ingredientes, la propuesta que se hizo para la estandarización de base de datos fue el agrupar las cantidades en kg de los ingredientes necesarios para la producción de un paño para cada especie distinta de pan, junto con el precio y costo unitario por pieza, además del número de piezas por paño y la producción en piezas actual para efectos de comparación entre situación antes-después de la solución de modelo de IO. Entonces, la presentación de datos proporcionada por los ejecutivos en alto mando de Pan Roll S.A. de C.V tuvieron el formato de la Tabla 1:

Tabla 1. Ingredientes y detalles

Nombre especie pan	Monto
Nombre Ingrediente 1	Kg
Nombre Ingrediente 2	Kg
…	…
Nombre Ingrediente m	Kg
Precio por pieza	$
Costo por pieza	$
Utilidad por pieza	$
Piezas por paño	Piezas
Producción semanal	Piezas

Fuente: Elaboración propia

Además de obtener las recetas en el formato de la Tabla 1 para todas las especies de pan que se producen en Pan Roll S.A. de C.V. en una misma hoja de cálculo, se presentó también la tabla de todos los ingredientes junto con el precio por kilo de cada uno y la disponibilidad semanal con la que se cuenta, esta información se despliega en la primera sección del capítulo III. Pan Roll S.A. de C.V. produce 33 especies distintas de pan, utilizando cantidades definidas de un total de 67 ingredientes. Ahora, para modelos de nivel de producción es necesario contar con la matriz de afectación de recursos, es decir, el monto de cada ingrediente utilizado para cada especie de pan. Como ejemplo visual, la matriz se representa de la siguiente manera en la Tabla 2 (la matriz real y completa se despliega en la sección de anexos):

Tabla 2. Ejemplo de la matriz de afectación de recursos

Ingred (kg)	Barquillo Chanty	Barquillo Crema	Galleta	…	Taco Piña
Aceite	0	0	0	…	0
Agua	30	30	0	…	38
Azucar	24	24	0	…	22
Azucar glass	0	0	3	…	0
Butao	5	5	0	…	0
Chocolate	0.03	0	0	…	0
Color Amarillo huevo	0.04	0.04	0	…	0.04
Crema para batir	0.03	0	0	…	0
Harina escudo	88	88	10	…	88
Huevo	20	20	1	…	18
Kilo de masa	0	0	1	…	0
Lactimill	0.02	0.02	0	…	0
Levadura Prensada	4.8	4.8	0	…	4
Manteca Vegetal	0	0	2	…	0
Mantequilla clarificada	0	0	0	…	2.7
Margarina Biscocho	5	5	5	…	0
Margarina danes	0	0	0.04	…	0
Margarina Feite	0.2	0	0	…	0.12
Masa Pan Dulce	0	2.4	0	…	1
Migapan	0	0	1	…	0
Moka	0.01	1	0	…	0
Monopals	0	0	1.1	…	4
Palsgard 0660	0.3	0.3	0	…	0
Palsgard 5611	0.15	0.15	0	…	0.3
Pastequilla	0	0	2.2	…	0
Piña	0	0.1	0	…	0
Polvo de Hornear	0	0.45	0	…	0.1
Propionato de sodio	0	0	0.02	…	0
Requeson	0.34	2.3	0	…	2.3
Sabor Chocolate	0	0	11	…	0
Sabor Nata	0	0.11	0	…	0
…	0.15	0.15	0.5	…	0.3
Taco de Piña (relleno)	1.5	1.5	0	…	1.5

Fuente: Elaboración propia con datos proporcionados por Pan Roll S.A. de C.V.

Como se aprecia en la tabla 2, los ingredientes fueron ordenados alfabéticamente en los renglones y las especies de pan, en columnas y cada cruce de éstos (2,211 en total) está definido como la cantidad en kilos del ingrediente j=1, 2, …, 67 para producir un paño de la especie i=1, 2, …, 33. Se ha de notar que la utilización de cada ingrediente varía o incluso uno o varios ingredientes no se usan para específicas especies de pan, esta utilización junto con la utilidad de cada especie es lo que definirá el nivel de producción, tal como se explicará en el ejemplo de "Dulces para todos" en el capítulo siguiente. Teniendo ya la información completa y definidos los vectores principales del modelo, el vector referente a la utilidad por paño multiplicará al vector definido como la cantidad de paños a producir de todas las especies de pan, y la matriz de afectación de recursos multiplicada por el mismo vector de cantidades a producir, estará limitada por el vector de ingredientes disponibles.

Capítulo II. Marco Teórico

2.1 Investigación de Operaciones

Como se mencionó en la introducción del presente trabajo, la IO surgió durante tiempos bélicos con el objetivo de asignar los recursos de la mejor manera y así tener ventaja estratégica sobre el oponente. La IO utiliza modelos matemáticos y cálculos iterativos para lograr la optimización de prácticamente cualquier proceso, gracias a la velocidad de cálculo y la posibilidad de generar iteraciones automáticamente en las computadoras, la I.O. y la programación trabajan en conjunto para referenciar matemáticamente al tomador de decisiones. Actualmente, las herramientas proporcionadas por la IO son importantes para el sector empresarial ya que se aplican tanto en los negocios, como en la industria, el sector gubernamental, el sector salud, etc.

Cada vez más en las organizaciones se establecen equipos de IO con la finalidad de mejorar el desempeño de estas, ya sea buscando maximizar el ingreso o disminuir los costos, el objetivo en común es optimizar los recursos, mejorando el resultado, que en muchos de los casos es la rentabilidad. Por ello, las posibilidades de aplicación de la IO son innumerables y como muestra de ello se detallarán algunas de las aplicaciones más utilizadas:

- **Personal:** La automatización y la disminución de costos, reclutamiento de personal, clasificación y asignación a tareas a quien mejor desempeño tenga en ellas, incentivo a la producción, etc.

- **Mercado y distribución:** Desarrollo del empaquetado de algún producto, la predicción de la demanda y de la actividad competidora, localización de la ruta más cercana y/o más barata, minimizar costos por trasladar o mantener producto, etc.

- **Compras y materiales:** Costos fijos y variables, reemplazo de equipo obsoleto, la decisión de renta o compra, minimizar la merma o desperdicio de alimento o materia, etc.

- **Manufactura:** Planeación y control del **nivel de producción**, mezclas óptimas para la realización de producto, ubicación y tamaño de la industria, tráfico de materiales y control de calidad.

- **Finanzas y contabilidad:** Análisis de flujo de efectivo, capital requerido a largo plazo, alternativas en la inversión, muestreo para auditoría y reclamaciones.

- **Planeación:** Planeación y control de avance de algún proyecto con múltiples actividades, tanto simultáneas como secuenciales.

Una mente experimentada en la dirección de la empresa y enfocada a mejorar la rentabilidad debe liderar las decisiones fundamentales del rubro de ésta, apoyado por las herramientas proporcionadas por la tecnología y la teoría ofrezca, por ello es importante aclarar que, si es utilizado un modelo matemático, el resultado desplegado fungirá como una referencia para el tomador de decisiones con experiencia empresarial, le servirá para formular estrategias basadas total o parcialmente en el modelo provisto. Sería hasta cierto punto imprudente elegir la decisión que las matemáticas desplieguen sin cuestionarse antes si las variables no cuantitativas lo puedan permitir. Por esto, se aclara que el resultado es una referencia válida y aplicable, pero no necesariamente absoluta.

Ulloa (2005), resume un modelo a optimizar en los siguientes componentes:

1. **Variables de Decisión o VD:**
   Estas representan las incógnitas en la situación real y los valores que tomen afectarán directamente en el resultado del modelo (ej. Kilos de “x” ingrediente para hornear un pastel, piezas de cierto tipo de madera para crear una mesa, etc.).

2. **Restricciones:**
   Funciones respecto a las VD y son quienes limitan las alternativas, es decir, quienes acotan la **región factible** que es el universo posible de todos los resultados, dentro de éste está el resultado óptimo. (ej. limitantes en recursos financieros/humanos).

3. **Criterio o Función Objetivo (FO):**
   Está en función de las VD y es el resultado de lo que se desea optimizar, contempla uno de los dos sentidos posibles, que son minimizar o maximizar (ej. maximizar utilidad de una empresa, minimizar tiempo de traslado, etc.)

Entonces, la I.O. se utiliza para el modelaje de un problema que busca optimizarse mediante alguna o algunas soluciones de todo un conjunto finito de alternativas acotadas por restricciones directas o indirectas del problema.

Además, según Hillier (2012), el proceso de optimización comienza con la formulación del problema, esto definitivamente requiere una minuciosa **observación** y obtención de datos específicos, enseguida se establece un modelo matemático (**hipótesis**) que presume ser una abstracción del problema real que a través de métodos iterativos (**experimentos**) se verificará si realmente el modelo fue planteado de manera correcta o necesita mejora (**teoría**) para finalmente, los resultados de dicho modelo sean aceptados como los resultados reales que resolverán el problema (**ley**). Por lo tanto, la I.O. involucra al método científico en su proceso y de ahí el nombre de *investigación*.

2.2 Herramientas y conceptos

2.2.1 Programación Lineal

Los modelos de Programación Lineal (PL) han sido pieza clave en las aplicaciones de la IO. La PL recibe su nombre porque, por un lado, programar en este caso procede de un término militar que significa “realizar planes o propuestas de tiempo para el entrenamiento, logística o despliegue de unidades de combate” (Zapata, 2013). Por otro lado, lineal porque tanto la Función Objetivo, como las restricciones son funciones lineales respecto a las VD. La estructura básica de un problema descrito en forma de programación lineal es la siguiente:

$$\text{Sea } X_{n,1} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdots \\ X_n \end{bmatrix}$$

El vector de VD, el cual tomará un valor final para cada variable, es el resultado a las incógnitas que utilizará el tomador de decisiones para optimizar la FO;

$$\text{Sea } C_{1,n} = [c_1, c_2, \dots, c_n]$$

El vector de coeficientes que afectan a la FO a través del cambio en las VD;

$$\text{Sea } A_{m,n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

La matriz de afectación de recursos, la cual denota el uso de cada tipo de recurso a través del cambio en las V.D;

$$\text{Y sea } B_{m,1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

El vector de limitantes, el valor disponible de cada tipo de recursos utilizados.

Entonces,

$$\boldsymbol{F.O.}\ \mathbf{max\ o\ min}\ \boldsymbol{C_{1,n}\ X_{n,1}}$$

$$\boldsymbol{s.a.}$$

$$\boldsymbol{A_{m,n} X_{n,1} \leq B_{m,1}} \quad \text{ó} \quad \boldsymbol{A_{m,n} X_{n,1} \geq B_{m,1}}$$

$$\text{ó} \quad \boldsymbol{A_{m,n} X_{n,1} = B_{m,1}}$$

$$\boldsymbol{x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0}$$

Que visto de otra manera:

$$\text{max o min}[c_1, c_2, \ldots, c_n] \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$s.a.$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \leq ó \geq ó = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$$

O, detalladamente:

$$\text{max o min} \quad c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$
$$s.a.$$
$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq \text{ó} \geq \text{ó} = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq \text{ó} \geq \text{ó} = b_2$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq \text{ó} \geq \text{ó} = b_m$$
$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

Lord et al, (2013) resalta la importancia de saber que la P.L. debe cumplir con cuatro supuestos:

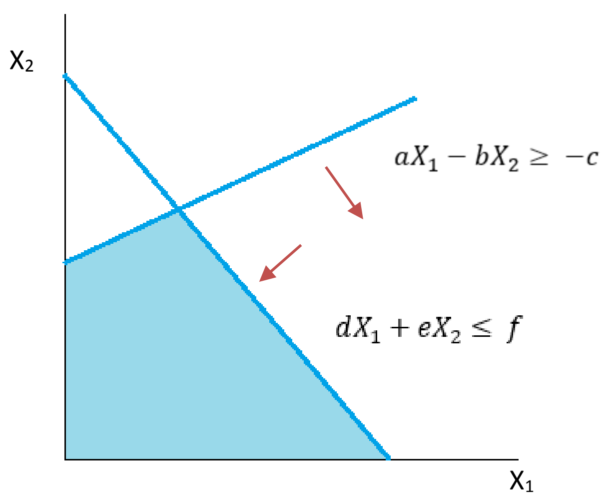
1. **Proporcionalidad:** Indica que hay una relación directa entre las VD y la FO la contribución por parte de cada VD es proporcional al valor de ésta.
2. **Aditividad:** Permite conocer la contribución individual de cada VD por lo que las funciones están compuestas por sumas (o restas). Además, todas las funciones del problema son polinomios de primer grado, es decir, lineales.
3. **Certidumbre:** Todos los vectores/matriz del problema (con excepción a las V.D) contienen valores conocidos y no varían a través del tiempo. Debe existir la estabilidad en cuanto a los recursos disponibles, el uso de dichos recursos por VD y los coeficientes que definen a la FO para encontrar el valor óptimo de las VD
4. **Divisibilidad:** Las VD pueden tomar cualquier valor.

2.2.2 Método gráfico

La manera más sencilla de entender cómo la PL optimiza un problema es con el método gráfico. Este método, como su nombre lo indica, identifica la solución o soluciones óptimas mediante la representación gráfica de las restricciones y la región factible formada por ellas en un plano cartesiano, es ideal para problemas de no más de dos VD ya que, si fuese de tres sería un complejo plano en tercera dimensión, complejidad que se incrementa radicalmente si se aumentan las VD El primer paso consiste en identificar el tipo de región factible (universo posible de resultados) que las restricciones "dibujan", esta región puede ser:

- **Acotada:** cuando la región factible está "encerrada" por restricciones, como se aprecia en la gráfica 1.

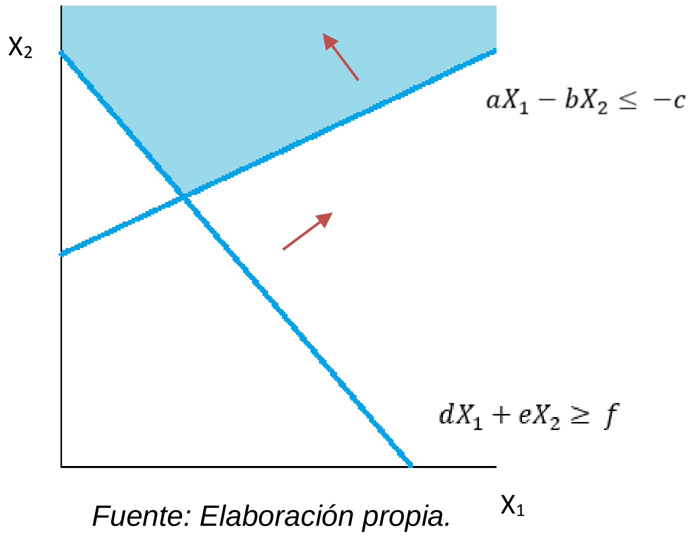
Gráfica 1. Región factible acotada



Fuente: Elaboración propia.

- **No acotada:** cuando la región factible tiende al infinito, como se aprecia en la gráfica 2.

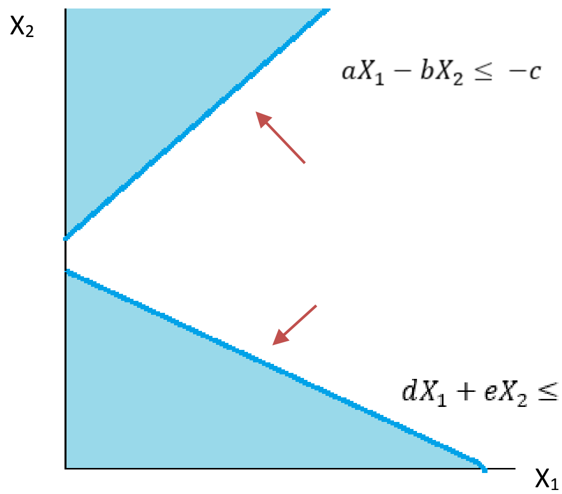
Gráfica 2. Región factible no acotada



Fuente: Elaboración propia.

Cuando las restricciones no tienen al menos un punto de intersección, como se aprecia en la gráfica 3, no existe la región factible.

Gráfica 3. Sin región factible



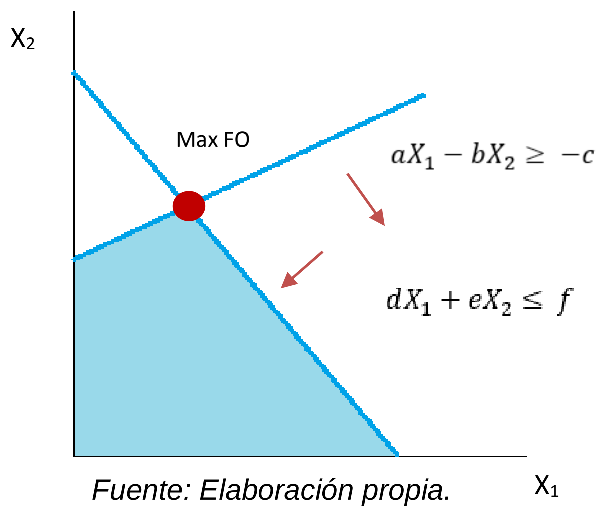
Fuente: Elaboración propia.

Los coeficientes *a, b, c, d, e, f* son números reales positivos. Las flechas rojas denotan la dirección correspondiente a la función de desigualdad y el área iluminada de azul es la región factible construida por la direccionalidad de dichas funciones.

El siguiente paso es encontrar el resultado óptimo, una manera es identificar los vértices de la región factible para finalmente sustituir cada uno de ellos en la FO y localizar el mejor, la solución óptima. Existen cuatro tipos de soluciones:

a) **Óptima única:** cuando la solución óptima es un solo vértice de la región factible, ya sea la intersección de una restricción con otra o con algún eje del plano, como se aprecia en la gráfica 4.

Gráfica 4. Solución óptima única

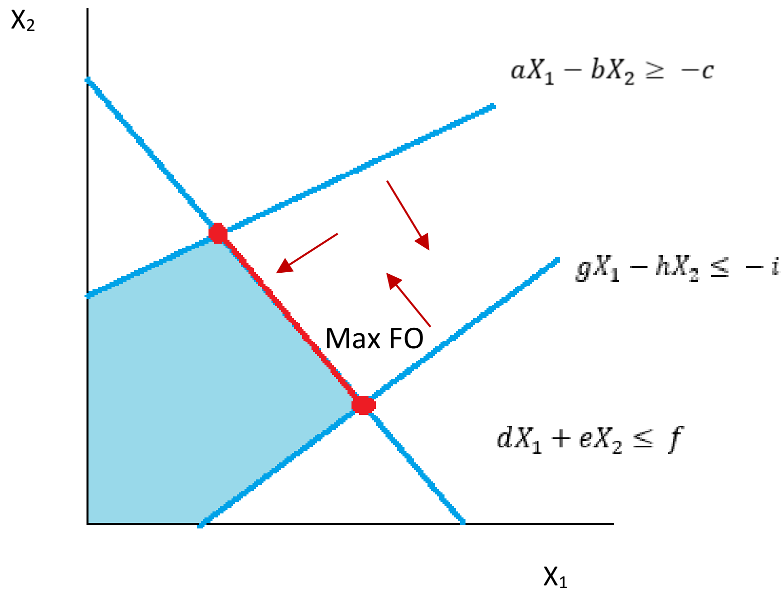


Fuente: Elaboración propia.

b) **Óptima múltiple finita:** cuando dos o más vértices tienen el mismo valor para la solución óptima, significa que la FO es equivalente a una restricción, como se aprecia en la gráfica 5. Los coeficientes *g, h, i* son número reales positivos.

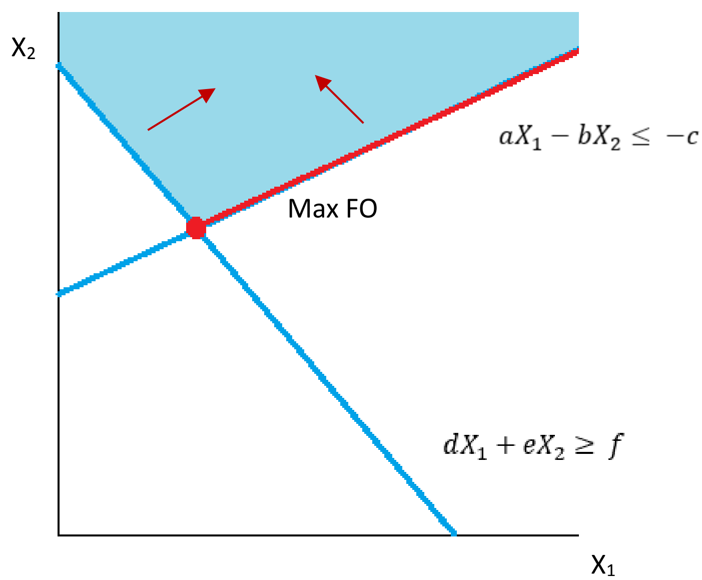
c) **Óptima múltiple infinita:** también se conoce como Rayo Óptimo, es cuando la FO es equivalente a una restricción en una región no acotada, como se aprecia en la gráfica 6.

Gráfica 5. Solución óptima múltiple finita



Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 6. Solución óptima múltiple infinita



Fuente: Elaboración propia.

Cuando los limitantes generan una región infactible ocurre que el modelo no tiene una solución óptima factible, así que no existe resultado con las restricciones satisfechas.

Entonces, la PL resuelve de la siguiente forma: a través del planteamiento del modelo, la manera de optimizar el resultado comienza con la construcción de la región factible, es decir, definir las alternativas o combinaciones de valores que toman todas y cada una de las VD sujetas a los limitantes para después elegir a la mejor de ellas, la mayor si se trata de maximizar la FO o la menor en el caso de la minimización.

2.2.3 Programación Entera

Según Winston y Goldberg (2004) se considera un problema de Programación Entera (PE) a un problema planteado de la misma forma que uno de PL con la diferencia de que una o más VD tienen la restricción de ser enteros no negativos. Un ejemplo es cuando se desea conocer cuántas plazas para enfermeras se abrirán según la hora del día dada la demanda del hospital, en donde es imposible contratar enfermeras fraccionales.

2.2.4 Programación Binaria

Un problema de PE en donde las VD sólo pueden tomar el valor de 0 ó 1 se denomina un problema de Programación Entera binaria o PE0-1. En este caso, el ejemplo puede ser elegir la ruta más corta a un destino, para cada una de las calles (alternativas) la única decisión es tomarla (X_i=1) o no (X_i=0).

2.2.5 Programación Mixta (entera, lineal y/o binaria)

Este es el tipo de planteamiento más utilizado en situaciones reales, ya que contempla tanto variables que pueden tomar valores enteros, binarias o fraccionales. Un ejemplo es tomar la decisión de asignar o no (binaria) un monto de dinero (este puede tomar valores fraccionales) a diferentes carteras en donde podrá haber algunas expresadas en unidades de inversión o mejor conocidas como UDIS que son siempre montos expresados con números enteros.

2.2.6 Restricciones inclusivas o distributivas

Soyster, (1973) define a estas restricciones de la siguiente manera: Sean $f(X_1, X_2, \ldots, Xn) \leq 0$ y $g(X_1, X_2, \ldots, Xn) \leq 0$ restricciones que son funciones lineales dependientes de las VD (cada una afectada por los coeficientes según la naturaleza de la restricción dicte) de un problema de P.L., P.E. o P.E.0-1 y se requiere que al menos una restricción de ellas se cumpla, se agregan las siguientes restricciones:

$$f(X_1, X_2, \ldots, Xn) \leq My$$

$$g(X_1, X_2, \ldots, Xn) \leq M(1 - y)$$

$$y \in [0,1] \quad (binaria)$$

Winston y Goldberg (2004) refieren la manera en que esto se lleva a cabo: a través del anexo de una **variable dicotómica** (es llamada así porque sólo puede tomar dos valores: 0 ó 1 es decir, es una variable binaria) comúnmente denotada por “**y**” de manera que, al sumar las dos restricciones $f(X_1, X_2, \ldots, Xn) \leq My$ con

$g(X_1, X_2, \ldots, Xn) \leq M(1-y)$ se asegura que por lo menos una de las dos se satisface. Además, se hace uso de un número arbitrario **M**, este símbolo denota una cantidad suficientemente grande para asegurar el cumplimiento de $f(X_1, X_2, \ldots, Xn) \leq M$ y $g(X_1, X_2, \ldots, Xn) \leq M$ para todos los valores de $X_1, X_2, \ldots, Xn$ que satisfacen las otras restricciones del modelo.

Para explicar la función de este tipo de restricciones se presenta el siguiente ejemplo:

Se desea maximizar la utilidad de la venta de dos tipos de zapatos, el zapato A tiene utilidad de $5 y el zapato B, de $7. Para el zapato A se utilizan 2 metros de cuero y para el B, 3 metros. Se cuenta con 50 metros de cuero.

El planteamiento queda de la siguiente manera:

Sea X_1: la cantidad de pares de zapato tipo A que van a producirse y, sea

X_2: la cantidad de pares de zapato tipo B que van a producirse.

$$\boldsymbol{F.O. \, max \, 5X_1 + 7X_2}$$

$$\boldsymbol{s.a.}$$

$$\boldsymbol{2X_1 + 3X_2 \leq 50}$$

$$\boldsymbol{X_1, X_2 \in Z^+ \ (enteros \, positivos)}$$

Si se agrega la siguiente restricción:

Si se produce el zapato A, deben producirse al menos 10 pares.

Significa que, o no se producen pares de zapato tipo A o se producen más de diez pares de zapato tipo A, es decir las posibilidades de producción para el zapato A son $\boldsymbol{X_1 = 0}$ o $\boldsymbol{X_1 \geq 10,}$ entonces producir de uno a nueve pares está prohibido en este problema. Entonces las ecuaciones lineales correspondientes que deben agregarse como restricción al modelo serán:

$$\boldsymbol{X_1 \leq My}$$

$$\boldsymbol{10 - X_1 \leq M(1 - y)}$$

$$\boldsymbol{y \in [0, 1]}$$

Siendo **y=1** el caso en el que efectivamente se produce el zapato tipo A y **y=0** el caso en donde no se produce este tipo de zapato. Además, en este modelo el valor mínimo que **M** puede tomar es igual a 25, porque coincide con el valor máximo asignado a la variable $\boldsymbol{X_1}$ utilizando toda la limitante, es decir, si un par del zapato tipo A utiliza 2 metros de cuero y se tienen 50 metros de cuero disponible, el máximo número de pares de zapato tipo A que se pueden producir, sin ningún otro tipo de restricción, son 25 pares.

Entonces,

$$\boldsymbol{X_1 \leq 25y}$$

$$\boldsymbol{10 - X_1 \leq 25(1 - y)}$$

$$\boldsymbol{y \in [0, 1]}$$

Restricciones que, al analizarlas, cuentan con las siguientes posibilidades: si $\boldsymbol{X_1}$ toma el valor de 0, la primera restricción deja en libertad el valor de *"**y**"* pero la segunda obliga a *"**y**"* tomar el valor de 0, dando como solución que no se produzca ningún par de zapato tipo A. En cambio, si $\boldsymbol{X_1}$ toma un valor acotado entre uno y nueve, en la primera restricción obliga a *"**y**"* a tomar el valor de uno, pero en la segunda restricción ocurre una inconsistencia, $\boldsymbol{X_1}$ está obligado a no tomar valores entre uno y nueve. Finalmente, si $\boldsymbol{X_1}$ toma el valor de 10 o cantidades mayores, la primera restricción obliga a *"**y**"* a tomar el valor de uno por lo que la segunda restricción se cumple sin ningún problema, indicando como solución la producción de 10 o más pares de zapato tipo A.

2.2.7 Restricciones condicionales (si… entonces)

Funcionan de manera similar a las restricciones inclusivas o distributivas con la diferencia de: si una restricción $f(X_1, X_2, \dots, Xn)$ se satisface, entonces la restricción $g(X_1, X_2, \dots, Xn)$ se tiene que cumplir. Aunque, si la restricción $f(X_1, X_2, \dots, Xn)$ no se cumple, $g(X_1, X_2, \dots, Xn)$ no tiene obligación a satisfacerse.

Es decir, si $f(X_1, X_2, \dots, Xn) > 0$ entonces $g(X_1, X_2, \dots, Xn) \geq 0$. Para asegurar que esto sucede, se agregan las siguientes restricciones al planteamiento:

$$-g(X_1, X_2, \dots, Xn) \leq My$$

$$f(X_1, X_2, \dots, Xn) \ \leq M(1-y)$$

$$y \in [0,1] \quad (binaria)$$

Donde M es un número suficientemente grande como para que $f(X_1, X_2, \dots, Xn) \leq M$ y $-g(X_1, X_2, \dots, Xn) \leq M$ se cumplan para todos los valores de $X_1, X_2, \dots, Xn$ que satisfacen todas las restricciones del planteamiento.

Estas funciones $f(X_1, X_2, \dots, Xn)$ y $g(X_1, X_2, \dots, Xn)$ pueden unirse en una misma sin cambiar el objetivo condicional, es decir, esa restricción debe condicionar que si un segmento $h(X_1, X_2, \dots, Xn)$ de una restricción se cumple entonces la ecuación restante $k(X_1, X_2, \dots, Xn)$ de la misma restricción también debe hacerlo, pero no necesariamente a la inversa. De este modo, la restricción tiene el siguiente comportamiento:

$$\boldsymbol{N}h(X_1, X_2, \dots, Xn) - k(X_1, X_2, \dots, Xn) \leq \mathbf{0}$$

Donde **N** es el número que obliga la satisfacción de la restricción. El siguiente ejemplo deja claro la diferencia entre las restricciones inclusivas y las restricciones “si… entonces”:

Se debe formar un equipo de cuatro personas para un debate y se desea maximizar la habilidad total del equipo, existen siete candidatos denotados por las letras desde la A hasta la G, con la habilidad para debatir de 6, 7, 2, 8, 6, 9 y 3, respectivamente.

El planteamiento queda de la siguiente manera:

Sea $X_i = 1$ ***si el candidato i es elegido para el equipo de debate.***

i=A:1, B:2,…, G:7

Entonces,

$$F.O.\ \ max\ \ 6X_1 + 7X_2 + 2X_3 + 8X_4 + 6X_5 + 9X_6 + 3X_7$$

$$s.a.$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 = 4$$

$$X_i \in [0, 1]$$

Se agrega la siguiente restricción:

Si se elige al cuarto candidato (D), se debe elegir también a C y G.

Significa que si $X_4 = 1$ entonces también $X_3 = X_7 = 1$, aunque es importante observar que tanto X_3, X_7 pueden tomar el valor de 1 sin afectar a X_4, entonces hay dos opciones, agregar una o dos restricciones, si se elige la primera opción, la restricción agregada al problema es:

$$2X_4 - X_3 - X_7 \leq 0$$

Restricción que da libertad para que individualmente $\boldsymbol{X_3}$ o $\boldsymbol{X_7}$ tomen el valor de uno, o incluso ambas sin necesariamente afectar el valor de $\boldsymbol{X_4}$, pero si sucede el caso en donde $\boldsymbol{X_4 = 1}$, el coeficiente "**N**=2" que lo multiplica obliga a $\boldsymbol{X_3 = X_7 = 1}$.

En cambio, si se elige agregar dos restricciones haciendo alusión a la definición general de las restricciones "si…entonces", estas serían:

Sea: la función $g(X_3, X_7) = X_3 + X_7$ y la función $f(X_4) = 2X_4 - 2$ y sea $M = -2$.

Entonces,

$$\boldsymbol{-(X_3 + X_7) \leq -2y}$$

$$\boldsymbol{2X_4 - 2 \leq -2(1 - y)}$$

$$\boldsymbol{y \in [0, 1]}$$

Que, de otra manera es igual a:

$$\boldsymbol{X_3 + X_7 \geq 2y}$$

$$\boldsymbol{X_4 \leq y}$$

$$\boldsymbol{y \in [0, 1]}$$

Mismas que logran el objetivo cumplido por la restricción unificada. La decisión de qué tipo de restricciones usar, ya sea la unificada o las que son en dos partes queda a voluntad de quien planteará el modelo.

2.3 Nivel de Producción

Retomando la introducción del presente trabajo, la I.O. tiene un campo excesivamente amplio, desde indicar la ruta más corta a algún destino, hasta indicar la mezcla óptima de ingredientes en un alimento, en este trabajo se hará uso de uno de los modelos más utilizados por las empresas que elaboran productos finales, quienes buscan un nivel de producción que genere los mayores beneficios y minimice los costos de todos los procesos implícitos. Este modelo se define como optimización del nivel de producción a través de la P.L.

Para una fábrica dedicada a una gama específica, es decir, que sus productos son del mismo tipo porque se utilizan prácticamente los mismos recursos y se llevan a cabo procesos similares para su elaboración, el modelo general de P.L. está descrito de manera general como:

$$\boldsymbol{F.O.\ max\ Utilidad}$$

$$\boldsymbol{s.a.}$$

$$\boldsymbol{Recursos\ utilizados \leq Recursos\ disponibles}$$

Cabe mencionar que un sinfín número de restricciones pueden añadirse, contemplando además de recursos tangibles (ingredientes, presupuesto, etc.) o no tangibles (horas de mano de obra), restricciones derivadas de políticas de la empresa como podría ser limitantes de producción, presupuestos o demanda mínima, entre otras. Para dejar claro el tipo de modelo descrito, se ejemplificará a continuación:

La dulcería "Dulces para todos" vende sólo chicles a $5 la caja (con un kilo de chicles) y paletas a $6 la caja (con un kilo de paletas), para producir 1kg de chicles se utiliza 0.7kg de azúcar y 0.3kg de caramelo, para producir 1kg paletas se utiliza 0.5kg de azúcar y 0.5kg de caramelo. Si al mes se reciben 47kg de azúcar y 23kg de caramelo por parte de los proveedores, y asumiendo que todo lo producido se vende, ¿Cuántas cajas de un kilo de chicles y de paletas deben producirse para tener el ingreso máximo posible?

El planteamiento queda de la siguiente manera:

Sea X_1 el número correspondiente a las cajas de un kilo de chicles a producir.

Sea X_2 el número correspondiente a las cajas de un kilo de paletas a producir.

Entonces,

$$\boldsymbol{F.O.\ \ max\ \ 5X_1 + 6X_2}$$

$$\boldsymbol{s.a.}$$

$$\boldsymbol{0.7X_1 + 0.5X_2 \leq 47}$$

$$\boldsymbol{0.3X_1 + 0.5X_2 \leq 23}$$

$$\boldsymbol{X_i \in Z^+}$$

La cantidad óptima para producir, dado que todo se venderá, es producir 60 cajas de un kilo de chicles y 10 cajas de paletas, utilizando el total de recursos. Pero ¿por qué no producir más cajas de paletas si éstas ofrecen individualmente un mejor ingreso respecto a los chicles? La respuesta reside en la manera en que estos dos productos interactúan con los recursos junto con la cantidad disponible de los mismos, al producir una caja de chicles se hace uso de una mayor cantidad de azúcar que de caramelo, pero así es también la proporción de estos dos recursos. Es importante notar que no por eso se dejan de producir paletas, entonces la IO logra encontrar la combinación exacta (o exactas si es el caso) de producción que arroja el mejor ingreso para "Dulces para todos", en este caso, **el mayor**.

Entonces, al encontrar la solución óptima, se conocerá con certeza la cantidad de unidades que se deben fabricar de cada producto para obtener la **utilidad total máxima posible,** tomando en cuenta al conjunto de restricciones. Es evidente que el modelo elegirá con prioridad a los productos con mayor utilidad final, para ello se puede proceder con estrategias de venta y/o distribución, por ejemplo: se puede concluir qué productos conviene promocionar más o cuáles definitivamente retirar del mercado. Además, estarán disponibles las cantidades utilizadas de cada recurso, por lo que se tendrá la posibilidad de solicitar menos recursos a los proveedores (o aumentar el descanso de máquinas y/o trabajadores) y así incurrir en una disminución extra de costos.

Capítulo III. Modelo de producción de Pan Roll S.A. de C.V.

3.1 Planteamiento

Pan Roll S.A. de C.V. produce semanalmente un promedio de 430,487 piezas de pan en los que se incurre un costo de $1,282,952 generando el monto de ingresos semanales de $1,854,736.23, entonces la rentabilidad de Pan Roll S.A. de C.V., es decir la utilidad respecto a la inversión, es de 44.57%. El presupuesto total con el que cada semana se va a destinar a la producción de pan es de $1,000,000, es decir, se desea reducir a un millón, el monto máximo semanal de costos de producción.

Pan Roll S.A. de C.V. fabrica un total de 33 especies de pan distintos, 14 son de tipo R (el método de preparación o los ingredientes corresponden a un proceso de repostería) y el resto son de tipo D (el método de preparación corresponde a pan tradicional), fueron proporcionados tanto el precio como el costo por pieza de pan de cada especie, el número de paños por cada especie y la producción semanal promedio actual de cada una, toda esta información se despliega a continuación en la Tabla 3 y 4:

Tabla 3. Información por especie de pan

#	Tipo	Pan	Precio	Costo	Utilidad Pieza	# Piezas Por Paño	Prod. Semanal Actual	Utilidad actual
1	R	BARQUILLO_CHANTY	$5.37	$3.82	$1.55	1628	4,884	$7,570.20
2	R	BARQUILLO_CREMA	$5.37	$2.94	$2.43	1628	3,256	$7,912.08
3	D	BISQUETE	$6.23	$1.53	$4.70	2257	4,514	$21,215.80
4	D	CARIOCA	$4.62	$2.25	$2.37	1904	7,616	$18,049.92
5	D	CENTENO	$1.20	$0.99	$0.21	594	163,944	$34,428.24
6	D	CHINO	$4.62	$4.88	-$0.26	681	6,810	-$1,770.60
7	D	CONCHA	$4.62	$1.96	$2.66	3120	3,120	$8,299.20
8	R	CUBILETE_GLASS	$5.37	$3.56	$1.81	3456	10,368	$18,766.08
9	D	CUBILETE_PIÑA	$6.45	$0.84	$5.61	3456	3,456	$19,388.16
10	D	CUBILETE_QUESO	$4.62	$1.95	$2.67	3456	31,104	$83,047.68

Tabla 4. Continuación de Tabla 3

11	R	DANES	$5.37	$2.61	$2.76	2675	8,025	$22,149.00
12	R	DOMINO_CHOCO	$5.37	$4.06	$1.31	502	6,024	$7,865.03
13	R	DOMINO_VAINILLA	$5.37	$4.02	$1.35	681	12,939	$17,467.65
14	D	DONA_AZUCAR	$4.62	$2.20	$2.42	1625	14,625	$35,392.50
15	D	DONA_CHOCO	$4.62	$2.40	$2.22	1625	24,375	$54,112.50
16	R	DONA_MOKA	$5.37	$3.84	$1.53	1625	24,375	$37,293.75
17	R	ENCHOCOLATADA	$5.28	$4.31	$0.97	1625	3,250	$3,152.50
18	R	FINO	$5.37	$2.57	$2.80	1044	11,484	$32,155.20
19	R	FRANCES	$5.37	$2.68	$2.69	952	4,760	$12,804.40
20	R	GALLETA	$5.37	$3.31	$2.06	281	1,967	$4,052.02
21	D	LADRILLO_PIEDRA	$5.89	$3.25	$2.64	442	5,304	$14,002.56
22	D	LADRILLO_PIEDRA_CHOCO	$6.24	$2.53	$3.71	442	4,420	$16,398.20
23	D	MAGDALENA	$4.62	$1.84	$2.78	282	3,666	$10,191.48
24	R	MIL_HOJAS	$47.20	$44.91	$2.29	13	7,800	$17,862.00
25	D	MULTI	$4.62	$1.96	$2.66	956	3,824	$10,171.84
26	D	OJO	$4.62	$3.90	$0.72	574	4,592	$3,302.15
27	D	OJO_CHOCO	$4.62	$2.42	$2.20	779	3,116	$6,855.20
28	D	PASTA_CUBILETE	$4.62	$3.60	$1.02	2398	4,796	$4,891.92
29	D	POLVORON_AMARILLO	$3.59	$2.32	$1.27	233	13,048	$16,570.96
30	R	POLVORON_CHOCO	$5.37	$3.00	$2.37	236	9,912	$23,491.44
31	D	REBANADA	$4.62	$1.95	$2.67	1904	3,808	$10,167.36
32	R	REBANADA_PLATANO	$5.37	$4.20	$1.17	1904	11,424	$13,366.08
33	D	TACO_PIÑA	$3.63	$2.30	$1.33	3881	3,881	$5,161.73
						Total	**430,487**	**$595,784.23 (sin considerer costos fijos)**

Fuente: Datos proporcionados por Pan Roll S.A. de C.V.

Se tiene la información de la cantidad en kilos de cada ingrediente para producir un paño determinado de piezas de cada especie de pan, entonces se conoce la receta para la producción del paño de las 33 especies de pan distintas, esta información está disponible en el anexo al final del trabajo, la matriz de afectación de recursos.

También se tiene el conocimiento del precio por kilo de cada ingrediente, 67 en total, junto con la disponibilidad promedio semanal en kilos. Esta información se muestra a continuación.

Ingredientes (ordenado por índice alfabético): nombre, precio por kg y kg disponibles semanalmente:

1.	Aceite	$20.84	824.00
2.	Agua	$0.45	5,645.30
3.	Azúcar	$14.89	6,515.20
4.	Azúcar glass	$20.00	8.50
5.	Butao	$27.09	229.70
6.	Cafe	$8.00	60.70
7.	Canela	$8.00	38.90
8.	Chabacana	$2.80	6.00
9.	Chocolate	$8.66	7.80
10.	Cocoa natural	$16.00	12.60
11.	Cocoa oscura	$157.35	5.00
12.	Color Amarillo huevo	$96.89	4.40
13.	Crema	$5.74	3.70
14.	Crema Batida (varia)	$14.89	363.60
15.	Crema para batir	$6.08	0.20
16.	Crema pastelera	$2.49	0.30
17.	Cremaquilla	$8.42	11.40
18.	Cubilete de glass	$1.11	10.50
19.	Cubilete de Piña	$3.72	2.10
20.	Desperdicio pan Dulce	$1.00	391.00
21.	Dimodan	$77.73	2.10
22.	Dry glucosa	$24.26	9.00
23.	Enchocolatada	$4.79	0.20
24.	Fecula de maiz	$11.60	648.00

25.	Flan	$30.00	224.60
26.	Gluten	$43.22	4.20
27.	Grasa butirica	$82.00	1.30
28.	Grasa vegetal	$20.68	2,205.80
29.	Harina escudo	$7.39	16,608.50
30.	Harina Medalla de Oro	$7.39	99.40
31.	Hielo	$0.45	142.70
32.	Huevo	$20.40	4,713.80
33.	Instant TEX	$37.00	9.70
34.	Kilo de masa	$5.06	2.20
35.	Lactimill	$70.00	0.90
36.	Lactipol	$70.00	6.80
37.	Leche cocida	$467.00	2.10
38.	Leche Condensada	$266.15	12.70
39.	Leche en polvo	$26.48	9.80
40.	Levadura	$17.23	12.10
41.	Levadura Prensada	$17.23	652.80
42.	Manteca Vegetal	$20.68	315.80
43.	Mantequilla clarificada	$82.00	8.50
44.	Margarina Biscocho	$19.00	481.50
45.	Margarina danes	$2.45	201.70
46.	Margarina Feite	$19.00	196.80
47.	Masa Pan Dulce	$5.00	12.60
48.	Migapan	$22.80	74.80
49.	Moka	$10.33	0.50
50.	Monopals	$80.55	17.00

51.	Palsgard 0660	$77.73	4.40
52.	Palsgard 5611	$68.24	12.00
53.	Pastequilla	$116.51	8.30
54.	Piña	$4.02	0.20
55.	Polvo de Hornear	$8.00	112.50
56.	Propionato de sodio	$62.64	8.50
57.	Requesón	$10.50	2,419.20
58.	Sabor Chocolate	$319.60	1.20
59.	Sabor Leche Condensada	$266.15	2.50
60.	Sabor Mantequilla	$151.34	14.70
61.	Sabor Naranja	$160.30	0.20
62.	Sabor Nata	$258.10	0.30
63.	Sabor Vainilla	$319.60	21.00
64.	Sal	$3.40	192.20
65.	Salvado	$0.61	397.40
66.	Sorbato de potasio	$76.50	4.70
67.	Taco de Piña (relleno)	$10.15	0.10

Por lo tanto, para conocer el nivel de producción que optimice la utilidad total, las restricciones formuladas a partir de la situación actual de Pan Roll S.A. de C.V. se definen de la siguiente forma:

a) El uso agregado de ingredientes es limitado por la cantidad en kilos disponible semanalmente. En total serán 67 restricciones, una por cada ingrediente.

b) Se contará con un presupuesto semanal de **$1,000,000.00** para solventar los gastos de producción ($282 mil menos de lo que se ocupa actualmente), es decir, un millón de pesos es el límite para la suma de costos variables y fijos: la producción de pan tipo R genera un costo eléctrico fijo por uso de máquinas de **$10,000.00** semanalmente, mientras que el costo eléctrico fijo por producción de pan tipo D es de **$14,000.00** a la semana.

c) Dado el proceso de producción de los siguientes panes y para aprovechar la merma, si se produce un paño de donas entonces se debe producir a lo más dos paños de conchas.

d) De la misma manera que el inciso anterior, si se produce un paño de donas entonces se debe producir al menos dos paños de polvorones.

e) Para no afectar radicalmente la producción actual eliminando o produciendo excesivamente específicas especies de pan, se definió la restricción de no poder producir menos del 5.00% y, dados los estudios de demanda y para no conservar pan que no va a venderse, también se establece la restricción de no producir más del doble de la producción actual para cada especie de pan (Pan Roll S.A. de C.V. asegura poder manejar el doble de su oferta sin ningún problema). En total serán 66 restricciones, dos por cada tipo de pan: una que denota la cota inferior de la especie correspondiente y su homóloga cota superior.

3.2 Modelo

De forma matemática, el modelo de Programación lineal que corresponde a la búsqueda de mejorar la utilidad total de Pan Roll S.A. de C.V. derivada del nivel de producción de los 33 panes distintos que elaboran, se define de la siguiente manera:

Sea X_i: Cantidad de paños a producir de la especie de pan i donde:

por índice alfabético $i = 1$: Barquillo Chanty, 2: Barquillo Crema, …,

33: Taco Piña.

Entonces, los coeficientes que multiplican a las variables X_i corresponden a la utilidad por paño de cada especie de pan. Cada uno se obtuvo mediante la diferencia entre el precio por pieza menos el costo por pieza para consecuentemente multiplicar dicho resultado por el número de piezas por paño de cada especie de pan, todos estos datos se encuentran en la Tabla 3 y 4 de este capítulo. Se agregan los costos fijos a la FO ya que el resultado final debe indicar la utilidad total por producción.

$$\text{FO} \quad \max \quad 2{,}523.4\,X_1 + 3{,}956.04\,X_2 + 10{,}607.9\,X_3 + 4{,}512.48\,X_4 + 124.74\,X_5 - 177.06\,X_6 + 8{,}299.2\,X_7 + 6{,}255.36\,X_8 + 19{,}388.16\,X_9 + 9{,}227.52\,X_{10} + 7{,}383\,X_{11} + 655.42\,X_{12} + 919.35\,X_{13} + 3{,}932.5\,X_{14} + 3{,}607.5\,X_{15} + 2{,}486.25\,X_{16} + 1{,}576.25\,X_{17} + 2{,}923.2\,X_{18} + 2{,}560.88\,X_{19} + 578.86\,X_{20} + 1{,}166.88\,X_{21} + 1{,}639.82\,X_{22} + 783.96X_{23} + 29.77\,X_{24} + 2{,}542.96\,X_{25} + 412.77\,X_{26} + 1{,}713.8\,X_{27} + 2{,}445.96\,X_{28} + 295.91\,X_{29} + 559.32\,X_{30} + 5{,}083.68\,X_{31} + 2{,}227.68\,X_{32} + 5{,}161.73\,X_{33} - 10{,}000 - 14{,}000$$

Ahora, los coeficientes que multiplican a las variables ***Xi*** para cada restricción ***a.j)*** corresponden a la cantidad del ingrediente ***j*** (donde alfabéticamente en cuanto a los ingredientes *j=1:Aceite, 2:Agua, … , 67:Relleno de Taco Piña)* para la producción de un paño del pan de la especie ***i***. Dichos coeficientes se obtuvieron de la matriz de afectación de recursos.

$s.a.$

a.1) Aceite $21X_6 + 12X_{12} + 21X_{13} + 2X_{24} + 21X_{26} + 21X_{27} \leq 824$

a.2) Agua $30X_1 + 30X_2 + 18X_3 + 38X_4 + 8X_5 + 21X_6 + 36X_7 + 40X_{11} + 12X_{12} + 21X_{13} + 30X_{14} + 30X_{15} + 30X_{16} + 30X_{17} + 10X_{18} + 14X_{19} + 10X_{21} + 10X_{22} + 2.5X_{23} + 21X_{26} + 21X_{27} + 38X_{31} + 38X_{32} + 44X_{33} \leq 5645.3$

a.3) Azúcar $24X_1 + 24X_2 + 22X_3 + 22X_4 + 7X_5 + 21X_6 + 22X_7 + 27X_8 + 27X_9 + 27X_{10} + 26X_{11} + 16.25X_{12} + 21X_{13} + 24X_{14} + 24X_{15} + 24X_{16} + 24X_{17} + 8X_{18} + 1.6X_{19} + 7X_{21} + 7X_{22} + 3.5X_{23} + 6X_{24} + 22.5X_{25} + 21X_{26} + 21X_{27} + 50X_{28} + 6X_{29} + 6X_{30} + 22X_{31} + 22X_{32} \leq 6515.2$

a.4) Azúcar glass $0.164X_8 + 3X_{20} \leq 8.5$

a.5) Butao $5X_1 + 5X_2 + 18X_7 + 5X_{14} + 5X_{15} + 5X_{16} + 5X_{17} \leq 229.7$

a.6) Café $0.3X_5 \leq 60.7$

a.7) Canela $3X_{18} \leq 38.9$

a.8) Chabacana $0.61X_4 \leq 6$

a.9) Chocolate $0.03X_1 + 0.73X_{22} + 0.05X_{32} \leq 7.8$

a.10) Cocoa natural $0.5X_{12} + 0.3X_{30} \leq 12.6$

a.11) Cocoa oscura $0.5X_{12} \leq 5$

a.12) Color amarillo huevo $0.04X_1 + 0.04X_2 + 0.04X_4 + 0.02X_6 + 0.04X_7 + 0.04X_{11} + 0.02X_{13} + 0.04X_{14} + 0.04X_{15} + 0.04X_{16} + 0.04X_{17} + 0.02X_{23} + 0.001X_{24} + 0.02X_{26} + 0.02X_{27} + 0.04X_{28} + 0.02X_{29} + 0.04X_{31} + 0.04X_{32} + 0.02X_{33} \leq 4.4$

a.13) Crema $0.6X_8 \leq 3.7$

a.14) Crema batida $15X_8 + 15X_9 + 15X_{10} \leq 363.6$

a.15) Crema p batir $0.03X_1 \leq 0.2$

a.16) Crema pastelera $0.07X_2 \leq 0.3$

a.17) Cremaquilla $1.395X_4 \leq 11.4$

a.18) Cubilete de glass $1.85X_8 \leq 10.5$

a.19) Cubilete de piña $1.85X_9 \leq 2.1$

a.20) Desperdicio pan dulce $23X_{21} + 23X_{22} \leq 391$

a.21) Dimodan $0.3X_{11} \leq 2.1$

a.22) Dry glucosa $X_{12} \leq 9$

a.23) Enchocolatada $0.05X_{17} \leq 0.2$

a.24) Fécula de maíz $27X_8 + 27X_9 + 27X_{10} \leq 648$

a.25) Flan $9X_8 + 9X_9 + 9X_{10} \leq 224.6$

a.26) Gluten $X_7 + 0.4X_{12} \leq 4.2$

a.27) Grasa Butírica $1.2X_7 \leq 1.3$

a.28) Grasa Vegetal $18X_4 + 4X_5 + 27X_8 + 27X_9 + 27X_{10} + 9X_{11} + 16X_{18} + X_{23} + 24X_{28} + 18X_{31} + 18X_{32} + 13X_{33} \leq 2205.8$

a.29) Harina escudo $88X_1 + 88X_2 + 88X_3 + 88X_4 + 25X_5 + 30X_6 + 88X_7 + 88X_{11} + 20X_{12} + 30X_{13} + 88X_{14} + 88X_{15} + 88X_{16} + 88X_{17} + 40X_{18} + 44X_{19} + 10X_{20} + 20X_{21} + 20X_{22} + 10X_{23} + 7.5X_{24} + 30X_{25} + 30X_{26} + 30X_{27} + 100X_{28} + 10X_{29} + 10X_{30} + 88X_{31} + 88X_{32} \leq 16608.5$

a.30) Harina Medalla oro $88X_{33} \leq 99.4$

a.31) Hielo $13X_{19} \leq 142.7$

a.32) Huevo $20X_1 + 20X_2 + 28X_3 + 18X_4 + 5X_5 + 14X_6 + 22X_7 + 20X_{11} + 14X_{12} + 14X_{13} + 20X_{14} + 20X_{15} + 20X_{16} + 20X_{17} + 14X_{18} + X_{20} + 4X_{23} + 14X_{24} + 24X_{25} + 14X_{26} + 14X_{27} + 28X_{28} + X_{29} + X_{30} + 18X_{31} + 18X_{32} \leq 4713.8$

a.33) Instant TEX $1.3X_7 + X_{12} \leq 9.7$

a.34) Kilo de masa $X_{20} \leq 2.2$

a.35) Lactimil $0.02X_1 + 0.02X_2 + 0.02X_{14} + 0.02X_{15} + 0.02X_{16} + 0.02X_{17} \leq 0.9$

a.36) Lactipol $0.15X_4 + 0.4X_{11} + 0.15X_{31} + 0.15X_{32} \leq 6.8$

a.37) Leche cocida $0.3X_{11} \leq 2.1$

a.38) Leche condensada $0.5X_8 + 0.5X_9 + 0.5X_{10} \leq 12.7$

a.39) Leche en polvo $X_{12} \leq 9.8$

a.40) Levadura $1.2X_{19} \leq 12.1$

a.41) Levadura prensada $4.8X_1 + 4.8X_2 + 2.4X_3 + 4X_4 + 1.6X_5 + 0.4X_6 + 5X_7 + 5.6X_{11} + 0.4X_{13} + 4.8X_{14} + 4.8X_{15} + 4.8X_{16} + 4.8X_{17} + 2X_{18} + 0.4X_{21} + 0.4X_{22} + 0.2X_{23} + 0.4X_{26} + 0.4X_{27} + 4X_{31} + 4X_{32} \leq 652.8$

a.42) Manteca vegetal $X_{19} + 2X_{20} + 6X_{29} + 6X_{30} \leq 315.8$

a.43) Mantequilla clarificada $1.2X_{11} \leq 8.5$

a.44) Margarina bizcocho $5X_1 + 5X_2 + 5X_{14} + 5X_{15} + 5X_{16} + 5X_{17} + 5X_{20} + 5X_{21} + 5X_{22} + 3X_{23} + 25X_{25} \leq 481.5$

a.45) Margarina danés $33.28X_{11} \leq 201.7$

a.46) Margarina feite$40X_3 \leq 196.8$

a.47) Masa pan dulce$2X_{23} \leq 12.6$

a.48) Migapan $0.3X_5 + X_7 + 0.4X_{18} + 0.55X_{19} \leq 74.8$

a.49) Moka $0.03X_{16} \leq 0.5$

a.50) Monopals $0.26X_{12} + 0.4X_{24} \leq 17$

a.51) Palsgard 0660 $0.3X_1 + 0.3X_2 + 1.2X_7 \leq 4.4$

a.52) Palsgard 5611 $0.15X_1 + 0.15X_2 + 0.3X_4 + 0.15X_{14} + 0.15X_{15} + 0.15X_{16} + 0.15X_{17} + 0.3X_{31} + 0.3X_{32} \leq 12$

a.53) Pastequilla $0.6X_7 + 1.2X_{11} \leq 8.3$

a.54) Piña $0.19X_9 \leq 0.2$

a.55) Polvo de Hornear $3.2X_3 + 1.2X_6 + 0.8X_{12} + 1.2X_{13} + X_{21} + X_{22} + 0.5X_{23} + 0.12X_{24} + 0.3X_{25} + 1.2X_{26} + 1.2X_{27} + 2X_{28} + 0.3X_{29} + 0.3X_{30} \leq 112.5$

a.56) Propionato de sodio $0.2X_{12} + 0.1X_{24} + 0.3X_{25} \leq 8.5$

a.57) Requesón $90X_8 + 90X_9 + 90X_{10} \leq 2419.2$

a.58) Sabor chocolate $0.15X_{12} \leq 1.2$

a.59) Sabor Leche condensada $0.3X_7 + 0.3X_{11} \leq 2.5$

a.60) Sabor mantequilla $0.15X_1 + 0.15X_2 + 0.15X_4 + 0.15X_6 + 0.15X_7 + 0.3X_{11} + 0.15X_{13} + 0.15X_{14} + 0.15X_{15} + 0.15X_{16} + 0.15X_{17} + 0.15X_{26} + 0.15X_{27} + 0.15X_{31} + 0.15X_{32} \leq 14.7$

a.61) Sabor naranja $0.005X_{29} \leq 0.2$

a.62) Sabor Nata $0.3X_7 \leq 0.3$

a.63) Sabor Vainilla $0.15X_1 + 0.15X_2 + 0.3X_4 + 0.15X_7 + 0.15X_{14} + 0.15X_{15} + 0.15X_{16} + 0.15X_{17} + 0.5X_{20} + 0.1X_{23} + 0.15X_{24} + 0.5X_{28} + 0.3X_{31} + 0.3X_{32} \leq 21$

a.64) Sal $1.5X_1 + 1.5X_2 + 1.6X_3 + 1.5X_4 + 0.3X_5 + 0.3X_6 + 1.5X_7 + 1.5X_{11} + 0.2X_{12} + 0.3X_{13} + 1.5X_{14} + 1.5X_{15} + 1.5X_{16} + 1.5X_{17} + 0.6X_{18} + 0.85X_{19} + 0.1X_{24} + 0.3X_{25} + 0.3X_{26} + 0.3X_{27} + 0.3X_{28} + 1.5X_{31} + 1.5X_{32} + 0.55X_{33} \leq 192.2$

a.65) Salvado $2X_5 \leq 397.4$

a.66) Sorbato de potasio $0.2X_{12} + 0.04X_{24} + 0.12X_{25} \leq 4.7$

a.67) Taco piña (relleno) $0.05X_{33} \leq 0.1$

Enseguida, los coeficientes que multiplican a las variables ***Xi*** en la restricción b), corresponden al monto de costo determinado por la producción de un paño del pan de la especie ***i*****,** es decir, el costo por pieza multiplicado por el número de piezas por paño según la especie de pan. Es importante sumar también los costos fijos por producir pan tipo D y R, ya que también son contemplados por el presupuesto total destinado a costear el proceso de producción.

b) Costo por producción sujeto al presupuesto $6{,}218.96X_1 + 4{,}786.32X_2 + 3{,}453.21X_3 + 4{,}284X_4 + 588.06X_5 + 3{,}323.28X_6 + 6{,}115.2X_7 + 12{,}303.36X_8 + 2{,}903.04X_9 + 6{,}739.X_{10} + 6{,}981.75X_{11} + 2{,}040.32X_{12} + 2{,}737.62X_{13} + 3{,}575X_{14} + 3{,}900X_{15} + 6{,}240X_{16} + 7{,}003.75X_{17} + 2{,}683.08X_{18} + 2{,}551.36X_{19} + 930.11X_{20} + 1{,}436.5X_{21} + 1{,}118.26X_{22} + 518.88X_{23} + 583.89X_{24} + 1{,}873.76X_{25} + 2{,}239.11X_{26} + 1{,}885.18X_{27} + 8{,}632.8X_{28} + 540.56X_{29} + 708X_{30} + 3{,}712.8X_{31} + 7{,}996.8X_{32} + 8{,}926.3X_{33} + 10{,}000 + 14{,}000 \leq 1{,}000{,}000$

En la restricción c), el coeficiente 2 que multiplica a la cantidad total de donas a producir obliga a ser la cantidad de conchas a producir, a lo más el doble de ésta, obligando a que la diferencia entre esos dos números debe ser cero o positiva, porque se producen al menos la mitad del número de paños de donas respecto al de conchas.

c) $2\,(X_{14} + X_{15} + X_{16}) - X_7 \geq 0$

En la restricción d), el coeficiente 2 que multiplica a la cantidad total de donas a producir obliga a ser la cantidad de polvorones a producir sea al menos el doble de ésta, obligando a que la diferencia debe ser cero o negativa, porque se producen al menos el mismo número de paños de polvorones respecto al doble de donas.

d) $2\,(X_{14} + X_{15} + X_{16}) - (X_{29} + X_{30}) \leq 0$

Después, los coeficientes que multiplican a cada X_i corresponden al número de piezas por paño de cada especie de pan ***i***, las cotas inferiores corresponden al valor equivalente al 5.00% de la producción de piezas actual y las cotas superiores al doble de la misma.

e.1) Barquillo Chanty $5.00\%(4,884) = 244.2 \leq 1,628X_1 \leq 9,768$

e.2) Barquillo Crema $5.00\%(3,256) = 162.8 \leq 1,628X_2 \leq 6,512$

e.3) Bisquete $5.00\%(4,514) = 225.7 \leq 2,257X_3 \leq 9,028$

e.4) Carioca $5.00\%(7,616) = 380.8 \leq 1,904X_4 \leq 15,232$

e.5) Centeno $5.00\%(163,944) = 8197.2 \leq 594X_5 \leq 327,888$

e.6) Chino $5.00\%(6,810) = 340.5 \leq 681X_6 \leq 13,620$

e.7) Concha $5.00\%(3,120) = 156 \leq 3,120X_7 \leq 6,240$

e.8) Cubilete Glass $5.00\%(10,368) = 518.4 \leq 3,456X_8 \leq 20,736$

e.9) Cubilete Piña $5.00\%(3,456) = 172.8 \leq 3,456X_9 \leq 6,912$

e.10) Cubilete Queso $5.00\%(31,104) = 1555.2 \leq 3,456X_{10} \leq 62,208$

e.11) Danes $5.00\%(8,025) = 401.25 \leq 2,675X_{11} \leq 16,050$

e.12) Dominó Choco $5.00\%(6,024) = 301.2 \leq 502X_{12} \leq 12,048$

e.13) Dominó Vainilla $5.00\%(12,939) = 646.95 \leq 681X_{13} \leq 25,878$

e.14) Dona Azúcar $5.00\%(14,625) = 731.25 \leq 1,625X_{14} \leq 29,250$

e.15) Dona Choco $5.00\%(24,375) = 1218.75 \leq 1,625X_{15} \leq 48,750$

e.16) Dona Moka $5.00\%(24,375) = 1218.75 \leq 1,625X_{16} \leq 48,750$

e.17) Enchocolatada $5.00\%(3,250) = 162.5 \leq 1,625X_{17} \leq 6,500$

e.18) Fino $5.00\%(11{,}484) = 574.2 \leq 1{,}044X_{18} \leq 22{,}968$

e.19) Francés $5.00\%(4{,}760) = 238 \leq 952X_{19} \leq 9{,}520$

e.20) Galleta $5.00\%(1{,}967) = 98.35 \leq 281X_{20} \leq 3{,}934$

e.21) Ladrillo Piedra $5.00\%(5{,}304) = 265.2 \leq 442X_{21} \leq 10{,}608$

e.22) Ladrillo Piedra Choco $5.00\%(4{,}420) = 221 \leq 442X_{22} \leq 8{,}840$

e.23) Magdalena $5.00\%(3{,}666) = 183.3 \leq 282X_{23} \leq 7{,}332$

e.24) Mil Hojas $5.00\%(7{,}800) = 390 \leq 13X_{24} \leq 15{,}600$

e.25) Multi $5.00\%(3{,}824) = 191.2 \leq 956X_{25} \leq 7{,}648$

e.26) Ojo $5.00\%(4{,}592) = 229.6 \leq 574X_{26} \leq 9{,}184$

e.27) Ojo Choco $5.00\%(3{,}116) = 155.8 \leq 779X_{27} \leq 6{,}232$

e.28) Pasta Cubilete $5.00\%(4{,}796) = 239.8 \leq 2{,}398X_{28} \leq 9{,}592$

e.29) Polvorón Amarillo $5.00\%(13{,}048) = 652.4 \leq 233X_{29} \leq 26{,}096$

e.30) Polvorón Choco $5.00\%(9{,}912) = 495.6 \leq 236X_{30} \leq 19{,}824$

e.31) Rebanada $5.00\%(3{,}808) = 190.4 \leq 1{,}904X_{31} \leq 7{,}616$

e.32) Rebanada Plátano $5.00\%(11{,}424) = 571.2 \leq 1{,}904X_{32} \leq 22{,}848$

e.33) Taco Piña $5.00\%(3{,}881) = 194.05 \leq 3{,}881X_{33} \leq 7{,}762$

Por último, es necesario definir las restricciones que denotan la naturaleza de las VD, entonces:

$\boldsymbol{X_i} \in \ \boldsymbol{Z^+} \ \forall \boldsymbol{i} = \mathbf{1, 2, \ldots, 33.}$

El modelo se define de programación entera porque las VD (33 en total) están limitadas a tomar únicamente valores enteros. Se procede a darle solución mediante el planteamiento de fórmulas en Excel y el uso de la herramienta Solver, la razón de esto es conocer el número **óptimo** de paños a producir de cada especie de pan a fin de lograr la máxima utilidad, valor que sería diferente con un método heurístico.

El planteamiento en Excel para enseguida introducir el modelo en Solver, fue de la siguiente manera:

Ilustración 1. Ubicación de la matriz de afectación de recursos en Excel

	A	B	C	D	AE	AF	AG	AH
1	Cantidad kg necesaria para un paño de →	Barquillo Chanty	Barquillo Crema	Bisquete	⋮	Rebanada	Rebanada Platano	Taco Piña
2	utilizando ↓							
3	Aceite							
4	Agua	30	30	18		38	38	44
5	Azucar	24	24	22		22	22	
66	Sal	1.5	1.5	1.6	⋮	1.5	1.5	0.55
67	...						...	
68	Sorbato de potasio							
69	Taco de Piña (relleno)							0.05

Fuente: Elaboración propia con el planteamiento del modelo

En la ilustración 1 se despliega el formato comprimido de las columnas A a la AH se encuentra la matriz de afectación de recursos, (anexo número uno) ésta contempla los ingredientes como filas y las especies de pan como columnas, por lo que su dimensión es 67x33.

Ilustración 2. Formato para resultado por especie en Excel

	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY	AZ	BA
1	#	Tipo	Pan	Precio	Costo	Utilidad por pieza	# Piezas Por Paño	Utilidad por paño	Costo por paño	Prod. Semanal Actual	5% de la prod actual	*2 de la prod actual	Producción resultado
2	1	R	BARQUILLO_CHANTY	5.37	3.82	=AR2-AS2	1628	=AU2*AT2	=AS2*AU2	4884	=$AX2*5%/AU2	=$AX2*2/AU2	0
3	2	R	BARQUILLO_CREMA	5.37	2.94	=AR3-AS3	1628	=AU3*AT3	=AS3*AU3	3256	=$AX3*5%/AU3	=$AX3*2/AU3	0
32	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
33	32	R	REBANADA_PLATANO	5.37	4.2	=AR33-AS33	1904	=AU33*AT33	=AS33*AU33	11424	=$AX33*5%/AU33	=$AX33*2/AU33	0
34	33	D	TACO_PIÑA	3.63	2.3	=AR34-AS34	3881	=AU34*AT34	=AS34*AU34	3881	=$AX34*5%/AU34	=$AX34*2/AU34	0

Fuente: Elaboración propia con el planteamiento del modelo

Seguido, como se aprecia en la ilustración 2, la tabla que contiene el vector solución está en las columnas desde AO a la BA, en esta tabla se realiza el cálculo de la utilidad por paño (columna AV) obteniendo la diferencia de precio por pieza (columna AR) menos el costo por pieza (columna AS) y el resultado, la utilidad por pieza (columna AT), se multiplica por el número de piezas por paño de cada especie (columna AU), de manera análoga se obtuvo el costo que genera cada paño (columna AW). Además, en esta tabla se realiza el cálculo del cinco por ciento (columna AY) y el doble (columna AZ) de paños producidos actualmente, multiplicando por 5.00% y 2 respectivamente la producción de piezas aproximadas actuales (columna AX) entre el número (#) de piezas por paño de cada especie de pan. La última columna de esta tabla (columna BA) será el vector solución, el que mostrará el número de paños óptimos a producir.

Ilustración 3. Restricciones d y e

	AZ	BA
35	Restricc d)	=2*SUM(BA15:BA17)-BA8
36	Restricc e)	=SUM(BA30:BA31)-2*SUM(BA15:BA17)

Fuente: Elaboración propia con el planteamiento del modelo

Justo debajo del vector solución, como se aprecia en la ilustración 3, en las celdas BA35 y BA36 se realizó la operación para cumplir la restricción d) y e), respectivamente. La primera celda contiene la fórmula "=2*SUM(BA15:BA17)-BA8" que multiplica por dos la producción de paños de donas y le resta la producción de paños de conchas. La segunda, contiene la fórmula “=SUM(BA30:BA31)-2*SUM(BA15:BA17)” que suma la producción de paños de polvorones y le resta el doble de la producción de paños de donas, esta última fórmula multiplicada por -1 debe ser menor o igual a 0, entonces tanto la celda BA35 como la BA36 deben ser limitadas a ser mayores o iguales a 0.

Ilustración 4. Uso de tabla Ingredientes en Excel

	AJ	AK	AL	AM
1	**Ingredientes**	**Precio kg**	**Disponible kg**	**Utilizado**
2	Aceite	20.84	824	**=MMULT($B$3:$AH$69,$BA$2:$BA$34)**
3	Agua	0.45	5645.3	**=MMULT($B$3:$AH$69,$BA$2:$BA$34)**
4	Azucar	14.89	6515.2	**=MMULT($B$3:$AH$69,$BA$2:$BA$34)**
65	...	...	...	**=MMULT($B$3:$AH$69,$BA$2:$BA$34)**
66	Salvado	0.61	397.4	**=MMULT($B$3:$AH$69,$BA$2:$BA$34)**
67	Sorbato de potasio	76.5	4.7	**=MMULT($B$3:$AH$69,$BA$2:$BA$34)**
68	Taco de Piña (relleno)	10.15	0.1	**=MMULT($B$3:$AH$69,$BA$2:$BA$34)**

Fuente: Elaboración propia con el planteamiento del modelo

La ilustración 4 muestra el lado izquierdo de la tabla que contiene el vector solución está desplegada la lista de ingredientes (columna AJ) junto con su precio por kg (columna AK) y la disponibilidad semanal en kg (columna AL), la siguiente columna (AM) será el vector de ingredientes en kg utilizados con dimensión de 67x1, esta columna está definida como la multiplicación matricial de la matriz de afectación de recursos con dimensión 67x33 por el vector solución con dimensión 33x1.

Ilustración 5. Formato para utilidad y costo en Excel

	BC	BD
1		Resultado
2	Utilidad	=SUMPRODUCT(BA2:BA34,AV2:AV34)-24000
3	Costo	=SUMPRODUCT(BA2:BA34,AW2:AW34)+24000

Fuente: Elaboración propia con el planteamiento del modelo

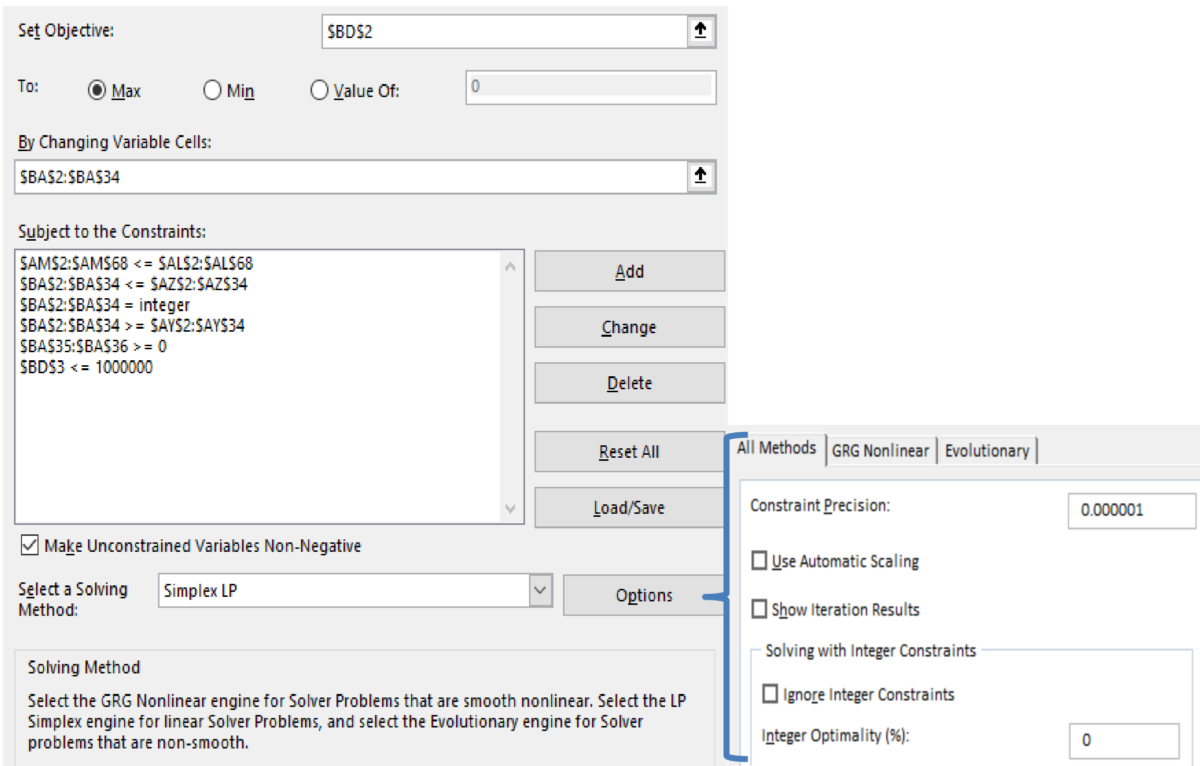
Como se aprecia en la ilustración 5, en la celda BD2 está formulada la utilidad total como la suma de utilidades individuales cuales son el resultado del número de paños a producir por la utilidad que genera un paño de cada especie de pan, a este resultado se le resta $24,000: $10,000 derivado de la producción de pan tipo R y $14,000 por la de tipo D. Finalmente, en la celda BD3 está formulado el costo total como la suma de costos individuales cuales son el resultado del número de paños a producir por el costo que genera un paño de cada especie de pan y, de manera contraria a la utilidad, a este resultado se le suman los $24,000 por costos fijos de producir pan tipo R y D.

Entonces, el planteamiento del modelo en el cuadro de diálogo de Solver en Excel queda de la siguiente forma, como se aprecia en la ilustración 6. Donde la celda objetivo es la utilidad total, las celdas que cambiarán de valores son el vector de solución y las restricciones son definidas como:

1. Cada celda del vector de ingredientes utilizados debe ser menor o igual a su homólogo en el vector de ingredientes disponibles semanales.
2. Cada celda del vector solución, debe ser menor o igual a su homólogo en el vector doble de paños producidos actualmente.
3. Cada celda del vector solución debe ser un número entero.
4. Cada celda del vector solución, debe ser mayor o igual a su homólogo en el vector 5.00% de paños producidos actualmente.

5. Como se mencionó párrafos atrás, las celdas que definen las restricciones d) y e) deben ser mayores o iguales a 0.
6. El costo total destinado a producción debe ser menor a un millón de pesos.

Ilustración 6. Modelo en Solver de Excel



Fuente: Elaboración propia con el planteamiento del modelo

Cabe mencionar que la restricción de no negatividad en el vector solución (para los paños de cada especie de pan) está implícita en la restricción 4 de la ilustración 5.

3.3 Solución

Utilizando la herramienta Solver de Excel en una computadora portátil con procesador Intel Core i5 y 8GB de RAM se plantea el modelo y después del periodo de iteraciones suficientes se obtiene el resultado desplegado en la tabla 5, que corresponde al número de paños óptimo a producir de cada uno de los 33 tipos distintos de pan sujeto a las 136 limitaciones establecidas.

Tabla 5. Resultado de producción de paños, piezas y utilidad por producción por especie de pan.

#	Pan	Producción resultado en paños	Utilidad por Pieza	# Piezas Por Paño	Prod. Semanal (piezas) Actual	Prod. Semanal (piezas) Resultado	Utilidad por producción Actual	Utilidad por producción Resultado
1	BARQUILLO_CHANTY	**4**	$1.55	1628	4,884	6,512	$7,570.20	$10,093.60
2	BARQUILLO_CREMA	**4**	$2.43	1628	3,256	6,512	$7,912.08	$15,824.16
3	BISQUETE	**4**	$4.70	2257	4,514	9,028	$21,215.80	$42,431.60
4	CARIOCA	**8**	$2.37	1904	7,616	15,232	$18,049.92	$36,099.84
5	CENTENO	**190**	$0.21	594	163,944	112,860	$34,428.24	$23,700.60
6	CHINO	**1**	-$0.26	681	6,810	681	-$1,770.60	-$177.06
7	CONCHA	**1**	$2.66	3120	3,120	3,120	$8,299.20	$8,299.20
8	CUBILETE_GLASS	**5**	$1.81	3456	10,368	17,280	$18,766.08	$31,276.80
9	CUBILETE_PIÑA	**1**	$5.61	3456	3,456	3,456	$19,388.16	$19,388.16
10	CUBILETE_QUESO	**18**	$2.67	3456	31,104	62,208	$83,047.68	$166,095.36
11	DANES	**6**	$2.76	2675	8,025	16,050	$22,149.00	$44,298.00
12	DOMINO_CHOCO	**7**	$1.31	502	6,024	3,514	$7,865.03	$4,587.93
13	DOMINO_VAINILLA	**18**	$1.35	681	12,939	12,258	$17,467.65	$16,548.30
14	DONA_AZUCAR	**18**	$2.42	1625	14,625	29,250	$35,392.50	$70,785.00
15	DONA_CHOCO	**6**	$2.22	1625	24,375	9,750	$54,112.50	$21,645.00
16	DONA_MOKA	**1**	$1.53	1625	24,375	1,625	$37,293.75	$2,486.25
17	ENCHOCOLATADA	**1**	$0.97	1625	3,250	1,625	$3,152.50	$1,576.25
18	FINO	**12**	$2.80	1044	11,484	12,528	$32,155.20	$35,078.40
19	FRANCES	**10**	$2.69	952	4,760	9,520	$12,804.40	$25,608.80
20	GALLETA	**1**	$2.06	281	1,967	281	$4,052.02	$578.86
21	LADRILLO_PIEDRA	**8**	$2.64	442	5,304	3,536	$14,002.56	$9,335.04
22	LADRILLO_PIEDRA_CHOCO	**9**	$3.71	442	4,420	3,978	$16,398.20	$14,758.38
23	MAGDALENA	**6**	$2.78	282	3,666	1,692	$10,191.48	$4,703.76
24	MIL_HOJAS	**31**	$2.29	13	7,800	403	$17,862.00	$922.87
25	MULTI	**8**	$2.66	956	3,824	7,648	$10,171.84	$20,343.68
26	OJO	**1**	$0.72	574	4,592	574	$3,302.15	$412.77
27	OJO_CHOCO	**8**	$2.20	779	3,116	6,232	$6,855.20	$13,710.40
28	PASTA_CUBILETE	**4**	$1.02	2398	4,796	9,592	$4,891.92	$9,783.84
29	POLVORON_AMARILLO	**20**	$1.27	233	13,048	4,660	$16,570.96	$5,918.20
30	POLVORON_CHOCO	**30**	$2.37	236	9,912	7,080	$23,491.44	$16,779.60
31	REBANADA	**4**	$2.67	1904	3,808	7,616	$10,167.36	$20,334.72
32	REBANADA_PLATANO	**11**	$1.17	1904	11,424	20,944	$13,366.08	$24,504.48
33	TACO_PIÑA	**1**	$1.33	3881	3,881	3,881	$5,161.73	$5,161.73
	Total			**TOTAL**	**430,487**	**411,126**	**$595,784.23**	**$722,894.52**

Fuente: Elaboración propia con datos resultado del modelo.

Resultando dicha producción de paños en la utilidad máxima posible (sujeto a las restricciones definidas) de $698,894.52 (**$722,894.52 – Costos Fijos)**, una mejora de **+22.23%** en la utilidad, produciendo **-4.50%** piezas de pan.

3.3.1 Answer Report de Excel

A continuación, se describe el Answer Report del modelo para la mejor comprensión del resultado que la herramienta Solver despliega:

Ilustración 7. Presentación de Answer Report en Excel

Microsoft Excel 16.0 Answer Report
Worksheet: [Tesis 3.5.1.xlsx] Resultado
Report Created: 01/09/2019 20:22:21
Result: Solver found a solution. All Constraints and optimality conditions are satisfied.

Fuente: Answer Report con resultado del modelo.

En la primera sección, como se aprecia en la ilustración 7, se muestra la versión de Excel utilizada, el nombre del documento, así como la fecha y hora de resolución. Por último, repite el mensaje desplegado al encontrar la solución.

Ilustración 8. Motor de Answer Report en Excel

Solver Engine
Engine: Simplex LP
Solution Time: 115.125 Seconds.
Iterations: 9 Subproblems: 27278

Fuente: Answer Report con resultado del modelo

En la ilustración 8 se menciona el tipo de método, en este caso es Simplex LP dada la linealidad del modelo. En segundo término, se expresa en segundos el tiempo total en que el método halló la solución, en este modelo Solver tardó un minuto con cincuenta y cinco segundos. Por último, cuántas iteraciones y sub-problemas fueron necesarios en el método descrito.

Ilustración 9. Opciones de Answer Report en Excel

Solver Options
Max Time Unlimited, Iterations Unlimited, Precision 0.000001
Max Subproblems Unlimited, Max Integer Sols Unlimited, Integer Tolerance 0%, Assume NonNegative

Fuente: Answer Report con resultado del modelo

Seguido, en la ilustración 9 se describen las opciones definidas por el usuario. Para la siguiente sección, la ilustración 10 únicamente se muestra la celda que describe a la FO, junto con su valor inicial y el valor óptimo: la utilidad máxima.

Ilustración 10. Resultado de Answer Report en Excel

Objective Cell (Max)			
Cell	**Name**	**Original Value**	**Final Value**
$BD$2	Utilidad Resultado	-$24,000.00	$698,894.52

Fuente: Answer Report con resultado del modelo

Después, como se aprecia en la ilustración 11, se expresa el valor inicial y final de cada una de las VD incluyendo la leyenda de su naturaleza, en este caso: variables enteras.

Ilustración 11. Celdas variables de Answer Report en Excel

Variable Cells				
Cell	**Name**	**Original Value**	**Final Value**	**Integer**
$BA$2:$BA$34				
$BA$2	BARQUILLO_CHANTY	0.00	4.00	Integer
$BA$3	BARQUILLO_CREMA	0.00	4.00	Integer
$BA$4	BISQUETE	0.00	4.00	Integer
$BA$5	CARIOCA	0.00	8.00	Integer
$BA$6	CENTENO	0.00	190.00	Integer
$BA$7	CHINO	0.00	1.00	Integer
$BA$8	CONCHA	0.00	1.00	Integer
$BA$9	CUBILETE_GLASS	0.00	5.00	Integer
$BA$10	CUBILETE_PIÑA	0.00	1.00	Integer
$BA$11	CUBILETE_QUESO	0.00	18.00	Integer
$BA$12	DANES	0.00	6.00	Integer
$BA$13	DOMINO_CHOCO	0.00	7.00	Integer
$BA$14	DOMINO_VAINILLA	0.00	18.00	Integer
$BA$15	DONA_AZUCAR	0.00	18.00	Integer
$BA$16	DONA_CHOCO	0.00	6.00	Integer
$BA$17	DONA_MOKA	0.00	1.00	Integer
$BA$18	ENCHOCOLATADA	0.00	1.00	Integer
$BA$19	FINO	0.00	12.00	Integer
$BA$20	FRANCES	0.00	10.00	Integer
$BA$21	GALLETA	0.00	1.00	Integer
$BA$22	LADRILLO_PIEDRA	0.00	8.00	Integer

Ilustración 12. Continuación de ilustración 11

$BA$23	LADRILLO_PIEDRA_CHOCO	0.00	9.00	Integer
$BA$24	MAGDALENA	0.00	6.00	Integer
$BA$25	MIL_HOJAS	0.00	31.00	Integer
$BA$26	MULTI	0.00	8.00	Integer
$BA$27	OJO	0.00	1.00	Integer
$BA$28	OJO_CHOCO	0.00	8.00	Integer
$BA$29	PASTA_CUBILETE	0.00	4.00	Integer
$BA$30	POLVORON_AMARILLO	0.00	20.00	Integer
$BA$31	POLVORON_CHOCO	0.00	30.00	Integer
$BA$32	REBANADA	0.00	4.00	Integer
$BA$33	REBANADA_PLATANO	0.00	11.00	Integer
$BA$34	TACO_PIÑA	0.00	1.00	Integer

Fuente: Answer Report con resultado del modelo

Finalmente, se describen las celdas que contienen restricciones, que deben ser expresadas en fórmulas ligadas a las VD Se hará la validación para cada conjunto de restricciones en la siguiente sección.

3.4 Validación del modelo

Para validar las restricciones, se procede con el detalle de cada una de ellas, verificando el cumplimiento según el resultado y la desigualdad correspondiente. El primer conjunto de restricciones correspondientes al uso de ingredientes para producir los 33 tipos de pan no debe exceder el monto disponible de cada uno de estos 67 ingredientes, por lo que el excedente o sobrante de todos los ingredientes debe ser igual o mayor a cero.

Tabla 6. Ingredientes disponibles, utilizados y sobrantes resultado

#	Ingredientes	Disponible (kg)	Utilizado (kg)	Sobrante (kg)
1	Aceite	824.00	734.00	90.00
2	Agua	5,645.30	4,923.00	722.30
3	Azucar	6,515.20	5,386.10	1,129.10
4	Azucar glass	8.50	3.80	4.70
5	Butao	229.70	188.00	41.70
6	Cafe	60.70	57.00	3.70
7	Canela	38.90	36.00	**2.90**
8	Chabacana	6.00	4.88	1.12
9	Chocolate	7.80	7.24	0.56
10	Cocoa natural	12.60	12.50	**0.10**
11	Cocoa oscura	5.00	3.50	1.50
12	Color Amarillo huevo	4.40	3.82	0.58
13	Crema	3.70	3.00	0.70
14	Crema Batida (varia)	363.60	360.00	**3.60**
15	Crema para batir	0.20	0.12	0.08
16	Crema pastelera	0.30	0.28	**0.02**
17	Cremaquilla	11.40	11.20	**0.20**
18	Cubilete de glass	10.50	9.25	**1.25**
19	Cubilete de Piña	2.10	1.85	**0.25**
20	Desperdicio pan Dulce	391.00	391.00	**0.00**
21	Dimodan	2.10	1.80	**0.30**
22	Dry glucosa	9.00	7.00	2.00
23	Enchocolatada	0.20	0.05	0.15
24	Fecula de maiz	648.00	648.00	**0.00**
25	Flan	224.60	216.00	**8.60**
26	Gluten	4.20	3.80	**0.40**
27	Grasa butirica	1.30	1.20	**0.10**
28	Grasa vegetal	2,205.80	2,183.00	22.80
29	Harina escudo	16,608.50	14,416.50	2,192.00
30	Harina Medalla de Oro	99.40	88.00	**11.40**
31	Hielo	142.70	130.00	**12.70**
32	Huevo	4,713.80	3,769.00	944.80
33	Instant TEX	9.70	8.30	1.40
34	Kilo de masa	2.20	1.00	1.20
35	Lactimill	0.90	0.68	0.22
36	Lactipol	6.80	5.85	0.95
37	Leche cocida	2.10	1.80	**0.30**
38	Leche Condensada	12.70	12.00	0.70

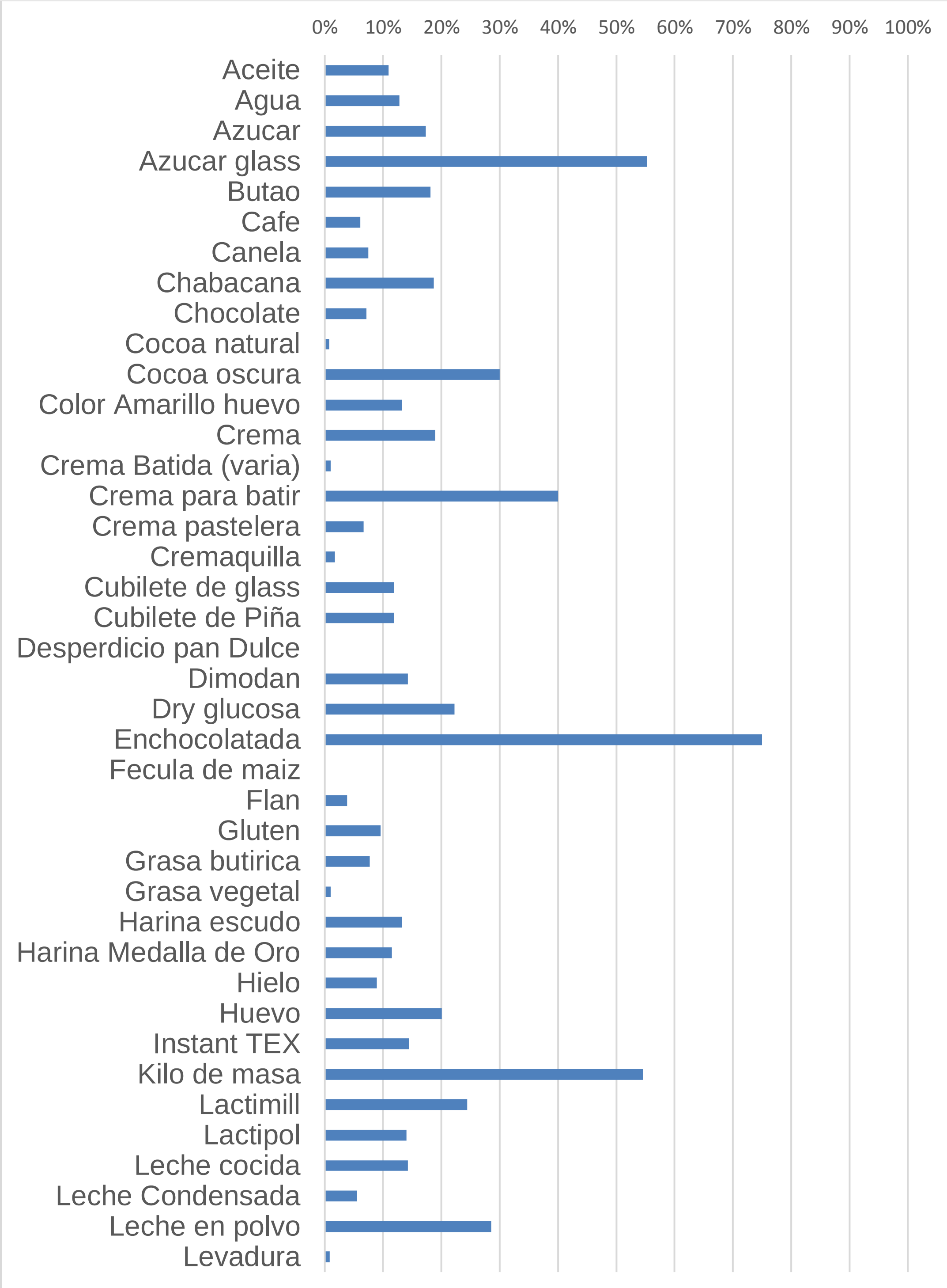
Tabla 7. Continuación de tabla 6

39	Leche en polvo	9.80	7.00	2.80
40	Levadura	12.10	12.00	**0.10**
41	Levadura Prensada	652.80	650.60	2.20
42	Manteca Vegetal	315.80	312.00	3.80
43	Mantequilla clarificada	8.50	7.20	1.30
44	Margarina Biscocho	481.50	478.00	3.50
45	Margarina danes	201.70	199.80	**1.90**
46	Margarina Feite	196.80	160.00	**36.80**
47	Masa Pan Dulce	12.60	12.00	**0.60**
48	Migapan	74.80	68.30	6.50
49	Moka	0.50	0.03	0.47
50	Monopals	17.00	14.22	2.78
51	Palsgard 0660	4.40	3.60	0.80
52	Palsgard 5611	12.00	12.00	**0.00**
53	Pastequilla	8.30	7.80	**0.50**
54	Piña	0.20	0.19	**0.01**
55	Polvo de Hornear	112.50	101.12	11.38
56	Propionato de sodio	8.50	6.90	1.60
57	Requesón	2,419.20	2,160.00	259.20
58	Sabor Chocolate	1.20	1.05	**0.15**
59	Sabor Leche Condensada	2.50	2.10	0.40
60	Sabor Mantequilla	14.70	14.70	**0.00**
61	Sabor Naranja	0.20	0.20	**0.00**
62	Sabor Nata	0.30	0.30	**0.00**
63	Sabor Vainilla	21.00	19.90	1.10
64	Sal	192.20	192.15	**0.05**
65	Salvado	397.40	380.00	17.40
66	Sorbato de potasio	4.70	3.60	1.10
67	Taco de Piña (relleno)	0.10	0.05	**0.05**

Fuente: Elaboración propia con los datos resultado del modelo.

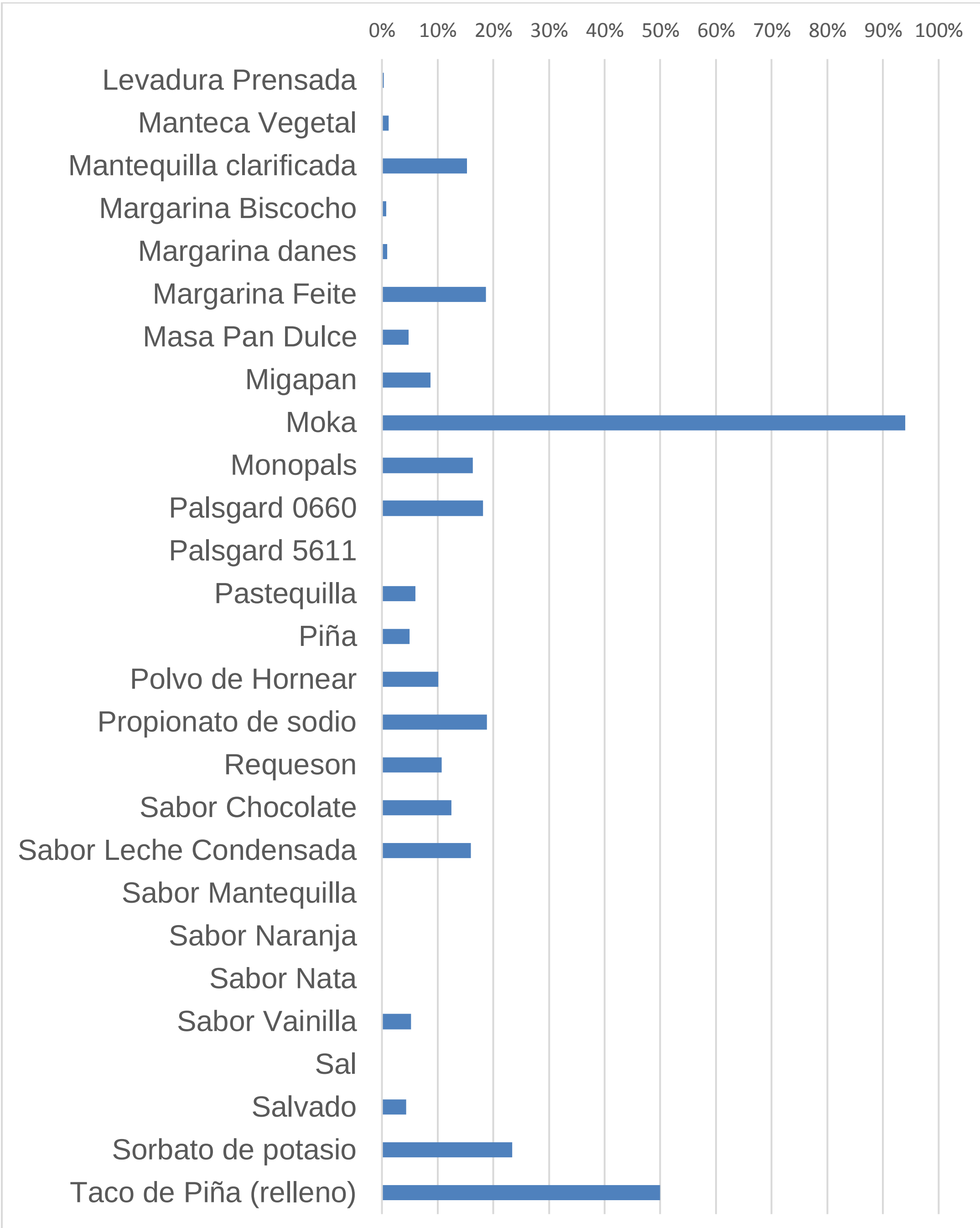
En las tablas 6 y 7 se evidencia que no se utiliza para ningún ingrediente más de lo que se tiene disponible y se destacan de color rojo las cantidades sobrantes insuficientes para producir un paño más de cualquier especie de pan. Además, se presenta en la gráfica 7 y 8, el porcentaje de la cantidad sobrante respecto a la cantidad que se tiene disponible por ingrediente en un principio.

Gráfica 7. Porcentaje de cantidad sobrante respecto a la disponible por ingrediente



Fuente: Elaboración propia con datos obtenidos de la solución del modelo.

Gráfica 8. Continuación de la gráfica 7



Fuente: Elaboración propia con datos obtenidos de la solución del modelo.

Entonces, si dicho porcentaje es demasiado grande significa que la cantidad disponible inicial de ese ingrediente podría reducirse para ajustarse a lo necesario y evitar que perezca por inutilización, es decir, solicitar menos de dicho ingrediente a los proveedores. Entonces, los porcentajes cercanos el 0 son los ingredientes utilizados prácticamente por completo para la producción solución del modelo. Es evidente entonces, que el 82.09% de los ingredientes disponibles son utilizados al menos en un 80.00%.

Existen dos ingredientes, llamados enchocolatada y moka, donde la cantidad sobrante corresponde al 75.00% y 94.00% respectivamente de lo disponible inicialmente, es ahí donde se recomiendan cambios, ajustes en la solicitud de dichos ingredientes a los proveedores y así, además de evitar que la merma sea inutilizable por ser productos perecederos, se incurre también en una reducción indirecta de costos al disminuir el monto del pedido.

Ahora bien, el siguiente conjunto de restricciones corresponde al costo total de producción, este valor debe ser menor al presupuesto semanal dirigido a costos: un millón de pesos. Al multiplicar los **costos variables** por producción, es decir, el costo por pieza de pan, por la producción de piezas óptima que arroja el modelo y sumar a esa cantidad agregada los **costos fijos** de $10,000 y $14,000 por producir pan tipo R y D respectivamente, da como resultado un monto de **egresos totales** de **$941,491.12,** efectivamente este valor es **menor a un millón** por más de 50 mil pesos. Por lo tanto, con el resultado del modelo se gasta menos de lo que se tiene disponible como presupuesto e incluso menos de los costos actuales por producción, una **reducción del 26.62%.**

Por un lado, en cuanto al siguiente conjunto de restricciones que consta de sólo la restricción de si se produce un paño de donas entonces se debe producir a lo más dos paños de conchas, hay tres tipos de donas producidas Pan Roll S.A. de C.V.: donas azucaradas, de chocolate y de moka. El resultado desplegado en la tabla 5 muestra que se deben producir 25 paños de donas (18, 6 y 1 respectivamente) y solamente uno de conchas. Por lo que, este resultado está dentro de la región factible de la limitante, se cumple la restricción.

Por otro lado, similar a la limitante anterior, la siguiente restricción dice que si se produce un paño de donas entonces se debe producir al menos dos paños de polvorones. El resultado muestra que se deben producir 50 paños de polvorones, 20 de tipo amarillo y 30 de chocolate, también este resultado está dentro de la región factible ya que se producen 25 paños de polvorones, por lo tanto, también se cumple esta restricción.

Por último, para validar el conjunto de restricciones que acota la región factible de producción de paños para cada pan distinto se despliega en la Tabla 8 y 9, la producción de piezas actual y la nueva, acotada por la izquierda por la columna que despliega el 5.00% de la producción actual y por la derecha la columna del doble de la misma:

Tabla 8. Producción actual, resultado y cotas según restricciones

#	Pan	Prod. Semanal Actual	5.00% de la prod actual	Producción resultado	Doble de la prod actual
1	BARQUILLO_CHANTY	4,884	244.20	6,512	9,768
2	BARQUILLO_CREMA	3,256	162.80	6,512	6,512
3	BISQUETE	4,514	225.70	9,028	9,028
4	CARIOCA	7,616	380.80	15,232	15,232
5	CENTENO	163,944	8,197.20	112,860	327,888
6	CHINO	6,810	340.50	681	13,620
7	CONCHA	3,120	156.00	3,120	6,240
8	CUBILETE_GLASS	10,368	518.40	17,280	20,736
9	CUBILETE_PIÑA	3,456	172.80	3,456	6,912
10	CUBILETE_QUESO	31,104	1,555.20	62,208	62,208
11	DANES	8,025	401.25	16,050	16,050
12	DOMINO_CHOCO	6,024	301.20	3,514	12,048
13	DOMINO_VAINILLA	12,939	646.95	12,258	25,878
14	DONA_AZUCAR	14,625	731.25	29,250	29,250
15	DONA_CHOCO	24,375	1,218.75	9,750	48,750

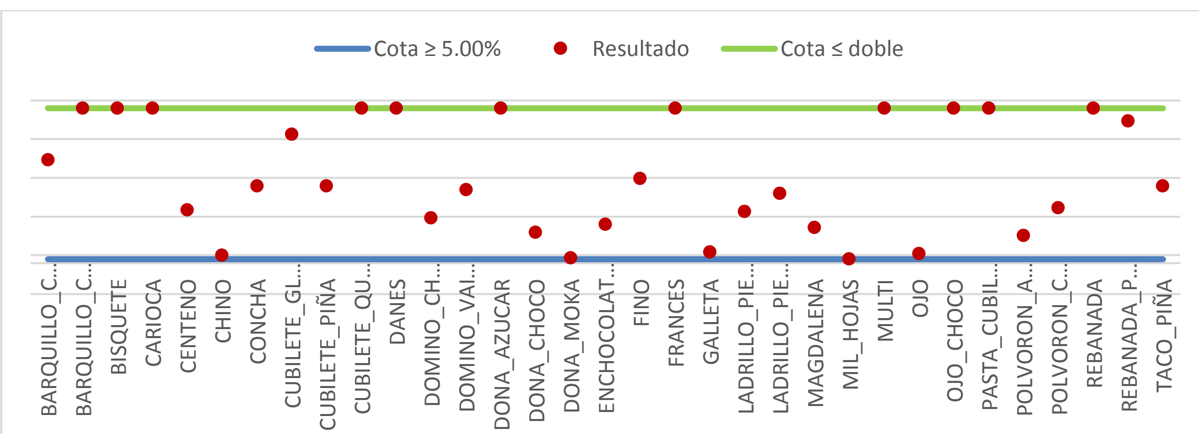
Tabla 9. Continuación de tabla 8

16	DONA_MOKA	24,375	1,218.75	1,625	48,750
17	ENCHOCOLATADA	3,250	162.50	1,625	6,500
18	FINO	11,484	574.20	12,528	22,968
19	FRANCES	4,760	238.00	9,520	9,520
20	GALLETA	1,967	98.35	281	3,934
21	LADRILLO_PIEDRA	5,304	265.20	3,536	10,608
22	LADRILLO_PIEDRA_CHOCO	4,420	221.00	3,978	8,840
23	MAGDALENA	3,666	183.30	1,692	7,332
24	MIL_HOJAS	7,800	390.00	403	15,600
25	MULTI	3,824	191.20	7,648	7,648
26	OJO	4,592	229.60	574	9,184
27	OJO_CHOCO	3,116	155.80	6,232	6,232
28	PASTA_CUBILETE	4,796	239.80	9,592	9,592
29	POLVORON_AMARILLO	13,048	652.40	4,660	26,096
30	POLVORON_CHOCO	9,912	495.60	7,080	19,824
31	REBANADA	3,808	190.40	7,616	7,616
32	REBANADA_PLATANO	11,424	571.20	20,944	22,848
33	TACO_PIÑA	3,881	194.05	3,881	7,762

Fuente: Elaboración propia con datos de Pan Roll S.A. de C.V y resultado de modelo.

Y, visualmente más evidente (en la gráfica 9), ninguna de las cantidades de piezas propuestas a producción según la solución del modelo, salen del intervalo respectivo, entonces, se concluye que **todas las restricciones** establecidas en el modelo **se cumplen**:

Gráfica 9. Porcentaje de producción resultado limitado por cotas



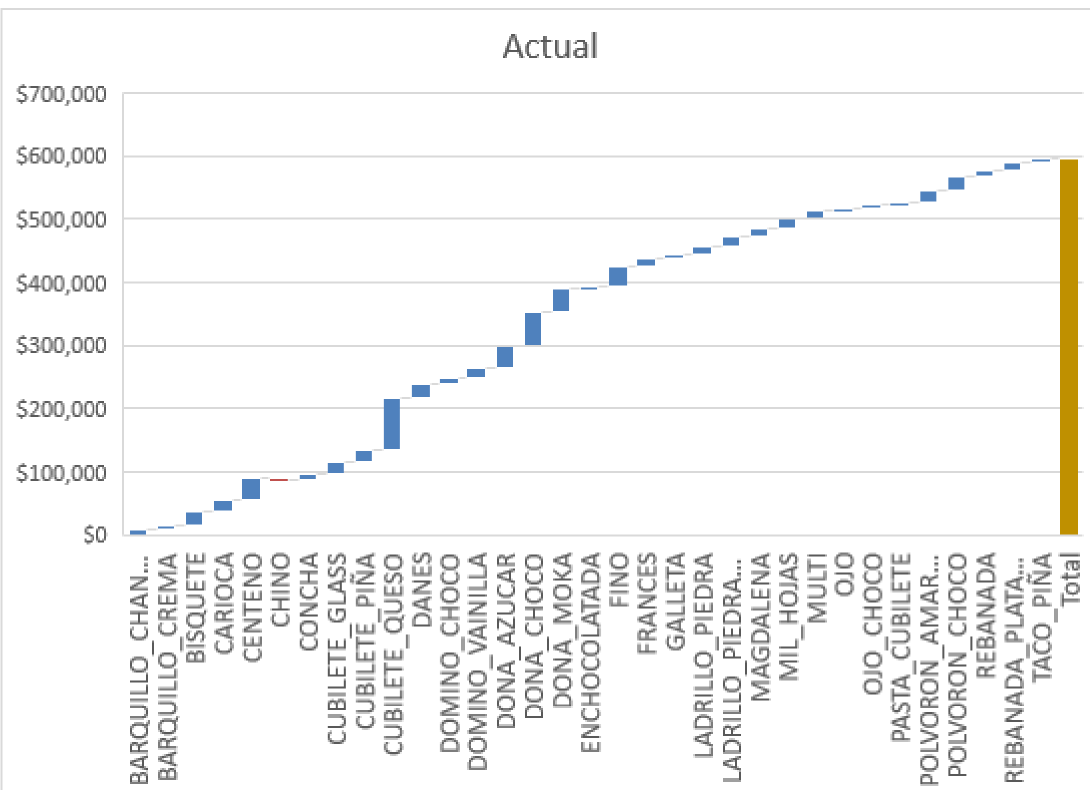
Fuente: Elaboración propia con datos resultado del modelo

Capítulo IV. Análisis de resultados

4.1 Comparación antes-después del modelo

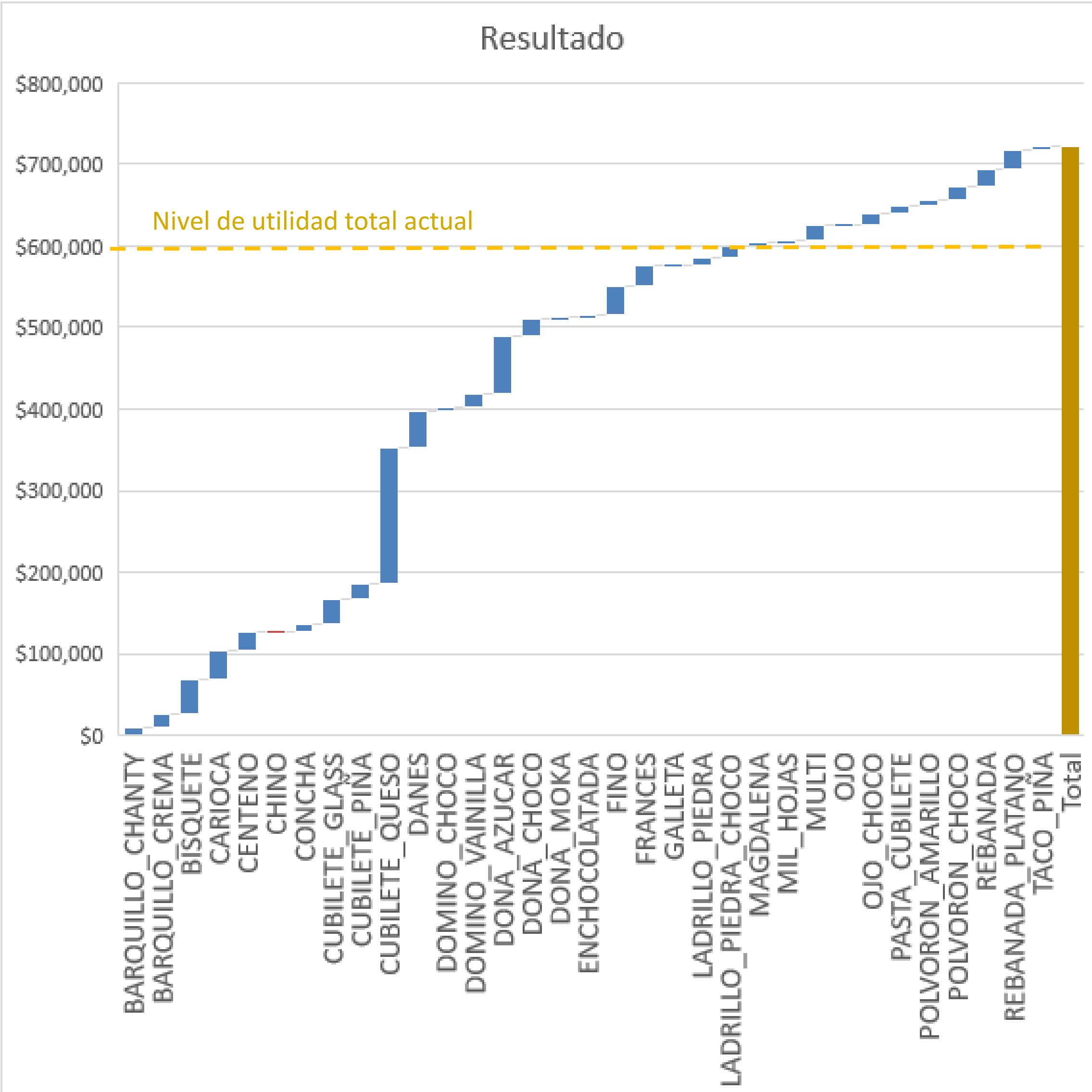
Se procede con una comparación general de la situación actual de Pan Roll S.A. de C.V. contra la situación que plantea la solución del modelo sin modificar los datos proporcionados por la empresa. En primer lugar, se responderá a la pregunta: Con la misma cantidad de ingredientes disponibles y el mismo número de especies de pan, ¿Cómo mejora la distribución de producción de éstas últimas para mejorar la utilidad final por producción de Pan Roll S.A. de C.V.? Para responderla se presentan las gráficas 10 y 11, son de tipo cascada y representan la utilidad acumulada por especie de pan (ordenadas alfabéticamente) actual y resultado, procediendo con la comparación de ellas.

Gráfica 10. Aportación a la utilidad total por especie de pan en la producción actual de Pan Roll



Fuente: Elaboración propia con datos proporcionados por Pan Roll S.A. de C.V.

Gráfica 11. Aportación a la utilidad total por especie de pan en la producción resultado.

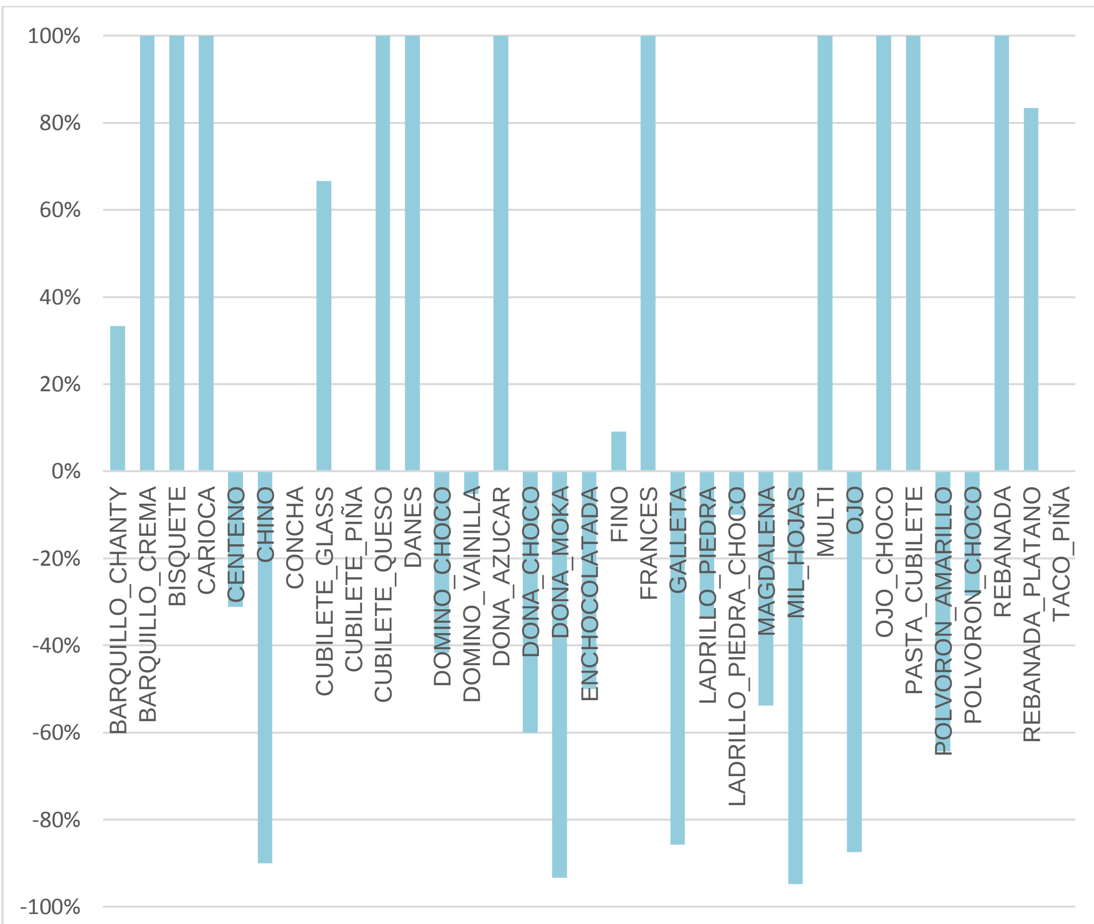


Fuente: Elaboración propia con datos resultado del modelo.

Es notable la mejora en la redistribución de los ingredientes y consecuentemente la redistribución de producción por especie de pan, ya que la producción propuesta es menor a la actual por 4.50% y al mismo tiempo se logra una mejora de la utilidad en un 22.23%.

Una interpretación válida puede ser que, al aceptar el modelo, producir las últimas once especies de pan en el orden alfabético (las que sobrepasan la línea punteada amarilla) generan utilidad adicional respecto a la total se tiene en la situación actual de Pan Roll S.A. de C.V. En definitiva, hay mejora en la distribución de la misma cantidad de ingredientes para la producción de las mismas especies, pero en diferentes cantidades.

Gráfica 12. Variación porcentual de producción resultado respecto al actual por especie.



Fuente: Elaboración propia con datos resultado del modelo.

Desde la perspectiva individual por especie de pan se puede apreciar en la gráfica 12, la diferencia porcentual entre el nivel de producción actual y el nivel de producción propuesto, el óptimo. Es correcto argumentar que las columnas negativas significan la corrección de producción para dichas especies de pan. De hecho, hasta cierto punto y sin tomar en cuenta la demanda que tuviesen, es un tanto innecesario producir grandes cantidades de dichas especies de pan y es mejor invertir esos ingredientes para producir mayor cantidad de las especies denotadas por las columnas positivas. Asimismo, las columnas cercanas a cero denotan que la producción actual de dichas especies es más cercana a ser la óptima.

En la situación actual de Pan Roll S.A. de C.V. se produce un promedio de 430,487 piezas de pan, generando un costo total de $1,282,952 que se amortigua con los ingresos totales de $1,854,736.23. La solución desplegada por el modelo arroja que se debe disminuir la cantidad de piezas de pan a producir a 411,126 significando una reducción del 4.50% lo que indirectamente conlleva a una reducción del desgaste de maquinaria, gastos de servicios como luz o agua y hasta posiblemente costos por salarios.

Ahora bien, en cuanto a montos financieros agregados o totales, por una parte, el monto de egresos totales que arroja la solución del modelo desciende hasta $941,491.12 significando un decremento en costos equivalente al 26.62% respecto a lo utilizado actualmente en Pan Roll S.A. de C.V. y al mismo tiempo un mejor uso del presupuesto semanal disponible, resultando en un sobrante de $58,508.88, monto que puede utilizarse la siguiente semana para acumular presupuesto e incurrir gradualmente en una disminución indirecta de costos.

Por otra parte, los ingresos totales también descienden a $1,640,385.64 lo que muestra un decremento del 11.56% en ingresos. No por este decremento se ve afectada la utilidad, de hecho ésta logra un incremento considerable: de $571,784.23 a **$698,894.52**, es decir, **la utilidad se mejora en un 22.23%** y en resumen, se da como consecuencia de la disminución de producción del 4.50%, un decremento de costos del 26.62% y un decremento también en los ingresos del 11.56%, se distribuye mejor la producción generando más utilidad.

Por último y no por ello menos importante, la mejora de la rentabilidad, definida como la razón de la utilidad total sobre la inversión total, demostrando numéricamente el beneficio obtenido con los esfuerzos iniciales, también se mejoró en 29.66% llegando a 74.23% lo que denota una rentabilidad innegablemente fuerte.

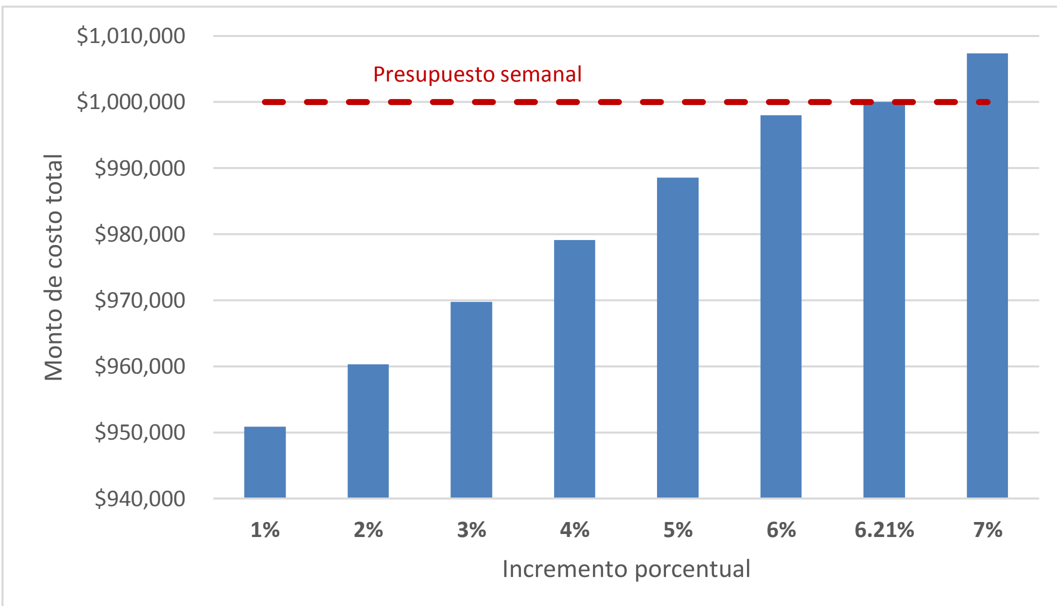
4.2 Escenarios posibles

Una estrategia común en el ámbito empresarial es suponer escenarios, ambientes que favorezcan o perjudiquen en mayor o menor medida la decisión que se planea tomar. En otras palabras, elegir estrategias a manera de intervalo según lo que pueda ocurrir y no sólo elegir la situación puntual como certera a ocurrir. Por lo tanto, se procede a formular algunas posibles estrategias dependiendo del escenario analizado, se asumirá de manera general un escenario óptimo, uno realista y uno pesimista:

1. El escenario óptimo:
   Lo ideal, es que las restricciones del modelo permanezcan inalteradas, es decir, todas las variables y limitaciones involucradas en la producción de pan se mantengan exactamente igual a como están calculadas en el modelo de programación lineal presentada en este trabajo, el resultado se mantiene de igual manera como óptimo, cada especie de pan se sigue produciendo semanalmente como el resultado lo dicta. Claro que, con una actitud extremadamente optimista, el escenario podría ser mejor de cuantas maneras la imaginación provea: un decremento en los costos por producción por

adquisición de nueva y mejor maquinaria, la llegada de un proveedor con precios menores de los ingredientes, entre otras situaciones. Para este tipo de escenarios ideales no es necesario protegerse, al contrario, sólo queda estar atento a cuando la oportunidad aparezca. En este caso la situación de Pan Roll mejoraría encontrando la nueva solución óptima alterando o agregando las nuevas limitantes y procediendo a resolver el nuevo modelo.

Gráfica 13. Costo por producción según incremento porcentual



Fuente: Elaboración propia con datos obtenidos del resultado.

2. El escenario realista:

Dado que los costos proporcionados por Pan Roll S.A. de C.V. fueron calculados tomando en cuenta variables como costos por transporte, salarios y servicios como lo son agua y gas, es prudente asumir que dichos costos tienen alta probabilidad de variar, desafortunadamente al alza. Por lo tanto, si se desea mantener el nivel de producción desplegado sujeto a que las limitaciones ligadas a costos varían, pero la restricción presupuestaria se mantuviese, es decir, se tiene $1,000,000 para costear la producción, entonces el monto total de costos, que según el modelo sería de $941,491.12, podría tener **a lo más** un incremento porcentual de 6.21% (como se muestra en la gráfica 13) si el incremento de los costos es igual al 6.00%, quedarían restante solamente a $2,019.42 del presupuesto semanal. En otras palabras, los costos totales para producir pan no deben incrementar más del 6.21%, porque sería imposible cubrirlos con el presupuesto actual disponible, cualquier incremento porcentual menor a ello, estarán cubiertos por el presupuesto disponible actual de un millón de pesos y es prudente asumir que Pan Roll S.A. de C.V está preparado para ello.

3. El escenario pesimista:
   No es sensato asumir que lo peor nunca puede ocurrir, entonces es recomendable estar preparado para el peor escenario posible. Las estrategias pueden ser completamente diferentes a las establecidas para otros escenarios y las que se formularán a continuación son la evidencia de ello:

Es de esperarse que las limitaciones no sean estáticas, es decir, si el precio de un ingrediente cambia radicalmente o un grupo de trabajadores no asisten una o más semanas ya sea por huelga, enfermedad, paternidad, entre otras razones, o de manera inesperada la maquinaria comienza a fallar hasta convertirse en obsoleta, o incluso, ya sea por demanda, temporalidad o innovación se vuelve necesario crear una nueva especie de pan alterando la cantidad total de ingredientes solicitados a proveedores, el modelo actual se necesitaría resolver nuevamente con los cambios suscitados. Es importante tomar en cuenta la posibilidad de que el modelo se vuelva infactible, un ejemplo de ello es, mantener el mismo nivel de producción, pero dado un incremento de costos, del 7.00% por ejemplo, éste se vuelve imposible porque el presupuesto semanal es insuficiente para costearlo, demostrado en el punto anterior, en el escenario realista. En este escenario en particular, existen dos vertientes: que se decida mantener el nivel de producción, lo que conllevaría a la solicitud de un presupuesto semanal mayor, aunque para mantener un equilibrio en el monto de utilidad total, se debe suscitar un incremento de precios que, debe ser al menos igual al incremento de costos. La otra vertiente es la imposibilidad de incrementar el presupuesto semanal disponible, en esta difícil situación se debe tomar la decisión de, o afrontar el decremento de utilidad venidero o cambiar el nivel de producción, es decir, resolver el modelo nuevamente para obtener el resultado óptimo sujeto a los cambios ocurridos.

Conclusiones

Como se ha demostrado en el capítulo anterior, siempre habrá soluciones para diferentes tipos de escenarios y sin importar su sentido, al final se obtendrá la mejor utilidad posible gracias al buen manejo de datos para la construcción del modelo. Así que, en este trabajo se trató profundamente y con resultados favorables el tema de la óptima utilización de los recursos para mejorar la rentabilidad de una empresa dedicada a la producción de pan (producto perecedero).

Dado el proceso de investigación, efectivamente se presentó el obstáculo de una organización estadística insuficiente, esta mejoró al organizar los ingresos y costos unitarios, por ejemplo, se encontró necesario una modificación de precio a la especie de pan llamada “chino” porque el costo por producción de dicha especie es mayor al precio de venta, eso significa que producir esta especie genera pérdidas, del mismo modo es recomendable elevar el precio de venta o buscar la manera de reducir el costo por producir “centeno”, “ojo” o “enchocolatada” para lograr utilidad suficiente por producción de dichas especies de pan. Actualmente, existen varias especies de pan que aportan muy poco a la utilidad de Pan Roll S.A. de C.V., pudiese considerarse prudente eliminar dichas especies del catálogo, a menos que la demanda de éstos lo impida. Es importante tener en cuenta que no sólo importa la utilidad de determinadas especies de pan, sino también la cantidad de ingredientes utilizadas por esta especie y el costo de estos ingredientes.

En efecto, las herramientas aprendidas en los cursos “Investigación de Operaciones I y II” son verdaderamente útiles en la realidad de una empresa, habiendo comparado entonces la situación actual de Pan Roll S.A. de C.V. en cuanto a producción se refiere, contra la solución desplegada por el modelo podemos concluir que simultáneamente se ha comprobado la hipótesis y se ha cumplido también el objetivo principal, en primer lugar **sí es factible mejorar la utilidad total por producción de Pan Roll S.A. de C.V.** mediante el planteamiento y la **optimización** de un modelo matemático de programación lineal, y en segundo lugar, se ha logrado obtener el nivel de producción semanal óptimo **generando 22.23% más utilidad** sujeta a las restricciones indicadas por la empresa y utilizando lo más y mejor posible los ingredientes disponibles. Además, el resultado favorable se evidencia también a través del cumplimiento de los objetivos específicos:

- Se tomó en cuenta producción, ingreso y costo unitario (costos fijos también fueron contemplados) además de la disponibilidad de cada ingrediente y el uso preciso de estos para cada especie de pan. Por temas de confidencialidad, la demanda exacta por especie de pan no fue proporcionada, pero aseguran cumplir con ella en su totalidad sin una cantidad relevante de oferta sin vender. De hecho, compartieron que la cartera potencial de clientes se calcula en el doble de la cartera actual, es por ello que, una restricción del modelo limita a no producirse más del doble por especie de pan, porque Pan Roll S.A. de C.V. podrá vender sin mayor problema cualquier cantidad menor al doble.

- Al contar con la producción óptima de cada especie de pan, se cuenta también con la utilización de cada uno de los ingredientes. Por ejemplo, como se observó en la Tabla 5, existen 29 de 67 ingredientes que se consideran insuficientes para la producción de algún otro paño, pero también existen algunos ingredientes con cantidades sobrantes aún muy altas como es el caso del azúcar glass, enchocolatada (ingrediente), kilo de masa, moka o el relleno del taco de piña con un porcentaje de utilización menor al 60.00% respecto al disponible semanalmente. Para evitar la situación de tener ingredientes perecederos la recomendación es solicitar menos a los proveedores y así utilizar los sobrantes, incurriendo en una disminución extra e indirecta de costos. Además, al reducir la producción un 6.00%, se incurre también en una menor utilización en la maquinaria e incluso un menor uso en el recurso humano, por lo que el costo por mantenimiento para las máquinas de producción se aplazaría, de la misma manera el costo por salarios reduciendo jornadas o trabajadores.

- Por último, en la sección anterior se contemplaron algunas alternativas posibles dados tres tipos de escenarios posibles, en todos ellos el planteamiento correcto y completo del modelo es indispensable.

Finalmente, se propone seguir realizando estudios con base en la perspectiva desarrollada en el presente trabajo, si bien se tomaron en cuenta el mayor número de variables cuantitativas que pudieron recabarse, es importante conocer el contexto preciso del proceso en la producción y del mercado.

Entonces, el planteamiento de un nuevo estudio que surge a partir de lo no abordado en este trabajo consiste en un cálculo metódico más preciso para el conocimiento del costo por pieza tomando en cuenta el uso exacto en tiempo y energía para las máquinas y personas involucradas, así podría desarrollarse un modelo para cada etapa del proceso de producción posiblemente incluyendo modelos de tipo asignación o incluso de transporte.

La perspectiva de esta tesis radicó en la oferta, pero sin duda ésta se complementa en el mercado con la demanda, con el conocimiento profundo de la cartera de clientes con las cantidades por especie provista por Pan Roll S.A. de C.V durante determinado periodo, se pueden establecer modelos de programación lineal mejor ajustados a la realidad, brindando un resultado de utilidad más preciso porque se acerca también al resultado que satisface la demanda mínima. Incluso un resultado más cercano a la realidad pudiera desplegarse con el conocimiento en distancias para la entrega de pan, encontrando la ruta óptima para satisfacer toda la demanda en el menor tiempo/distancia posible. Así que, entre más información sea provista, más cercano a la realidad será el planteamiento del modelo, por lo que se tendrá la certeza de tener el mejor resultado posible, **el óptimo.**

Anexos

Anexo 1. Matriz de afectación de recursos:

Cantidad kg necesaria para un paño de → / utilizando ↓	Barquillo Chanty	Barquillo Crema	Bisquete	Carioca	Centeno	Chino	Concha	Cubilete Glass	Cubilete Piña	Cubilete Queso	Danes	Domino Choco	Domino Vainilla	Dona Azucar	Dona Choco	Dona Moka	Enchocolatada	Fino	Frances	Galleta	Ladrillo Piedra	Ladrillo Piedra Choco	Magdalena	Mil Hojas	Multi	Ojo	Ojo Choco	Pasta Cubilete	Polvoron Amarillo	Polvoron Choco	Rebanada	Rebanada Platano	Taco Piña
Aceite						21						12	21											2		21	21						
Agua	30	30	18	38	8	21	36				40	12	21	30	30	30	30	10	14		10	10	2.5			21	21				38	38	44
Azucar	24	24	22	22	7	21	22	27	27	27	26	16.3	21	24	24	24	24	8	1.6		7	7	3.5	6	22.5	21	21	50	6	6	22	22	
Azucar glass								0.16												3													
Butao	5	5					18							5	5	5	5																
Cafe					0.3																												
Canela																		3															
Chabacana				0.61																													
Chocolate	0.03																					0.73										0.05	
Cocoa natural												0.5																		0.3			
Cocoa oscura												0.5																					
Color Amarillo huevo	0.04	0.04		0.04		0.02	0.04				0.04		0.02	0.04	0.04	0.04	0.04						0.02	0		0.02	0.02	0.04	0.02		0.04	0.04	0.02
Crema								0.6																									
Crema Batida (varia)								15	15	15																							
Crema para batir	0.03																																
Crema pastelera		0.07																															

Cremaquilla				1.4																													
Cubilete de glass								1.85																									
Cubilete de Piña									1.85																								
Desperdicio pan Dulce																					23	23											
Dimodan											0.3																						
Dry glucosa												1																					
Enchocolatada																	0.05																
Fecula de maiz								27	27	27																							
Flan								9	9	9																							
Gluten							1					0.4																					
Grasa butirica							1.2																										
Grasa vegetal				18	4			27	27	27	9							16					1					24			18	18	13
Harina escudo	88	88	88	88	25	30	88				88	20	30	88	88	88	88	40	44	10	20	20	10	7.5	30	30	30	100	10	10	88	88	
Harina Medalla de Oro																																	88
Hielo																			13														
Huevo	20	20	28	18	5	14	22				20	14	14	20	20	20	20	14		1			4	14	24	14	14	28	1	1	18	18	
Instant TEX							1.3					1																					
Kilo de masa																				1													
Lactimill	0.02	0.02												0.02	0.02	0.02	0.02																
Lactipol				0.15							0.4																				0.15	0.15	
Leche cocida											0.3																						
Leche Condensada								0.5	0.5	0.5																							

Leche en polvo												1																					
Levadura																			1.2														
Levadura Prensada	4.8	4.8	2.4	4	1.6	0.4	5				5.6		0.4	4.8	4.8	4.8	4.8	2			0.4	0.4	0.2			0.4	0.4				4	4	
Manteca Vegetal																			1	2									6	6			
Mantequilla clarificada											1.2																						
Margarina Biscocho	5	5												5	5	5	5			5	5	5	3		25								
Margarina danes											33.3																						
Margarina Feite			40																														
Masa Pan Dulce																							2										
Migapan					0.3		1											0.4	0.55														
Moka																0.03																	
Monopals												0.26												0.4									
Palsgard 0660	0.3	0.3					1.2																										
Palsgard 5611	0.15	0.15		0.3										0.15	0.15	0.15	0.15														0.3	0.3	
Pastequilla							0.6				1.2																						
Piña									0.19																								
Polvo de Hornear			3.2			1.2						0.8	1.2								1	1	0.5	0.12	0.3	1.2	1.2	2	0.3	0.3			
Propionato de sodio												0.2												0.1	0.3								
Requeson								90	90	90																							
Sabor Chocolate												0.15																					
Sabor Leche Condensada							0.3				0.3																						
Sabor Mantequilla	0.15	0.15		0.15		0.15	0.15				0.3		0.15	0.15	0.15	0.15	0.15									0.15	0.15				0.15	0.15	

Sabor Naranja																													0.01				
Sabor Nata							0.3																										
Sabor Vainilla	0.15	0.15		0.3			0.15							0.15	0.15	0.15	0.15			0.5			0.1	0.15				0.5			0.3	0.3	
Sal	1.5	1.5	1.6	1.5	0.3	0.3	1.5				1.5	0.2	0.3	1.5	1.5	1.5	1.5	0.6	0.85					0.1	0.3	0.3	0.3	0.3			1.5	1.5	0.55
Salvado					2																												
Sorbato de potasio												0.2												0.04	0.12								
Taco de Piña (relleno)																																	0.05

Fuente: Elaboración propia con datos proporcionados por Pan Roll S.A. de C.V.

Bibliografía

Castillo-Vergara, M., Homero Cortes, F., Vigorena Merino, C. I., Diaz Gomez, R. A., & Espindola Arellano, C. (2014). Optimización de la distribución de agua potable rural mediante el uso de la programación lineal. *Ingeniería Industrial. Actualidad y Nuevas Tendencias*, (13).

Eppen, G. D. (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa: construcción de modelos para la toma de decisiones con hojas de cálculo electrónicas.* Pearson educación.

Frontline Solvers. (2018). *Excel solver: Interpreting the answer report*. Nevada, EU.: Frontline Systems Inc. Recuperado de https://www.solver.com/excel-solver-interpreting-answer-report

Gunnerud, V., & Foss, B., McKinnon, K., y Nygreen B. (2010). Oil production optimization—A piecewise linear model, solved with two decomposition strategies. *Computers & Chemical Engineering, 34 (1)*, 1803-1812. doi: 10.1016/j.compchemeng.2009.10.019

Hillier, F. S. (2012). *Introduction to operations research*. California, US: Tata McGraw-Hill Education.

Holzman, A. G. (1981). *Mathematical Programming for Operations Researchers and Computer Scientists*. Nueva York: EU: M. Dekker.

Lord, M. S., MohebbiBazardeh, S., ShararehKhoshneod, N., Rasht-Abadi, F., & Mohammad, M. S. O. (2013). *Linear Programming & Optimizing the Resources*. US: Interdisciplinary Journal of Contemporary research in business.

Pan Roll S.A. de C.V (s/f). *Nuestra Empresa*. CDMX: Pan Roll S.A. de C.V. Recuperado de http://www.panroll.com.mx/#nuestraempresa

Reyes Zotelo, Y., Mula, J., Díaz-Madroñero Boluda, F. M., & Gutiérrez González, E. (2017). Plan maestro de producción basado en programación lineal entera para una empresa de productos químicos. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, 24, 147-168.

Roldán A. (2017). *Historia de la Programación*. España: Ciberaula. Recuperado de http://www.ciberaula.com/articulo/historia_programacion

Rong, A., & Lahdelma, R. (2005). An efficient linear programming model and optimization algorithm for trigeneration. *Applied energy*, 82, 40-63.

Soyster, A. L. (1973). Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operations research,* 21(5), 1154-1157.

Torres, N. V., Voit, E. O., & González-Alcón, C. (1996). Optimization of nonlinear biotechnological processes with linear programming: application to citric acid production by Aspergillus niger. *Biotechnology and Bioengineering*, 49(3), 247-258.

Ulloa, L. M., & Quesada, M. A. P. (2005). *Investigación de operaciones*. Euned.

Vargas, J. (2010). *Historia y evolución de la Investigación de Operaciones*. Colombia: Universidad Cooperativa de Colombia. Recuperado de https://prezi.com/gzjdksjjknzr/historia-y-evolucion-de-investigacion-de-operaciones/

Winston, W. L., and Goldberg, J. B. (2004). *Operations research: Applications and Algorithms* (4ª edición). Belmont, EU.: Cengage Learning.

Zapata, C. (2013). *Programación lineal en la investigación de operaciones*. Bogotá: Gestiópolis. Recuperado de https://www.gestiopolis.com/programacion-lineal-en-la-investigacion-de-operaciones/