Ejemplo

Solución

Datos

$x=340$
$\varepsilon=0.02$
$n=?$
$N=500$
$IC=95\ \%$

Fórmula

$$n=\left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 pq$$

$$IC=0.5-(0.95/2)$$
$$=0.025$$

z=1.96

En una muestra aleatoria de 500 familias que tienen televisores en la ciudad de México, se encuentra que 340 están suscritas a HBO. ¿Qué tan grande se requiere que sea una muestra si se quiere tener 95% de confianza de que la estimación de P esté dentro de 0.02?

Una estimación de p se obtiene de la siguiente forma:

$$p=\frac{340}{500}=0.68$$

$$n=\left(\frac{1.96}{0.02}\right)^2(0.68\times(1-0.68))$$

$$n=(98)^2\times(0.2176\ )$$
$$n=2089.8304\ \approx 2090$$

Así que, si basamos nuestra estimación de ***P*** sobre una muestra aleatoria de tamaño 2090, se tendrá una confianza del 95% de que nuestra proporción muestral no difiera de la proporción real por más de 0.02.

Ejemplo

Una legisladora municipal desea encuestar a los residentes de su municipio para conocer qué proporción del electorado conoce la opinión de ella, respecto al uso de fondos estatales para pagar abortos. ¿Qué tamaño de muestra se necesita si se requiere un intervalo de confianza del 95% y un error máximo de estimación de 0.10?

Ejemplo

Solución

Datos

$x=$

$\varepsilon=0.10$

$n=?$

$N=$

$IC=95\ \%$

Fórmula

$$n=\left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 pq$$

$$IC=0.5-(0.95/2)$$
$$=0.025$$

z=1.96

Una regidora municipal desea encuestar a los residentes de su municipio para conocer qué proporción del electorado conoce la opinión de ella, respecto al uso de fondos estatales para pagar abortos. ¿Qué tamaño de muestra se necesita si se requiere un intervalo de confianza del 95% y un error máximo de estimación de 0.10?

Dado que se desconoce totalmente la proporción de residentes que conoce la opinión de la regidora, se utilizará un valor de 0.5 para *p.*

$$n=\left(\frac{1.96}{0.10}\right)^2(0.5\times 0.5)$$

$$n=(19.6)^2(0.5\times 0.5)$$
$$n=384.16\times(0.25)$$
$$n=96.04\approx 97$$

Se requiere un tamaño de muestra de 97 residentes para que con una confianza del 95% la estimación tenga un error máximo de 0.10.

Cálculo para el tamaño de una muestra para estimar una diferencia de medias

Si recordamos la distribución muestral de diferencia de medias se tiene que el error está dado por:

$$\varepsilon = z\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

En esta ecuación se nos pueden presentar dos casos:

a) Los tamaños de muestra son iguales.

b) Los tamaño de muestra son diferentes .

Para el primer caso no hay ningún problema $n_1=n_2=n$, ya l despejar se tiene:

$$n = \frac{z^2}{\varepsilon^2}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right)$$

Para el segundo caso se pondrá una *n en función de la otra. Este caso se utiliza* cuando las poblaciones son de diferente tamaño y se sabe que una es *k veces* mayor que la otra.

$$\varepsilon = z\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \Rightarrow n_2 = kn_1 \therefore$$

$$\varepsilon = z\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{kn_1}}$$

Que al despejar n se obtiene:

$$n_1 = \frac{z^2}{\varepsilon^2 k}\left(k\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right) \ y \ si \ n_1 = kn_2 \Rightarrow$$

$$n_2 = \frac{z^2}{\varepsilon^2 k}\left(\sigma_1^2 + k\sigma_2^2\right)$$

Ejemplo

Un director de personal quiere comparar la efectividad de dos métodos de entrenamiento para trabajadores industriales a fin de efectuar cierta operación de montaje. Se divide un número de operarios en dos grupos iguales: el primero recibe el método de entrenamiento 1, y el segundo, el método 2. Cada uno realizará la operación de montaje y se registrará el tiempo de trabajo. Se espera que las mediciones para ambos grupos tengan una desviación estándar aproximadamente de 2 minutos. Si se desea que la estimación de la diferencia en tiempo medio de montaje sea correcta hasta por un minuto, con una probabilidad igual a 0.95, ¿cuántos trabajadores se tienen que incluir en cada grupo de entrenamiento?

Ejemplo

Solución

Datos

$\sigma_1 = \sigma_2 = 2$

$\varepsilon = 1$

$n = ?$

$IC = 95\ \%$

Fórmula

$$n = \frac{z^2}{\varepsilon^2}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right)$$

$$IC = 0.5 - (0.95/2)$$
$$= 0.025$$

z=1.96

Un director de personal quiere comparar la efectividad de dos métodos de entrenamiento para trabajadores industriales a fin de efectuar cierta operación de montaje. Se divide un número de operarios en dos grupos iguales: el primero recibe el método de entrenamiento 1, y el segundo, el método 2. Cada uno realizará la operación de montaje y se registrará el tiempo de trabajo. Se espera que las mediciones para ambos grupos tengan una desviación estándar aproximadamente de 2 minutos. Si se desea que la estimación de la diferencia en tiempo medio de montaje sea correcta hasta por un minuto, con una probabilidad igual a 0.95, ¿cuántos trabajadores se tienen que incluir en cada grupo de entrenamiento?

$$n = \frac{z^2}{\varepsilon^2}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right) = \left(\frac{1.96}{1}\right)^2 (2^2 + 2^2)$$

$$n = (1.96)^2 (2^2 + 2^2) = 30.7328 \approx 31$$

Cada grupo debe contener aproximadamente 31 empleados.

Cálculo para el tamaño de una muestra para estimar una diferencia de proporciones

Si recordamos la distribución muestral de diferencia de proporciones se tiene que el error esta dado por:

$$\varepsilon = z\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1}+\frac{p_2q_2}{n_2}}$$

De igual forma para trabajar esta ecuación se nos pueden presentar dos casos:

a) Los tamaños de muestra son iguales.

b) Los tamaño de muestra son diferentes .

Al igual que en la diferencia de medias para el primer caso no hay ningún problema $n_1=n_2=n$, y al despejar se tiene:

$$n = \frac{z^2}{\varepsilon^2}\left(p_1q_1 + p_2q_2\right)$$

Y de igual forma, para el segundo caso se pondrá una *n en función de la otra. Este caso se utiliza* cuando las poblaciones son de diferente tamaño y se sabe que una es *k veces* mayor que la otra.

$$\varepsilon = z\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} \Rightarrow n_2 = k n_1 \therefore$$

$$\varepsilon = z\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{k n_1}}$$

Que al despejar n se obtiene:

$$n_1 = \frac{z^2}{\varepsilon^2 k}\left(k\, p_1 q_1 + p_2 q_2\right) \;\; y \;\; si \;\; n_1 = k n_2 \Rightarrow$$

$$n_2 = \frac{z^2}{\varepsilon^2 k}\left(p_1 q_1 + k\, p_2 q_2\right)$$

Ejemplo

Una compañía de productos alimenticios contrató a una empresa de investigación de mercadotecnia, para muestrear dos mercados, I y II, a fin de comparar las proporciones de consumidores que prefieren la comida congelada de la compañía con los productos de sus competidores. No hay información previa acerca de la magnitud de las proporciones P_1 y P_2. Si la empresa de productos alimenticios quiere estimar la diferencia dentro de 0.04, con una probabilidad de 0.95, ¿Cuántos consumidores habrá que muestrear en cada mercado?

Ejemplo

Solución

Datos

$\sigma_1 = \sigma_2 = 2$
$\varepsilon = 0.04$
$n = ?$
$IC = 95\ \%$

Fórmula

$$n = \frac{z^2}{\varepsilon^2}(p_1 q_1 + p_2 q_2)$$

$$IC = 0.5 - (0.95/2)$$
$$= 0.025$$

z=1.96

Una compañía de productos alimenticios contrató a una empresa de investigación de mercadotecnia, para muestrear dos mercados, I y II, a fin de comparar las proporciones de consumidores que prefieren la comida congelada de la compañía con los productos de sus competidores. No hay información previa acerca de la magnitud de las proporciones P_1 y P_2. Si la empresa de productos alimenticios quiere estimar la diferencia dentro de 0.04, con una probabilidad de 0.95, ¿Cuántos consumidores habrá que muestrear en cada mercado?

$$n = \frac{z^2}{\varepsilon^2}(p_1 q_1 + p_2 q_2) = \left(\frac{1.96}{0.04}\right)^2 (0.5 \times 0.5 + 0.5^2)$$

$$n = \left(\frac{1.96}{0.04}\right)^2 (0.5) = 1200.5 \approx 1201$$

Se tendrá que realizar encuestas a 1201 consumidores de cada mercado para tener una estimación con una confianza del 95% y un error máximo de 0.04.


Prueba de hipótesis!
Prueba de hipótesis

Introducción

En las secciones anteriores mostramos cómo es posible estimarse un parámetro a partir de datos contenidos en una muestra. Puede encontrarse o bien un sólo número (estimador puntual) o un intervalo de posibles valores (intervalo de confianza). Sin embargo, en muchos problemas de ingeniería, ciencia, y administración, es necesario saber tomar decisiones entre aceptar o rechazar una proposición sobre algún parámetro. Esta proposición recibe el nombre de **hipótesis.** Este es uno de los aspectos más útiles de la inferencia estadística, puesto que muchos tipos de problemas de toma de decisiones, pruebas o experimentos en el mundo de la ingeniería, pueden formularse como problemas de prueba de hipótesis.

Definición

HIPÓTESIS

Una **hipótesis estadística es una proposición o supuesto sobre los parámetros** de una o más poblaciones.

Supongamos que se tiene interés en la rapidez de combustión de un agente propulsor sólido utilizado en los sistemas de salida de emergencia para la tripulación de aeronaves. El interés se centra sobre la rapidez de combustión promedio. De manera específica, el interés recae en decir si la rapidez de combustión promedio es o no es de 50 cm/s. Esto puede expresarse de manera formal como

H_o; $\mu = 50$ cm/s
H_1; $\mu \neq 50$ cm/s

La proposición H_o; $\mu = 50$ cm/s, se conoce como **hipótesis nula,** mientras que la proposición H_1; $\mu \neq 50$ cm/s, recibe el nombre de **hipótesis alternativa.** Puesto que la hipótesis alternativa especifica valores de μ que pueden ser mayores o menores que 50 cm/s, también se conoce como **hipótesis alternativa bilateral.** En algunas situaciones, lo que se desea es formular una hipótesis alternativa unilateral.

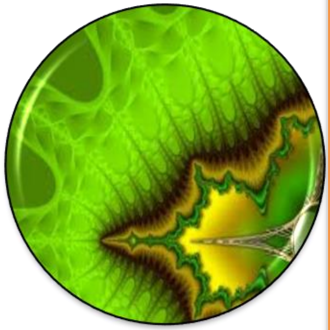
HIPÓTESIS unilateral

H_o; $\mu = 50$ cm/s
H_1; $\mu < 50$ cm/s

H_o; $\mu = 50$ cm/s
H_1; $\mu > 50$ cm/s

Observación

Es importante recordar que las hipótesis siempre son proposiciones sobre la **población** o **distribución** bajo estudio, no proposiciones sobre la muestra. Por lo general, el valor del parámetro de la población especificado en la hipótesis nula se determina en una de tres maneras diferentes:



Puede ser resultado de la experiencia pasada o del conocimiento del proceso, entonces el objetivo de la prueba de hipótesis usualmente es determinar si ha cambiado el valor del parámetro.

Puede obtenerse a partir de alguna teoría o modelo que se relaciona con el proceso bajo estudio. En este caso, el objetivo de la prueba de hipótesis es verificar la teoría o modelo.

Cuando el valor del parámetro proviene de consideraciones externas, tales como las especificaciones de diseño o ingeniería, o de obligaciones contractuales. En esta situación, el objetivo usual de la prueba de hipótesis es probar el cumplimiento de las especificaciones.

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-4.0	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00002	0.00002	0.00002	0.00002
-3.9	0.00005	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00003	0.00003
-3.8	0.00007	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005
-3.7	0.00011	0.00010	0.00010	0.00010	0.00009	0.00009	0.00008	0.00008	0.00008	0.00008
-3.6	0.00016	0.00015	0.00015	0.00014	0.00014	0.00013	0.00013	0.00012	0.00012	0.00011
-3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
-3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
-3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
-3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
-3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
-3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00103	0.00100
-2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
-2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
-2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
-2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
-2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480
-2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
-2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
-2.2	0.01390	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.01160	0.01130	0.01101
-2.1	0.01786	0.01743	0.01700	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.01500	0.01463	0.01426
-2.0	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02067	0.02018	0.01970	0.01923	0.01876	0.01831
-1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.02680	0.02619	0.02559	0.02500	0.02442	0.02385	0.02330
-1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
-1.7	0.04456	0.04363	0.04272	0.04181	0.04093	0.04006	0.03920	0.03836	0.03754	0.03673
-1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
-1.5	0.06681	0.06552	0.06425	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
-1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07214	0.07078	0.06944	0.06811
-1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
-1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09852
-1.1	0.13566	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
-1.0	0.15865	0.15625	0.15386	0.15150	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
-0.9	0.18406	0.18141	0.17878	0.17618	0.17361	0.17105	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
-0.8	0.21185	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
-0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23269	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21769	0.21476
-0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26434	0.26108	0.25784	0.25462	0.25143	0.24825	0.24509
-0.5	0.30853	0.30502	0.30153	0.29805	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28095	0.27759
-0.4	0.34457	0.34090	0.33724	0.33359	0.32997	0.32635	0.32276	0.31917	0.31561	0.31206
-0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36692	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34826
-0.2	0.42074	0.41683	0.41293	0.40904	0.40516	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38590
-0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43250	0.42857	0.42465
-0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48404	0.48006	0.47607	0.47209	0.46811	0.46414