

# El principio de equivalencia y la mecánica cuántica

Pablo Cajero Vázquez\*, José Antonio Aguilar Sánchez\* y Ricardo García Salcedo\*\*

Recepción: 20 de septiembre de 2005

Aceptación: 25 de febrero de 2006

\* Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma del Estado de México. Correo electrónico: pablocajero@mailycos.com y jaas@uaemex.mx  
 \*\* Cinvestav, Unidad Monterrey. Correo electrónico: rsalcedo@cinvestav.mx

**Resumen:** El año 1666 es considerado por algunos historiadores como el *Annus Mirabilis* (año milagroso), gracias a la aportación de Issac Newton a la física. En nuestros días esto debe tener una connotación diferente, pues en 1905 el joven de 26 años Albert Einstein, –cuatro años antes de conseguir un trabajo como profesor de Física–, publicó su tesis doctoral y cuatro de los más importantes artículos en la historia de la ciencia, todos escritos en su tiempo libre. La Organización de las Naciones Unidas declaró el 2005 “Año Mundial de la Física” para celebrar el centenario del *Annus Mirabilis* de Einstein. Como un homenaje, en este artículo se verifica el Principio de Equivalencia, uno de los conceptos fundamentales de la teoría de Einstein. Se expondrá una posible violación del Principio de Equivalencia Débil en el mundo cuántico, presente en experimentos de interferencia en el nivel atómico realizados por Collela, Overhauser y Werner durante la década de los setenta, conocidos como tipo COW.

**Palabras clave:** Principio de equivalencia, interferómetro.

## Equivalence Principle and Quantum Mechanics

**Abstract:** 1666 is considered by some historians to be the “Annus Mirabilis” (“miracle year”), thanks to the wonderful contribution of Issac Newton to physics. Now this must have a different connotation because in 1905, the young scientist of 26 years, Albert Einstein, four years before finding a job as a professor of physics, published four of the most important articles in the history of science, as well as his doctoral thesis, which were all written in his free time. The United Nations declared 2005 as “the World-Wide Year of the Physics” to celebrate the centenary of the “Annus Mirabilis” of Einstein. As a homage, this article verifies the Principle of Equivalence, one of the most fundamental concepts of Einstein’s theory. A possible violation of the Principle of Weak Equivalence in the quantum world is exposed, as presented in the atomic level interference experiments achieved by Collela, Overhauser and Werner during the seventies well-known as COW (Collela-Overhauser-Werner).

**Key words:** Equivalence principle, interferometer.

## 1. El Principio de Equivalencia

En un largo poema titulado *Annus Mirabilis: The Year et the Wonders* (el año de las maravillas), el afamado poeta de la Restauración John Dryda celebra tanto la victoria de la flota inglesa sobre la holandesa como el hecho de que Londres se hubiese salvado del Gran Incendio, ocurrido en 1666. El término fue usado más tarde para celebrar las

actividades científicas de Isaac Newton (1642-1727) durante el mismo año en el que sentaron las bases de su versión del cálculo infinitesimal, su teoría de los colores y la teoría de gravitación, consolidando así las bases de gran parte de la Física y la Matemática que revolucionaron la ciencia del siglo XVII.

Es por ello que para cualquiera que se encuentre familiarizado con la historia de la ciencia moderna, la expresión

“año milagroso” de inmediato le trae a la mente su equivalencia en latín *Annus Mirabilis*. Es también adecuado usar la expresión al año 1905 durante el cual Albert Einstein (1879-1955) no sólo llevó a su culminación parte del legado de Newton, sino también sentó las bases para una ruptura con dicho legado, revolucionando la ciencia del siglo XX. Por ello resulta evidente y necesario hacer un recuento de lo logrado por Einstein en su *Annus Mirabilis*, y de los principios más fundamentales que nos legó en sus teorías: relatividad especial y general, siendo uno de sus principios el Principio de Equivalencia (PE), rindiendo así un merecido homenaje a uno de los últimos y más grandes genios que haya pisado la Tierra.

Galileo Galilei (1564-1642), establece el Principio de Equivalencia en 1604 cuando deja caer objetos de diferentes pesos y composición desde la Torre inclinada de Pisa. Todos los objetos fueron afectados de igual forma por la gravedad, de modo que todos cayeron con la misma velocidad. En 1687, Newton publicó una explicación en apoyo de lo anterior en sus libros titulados *Principia Mathematica*. Einstein por su cuenta amplió e hizo uso de ese principio hace aproximadamente 100 años, percibiendo que la característica más importante de la gravedad es que no se puede distinguir entre masa inercial –que puede ser considerada como la resistencia al movimiento– y masa gravitacional –presente en la ecuación de movimiento de caída libre– como se verá más adelante. La misma idea puede expresarse de forma diferente diciendo que no se puede distinguir entre un campo gravitacional uniforme y un marco uniformemente acelerado.

Einstein desarrolló una nueva concepción sobre el espacio y el tiempo que ahora se conoce como teoría de la relatividad especial, la cual parecía encajar bien con la teoría aceptada de la electrodinámica de Maxwell. Un observador que se mueva con velocidad constante observará que los intervalos de espacio y tiempo y además los campos electromagnéticos, quedan modificados por el movimiento del observador, de tal forma que las ecuaciones de Maxwell seguirán siendo válidas a pesar del movimiento (lo que no es sorprendente porque la relatividad especial fue desarrollada en concreto para satisfacer este requisito). Pero la teoría de la gravitación de Newton no encaja en la teoría de la relatividad especial de Einstein, la fuerza gravitacional entre el Sol y un planeta depende de la distancia entre sus posiciones en el mismo instante, pero en relatividad especial no existe significado absoluto para la simultaneidad: dependiendo de su estado de movimiento, diferentes observadores discreparán sobre si un suceso ocurre antes o después o al mismo tiempo que otro.

Existían varios modos de parchar la teoría de Newton para que concordara con la relatividad especial, Einstein ensayó al menos unos de ellos antes de llegar a la teoría de la relatividad general. La clave que en 1907 le puso en camino hacia la relatividad general fue una propiedad familiar y distintiva de la gravitación: la fuerza de la gravedad es proporcional a la masa del cuerpo sobre el que actúa. Einstein reflexionó sobre el hecho de que ésta es precisamente la forma en que las fuerzas inerciales actúan sobre nosotros cuando nos movemos con una velocidad o dirección no uniformes; es una fuerza de inercia la que empuja a los pasajeros contra el respaldo de sus asientos cuando un avión acelera para despegar. La fuerza centrífuga que mantiene a la Tierra y le impide caer al Sol es también una fuerza inercial. Todas esas fuerzas inerciales son, como la fuerza gravitacional, proporcionales a la masa del cuerpo sobre el que actúan. Quienes estamos en la Tierra no sentimos ni el campo gravitacional del Sol ni la fuerza centrífuga debida al movimiento de traslación de la Tierra porque las dos fuerzas se compensan; este equilibrio se rompería si una fuerza fuera proporcional a la masa de los cuerpos sobre los que actúa y la otra no, algunos objetos podrían entonces caer desde la Tierra hacia el Sol y otros podrían ser arrojados desde la Tierra hacia el espacio interestelar. En general, el hecho de que las fuerzas inerciales y las gravitatorias sean proporcionales a la masa del cuerpo sobre el que actúan y no dependan de otras propiedades del cuerpo hace posible identificar en cualquier punto de cualquier campo gravitacional un “sistema de referencia en caída libre” en el que no se sienten las fuerzas gravitacionales ni las inerciales debido a que están en equilibrio perfecto para todos los cuerpos. Cuando sentimos las fuerzas gravitacionales o las inerciales es porque no estamos en un sistema en caída libre. Por ejemplo, los cuerpos en caída libre en la superficie de la Tierra se aceleran hacia el centro de la Tierra a 9.8 metros por segundo cada segundo aproximadamente, y nosotros sentimos una fuerza gravitacional a menos que estemos acelerados hacia abajo al mismo ritmo. Einstein dio un salto lógico y conjeturó que las fuerzas gravitacionales y las fuerzas inerciales eran, en el fondo, lo mismo. Llamó a esto principio de equivalencia de la gravitación y la inercia, o simplemente principio de equivalencia. Según este principio, cualquier campo gravitacional queda completamente descrito diciendo qué sistema de referencia está en caída libre en cada punto del espacio y tiempo.

Como vemos, el principio de equivalencia resulta ser para la teoría de gravitación de Newton y Einstein la piedra angular, en el caso de la teoría de Newton es conocido como el Principio de Equivalencia Débil (PED) y para la teoría de

Einstein es conocido como el Principio de Equivalencia de Einstein (PEE). El PED establece que para una caída libre de dos diferentes cuerpos, éstos caen con la misma aceleración en un campo gravitacional, lo cual establece el término conocido como universalidad de la caída libre (UCL) (Will, 1993 y 2001), con ello podemos enunciar PED como sigue:

a). La masa inercial  $m_i$  es proporcional a la masa gravitacional  $m_g$ .

b). La trayectoria en caída libre de un cuerpo no depende de su estructura interna y composición.

En el enunciado anterior, la masa inercial  $m_i$  y la masa gravitacional pasiva  $m_g$ , deben ser consideradas en el siguiente sentido (Lyve, 2004):

a) La masa activa  $m_a$  se considera como fuente de un potencial gravitacional,  $\phi_g = -\frac{m_a}{r}$ .

b) La masa pasiva  $m_p$  se considera como una cantidad sobre la cual la gravitación actúa,  $\mathbf{F} = -m_p \nabla \phi_g$ .

c) La masa inercial  $m_i$  es considerada como una resistencia al movimiento,  $\mathbf{F} = -m_i \mathbf{a}$ .

De la igualdad entre la masa pasiva  $m_p$ , y la masa activa  $m_a$  obtenemos la llamada masa gravitacional, es decir,  $m_a = m_p = m_g$ , donde la igualdad entre masa gravitacional y la masa inercial no sigue de las leyes de Newton, como podemos ver si tomamos en cuenta la caída de un cuerpo, tenemos que  $m_i \ddot{r} = -m_g \nabla \phi_g$ , entonces  $\ddot{r} = -\frac{m_g}{m_i} \nabla \phi_g$ , con  $\ddot{r} = \frac{d^2 r}{dt^2}$ , y empíricamente sabemos que  $\frac{m_g}{m_i} = 1$ , con una gran aproximación, como se ve más adelante. Tenemos que el anterior argumento no es posible deducirlo usando las leyes de Newton, que a continuación se enuncian:

a). Si la fuerza neta que actúa en un cuerpo es cero, entonces es posible hallar un conjunto de marcos de referencia en los cuales ese cuerpo no tenga aceleración.

b). La suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo de masas  $m$ , es igual al producto de su masa por la aceleración.

c). Cuando dos cuerpos ejercen fuerzas mutuas entre sí, las dos fuerzas son siempre de igual magnitud y de dirección opuesta.

Por otro lado, consideremos la teoría de gravitación de Einstein donde PE (Will, 1993 y 2001), establece lo siguiente:

a). El PED es válido.

b). El resultado de cualquier experimento local no-gravitacional es independiente de la velocidad de caída libre del sistema de referencia en el cual es realizado.

c). El resultado de cualquier experimento local no-gravitacional es independiente de dónde y cuándo sea realizado en el Universo.

Al segundo punto de PEE lo podemos también llamar Invariancia Local de Lorentz (ILL), y el tercer punto pode-

mos llamarle Invariancia de la Posición Local (IPL). En el PEE es necesario considerar que ILL es probado en experimentos de anisotropía de la masa, que se pueden revisar en las versiones clásicas de los experimentos Hughes-Drever (Will, 2001), experimentos del tipo Michelson-Morley y recientes avances en la espectrometría que darán la posibilidad de más pruebas a la ILL.

Por ser fundamental en la teoría de la gravitación de Einstein, el PEE nos permite considerar a la gravedad como un fenómeno que curva el espacio-tiempo, el PEE sólo se puede usar en teorías de la gravedad que cumplan con ser teorías métricas de gravedad (Will, 2001). Dichas teorías deben cumplir:

a). El espacio-tiempo está dotado con una métrica simétrica.

b). Las trayectorias de los cuerpos en caída libre son geodésicas de la métrica.

c). En un sistema de referencia de caída libre, las leyes no-gravitacionales de la Física están escritas en el lenguaje de la relatividad especial.

## 2. Pruebas recientes al Principio de Equivalencia Débil (PED)

Desde Galileo, en 1590; Newton, en 1686 y Bessel, en 1832, se han realizado diversas pruebas al PED, con buenos resultados para sus respectivas épocas. Sin ser los únicos que han probado el PED, en la historia se han presentado y se seguirán presentando pruebas, entre los más recientes y precisas se encuentran:

1. En el laboratorio Etövös se colocó un cuerpo esférico dentro de una plataforma con superficie parabólica. El cuerpo llega al vértice de la parábola gracias a la fuerza gravitacional, pero puede ser puesto en el borde por la fuerza centrífuga del movimiento circular de la plataforma. Si estas fuerzas se equilibran, el objeto puede encontrar una posición de equilibrio en cualquier lugar en la superficie. Fuera de la Tierra una variación del experimento de Etövös se puede realizar si consideramos a la Tierra como una plataforma rotando. De esta manera, el Baron Von Etövös fue capaz de revisar, con extremada exactitud, la equivalencia entre la masa gravitacional y la masa inercial encontrando una exactitud de cerca de una parte en  $10^9$  (Will, 2001 y Hooft, 2001).

2. El experimento de Galileo de caída libre realizado en la Universidad de Colorado. En éste, se considera la caída de dos cuerpos de diferente material (uranio y cobre) y usando una técnica de interferometría láser se toman las posiciones de cada uno a diferentes tiempos (Will, 2001).

3. El experimento Etö-Wash realizado en la Universidad de Washington. Aquí, usando una sofisticada balanza de

torsión, se compara la aceleración de varios materiales, obteniendo excelentes resultados con una exactitud de una parte en  $10^{13}$  (Will, 2001).

4. A futuro se espera una prueba fuera de la superficie de la Tierra que realizará el satélite “Probar el Principio de Equivalencia” (STEP, por sus siglas en inglés), esperando exactitud de una parte en  $10^{17}$  (T’Hooft, 2001).

5. Otro es el “Microsatellite à trainé Compensée l’Observation du Principe d’Equivalence” (MICROSCOPE, por sus siglas en francés), que es una colaboración de la Agencia Espacial Europea (ESA) y CNES, misión programada para el año 2007 que consiste en monitorear la caída libre de dos masas orbitando alrededor de la Tierra, esperándose una exactitud de una parte en  $10^{15}$  (T’Hooft, 2001).

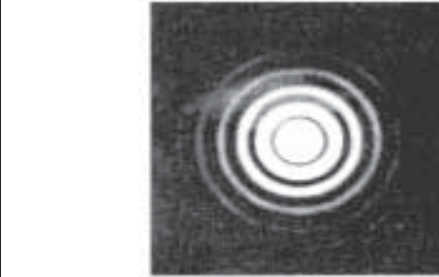
6. Una posibilidad más, es el uso de interferometría de átomos fríos. En este caso con átomos de cesio en caída libre y en el cual se espera una precisión de siete partes en  $10^9$ , que sólo puede alcanzarse en el espacio. Por ejemplo, el interferómetro atómico usado por la ESA, cuya misión en el espacio de hiperprecisión atómica (HYPER por su siglas en inglés) ha logrado pruebas al PED con precisión de un factor de  $10^6$ . HYPER usa dos átomos fríos en un interferómetro del tipo Sagnac –basado sobre el experimento Michelson-Morley para la detección del éter (Hecht, 2000)– comparando el índice de caída de átomos de cesio y rubidio en dos interferómetros independientes, llegando a una precisión del orden de una parte en  $10^{15}$  (Bertolam *et al.*, 2004).

### 3. Experimentos tipo COW y el Principio de Equivalencia

En la década de los setenta, Collela Overhauser y Werner, en una serie de experimentos de interferometría comúnmente conocidos como tipo COW, detectaron fases mecánico-cuánticas inducidas por gravedad (Collela *et al.*, 1975), y además propusieron que estos experimentos pueden usarse para una prueba al Principio de Equivalencia Débil (PED).

Nuestro interferómetro debe ser del tipo Mach-Zehnder, el cual es un dispositivo que divide la amplitud y consiste en dos divisores del haz de espejos totalmente reflectores que parten nuestro haz de neutrones, en el que una parte de la onda será transmitida, y la otra parte será reflejada. Tenemos entonces que las amplitudes tanto de la onda transmitida como de la onda reflejada serán inferiores a la de nuestro haz original, con ello podemos decir que la amplitud es dividida. Ya que se partió el haz original tenemos dos ondas que dentro de nuestro instrumento viajan a lo largo de caminos separados para después llegar a unirse en el punto donde interferirán las dos ondas en un detector, produciéndose interferencia, como la que se muestra en la fi-

Figura 1. Patrón de interferencia.



Fuente: <<http://www.laeff.esa.es/partner/cursos/br/imagenes/patrandif.gif>> (15 de octubre de 2006).

gura 1, siempre y cuando no hayan sido destruidas las ondas (Hecht, 2000). Además debemos considerar que nuestro interferómetro debe ser construido para el nivel atómico. La región de interferencia puede cambiarse al hacer una rotación del interferómetro, siempre bajo un campo gravitacional en la línea del haz incidente; por lo tanto, la fase relativa depende del ángulo de rotación, la masa del neutrón, la constante gravitacional y la constante de Planck.

Podemos suponer que la naturaleza de estos experimentos nos permite considerarlos como fenómenos de onda, puesto que la suma de diferentes amplitudes de onda difieren por una fase. Si consideramos una pequeña variación de este experimento los haces difieren al encontrarse en una región diferente de energía potencial gravitacional.

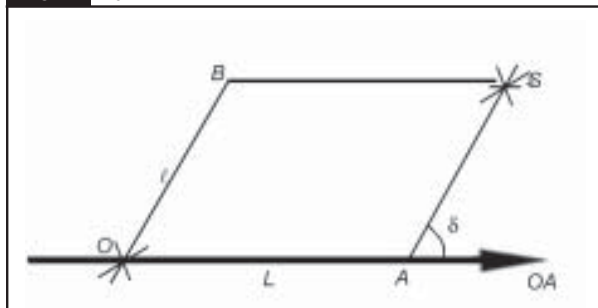
Pensemos en dos partículas (neutrones térmicos) que salen de una fuente (O), por dos trayectorias diferentes y llegan a un mismo detector (S). La partícula (1) seguirá una trayectoria horizontal con longitud  $L$  partiendo del origen (O), hacia un punto que llamaremos (A), después se dirige hacia el detector (S) tomando una trayectoria vertical con longitud  $\ell$  con respecto al anterior camino, obteniendo una trayectoria del OAS, y por otro lado la partícula (2) recorrerá la trayectoria vertical del origen (O) al punto B con longitud  $\ell$ , para después llegar al detector (S) construyendo así la trayectoria OBS, como se puede ver en la figura 2.

Figura 2. Trayectorias de neutrones en un interferómetro.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 3. Trayectorias de neutrones cuando el interferómetro es rotado.



Fuente: Elaboración propia.

Con ello consideremos que el tamaño del paquete de ondas es más pequeño que la dimensión del lazo OBSA o de las trayectorias que sigue nuestro haz de neutrones después de haber sido partido (aproximación semiclásica); en este caso, podemos hacer uso del concepto de trayectoria clásica (Mannheim, 1996). Suponemos además que OBS y OAS se ubican en un plano horizontal, y podemos hacer  $V = 0$  con  $V$  el potencial gravitacional para cualquier fenómeno que ocurra en este plano. Pero la situación cambia si el plano formado por los dos puntos alternos es rotado alrededor de la dirección OA, por un ángulo  $\delta$ , como se ve en la figura 3.

En este momento el potencial es tan grande en el nivel BS como en el nivel OA por una cantidad  $mg\ell\tau\sin\delta$ , si se asocia un vector de estado a la parte BS, éste rota rápido, debido a la diferencia de fase inducida por la gravedad entre la dos amplitudes de los paquetes de onda cuando llegan a S, que es el lugar de detección. De hecho, esto es un cambio de fase inducido por gravedad asociado con OB y también con AS (Sakurai, 1994), pero los efectos se cancelan cuando comparamos las partes alternativas. El resultado neto es que el paquete de ondas que llega a S vía OBS sufre un cambio de fase dado por  $\exp\left[\frac{-img\ell\tau\sin\delta}{\hbar}\right]$  con respecto al paquete de onda que llega a S vía OAS, donde  $\tau$  es el tiempo que necesita el paquete de onda para llegar de B a S (o de A a S),  $g$  es la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra,  $\ell$  es la distancia de A a S, y  $m$  es la masa del neutrón. Podemos controlar esta diferencia de fase rotando el plano de nuestra figura, donde  $\delta$  puede cambiar de 0 a  $\pi/2$  o bien de 0 a  $-\pi/2$ , luego expresando el tiempo en términos de  $L/v_{p0}$  con  $v_{p0}$  la velocidad del paquete de onda, y de  $\lambda$  la longitud de onda del neutrón conocida como la longitud de onda de DeBroglie, y obtenemos la expresión para la diferencia de fase dada por  $\phi_{OBS} - \phi_{OAS} = -\frac{m^2 g \ell L \lambda \sin \delta}{\hbar}$ . Con ello se puede predecir un efecto de interferencia observable que depende del ángulo  $\delta$ . Lo interesante de la expresión anterior, es que el tamaño de su magnitud nos permite ver que sus efectos son detecta-

dos en un haz de neutrones térmicos viajando a lo largo de nuestro interferómetro. En el experimento de Collela (1975) podemos verificar los siguientes datos: para  $\lambda = 1.42 \times 10^{-10}$ , la cual es comparable al espaciado interatómico de las células de silicón y  $\ell L = 1 \times 10^{-2} m^2$ , se obtiene que  $\frac{m^2 g \ell L \lambda \sin \delta}{\hbar} = 55.6$ , si rotamos gradualmente el plano por  $\pi/2$ , predecimos en la región de interferencia una serie de máximos y mínimos. Cuantitativamente encontramos  $55.6/2\phi = 9$  oscilaciones. Pero sucede que de los experimentos realizados por R. Collela, A.W. Overhauser y S.A. Werner es posible verificar que el cambio de fase no puede ser determinado en un 1% (Collela *et al.*, 1975; Sakurai, 1994).

Ya con nuestro modelo teórico-experimental planteado, podemos construir las funciones de onda haciendo uso de un experimento tipo COW. La aproximación no-relativista de la Ecuación de Dirac, conocida como ecuación de Pauli, considera partículas de espín  $-1/2$  que se encuentran en un espacio-tiempo con torsión (Cajero, 2005; Camacho y Macías, 2003).

Como sabemos, las partículas contribuyen al patrón de interferencia dejando presente el acoplamiento de espín-torsión para, de esta forma, poder construir una función de onda para el haz de neutrones. Lo anterior se debe a que la parte correspondiente al espín de la función de onda de nuestro haz de neutrones puede considerarse como una superposición lineal de dos contribuciones en la dirección Z del espín, la parte  $1/2$  y la parte  $-1/2$  (hacia arriba y hacia abajo, respectivamente).

Una vez que se construyen las funciones de onda, verificamos las consecuencias de incluir a la torsión del espacio-tiempo sobre el patrón de interferencia, y observamos que la torsión, en este tipo de experimentos, no resuelve la discrepancia de 1% entre la teoría y el experimento (Cajero, 2005; Camacho y Macías, 2003). Además se verificó que el cambio de fase en el patrón de interferencia en un haz de neutrones depende de la masa del neutrón, como se puede ver en Cajero (2005), y con ello se abre una posibilidad a una violación del PED, que no es válido en el terreno cuántico, pero no necesariamente debe ser considerada como una violación. Es posible pensar que la presencia de gravedad en el mundo cuántico puede ser dependiente de la masa, y que es necesaria una generalización al PED para el mundo cuántico.

Si pensamos en un experimento donde los aparatos están acelerados en un sistema de referencia newtoniano, podríamos transformar la dependencia temporal de la ecuación de Schrödinger  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{8\pi^2 m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0$ , en el sistema Newtoniano, en un campo gravitacional constante, de tal forma que  $V = mgy$ . La nueva ecuación entonces contiene un término  $\frac{\partial \psi}{\partial y}$ , el cual puede ser eliminado tomando  $\psi = \gamma \exp(iS)$ , donde

$S = \frac{mgy}{\hbar}t + \frac{mg^2}{6\hbar}t^3$  y donde  $\gamma$  satisface la ecuación de Schrödinger con un potencial Newtoniano  $mgy$ , con  $m$  la masa de la partícula prueba, y la altura  $y$  y  $\hbar$  la constante de Planck dividida por  $2\pi$ . Tenemos que los haces en el interferómetro tienen la misma  $S$  en los puntos del espacio-tiempo donde interfieren. Así, cuando el campo gravitacional no está presente podemos ver que en la fuente de neutrones, el haz colimado y el interferómetro tienen una aceleración uniforme  $g$ , con ello el experimento provee una primera verificación del Principio de Equivalencia Débil en el mundo cuántico (Collela *et al.*, 1975).

Consideremos que dos partículas elementales están en un espacio-tiempo con torsión, una de nuestras partículas con espín y la otra sin él, y ambas que se dejan en caída libre. Consideramos que la partícula con espín es la causante de la torsión (Capzziello *et al.*, 2001 y Lambiase, 2001). Así, tenemos presente que el acoplamiento espín-torsión cambia la estructura del espacio-tiempo, de tal forma que en principio podríamos pensar en que nuestra partícula con espín seguiría una trayectoria diferente a la de la otra, la cual cumple, según la teoría de RG (Will, 2001), con:

- a) La trayectoria que sigue en caída libre la partícula es una geodésica.
- b) La masa inercial de la partícula es igual a su masa gravitacional (PED).
- c) Su dinámica no necesariamente hace cambios a la estructura de nuestro espacio-tiempo.

## Conclusiones

De la anterior descripción es posible ver que nuestra partícula con espín no necesariamente deba seguir una trayectoria mínima, es decir, puede seguir alguna otra trayectoria ocasionada por el acoplamiento espín-torsión, de tal manera que no se cumple con la segunda condición del PED, pues éste no considera a las partículas elementales, como lo son nuestros neutrones, las cuales cuentan con espín y presentan una posible violación al PED. Pero veamos que nuestra partícula prueba, con espín, no cumple con una de las condiciones de PED; sin embargo, cumple con la otra condición que pide el PED. Entonces es necesaria una generalización del PED en el mundo cuántico, como algunos autores ya proponen (Herdegen y Wawzycki, 2003 y Lammerzahn, 1996), y muchos más.

Además, como podemos ver, el PED está presente en los postulados del PEE. El análisis de la posible violación al PEE se encamina en la misma perspectiva del análisis que se hizo para el PED, entonces es necesaria una generalización al PEE para el mundo cuántico, además de hacer las consideraciones necesarias para el tipo de teoría que se use en la descripción del problema, pues como algunos autores (Will, 2001) consideran, el PEE sólo debe ser usado en teorías métricas de gravedad y para el caso desarrollado por Mannheim (1996), la métrica no es simétrica, por lo tanto, no entra en la clasificación de teoría métrica, y no podría hacerse uso del PED en nuestro modelo teórico-experimental.

## Bibliografía

- Bertolam, O.; C. J. de Matos; J. C. Grenouilleau; Minster y S. Volonte (2004). *Perspectives in fundamental Physics in Space*, Abril 9.
- Cajero, P. (2005). *Mecánica Cuántica y Torsión*. Tesis de licenciatura. Facultad de Ciencias, UAEM. Toluca, México.
- Camacho, A. y A. Macías (2003). *Space-time Torsion Contribution to Quantum Interference Phases*, arXiv:gr-qc/0303116v1.
- Capzziello, S.; G. Lambiase y C. Stornio (2001). *Geometric Clasification of the Torsion Tensor of the Space-time*, arXiv:gr-qc/0101038v1.
- Ciencia@nasa <http://ciencia.msfc.nasa.gov>
- Hecht, E. (2000). *Óptica*. Adisson-Wesley Iberoamericana, Madrid.
- Collela, R; A.W. Overhauser y S. A. Werner (1975). "Observation of Gravitationally Induced Quantum Interference". *Phys. Rev. Lett.* 34, 1472.
- Herdegen, A. y J. Wawzycki (2003). *Is Einstein's Equivalence Principle Valid for a Quantum Particle?* arXiv:gr-qc/0110021v2.
- Kenichi, H. (1996). *Geometric Interpretation of Electromagnetism in a Gravitational Theory with Torsion and Spinorial Matter*. arXiv:hep-th/9601066v1.
- Lämmerzahn, C. (1996). *On the Equivalence principle in Quantum Theory*. arXiv:gr-qc/9605065v1.
- Lambiase (2001). *Neutrino Oscillations Induced by Gravitational Recoil Effects*. arXiv:gr-qc/0107066.
- Lyre, H. (2001). *A Generalized Equivalence Principle*. arXiv:gr-qc/0004054v2.
- Mannheim, P. D. (1996). "Classical Underpinnings of Gravitationally Induced Quantum Interference", UCONN. Octubre.
- Will, C.M. \_\_\_\_\_ (1993). *Theory and Experiment Gravitational Physics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- \_\_\_\_\_ (2001). *The Confrontation Between General Relativity and Experiment*. arXiv:gr-qc/0103036v1.
- Sakurai, J. J. (1994). *Modern Quantum Mechanics*. Adisson-Wesley Publ. Co., Reading, Mass.
- T'Hooft (2001). *Introduccion to General Relativity*. Rinton Press, Princeton, New Jersey.