

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE INGENIERÍA CIVIL



**RESPUESTA ESTRUCTURAL DE PUENTES CON TRABES I DE ACERO
CURVOS EN PLANTA, A PARTIR DEL ANÁLISIS DE PUENTES
RECTOS EQUIVALENTES**

por:

Ricardo Alvarez Acosta

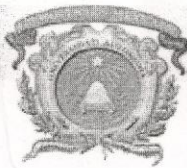
Preparado bajo la dirección del profesor: Dr. Jesús Valdés González

Trabajo de tesis en la modalidad de artículo especializado presentado a la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma del Estado de México como requisito parcial para obtener el título de

INGENIERO CIVIL

Toluca, Méx.

2016



UAEM

Universidad Autónoma
del Estado de México

DEPTO. DE EVALUACIÓN PROFESIONAL

No. Oficio: 0062/2016

Ciudad Universitaria, Toluca, Méx. a 17 de Noviembre del 2016

C. RICARDO ALVAREZ ACOSTA
PASANTE DE INGENIERÍA CIVIL
PRESENTE

En respuesta a su solicitud, a continuación transcribo el tema aprobado por esta Dirección, que propuso el **DR. JESÚS VALDÉS GONZÁLEZ** con el fin de que lo desarrolle en la modalidad de **ARTÍCULO ESPECIALIZADO PARA PUBLICAR EN REVISTA INDIZADA** le informo que se autoriza la *impresión de su trabajo* para presentar su Evaluación Profesional.

"RESPUESTA ESTRUCTURAL DE PUENTES CON TRABES I DE ACERO CURVOS EN PLANTA, A PARTIR DEL ANÁLISIS DE PUENTES RECTOS EQUIVALENTES".

	CONTENIDO
	RESUMEN
CAPÍTULO 1.	INTRODUCCIÓN
CAPÍTULO 2.	PROTOCOLO
CAPÍTULO 3.	ARTÍCULO
CAPÍTULO 4.	ANEXO A
CAPÍTULO 5.	ANEXO B
CAPÍTULO 6.	REFERENCIAS

Ruego a usted tomar nota de que en cumplimiento a lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses, como requisito indispensable para sustentar su Evaluación Profesional.

Así mismo, para la elaboración del **ARTÍCULO ESPECIALIZADO PARA PUBLICAR EN REVISTA INDIZADA** demás trámites, deberá sujetarse a la reglamentación respectiva de esta Universidad.

ATENTAMENTE
PATRIA, CIENCIA Y TRABAJO

"2016, Año del Aniversario de la Universidad Autónoma del Estado de México"
"2016 Año de Leopoldo Flores Valdés"

M. EN I. RAÚL VERA NOGUEZ
DIRECTOR



FACULTAD DE INGENIERÍA
U. A. E. M.



**/Saha.©



CARTA DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

El que suscribe Ricardo Alvarez Acosta Autor(es) del trabajo escrito de evaluación profesional en la opción de Artículo con el título "Respuesta estructural de puentes con traveses I de acero curvos en planta, a partir del análisis de puentes rectos equivalentes", por medio de la presente con fundamento en lo dispuesto en los artículos 5, 18, 24, 25, 27, 30, 32 y 148 de la Ley Federal de Derechos de Autor, así como los artículos 35 y 36 fracción II de la Ley de la Universidad Autónoma del Estado de México; manifiesto mi autoría y originalidad de la obra mencionada que se presentó en Facultad de Ingeniería (lugar) Toluca, Estado de México para ser evaluada con el fin de obtener el Título Profesional de Ingeniero Civil.

Así mismo expreso mi conformidad de ceder los derechos de reproducción, difusión y circulación de esta obra, en forma NO EXCLUSIVA, a la Universidad Autónoma del Estado de México; se podrá realizar a nivel nacional e internacional, de manera parcial o total a través de cualquier medio de información que sea susceptible para ello, en una o varias ocasiones, así como en cualquier soporte documental, todo ello siempre y cuando sus fines sean académicos, humanísticos, tecnológicos, históricos, artísticos, sociales, científicos u otra manifestación de la cultura.

Entendiendo que dicha cesión no genera obligación alguna para la Universidad Autónoma del Estado de México y que podrá o no ejercer los derechos cedidos.

Por lo que el autor da su consentimiento para la publicación de su trabajo escrito de evaluación profesional.

- a) Texto completo.
- b) Por capítulos.
- c) Solamente portada y tabla de contenido.

Se firma presente en la ciudad de Toluca, Estado de México, a los 17 días del mes de Noviembre de 2016.

Ricardo A.A.

Ricardo Alvarez Acosta

Nombre y firma de conformidad

RESUMEN

En este trabajo se presentan un conjunto de expresiones para estimar el comportamiento estructural de puentes curvos continuos con traveses I de acero bajo carga viva. El estudio se hizo analizando distintos modelos de elemento finito representativos de la superestructura de puentes curvos, tomando como base un puente ya construido y en función de tres variables que influyen en la modificación de su respuesta estructural.

Para ello se analizó una serie de 60 modelos con valores diferentes de radio de curvatura (60 m, 170 m, 280 m y ∞), longitud de claro (20 m, 30 m, 40 m, 50 m y 60 m) y número de traveses (2, 4 y 6). Estos modelos fueron analizados con el método del elemento finito, para lo cual se utilizaron elementos tipo barra para diafragmas, y tipo placa para las traveses y losas. Se estudiaron distintos elementos mecánicos en las traveses de los puentes, tales como: torsión, cortante, flexión en ambos ejes, así como deflexiones al centro del claro. A partir de las máximas respuestas obtenidas para cada elemento mecánico y deflexiones, se desarrolló un análisis de correlación para determinar expresiones simplificadas que relacionan las variables en estudio (longitud de claro, radio de curvatura y número de traveses) con las máximas respuestas de los puentes curvos, a partir de los resultados de puentes rectos equivalentes. Los puentes rectos equivalentes, son puentes con la misma geometría en sección transversal, pero con un radio de curvatura infinito.

El valor obtenido por cada expresión representa el factor de modificación de la respuesta correspondiente a un puente recto equivalente. Las expresiones desarrolladas se evaluaron para determinar la diferencia que se tiene respecto a los análisis refinados que corresponden a casos no utilizados en el análisis de correlación. Las expresiones mostraron, en su mayoría, mejores resultados que los métodos recomendados en especificaciones actuales, además de que permiten obtener más información sobre el comportamiento estructural de este tipo de estructuras. Se analizaron dos modelos de carga viva, el HL-93 (AASHTO LRFD 2014) y el IMT 66.5 (SCT 2001), en cuyo caso los resultados para ambos modelos de carga viva fueron similares.

CONTENIDO:

1. INTRODUCCIÓN	vii
2. PROTOCOLO	viii
Antecedentes	viii
Planteamiento del problema	xi
Justificación	xi
Alcance y limitaciones	xii
Hipótesis	xii
Objetivos	xii
Metodología	xiii
Referencias	xiv
3. ARTÍCULO	1
“Structural response of plan-curved steel I-girder bridges, from equivalent straight bridges analysis”	
4. ANEXO A	15
Modelo de correlación propuesto	
5. ANEXO B	19
Tamaño de la muestra	
6. REFERENCIAS	23

INTRODUCCIÓN

La presente tesis se desarrolla como requisito para obtener el título de Ingeniero Civil en la Universidad Autónoma del Estado de México y se presenta en la modalidad de artículo especializado para publicar en revista indizada.

Los puentes curvos en planta han sido una de las alternativas más usadas para resolver intercambios de carreteras complejos. La superestructura usualmente está formada por losas de concreto reforzado y traveses de acero. En comparación a un puente recto, los puentes curvos presentan una respuesta estructural no uniforme en términos de elementos mecánicos y deflexiones. En particular, la torsión y el cortante se consideran que son las fuerzas críticas en este tipo de puentes. En general, el análisis de los puentes curvos resulta más laborioso que el de los puentes rectos, por lo cual es deseable contar con métodos simplificados que sean confiables y lo suficientemente precisos para el diseño de estas estructuras. Las diferentes especificaciones y normas de diseño proveen métodos simplificados para el análisis de puentes curvos, sin embargo, dichos métodos se basan en el estudio de un reducido número de casos. Además, se ha observado que los resultados de dichos procedimientos pueden variar mucho entre sí. Por otra parte, cada uno se desarrolló a partir de condiciones particulares. Por ello es importante estudiar un mayor número de casos para tener un panorama más completo.

La investigación de esta tesis se llevó a cabo con el propósito de desarrollar expresiones para el cálculo de la respuesta estructural de puentes curvos. En este estudio se analizan distintos modelos representativos de la superestructura de puentes continuos de tres claros, mediante el método del elemento finito. Se analizan diferentes valores de curvatura (60 m a 280 m), longitud de claro (20 m a 60 m) y número de traveses (2 a 6). Los resultados obtenidos se analizan estadísticamente y se proponen distintos modelos de correlación que relacionan las variables en estudio (longitud de claro, radio de curvatura y número de traveses) con las máximas respuestas de los puentes curvos, a partir de los resultados de puentes rectos equivalentes.

Universidad Autónoma del Estado de México
Facultad de Ingeniería

DE

Nombre del pasante: Ricardo Alvarez Acosta
Número de cuenta: 0743221

ARTÍCULO
ESPECIALIZADO
PARA PUBLICAR EN
REVISTA INDIZADA

Fecha de entrega: Firma de recibido	Fecha de dictamen: Será llenada por la comisión evaluadora
---	--

Facultad de Ingeniería



Información del protocolo

Título tentativo del artículo especializado
“Respuesta estructural de puentes con traves I de acero curvos en planta, a partir del análisis de puentes rectos equivalentes”

(Structural response of plan-curved steel I-girder bridges, from equivalent straight bridges analysis)

Área académica
Ingeniería Civil

Asesor
Dr. Jesús Valdés González

Nombre de la revista indizada Journal of Bridge Engineering (ASCE Library)	Nombre del índice al que pertenece Journal of Bridge Engineering http://www.ascelibrary.org/jbenf2
---	---

Antecedentes

En años recientes el uso de traves curvas de acero y losas de concreto ha sido una alternativa empleada para resolver puentes vehiculares de grandes claros, cuya geometría presenta una curvatura en planta. Hasta 2005 se habían construido en Estados Unidos un total de 143 puentes curvos, de los cuales 119 son continuos y 23 simplemente apoyados (Zhang et al. 2005). En México cada vez se construyen más estructuras de este tipo debido al auge que está teniendo la construcción de infraestructura carretera.

La principal ventaja que ofrecen los puentes curvos, desde el punto de vista geométrico, es la reducción del número de pilas en la subestructura, además de la posibilidad de salvar claros de mayor longitud (Linzell et al. 2004).

Los puentes curvos presentan una distribución de fuerzas actuantes debidas al tráfico vehicular que difieren notablemente de los puentes rectos. En particular, se generan momentos de torsión y fuerzas cortantes en las traves que pueden

exceder considerablemente aquellas que se tendrían si la geometría del puente fuera recta. Debido a ello, el análisis mediante métodos simplificados de puentes curvos resulta complejo y poco confiable.

Al respecto se han realizado distintos estudios que han tratado dicha problemática tomando en cuenta distintos modelos, parámetros y métodos de análisis.

Linzell et al. (2004) y Lin & Yoda (2010) presentan un recuento de las especificaciones publicadas relacionadas con el análisis y diseño de puentes curvos. Los autores comentan que, a diferencia de los puentes rectos, los puentes curvos tienden a transmitir una fracción importante de la carga hacia el lado convexo del puente. Por ello, el análisis detallado de un puente curvo debe realizarse tomando en cuenta toda la superestructura del puente (modelo 3D), a diferencia del análisis de un puente recto en el cual las traveses se pueden modelar independientemente cada una de ellas (modelo 2D).

Zhang et al. (2005) determinaron fórmulas para la distribución de carga viva en puentes curvos con claros continuos a base de traveses I de acero, las cuales dependieron de 8 parámetros que involucran la geometría, tales como: radio de curvatura, número de traveses, separación de traveses, volado, longitud de traveses, espesor de losa, momento de inercia longitudinal de la traveses y relación de rigidez de la traveses con respecto a todo el puente. A pesar de que se consideraron distintas variables en los análisis, solamente se estudió el caso de un puente con dos carriles de circulación. Dichas fórmulas se obtuvieron del análisis de distintos modelos de elemento finito en los cuales se utilizaron elementos tipo barra para modelar la superestructura del puente como parrilla. A partir del análisis de los resultados obtenidos para los distintos casos analizados, se desarrollaron modelos de correlación para calcular la distribución de la carga viva y determinar los momentos flexionantes y fuerzas cortantes en las traveses. Los resultados obtenidos fueron más precisos que los que se obtienen al utilizar las especificaciones AASHTO (1993 y 2002).

DeSantiago et al. (2005), realizaron un estudio para entender el incremento del momento flexionante y la magnitud de la torsión que se presentan en los puentes curvos. Estudiaron una serie de más de 120 casos con distintas configuraciones de ángulo de curvatura (0° , 10° , 15° , 20° , 25° y 30°) y separación de diafragmas ($1/30$, $1/15$, $1/10$, $1/3$, $1/2$, y 1 de la longitud del claro). En dicho estudio se utilizó una carga viva de 34 T distribuidas en 5 ejes. Los modelos fueron del tipo simplemente apoyados cuya longitud del claro se mantuvo constante y fue de 30.48 m. La losa tuvo un espesor de 0.20 m y la sección transversal de la superestructura estuvo formada por 7 traveses con una separación de 1.2 m. Los autores realizaron análisis con el método de elemento finito mediante elementos tipo placa (losa y alma de traveses) y elementos tipo barra (diafragmas y patines de traveses). Además, consideraron los posibles escenarios para el paso del camión que incluye la condición de dos camiones en direcciones opuestas. El análisis mostró que la deflexión de las traveses de un puente curvo con respecto a un puente recto, se incrementa cuando el radio de curvatura y la separación de diafragmas

aumenta. Para una separación de diafragmas de $L/30$, donde L es la longitud del claro, y un radio de curvatura de 10° , la amplificación es de 1.20; mientras que para un radio de curvatura de 30° es de 1.80. Si los diafragmas se ubican sólo en los extremos y se tiene un radio de curvatura de 10° , la amplificación es de 1.79, mientras que para un radio de curvatura de 30° , es de 4.42. En el caso del momento flexionante, los momentos se incrementan en las traveses del puente curvo en comparación a las del puente recto, observándose que para radios de curvatura que van de 10° a 30° , se tienen incrementos que van de 108.7 % a 123.5 % . Por su parte, también se observó que el momento torsionante en las traveses de los puentes curvos presenta incrementos importantes.

Otros estudios fueron realizados por Nevling et al. (2006) para evaluar la precisión de diferentes niveles de análisis usados para obtener la respuesta estructural de puentes curvos. Además, Kim et al. (2007) realizaron una serie de estudios paramétricos para evaluar la distribución de carga viva en las vigas de puentes curvos de acero y losas de concreto. Se compararon 3 tipos de análisis. En el primero, los modelos se construyeron con elementos tipo barra para las traveses y elementos tipo placa para la losa de concreto; en el segundo, los modelos se construyeron con elementos tipo placa para la losa y traveses, y en el tercero, se utilizaron elementos sólidos para modelar toda la superestructura. La sección transversal para los modelos fue diseñada con base en las especificaciones AASHTO (2003). En este trabajo se observó que el radio de curvatura, longitud de traveses, separaciones de diafragmas y traveses, son las variables que tienen un efecto más significativo. Se desarrollaron expresiones para calcular el esfuerzo normal ocasionado por el momento flexionante y torsión en las traveses, para las cuales se obtuvieron coeficientes de correlación de 0.925. Estas expresiones resultaron más precisas en comparación a las propuestas en las especificaciones AASHTO (1993) ya que dieron valores más cercanos a los obtenidos con el método de elemento finito.

La investigación realizada por Al-Hashimy (2005), consistió en el análisis de una serie de modelos representativos de puentes curvos y rectos simplemente apoyados para evaluar su respuesta estructural. Como resultado, se desarrolló un conjunto de fórmulas para estimar: fuerza cortante, momentos de flexión y torsión y deflexión en traveses interiores, intermedias y exteriores para puentes curvos y rectos. Los resultados mostraron que no es adecuado asumir los puentes curvos como rectos bajo las suposiciones del código de diseño CHBDC (2000), ya que se subestima la respuesta de los puentes curvos.

En particular, las especificaciones de diseño AASHTO (1993) hacen referencia a un método aproximado para calcular el momento flexionante en las traveses de los puentes curvos, mediante su análisis como traveses rectas. Debido a que se observó que los resultados de este procedimiento resultaban muy conservadores, se optó por eliminar dicho procedimiento en las especificaciones AASHTO (2003). Por otra parte, las especificaciones AASHTO (2003) establecen ciertas condiciones para desprestigiar la curvatura de las traveses, tales como: que las traveses sean

concéntricas, que la relación de longitud del claro entre la curvatura sea menor a 0.06 radianes y que los apoyos tengan un esviaje menor a 10° .

A su vez, la Guía de Especificaciones AASHTO (2014) hace referencia al método V-Load, un método aproximado en el cual las traveses curvas son analizadas como traveses rectas y los efectos de la curvatura se representan aplicando fuerzas verticales y laterales en las traveses donde se ubican los diafragmas.

Planteamiento del problema

Los métodos de análisis para puentes vehiculares curvos pueden ser clasificados en métodos aproximados y métodos refinados. La primera categoría requiere de modelos de análisis sencillos (2D). Mientras que la segunda categoría de análisis requiere de un proceso más refinado, el cual exige cierta experiencia y conocimiento en el uso del método del elemento finito y estar familiarizado en el manejo de algún programa especializado de cómputo. Además, contempla invertir una mayor cantidad de tiempo durante la elaboración de los distintos modelos analíticos considerados en un determinado proyecto, así como en la interpretación y revisión de los resultados.

Las recomendaciones y publicaciones han propuesto métodos simplificados para el análisis estructural de este tipo de puentes, sin embargo, arrojan resultados con cierta incertidumbre debido al reducido número de casos de estudio que consideran los modelos utilizados y las suposiciones hechas. Por ello es importante realizar un mayor número de estudios en los cuales se analicen distintos casos y se empleen herramientas de cálculo más precisas.

En particular, en este trabajo se estudian puentes curvos cuya superestructura está formada por traveses I de acero y losa de concreto. Se analizan puentes continuos de 3 claros cuyos rangos son: número de traveses (2, 4, 6 traveses), radio de curvatura (60, 170, 280, ∞ metros) y longitud de claros (20 m, 30 m, 40 m, 50 m, 60 m). En total se analizarán 60 modelos que corresponden a las distintas combinaciones de estos parámetros. A partir de los cuales será factible proponer un procedimiento de diseño simplificado.

El desarrollo de este trabajo permitirá tener una herramienta útil para los ingenieros, que sirva de ayuda para estimar en forma rápida y aproximada la respuesta de puentes curvos, cuyas características sean similares a las de los modelos estudiados.

Justificación

El comportamiento de los puentes curvos ha hecho que se desarrollen expresiones alternativas que toman en cuenta los efectos de torsión, flexión y fuerzas cortantes en las traveses. Sin embargo, cada puente está sujeto a condiciones que lo hacen diferente a los modelos analizados. Por ello es importante estudiar un mayor número de casos para tener un panorama más completo. Para resolver este

problema, se propone llevar a cabo el análisis refinado de distintos modelos representativos de puentes curvos en planta, a partir de cuyos resultados sea factible desarrollar expresiones que faciliten la evaluación de la respuesta estructural de este tipo de puentes.

Alcance y limitaciones

El estudio tendrá como resultado un conjunto de fórmulas para estimar la fuerza cortante, el momento flexionante y torsionante y las deflexiones de las traveses de puentes curvos. Las fórmulas serán aplicables a puentes con características similares a los que se estudien en este trabajo, en cuanto a radio de curvatura, longitud de claro y número de traveses. En cuanto a la estructuración de los casos de estudio, se consideran puentes cuyo número de traveses corresponde al número de carriles.

Hipótesis

Es posible estimar la respuesta de los puentes curvos con un error cuadrático medio menor al 20 %, mediante la multiplicación de la respuesta de los puentes rectos equivalentes por un factor, el cual se puede obtener a partir de un análisis de correlación que considere varios casos de análisis.

Objetivo general

El objetivo fundamental de esta investigación consiste en profundizar sobre el comportamiento estructural de los puentes curvos con traveses I de acero bajo dos modelos de carga viva. Conocer el comportamiento de este tipo de estructuras permitirá evaluar y estimar su respuesta estructural. Ello tendrá como finalidad obtener de forma rápida y sencilla sus elementos mecánicos.

Por ello se plantean los siguientes objetivos:

- Proponer expresiones para predecir y evaluar los elementos mecánicos de puentes curvos de acero y losas de concreto. En particular se consideran: fuerza cortante, momento flexionante (positivo y negativo) en el eje fuerte, momento flexionante en el eje débil, momento por torsión y deflexiones a mitad del claro en cada trabe.
- Comparar la variación en los elementos mecánicos generados en los puentes curvos debida a los modelos de carga viva HL-93 e IMT66.5.
- Entender el comportamiento de los puentes curvos con relación a la amplificación de elementos mecánicos y deflexiones, en comparación a la respuesta de los puentes rectos.
- Evaluar las recomendaciones de especificaciones y guías de diseño para comparar las diferencias que se obtienen al utilizar los métodos simplificados y las fórmulas propuestas en esta investigación.

Estas razones y la necesidad de contar con un procedimiento alternativo de análisis debidamente fundamentado, son la base de este trabajo que pretende ser una herramienta de ayuda en la práctica del diseño de este tipo de estructuras.

Metodología

1. Obtener información sobre puentes ya construidos para establecer las características geométricas de los modelos que se estudiarán. Se tomará como base el diseño y geometría de la sección transversal del Puente Bicentenario Lerma, el cual es un puente con 7 tramos continuos con longitudes de 27 m a 60 m, radio de curvatura de 280 m y 2 carriles de circulación.
2. De acuerdo a los resultados obtenidos en trabajos anteriores, establecer los parámetros de estudio más significativos.
3. Definir los intervalos de cada parámetro para establecer el número de modelos a estudiar.
4. Utilizando el método de elemento finito e idealizando el puente con elementos tipo placa para la losa de concreto, patines y alma de travesaños se construirán los modelos en el Software CSIBridge. Se realizará un análisis de líneas de influencia para determinar la máxima respuesta de elementos mecánicos y desplazamientos de la carga vehicular en diferentes posiciones a lo largo del puente.
5. Obtener la máxima respuesta de los elementos mecánicos (fuerza cortante, momentos flexionantes, por torsión y desplazamientos a mitad del claro). Determinar factores en función de los modelos de puentes rectos para así compararlos en función del radio de curvatura, número de carriles y longitud del claro.
6. Con base en los resultados obtenidos para los distintos modelos analizados, se determinarán expresiones para cada respuesta estudiada mediante métodos estadísticos (análisis de correlación).
7. Evaluar las expresiones obtenidas con dos modelos distintos a los analizados para comparar los resultados de un análisis refinado (modelo 3D de elemento finito) respecto a los que se obtienen mediante dichas expresiones. Así mismo, se evaluará la precisión, tanto de las recomendaciones AASHTO 2014 y CHBDC 2006, así como de las distintas expresiones propuestas en las publicaciones comentadas.

Referencias y/o fuentes de información

Al-Hashimy, M.A. (2005). “Load Distribution Factors for Curved Concrete Slab-on-Steel I-Girder Bridges”. MSc thesis, Ryerson University, Ontario, Canada.

American Association of State Highway and Transportation Officials. (AASHTO). (2014). “LRFD Bridge Design Specifications”. 6th Ed., AASHTO, Washington, D.C.

American Association of State Highway and Transportation Officials. (AASHTO). (2003). “Guide specifications for horizontally curved highway bridges”, AASHTO, Washington, D.C.

DeSantiago, E., Mohammadi, J. and Albajjat, H. (2005). “Analysis of Horizontally Curved Bridges Using Simple Finite-Element Models”. J. Pract. Period. Struct. Des. Constr., 10.1061/(ASCE)1084-0680(2005)10:1(18).

Kim, W.S., Laman, J.A., and Linzell, D.G. (2007). “Live Load Radial Moment Distribution for Horizontally Curved Bridges”. J. Bridge Eng., 10.1061/(ASCE)1084-0702(2007)12:6(727).

Lin, W. and Yoda, T. (2010). “Analysis, Design and Construction of Curved Composite Girder Bridges: State-of-the-Art”. International Journal of Steel Structures, 10(3), 207-220.

Linzell, D., Hall, D. and White, D. (2004). “Historical Perspective on Horizontally Curved I Girder Bridge Design in the United States”. J. Bridge Eng., 10.1061/(ASCE)1084-0702(2004)9:3(218).

Nevling, D., Linzell, D., and Laman, J. (2006). “Examination of Level of Analysis Accuracy for Curved I-Girder Bridges through Comparisons to Field Data”. J. Bridge Eng., 10.1061/(ASCE)1084-0702(2006)11:2(160).

Zhang, H., Huang, D. and Wang, T. (2005). “Lateral Load Distribution in Curved Steel I-Girder Bridges”. J. Bridge Eng., 10.1061

NOTA: El tema tendrá una vigencia de dos años, a partir de la fecha de aceptación (Ver Art. 86, Fracc. VII, del Reglamento de Evaluación Profesional).

Vo. Bo.

Ricardo Alvarez Acosta
Nombre y firma del pasante

Dr. Jesús Valdés González
Nombre y firma del asesor

Datos personales

Fecha de nacimiento: 3 de septiembre de 1992

Correo electrónico: alvzrich@yahoo.com

Teléfono celular: 722 409 88 83



The new Tappan Zee Bridge. New York. U.S. (<http://www.newnybridge.com/>)

*“Structural response of plan-curved steel
I-girder bridges, from equivalent straight
bridges analysis”*

by: Ricardo Alvarez Acosta

Advisor: Dr. Jesús Valdés González

Structural Response of Plan-curved Steel I-girder Bridges from Equivalent Straight Bridges Analysis

Ricardo Alvarez-Acosta¹ and Jesús Valdés-González²

Abstract: A set of equations are developed to estimate the maximum mechanical elements and mid-span deflections of plan-curved steel I-girder bridges. These formulas are obtained from a statistical correlation analysis based on the results of 60 tridimensional finite-element models corresponding to different 3-spans continuous curved bridges. The parameters that varied from one model to another were: curvature radius, span length and number of girders (i.e. load lanes). Two different live load models were separately studied; the HL-93 and the IMT 66.5. The proposed formulas estimate the maximum mechanical elements of girders, such as: positive and negative bending moments around the major and minor axis of girders, the vertical shear force, the torsional moment and the deflection at the mid-span of girders, as a function of the results corresponding to an equivalent straight bridge. Different formulas are proposed for interior, intermediate and exterior girders in accordance with the bridge cross-section and also for central and extreme girders in accordance with the span where the girder is located. For each bridge model, the maximum mechanical elements and mid-span deflections were normalized with respect to the corresponding results of an equivalent straight bridge with the same characteristics of the curved bridge (span lengths and number of girders), but with a curvature radius equal to ∞ . The accuracy of the proposed formulas was tested for different bridge models to those used in the correlation analysis and the results show that they are accurate enough to be used with design purposes. In some cases, they resulted more accurate than current applicable formulas and procedures recommended in the literature.

Introduction

Horizontally curved bridges (CB) are one of the most useful alternatives to solve complex interchanges of highways. Currently, the CB constitute a very significant portion of the built steel bridges. In the United States, the CB represent almost 25% of the total steel bridges which were built until the beginning of this century (SSRC 1991). The superstructure of CB is usually structured with steel I-girders which support a reinforced concrete deck slab. In most of the cases, the girders are interconnected with steel cross frames in V- or X- type shapes. Usually, the cross frames provide a relatively high torsional stiffness to the CB cross-sections. In comparison with the straight bridges (SB), the CB have a less uniform structural response of girders in terms of mechanical elements, such as shear force, bending and torsional moments. In some cases, this behavior is particularly amplified. This is one of the most important concerns in the understanding of the structural behavior of CB. The design of SB does not require refined analysis models due to most codes provide approximate methods of analysis which are in most cases reliable. The SB girders are usually designed using distribution factors to compute the bending moment and shear force, by considering the obtained forces from the influence lines of the live load lanes (AASHTO 2014).

Different bridge design specifications have provided guidelines for the design of CB (AASHTO 2003 and 2014), however, these recommendations are based on the analysis of a reduced number of study cases. This is one of the most important disadvantages of these simplified methods recommended for the design of CB. During last years, some studies related to CB have been conducted. Linzell et al. (2004) as well as Lin and Yoda (2010)

presented a historical overview about specifications related to the design and analysis of CB. The authors argue that in contrast to SB, CB tend to transmit an important fraction of their loads to the convex side of the bridge. As a result, they suggest the analysis of complex 3D structural models representative of the CB superstructure to understand their behavior. In contrast, the authors comment that the girders of SB can be modeled independently one from each other (2D model). Zhang et al. (2005) determined formulas for live load distribution in continuous multi-span CB. The most important parameters taken into consideration in their study were: curvature radius, number of girders, girder spacing, slab overhang, span length, slab thickness, girder longitudinal bending inertia, and girder bending stiffness to overall bridge bending stiffness ratio. In spite of different parameters were studied, they only analyzed cases with two lane loads. Furthermore, the study cases were modeled as a generalized grillage beam system. The obtained results showed that the developed formulas give good results for the continuous span CB analyzed, particularly in the estimation of bending moments and shear forces. These estimations were more accurate than those obtained from the AASHTO (1993) specifications.

DeSantiago et al. (2005) studied the increase of bending and torsional moments and deflection of CB, in comparison with SB. The authors studied over 120 study cases corresponding to simply supported bridges with different curvature angles (0 to 30°) and different distances between cross frames which varied from 1/30 of the span length to full span length. The study only considered a constant span length of 30.4 m. Moreover, the study cases were modeled with finite element using frame and plate elements. The results showed that the deflection of girders of CB can be about 1.2 to 4.2 times higher than in girders of SB. The bending and torsional moments can be about 8.7 % to 23.5 % higher and 3.7 % to 10.3 %, respectively, compared with moments in SB girders.

Other studies were made by Nevling et al. (2006) to evaluate the accuracy of different levels of analysis used to predict CB

¹ Formerly, Graduate Student, School of Engineering, Autonomous Univ. of the State of Mexico, Cerro de Coatepec s/n, Toluca 50130, Estado de Mexico. E-mail: alvzrich@yahoo.com

² Professor, School of Engineering, Autonomous Univ. of the State of Mexico, Cerro de Coatepec s/n, Toluca 50130, Estado de Mexico. E-mail: jvaldes@uaemex.mx

response. A similar research was made by Kim et al. (2007), they evaluated simply supported CB. The study was made using 3 numerical models which were updated using field test results. This research showed that curvature radius, span length, spacing of girders and cross frames are the most significant parameters in the response of CB. As a result of this research, correlation formulas to compute the normal stress and a combined treating bending and warping normal stress separately were proposed. The formulas had a correlation coefficient of 0.92 and showed better results than the AASHTO (1993) specifications.

Barr et al. (2007) focused on a three-span curved steel I-girder bridge which was tested under three boundary condition states to determine its response to live load. They found that the V-load method specified in AASHTO recommendations were unconservative. Fatemi et al. (2015) made a parametric study using a proposed analytical model to investigate the effect of various parameters such as curvature ratio, span length, number of cells and number of loading lanes on bending moment and torsion of the curved bridges subjected to Australian bridge design loads. The currently AASHTO bridge design specifications (AASHTO LRFD 2014) mention a simplified method (V-Load) for the analysis of CB. In this method, the curved girders are represented by equivalent straight girders and the effects of curvature are represented by vertical and lateral forces applied at the cross-frame locations. Meanwhile, the Canadian Highway Bridge Design Code (CHBDC 2006) consider that the behavior of CB is similar to SB, in case that the quotient of the square span length (L^2) divided by the product of the bridge width (B) and curvature radius (R) is either less than or equal to 0.5, $L^2/(BR) \leq 0.5$. This limit value of 0.5 was considered as 1.0 in previous specifications (CHBDC 2000). These limitations were evaluated under dead load by Khalafalla and Sennah (2014). Results proved that such code limitations were unsafe and empirical expressions were developed to determine such limitations more accurately and reliably.

The research made by Al-Hashimy (2005) consisted in the analysis of 320 simply supported CB and SB models, taking into account the variation of curvature radius, distance between cross frames, number of girders, girder spacing and span length. Models were analyzed with FEM to evaluate their structural response considering the live load specified by the CHBDC (2000). As a result, a set of empirical expressions were obtained to estimate shear forces, bending moments, warping to bending stress ratios in steel flanges and deflection in interior, middle and exterior girders, for both, SB and CB. The results showed that it is not adequate to deal with CB as if they were SB in accordance with the CHBDC (2000). In this case, it was demonstrated that the CHBDC significantly underestimated the moment distribution factors in CB girders, under the assumption that CB may be analyzed as if they were SB.

There are different formulas to estimate the structural behavior of CB in the AASHTO specifications and different aforementioned studies. However, each one was obtained considering particular conditions. So, it is important to study a larger number of cases to have a more complete view of the problem that represent the distribution of bridge live loads and deflections in the CB girders.

In the current study, several finite element models representative of three-spans continuous curved bridges are analyzed. Different curvature radii (60 m to 280 m), span lengths (20 to 60 m) and number of girders (2 to 6) were studied. The results for these models are statistically analyzed and correlation models are evaluated. These correlation models relate the studied variables to the modification factor of live loads in CB girders for different mechanical elements (bending moment, vertical shear force and torsional moment) and deflection of girders. The proposed correlation formulas have an average error of 5 % with a variation ranging from 0 % to 16 %. The correlation analysis reported a *RMSE* (root main square error) that varies from 0.005 % to 18 % and a correlation coefficient (R^2) that ranges from 0.82 to 0.99, for the different obtained formulas. In addition, the correlation models are tested using different cases to those used in the correlation analysis. In comparison with the proposed formulas by Zhang et al. (2005) and the AASHTO LRFD (2014) specifications (V-load method) to estimate the bending moment and the shear force in CB girders, it was demonstrated that, in general, the proposed formulas in this study give smaller errors than those obtained using cited existing formulas and procedures. The study is done to consider two different live load models, the HL-93 (AASHTO LRFD 2014) and the IMT 66.5 (SCT 2001). Results for both live load models are similar.

Bridge models

A particular two load lane bridge was considered as a base to generate the bridge models (BM) that were studied (Fig. 1). The bridge is a structure composed with two longitudinal steel I-girders separated 5.5 m each other that support a concrete deck slab of 230 mm with a slab overhang of 1.50 m. The bridge has seven continuous spans with radial supports and different span lengths (L) that vary from 27 m to 60.35 m with a total bridge length of 342 m. The bridge has a curvature radius equal to 284.25 m measured along bridge centerline. The steel I-girders have a depth of 2,416 mm and a width of 900 mm with a thickness of 16 mm in the web and 38 mm in the flanges.

A total number of 60 different three-span continuous BM were analyzed. The supports were radial and did not have any elevation variation. The parameters that varied from one model to other were: curvature radius (R), span length (L) and number of girders (N). For each model, it is assumed that the number of



Fig. 1. Actual bridge that was taken as a base to generate the studied models

loaded lanes is equal to the number of girders. The total number of models was obtained considering the combination of 4 curvature radii, 5 span lengths and 3 superstructure bridge cross-sections corresponding each one to a different number of girders. The table 1 shows the adopted values for each parameter

Table 1. Range of parameters for the studied models

Parameter	Range
Curvature Radius [m]	60, 170, 280, ∞
Span Length [m]	20, 30, 40, 50, 60
Number of Girders	2, 4, 6

The 3D finite element models (FEM) were created using the CSIBridge software (CSI 2016). The deck, girders flanges and girders web were modeled using shell elements while cross frames were modeled with frame elements. Fig. 2 shows one of the studied 3D FEM. Fig. 3 shows the geometry details for the different bridge superstructure cross-sections used in the analyzed models. The distance between cross frames was equal to $L/10$ for all cases.

The depth of the girders in the different models was chosen to guarantee that the bending stress was similar in all models. The configuration of spacing cross frame and supports is shown in Fig. 4.

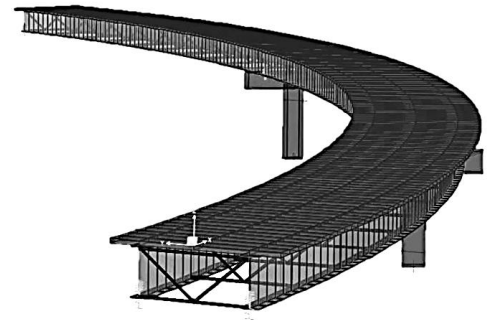


Fig. 2. An example of the 3D finite element BM used in the analysis

For the present study, two types of live load were analyzed: HL-93 (AASHTO 2014) and IMT 66.5 (SCT 2001). IMT 66.5 is a live load model that consists of a design truck and a design lane load. The design truck has a total weight of 66.5 t. For span lengths larger than 30 m, the total weight is divided in three different axle loads: $P_1 = 5$ t, $P_2 = 24$ t and $P_3 = 37.5$ t. The distance between P_1 and P_2 is equal to 5 m, while P_2 and P_3 have a distance of 9 m. The design lane load consists of a load $w = (30-L)/60$ t/m, uniformly distributed over a 3 m lane width. The transverse spacing of wheels was taken as 1.8 m. For span lengths less than 30 m, $w = 0$ and the axle loads are $P_1 = 5$ t,

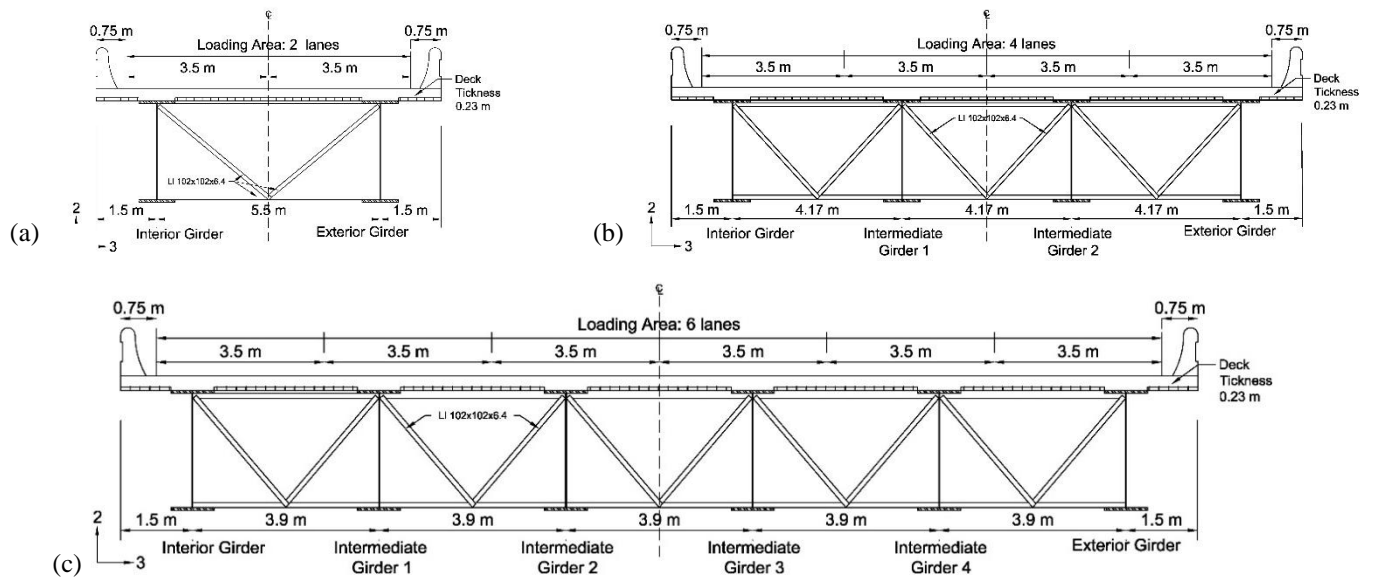


Fig. 3. Bridge cross-sections used in the analyzed models: (a) bridge cross-section for models with 2 girders; (b) bridge cross-section for models with 4 girders; (c) bridge cross-section for models with 6 girders

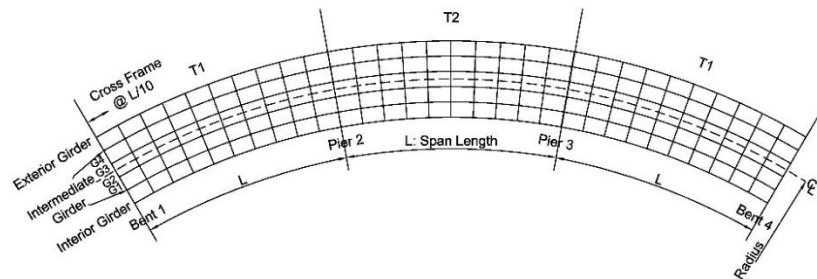


Fig. 4. Plan view of studied CB

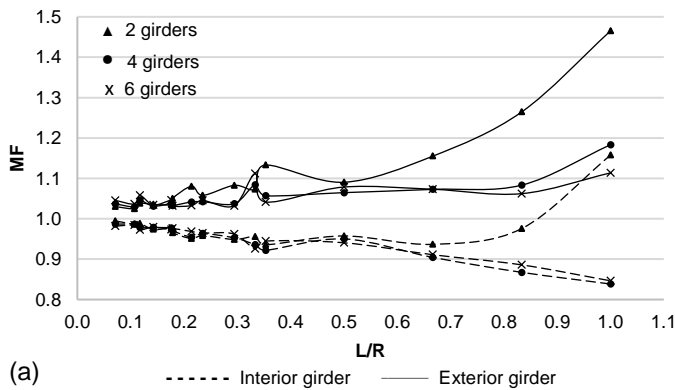
$P_2 = P_3 = 12$ t and $P_4 = P_5 = P_6 = 12.5$ t. In this case the distances between the axle loads are equal to 4.4 m from P_1 to P_2 , 1.2 m from P_2 to P_3 , 7.2 m from P_3 to P_4 , 1.2 m from P_4 to P_5 and 1.2 m from P_5 to P_6 as well. In addition, the multiple presence factors as specified in AASHTO LRFD 2014 were included in the analysis, in order to obtain the most critical response.

Parametric results analysis

According to the maximum responses obtained from the analysis of each model, different mechanical elements and vertical deflections of the bridge superstructure were identified. The results were classified in extreme and central spans, T1 and T2 respectively (Fig. 4). The studied mechanical elements were: vertical shear force (V), positive and negative bending moments around major axis (M_{33}^+ , M_{33}^-), lateral bending moment (M_{22}) and torsional moment (T). Also, the vertical deflection at the mid span (Δ) was studied. The modification factor (MF) was obtained by dividing the maximum response of CB (R_{CB}) by the maximum response of the equivalent SB (R_{SB}). The equivalent SB has the same characteristics of CB such as span length and bridge cross-section, but it has a curvature radius equal to ∞ . The MF was obtained for interior, intermediate and exterior girders in accordance to Eq. (1).

$$MF = \frac{R_{CB}}{R_{SB}} \quad (1)$$

The behavior of different MF can be observed in plots of Figs. 5-10, which show the MF values for responses of T1 considering



the HL-93 live load model. The horizontal axis shows the span length to curvature radius ratio values (L/R) and the vertical one the corresponding to MF value. Plots for T2 are similar to T1 plots.

Fig. 5 shows the MF values computed for the vertical shear force (V). Fig. 5a shows the values for interior and exterior girders. For interior girders, the MF values are practically lower than 1.00 and reach a minimum value of 0.85, while for exterior girders the MF values are higher than 1.00 and reach values close to 1.50. For models with 4 and 6 girders the variation of MF as a function of L/R is almost linear for both cases, interior and exterior girders; while for models with 2 girders the variation is parabolic for L/R values higher than 0.50. Fig. 5b shows the MF for intermediate girders (models with 4 and 6 girders). In this case, the MF increases linearly with the increase of L/R and varies from 1.00 to 1.15 approximately.

Fig. 6 shows the MF values computed for the positive bending moment (M_{33}^+). Fig. 6a shows the values for interior and exterior girders. For interior girders, the MF varies linearly from 1.00 to 0.42, the values of MF decrease for increasing values of L/R . For exterior girders, the MF is higher than 1.00 and reach a maximum value of 2.15, the values of MF increase for increasing values of L/R . For intermediate girders (Fig. 6b), the MF values are higher than 1.00 and reach a maximum value of 1.50 with a linear variation from $L/R = 0.07$ to 0.85, approximately.

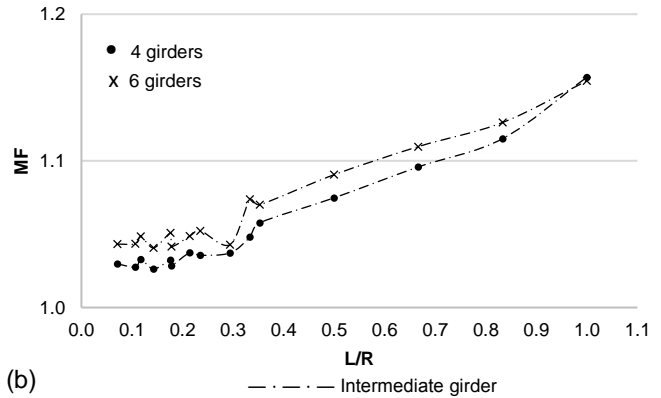


Fig. 5. MF for vertical shear force (V): (a) interior and exterior girders; (b) intermediate girder

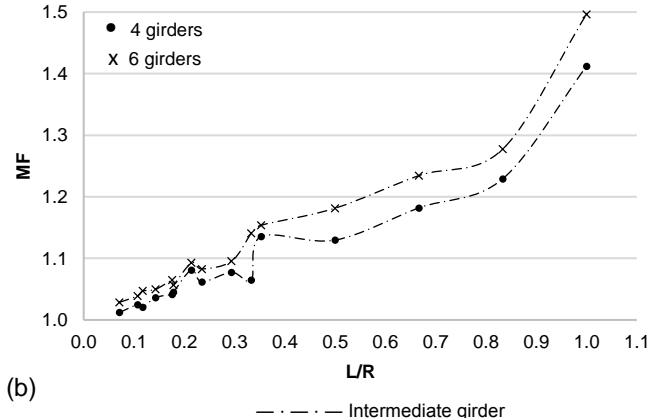
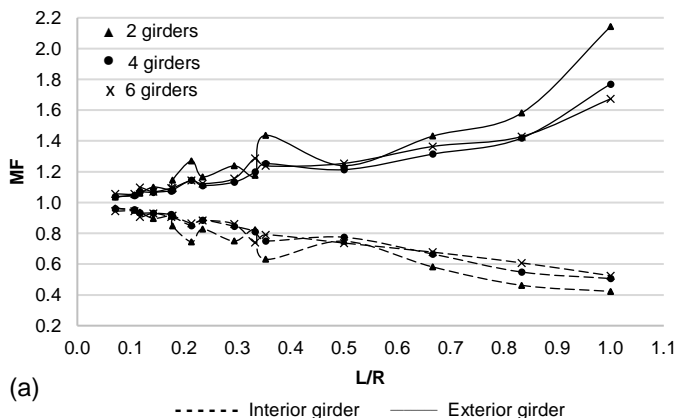


Fig. 6. MF for positive bending moment (M_{33}^+): (a) interior and exterior girders; (b) intermediate girder

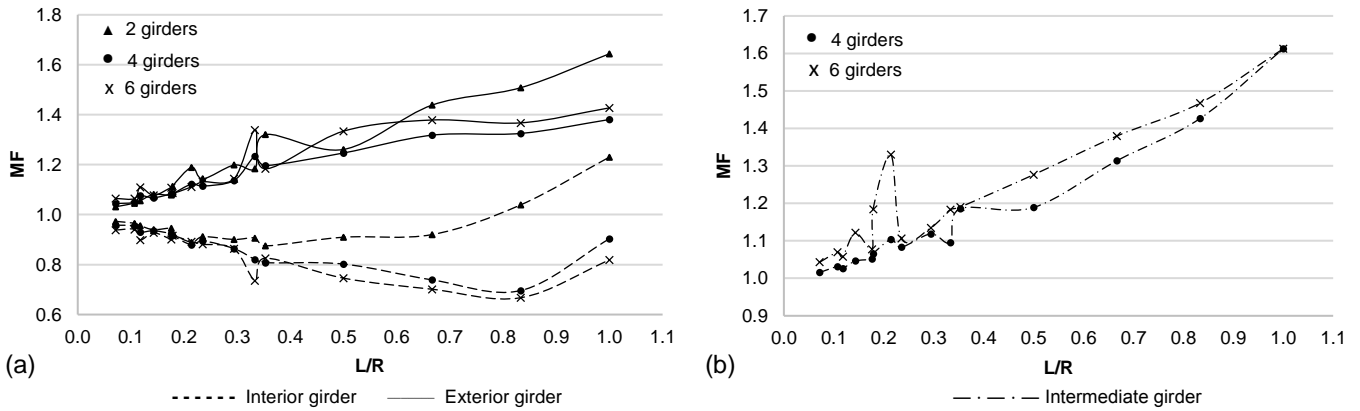


Fig. 7. *MF* for negative bending moment (M_{33}^-): (a) interior and exterior girders; (b) intermediate girder

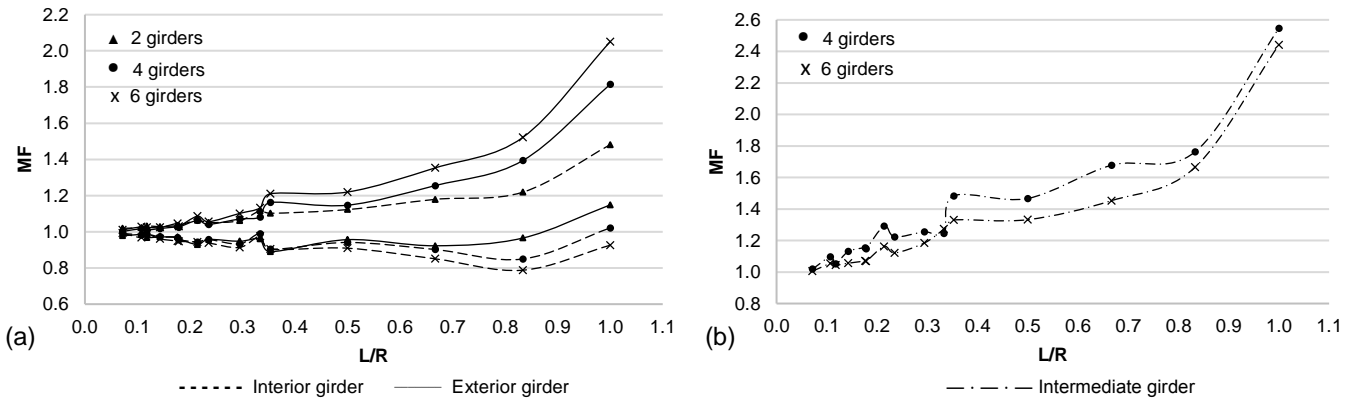


Fig. 8. *MF* for lateral bending moment (M_{22}): (a) interior and exterior girders; (b) intermediate girder

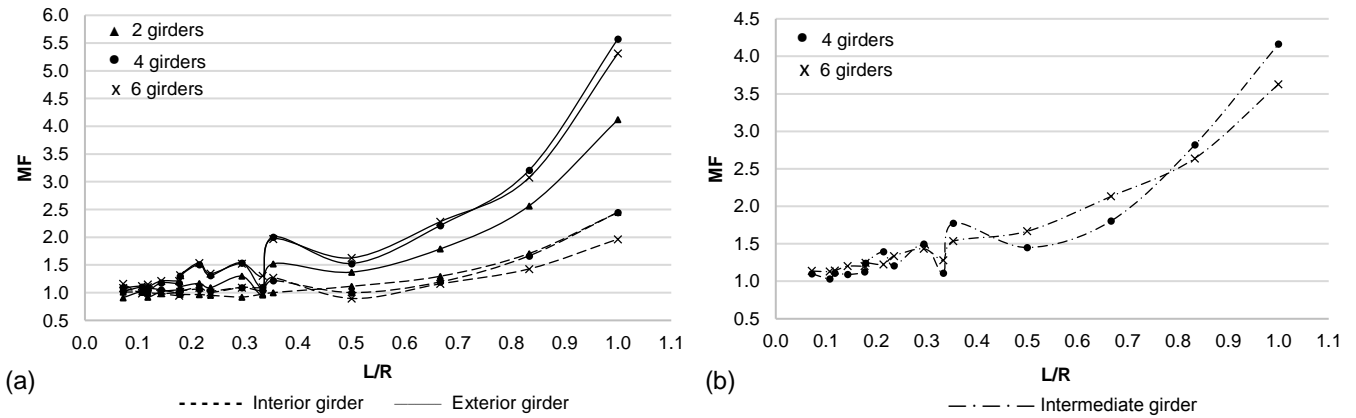


Fig. 9. *MF* for torsional moment (T): (a) interior and exterior girders; (b) intermediate girder

Fig. 7 shows the *MF* values computed for negative bending moment (M_{33}^-). Fig. 7a shows the values for interior and exterior girders. For interior girders, the *MF* values vary from 0.67 to 1.20. For exterior girders, the *MF* values vary from 1.00 to 1.64 and have a positive linear variation as a function of L/R . Fig. 7b shows that the *MF* values for intermediate girders grow almost linearly from 1.00 up to 1.61.

Fig. 8 shows the *MF* values computed for lateral bending moment (M_{22}). Fig. 8a shows the values for interior and exterior girders. For interior girders, the minimum *MF* value is 0.80 and the maximum value is 1.50. For exterior girders, the *MF* values are higher than 0.90 and reach a maximum value of 2.05. The models with 2, 4 and 6 girders have a parabolic variation as a function of L/R , in both cases, interior and exterior girders.

Meanwhile, the *MF* values for intermediate girders (Fig. 8b) are higher than 1.00 and reach a maximum of 2.54. This variation is also parabolic.

Fig. 9 shows the *MF* values computed for torsional moment (T). Fig. 9a shows values for interior and exterior girders and Fig. 9b for intermediate girders. For interior and exterior girders, the *MF* values are practically higher than 1.00, reaching values close to 2.50 and 5.60 for interior and exterior girders, respectively. For intermediate girders, the *MF* values are higher than 1.00 and reach a maximum value of 4.20 with a parabolic behavior.

Fig. 10 shows the *MF* values computed for vertical deflection (Δ). Fig. 10a presents the *MF* values for interior and exterior girders. The *MF* values for interior girders corresponding to the

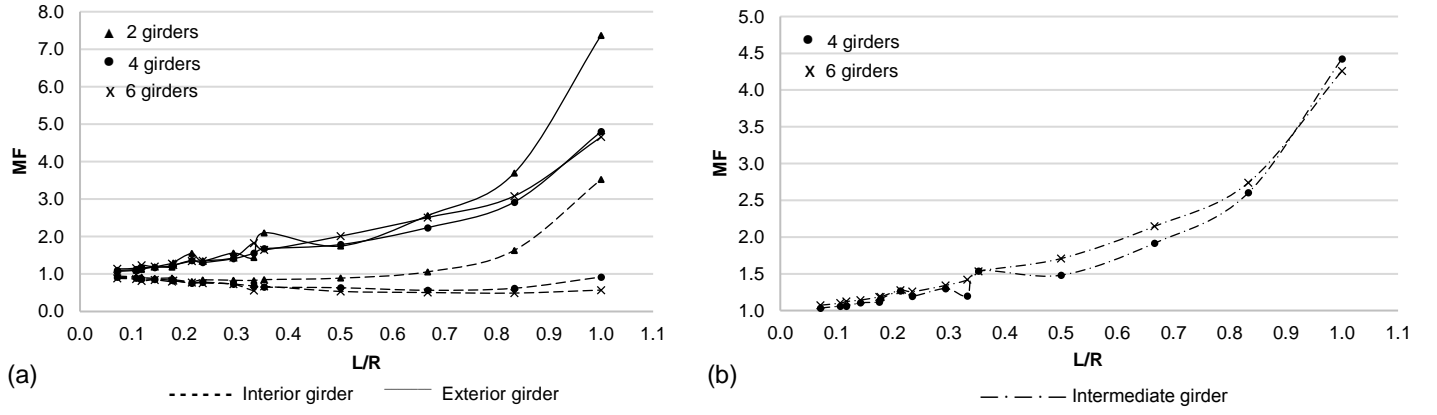


Fig. 10. *MF* for vertical deflection (Δ): (a) interior and exterior girders; (b) intermediate girder

models with 4 and 6 girders, are practically lower than 1.00 (0.50 to 0.92). In this case, the *MF* as a function of *L/R* has a negative linear variation. However, the *MF* for interior girders corresponding to the models with 2 girders varies from 1.00 to 3.50 and exhibits a parabolic behavior. In addition, for exterior girders the *MF* values are higher than 1.00 and reach a maximum value of 7.36 with a parabolic variation in all cases. Meanwhile, Fig. 10b shows the *MF* values for intermediate girders, which vary from 1.00 to 4.50 with a parabolic behavior.

As a summary of the *MF* values, Table 2 shows the maximum and minimum *MF* values for extreme values of *L/R* ratios corresponding to the extreme spans (T1 in Figs. 5-10) and the corresponding to the central span (T2). These values represent the range in which the *MF* can vary for each girder taking into account the value of: *L*, *R* and *N*. It can be seen that the *MF* value increases significantly from interior to exterior girder.

Table 2. Summary of maximum and minimum *MF* values for T1 and T2

Structural response	Exterior girder		Intermediate girder		Interior girder		
	Max	Min	Max	Min	Max	Min	
T1	<i>V</i>	1.465	1.025	1.157	1.026	1.158	0.838
	M_{33}^+	2.142	1.035	1.496	1.012	0.965	0.423
	M_{33}^-	1.644	1.032	1.613	1.016	1.230	0.667
	M_{22}	2.050	0.890	2.547	1.005	1.481	0.788
	<i>T</i>	5.577	0.909	4.163	1.032	2.450	0.895
	Δ	7.368	1.069	4.425	1.034	3.522	0.491
T2	<i>V</i>	1.239	1.024	1.327	0.872	1.135	1.025
	M_{33}^+	1.903	1.030	0.968	0.574	1.352	1.010
	M_{33}^-	1.720	1.031	1.227	0.616	1.604	1.017
	M_{22}	1.852	0.939	1.609	0.876	1.866	0.994
	<i>T</i>	4.737	1.033	2.892	0.940	3.999	1.073
	Δ	7.471	1.061	3.559	0.489	4.493	1.032

Correlation analysis

Considering the obtained results from the analysis of the 60 models, some expressions were developed to relate the different *MF* with the variables involved in the analysis (span length, curvature radius and number of girders).

A correlation analysis was made considering basic formulas defined by the Eqs. (2) and (3). Eq. (2) was used for all mecha-

nical elements and superstructure deflection, except for the case of torsional moment in interior girders, which was analyzed with Eq. (3).

$$MF = a \left(\frac{L}{R}\right)^b N^c + \left(\frac{L}{R}\right)^d f + g \quad (2)$$

$$MF_{T(\text{interior girder})} = h \left(\frac{L}{R}\right) + j \quad (3)$$

where *a* to *j* are the coefficients obtained through the correlation analysis and *L*, *R* and *N* are the variables corresponding to the geometry of the analyzed models, span length, curvature radius and number of girders, respectively.

The coefficient values were obtained taking into account the best correlation coefficient (R^2) and the minimum root mean square error (*RMSE*) for each formula. Some similar correlation models were used by Khalafalla and Sennah (2014) and Al-Hashimy (2005) to estimate the magnification factors for dead and live load and for both SB and CB under limitations of CHBDC by treating CB as SB.

Tables 3 and 4 show the correlation analysis corresponding to different mechanical elements and to deflection of superstructure for interior, intermediate and exterior girders due to HL-93 live load. Column 4 shows the R^2 and column 5 the corresponding to *RMSE*. Table 3 is associated to the results of Eq. (2) and Table 4 to the results of Eq. (3).

For Eq. (2) (Table 3), the maximum R^2 and *RMSE* were 0.99 (99 %) and 0.18 (18 %), respectively; while the minimum values were 0.82 (82 %) and 0.006 (0.6 %), respectively. For Eq. (3) (Table 4), the R^2 were 0.88 (88 %) and 0.94 (94 %), while the *RMSE* were 0.12 (12 %) and 0.10 (10 %) for T1 and T2, respectively. These values show the accuracy of the proposed formulas.

The best fit corresponds to the formulas for the computation of *T* and Δ which have a R^2 average values of 0.95 (95%) and 0.99 (99%), respectively. Meanwhile, the worst fit corresponds to the formulas for the calculation of *V* and M_{22} . In this case, the average values for R^2 were 0.92 and 0.93. In spite of the best and worst fits, the minimum *RMSE* average value corresponds to the formulas for *V*, M_{33}^+ and M_{33}^- with: 0.013(1.3%), 0.032 (3.2%) and 0.032(3.2%), respectively. In general, the best fit corresponds to intermediate girders.

Table 3. Coefficient values for the proposed correlation formulas (Eq. 2)

Structural response	Girder	R^2	$RMSE$	Coefficient Values							
				a	b	c	d	e	f	g	
V	Interior	T1	0.87	0.017	-0.3801	2.318	-0.1067	3.948	1	1	0.9773
		T2	0.97	0.011	-1.888	3.324	-0.6087	4.103	1	3.163	0.9793
	Intermediate	T1	0.98	0.005	-3.521	0.6173	-2.344	1.071	1	1	1.04
		T2	0.96	0.006	-2.639	0.6376	-2.006	0.998	1	1	1.042
	Exterior	T1	0.92	0.021	-0.0931	2.916	0.1238	2.939	1	1	1.046
		T2	0.82	0.016	-0.4684	3.415	-0.5559	3.038	1	1	1.042
M_{33}^+	Interior	T1	0.93	0.038	-1.55	0.8149	-0.4791	0.9093	1	1	1.033
		T2	0.87	0.037	-0.9321	1.11	-0.4377	5.208	1	1	0.9782
	Intermediate	T1	0.98	0.017	0.0757	0.6834	0.8229	9.834	1	1	0.9719
		T2	0.98	0.012	0.03272	6.497	0.9364	0.05768	-0.069	1	0.04372
	Exterior	T1	0.95	0.048	0.7529	0.7762	-0.2108	15.45	1	1	0.9633
		T2	0.95	0.040	0.6012	0.375	-0.0662	6.878	1	1	0.8184
M_{33}^-	Interior	T1	0.90	0.030	-0.2274	0.6583	0.3938	4.334	1	1	1.033
		T2	0.97	0.019	12.64	2.95	-4.629	0.6206	-0.241	-0.280	1.043
	Intermediate	T1	0.93	0.043	0.1924	0.5332	0.5829	4.087	1	1	0.902
		T2	0.99	0.015	0.1877	0.7798	0.5242	4.651	1	1	0.9616
	Exterior	T1	0.93	0.038	0.1158	0.4181	0.6412	0.8132	1	1	0.9032
		T2	0.89	0.045	0.0753	0.444	0.7476	0.9844	1	1	0.9523
M_{22}	Interior	T1	0.87	0.039	-0.127	0.6169	0.6241	1.545	1	1	1.066
		T2	0.90	0.038	-0.0675	0.1689	0.7716	8.241	0.6881	0.9533	1.144
	Intermediate	T1	0.97	0.062	1.356	13.2	-0.378	0.5452	0	1	0.7473
		T2	0.97	0.038	0.00782	7.368	2.135	1.024	0.6371	1.702	0.966
	Exterior	T1	0.91	0.066	0.1979	1.499	1.006	-0.0833	0	1	-0.2183
		T2	0.96	0.044	0.9913	1.774	0.05898	0.95	1	-1.243	1.025
T	Intermediate	T1	0.97	0.140	3.091	1.962	-0.2852	8.205	0.1561	1	1.139
		T2	0.99	0.081	4.944	2.335	-0.6481	19.91	0.177	1	1.137
	Exterior	T1	0.97	0.180	2.268	5.584	0.227	0.4052	-0.289	1	0.4842
		T2	0.95	0.180	1.326	1.932	0.242	8.22	-0.2	1	1.11
Δ	Interior	T1	0.97	0.074	-11.79	2.724	-0.6326	3.311	1	20.26	0.8628
		T2	0.99	0.046	-0.1034	0.7697	1	6.436	2.69	18.51	0.9364
	Intermediate	T1	0.99	0.081	1.871	1.786	0.06357	13.39	-0.105	1	1.068
		T2	0.99	0.096	1.929	1.888	-0.0037	9.979	-0.201	1	1.084
	Exterior	T1	0.99	0.140	11.42	6.186	-1.2	1.142	-0.392	1	1.06
		T2	0.99	0.140	1.561	0.952	0.1134	7.13	1	9.603	0.9215

Note: R^2 =Correlation coefficient; $RMSE$ =Root main square error; T1=Extreme span; T2=Central span.

Table 4. Coefficient values for the proposed correlation formulas (Eq. 3)

Structural response	Girder	R^2	$RMSE$	Coefficient Values			
				h	i	j	
T	Interior	T1	0.88	0.120	0.001	$-0.0116N^2 + 0.0653N + 2.688$	$-0.0002N^2 + 0.0279N + 0.7884$
		T2	0.94	0.100	0.004	$-0.0058N^2 + 0.0225N + 2.462$	$0.01N^2 - 0.1049N + 1.1377$

Note: R^2 =Correlation coefficient; $RMSE$ =Root main square error; T1=Extreme span; T2=Central span; N =Number of girder

Evaluation of proposed formulas

In order to evaluate the efficiency of the proposed formulas, two different CB, which were not included in the 60 analyzed models used to obtain the correlation formulas, were analyzed. The analysis was made by comparing the results of a 3D FEM with those obtained using the proposed formulas in this paper and also with different formulas and procedures proposed in the literature.

The first curved bridge (CB1) has a cross-section with three girders, a curvature radius of 120 m, a span length of 45 m and 3 live load lanes. The second one (CB2) has five girders, a

curvature radius of 225 m, a span length of 45 m and 5 live load lanes. In both cases, the slab overhang was 1.50 m and the slab thickness was 0.23 m. Fig. 11 shows the 3D FEM used in the analysis of CB1 and CB2 (CSI, 2016). Figs. 12 and 13 shows the geometry details of both bridges.

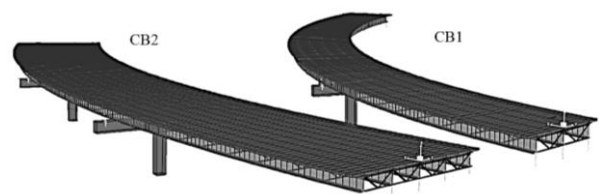


Fig. 11. 3D FEM of CB used to test the proposed formulas

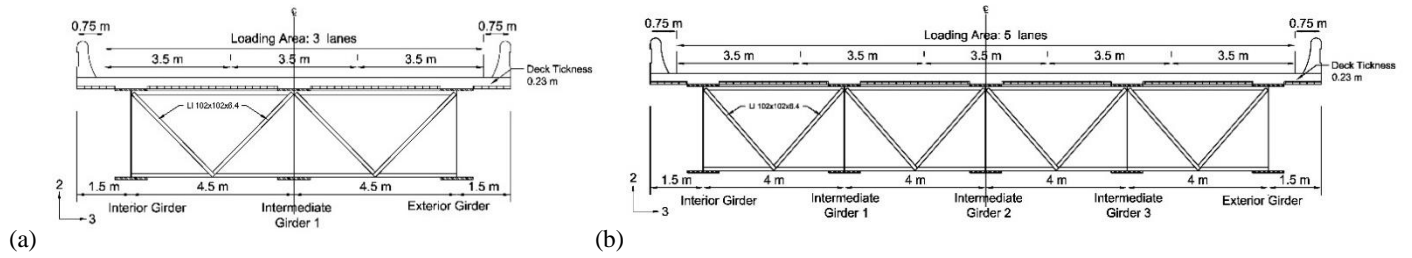


Fig. 12 Superstructure cross-sections: (a) superstructure cross-section for CB1; (b) superstructure cross-section for CB2

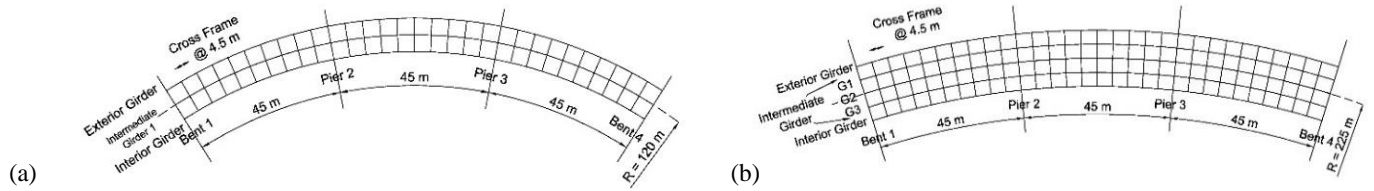


Fig. 13. Models in a plan view: (a) plan view of CB1; (b) plan view of CB2

In the following discussion of results, the differences were computed between the results obtained from proposed formulas and those from the 3D FEM. A positive difference means an overestimated response value and a negative one, an underestimated response value. Moreover, the averages involved in the discussion of the results were computed as the root of the average of the square differences.

Table 5 shows the results for CB1. The column 4 shows the MF (Eq.1) obtained from the analysis of the 3D FEM, the column 5 shows the MF computed using the proposed formulas and the column 6 presents the difference between them. In the case of T1, the minimum difference is 0.4 % corresponding to V , while the maximum difference is 16.1 % which corresponds to T . In the case of T2, the minimum difference is 0.3 % corresponding to M_{22} and the maximum difference is 13.9 % which corresponds to Δ . The results for V and M_{22} have the minimum average of differences, 3.1 % and 4.25 %, respectively. While the maximum average of differences occurs for T and it is 10.6 %.

Table 6 shows the results for CB2. The order and identification of the columns is the same as Table 5. In the case of T1, the minimum difference is 0.6 % corresponding to T and Δ , while the maximum difference is 8.8 % which corresponds to Δ . In the case of T2, the minimum difference is 0.2 % corresponding to V and the maximum difference is 6.3 % which corresponds to Δ . The results for V and M_{22} have the minimum average of differences, 1.5 % and 2.5 %, respectively. While the maximum average of differences occurs for Δ and it is 4.8 %.

In general, the minimum differences correspond to girders located in the central span of the bridge (T2) for both models, CB1 and CB2. From the obtained results for both bridges, it can be seen that the proposed formulas give close estimations for different MF to those obtained from the 3D FEM.

In addition, the results were compared with different simplified formulas and procedures proposed in the literature. The CHBDC (2006) establishes that a CB can be analyzed as a SB in case that the $L^2/BR \leq 0.50$. Under this consideration, the CB1 cannot be considered as a SB, but CB2 can be. The results for CB2 show that following the recommendation of CHBDC, in which case $MF = 1.00$ should be assumed for all mechanical elements and deflection, the differences between the 3D FEM and those

Table 5. Results summary for CB1

Structural response	Girder	FEM	MF		
			Proposed formulas	Difference	
V	Interior	T1	0.882	0.949	7.1 %
		T2	0.947	0.961	1.5 %
	Intermediate	T1	1.020	1.010	-1.0 %
		T2	1.018	1.011	-0.6 %
	Exterior	T1	1.063	1.059	-0.4 %
		T2	1.055	1.050	-0.4 %
M_{33}^+	Interior	T1	0.848	0.758	-12.0 %
		T2	0.794	0.786	-1.0 %
	Intermediate	T1	1.038	1.068	2.8 %
		T2	1.002	1.064	5.8 %
	Exterior	T1	1.167	1.242	6.1 %
		T2	1.178	1.206	2.3 %
M_{33}^-	Interior	T1	0.865	0.854	-1.3 %
		T2	0.876	0.849	-3.2 %
	Intermediate	T1	1.070	1.124	4.8 %
		T2	1.062	1.120	5.2 %
	Exterior	T1	1.170	1.209	3.2 %
		T2	1.164	1.190	2.2 %
M_{22}	Interior	T1	0.972	1.002	2.9 %
		T2	1.014	1.011	-0.3 %
	Intermediate	T1	1.208	1.333	9.4 %
		T2	1.266	1.276	0.7 %
	Exterior	T1	1.026	1.004	-2.1 %
		T2	1.073	1.047	-2.4 %
T	Interior	T1	1.352	1.198	-12.8 %
		T2	1.381	1.328	-4.0 %
	Intermediate	T1	1.705	1.469	-16.1 %
		T2	1.370	1.383	0.9 %
	Exterior	T1	1.579	1.420	-11.2 %
		T2	1.514	1.370	-10.5 %
Δ	Interior	T1	0.776	0.719	-8.0 %
		T2	0.730	0.792	7.9 %
	Intermediate	T1	1.221	1.416	13.7 %
		T2	1.193	1.386	13.9 %
	Exterior	T1	1.515	1.569	3.4 %
		T2	1.545	1.619	4.6 %

Table 6. Results summary for CB2

Structural response	Girder	MF			
		FEM	Proposed formulas	Difference	
V	Interior	T1	0.978	0.970	-0.8 %
		T2	0.979	0.977	-0.2 %
	Intermediate	T1	1.027	1.046	1.8 %
		T2	1.026	1.045	1.8 %
	Exterior	T1	1.026	1.047	2.0 %
		T2	1.024	1.043	1.8 %
M_{33}^+	Interior	T1	0.924	0.886	-4.2 %
		T2	0.914	0.901	-1.5 %
	Intermediate	T1	1.055	1.067	1.1 %
		T2	1.052	1.063	1.0 %
	Exterior	T1	1.078	1.117	3.5 %
		T2	1.082	1.114	2.9 %
M_{33}^-	Interior	T1	0.916	0.885	-3.5 %
		T2	0.920	0.891	-3.2 %
	Intermediate	T1	1.075	1.111	3.2 %
		T2	1.074	1.086	1.1 %
	Exterior	T1	1.090	1.123	2.9 %
		T2	1.083	1.116	3.0 %
M_{22}	Interior	T1	0.946	0.954	0.9 %
		T2	0.975	0.966	-0.9 %
	Intermediate	T1	1.101	1.163	5.3 %
		T2	1.092	1.083	-0.8 %
	Exterior	T1	1.040	1.015	-2.5 %
		T2	1.041	1.034	-0.7 %
T	Interior	T1	0.994	1.065	6.7 %
		T2	1.026	1.048	2.1 %
	Intermediate	T1	1.286	1.222	-5.2 %
		T2	1.199	1.178	-1.8 %
	Exterior	T1	1.219	1.315	7.3 %
		T2	1.205	1.197	-0.6 %
Δ	Interior	T1	0.825	0.829	0.6 %
		T2	0.818	0.787	-4.0 %
	Intermediate	T1	1.178	1.185	0.6 %
		T2	1.170	1.176	0.5 %
	Exterior	T1	1.239	1.359	8.8 %
		T2	1.242	1.326	6.3 %

obtained considering CHBDC (2016), could be as high as 29 % for T and 24 % for Δ . While in the case of computing the MF for T and Δ using the proposed formulas in this paper, these differences were 5.2 % and 6.3 %, respectively.

Moreover, the AASHTO guide for curved bridges (AASHTO 2003) and AASHTO bridge design specification (AASHTO LRFD 2014) provide some conditions to ignore the effects of curvature for determining the bending moment and shear forces. These conditions are: girders are concentric, bearing lines are not skewed more than 10 degrees, the stiffnesses of the girders are similar and for all spans, the arc span (L_{as}) divided by the curvature radius (R) is less than 0.06 radians, where the arc span (L_{as}), shall be taken in accordance with the support conditions. When these conditions are not satisfied, the specifications recommend an approximate method, which is the V-Load method. This method allows to compute the mechanical elements in the girders of the equivalent straight bridge either

use the distribution factors specified in the AASHTO LRFD specifications (2014) or use the lever rule.

Additionally, the obtained results using the proposed formulas were compared with the formulas proposed by Zhang et al. (2005) and with the results from V-load method, the procedure recommended by AASHTO (2003, 2014).

According to these recommendations, the vertical shear force (V) and the bending moments (M_{33}^+ , M_{33}^-) were computed for CB1 and CB2. Table 7 shows the differences between the V-load method, the formulas proposed by Zhang et al. (2005) and those obtained with the proposed formulas in this paper. For all three cases, the differences were obtained by comparing the results of the 3D FEM with the resulting values in each procedure. For CB1, the difference of V-load method reached values as high as -57.1% for M_{33}^+ , while the minimum difference was about 10% for M_{33}^+ (exterior girder). In the case of CB2, the difference for V by using the V-load method was about -11.2%, and the minimum difference was 0.9% for M_{33}^- .

Particularly, Zhang et al. (2005) propose formulas for the computation of V , M_{33}^+ and M_{33}^- which are applicable to continuous bridges with multiple live load lanes. The column 6 of Table 7 shows the differences between the MF computed using the proposed formulas by Zhang et al. (2005) and those obtained from the analysis of the 3D FEM. These differences can reach maximum values of 13.6 % for CB1 (M_{33}^+) and minimum values of -1.3 % (CB2) when V is computed in interior girders. For CB1 the average difference was 9.0 % and for CB2 it was 4.7 %. For the proposed formulas in this paper, the maximum differences were -12 % (CB1) and -4.2 % (CB2). While the minimum differences were -0.4 % (CB1) and -0.8 % (CB2). The average differences for CB1 and CB2 were 6.4 % and 2.9 %, respectively.

Table 7. Summary results of comparison of different procedures

Structural response	Girder	Differences			
		Proposed formulas	V-Load method	Zhang et al. (2005)	
CB1	V	Interior	7.1 %	-33.6 %	7.1 %
		Exterior	-0.4 %	20.7 %	5.2 %
	M_{33}^+	Interior	-12.0 %	-57.1 %	-5.8 %
		Exterior	6.1 %	12.9 %	13.6 %
	M_{33}^-	Interior	-1.3 %	-27.2 %	13.4 %
		Exterior	3.2 %	10.7 %	-1.8 %
CB2	V	Interior	-0.8 %	-11.2 %	-1.3 %
		Exterior	2.0 %	7.6 %	-1.7 %
	M_{33}^+	Interior	-4.2 %	-8.7 %	5.1 %
		Exterior	2.9 %	-3.0 %	6.4 %
	M_{33}^-	Interior	-3.2 %	-2.2 %	6.4 %
		Exterior	2.9 %	0.9 %	-4.2 %

Comparison between HL-93 and IMT66.5 live load models

By comparing the BM responses for the HL-93 (AASHTO LRFD 2014) and the IMT66.5 (SCT 2001) live load models, the results for T1 showed that vertical shear force (V), bending

moments (M_{33}^+ , M_{33}^- , M_{22}), and deflection (Δ), have roughly the same behavior and the same MF values, regardless what live load is used. However, the torsional moment (T) does not have the same behavior. In the case of T2, V , M_{33}^+ , M_{33}^- and Δ also have the same behavior, while T and M_{22} have different behavior in case of using one live load model or another one.

Fig. 14 shows the obtained MF for different L/R ratios that corresponds to M_{33}^+ considering the 60 analyzed 3D FEM in this study. It can be seen small differences for IMT 66.5 and HL-93 live load models. Hence, the MF for IMT 66.5 live load can be considered the same as HL-93.

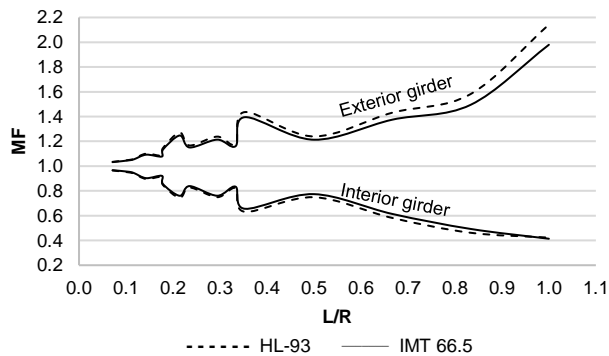


Fig. 14. Response comparison for M_{33}^+ between HL-93 and IMT 66.5

Fig. 15 shows the behavior of MF corresponding to T for different L/R ratios. It shows the same behavior, both models have a parabolic behavior as a function of L/R . However, the MF values for the IMT 66.5 live load model are lower than HL-93. For L/R ratios less than 0.20 the MF values can be considered the same. For L/R ratios higher than 0.30, the MF for HL-93 and IMT 66.5 live load models increase significantly. The maximum MF values are 2.45 for IMT 66.5 and 4.10 for HL-93, both cases occur for $L/R = 1.00$.

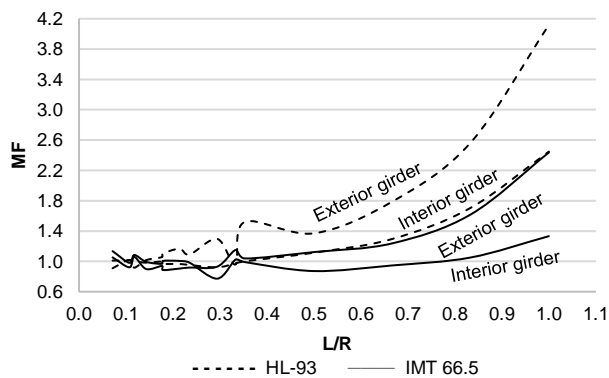


Fig. 15. Response comparison for T between HL-93 and IMT 66.5

Conclusions

Using 60 3D FEM representative of the superstructure of continuous curved steel I-girder bridges, a set of formulas were developed to estimate different mechanical elements and deflections of girders of plan-curved bridges. The parameters that varied from one model to another were: curvature radius, span length and number of girders (i.e. load lanes). The formulas were obtained through a correlation analysis of the results, and they give a factor that converts the mechanical elements and

deflections of “equivalent” straight bridge girders in the corresponding ones to girders of a plan-curved bridge. These formulas were tested using different cases to those used in the correlation analysis and the results show that they are accurate enough to be used with design purposes. In many cases, they are more accurate than current applicable formulas and procedures recommended in the literature. The main conclusions and recommendations of this paper are as follows:

1. In general, the variation of the girders response for the 60 analyzed curved bridge FEM ranged from $MF = 0.42$ to $MF = 7.40$. Considering the three different girders type in accordance with their location in the bridge cross-section, the girders that resulted with the highest MF values were the exterior girders, in which case the average value of the maxima MF considering all different studied responses was 3.26, while the average value of the minima MF was 1.00. Meanwhile, the girders with the lowest MF values were the interior girders, which registered a maxima MF average value of 1.86 and a minima MF average value of 0.70. The MF average values of the intermediate girders were 2.48 and 1.02, for the maxima and minima values, respectively.
2. There was not a significant difference between the results of the mechanical elements and deflection obtained for girders located in extreme bridge spans (T1) and those located in the central bridge span (T2).
3. The torsional moment (T) was the mechanical element with a major amplification. In this case, the average of the maxima MF values was 4.06. The mechanical element with a minor amplification was the shear force (V), in this case the average of the maxima MF values was 1.26 and the average of the minima MF values was 0.96.
4. In general, the amplification of the girders response in curved bridges increases for increasing values of the L/R ratio, except in the case of M_{33}^+ and V for interior girders, in which case the MF values decrease when the L/R ratio increases.
5. From the comparison between the proposed formulas in this paper and the applicable procedures and formulas recommended in the literature, it was demonstrated that the proposed formulas give more accurate results. For the shear force (V), the proposed formulas give a maximum difference of 7 % while the difference for the V-load method is almost -30 % and for the formula by Zhang et al., it is about 7 %. In the case of the positive bending moment, the differences were -12 %, -57 % and 13 %, for the proposed formulas, the V-load method and the formula by Zhang et al., respectively. Also for the negative bending moment, the proposed formulas give a minor difference, in this case the differences were 3.2 %, -27 % and 13.4 %, respectively.
6. In relation to the different live load models used in the analysis, it was shown that there was not a significant difference in the obtained results for the HL-93 live load model in comparison with the IMT 66.5. Except in the case of torsional moment (T), in which case the results obtained with IMT 66.5 give lower MF values than HL-93. On average, the difference in this case is about 35 %.

References

- Al-Hashimy, M.A. (2005). “Load Distribution Factors for Curved Concrete Slab-on-Steel I-Girder Bridges”. MSc

- thesis, Ryerson University, Ontario, Canada.
- American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO). (2003). Guide specifications for horizontally curved highway bridges, AASHTO, Washington, D.C.
- American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO). (2014). LRFD Bridge Design Specifications. 7th Ed., AASHTO, Washington, D.C.
- Barr, P.J., Yanadori, N., Halling, M.W. and Womack, K.C. (2007). "Live-Load Analysis of a Curved I-Girder Bridge". *J. Bridge Eng.*, 10.1061/(ASCE)1084-0702(2007)12:4(477).
- Canadian Standard Association. (CSA). (2000). Canadian Highway Bridge Design Code. (CHBDC). Etobicoke, Ontario.
- Canadian Standard Association. (CSA). (2006). Canadian Highway Bridge Design Code. (CHBDC). Mississauga, Ontario.
- Computers and Structures, Inc.(CSI). (2016). CSIBridge. California, USA.
- DeSantiago, E., Mohammadi, J. and Albaijat, H. (2005). "Analysis of Horizontally Curved Bridges Using Simple Finite-Element Models". *J. Pract. Period. Struct. Des. Constr.*, 10.1061/(ASCE)1084-0680(2005)10:1(18).
- Fatemi, S.J., Sheikh, A.H. and M.S. Mohamed Ali. (2015). "Development and Application of an Analytical Model for Horizontally Curved Bridge Decks". *J. Advances in Structural Engineering*, 18 (1), 107-117.
- Khalafalla, I. and Sennah, K. (2014). "Curvature Limitations for Slab-on-I-Girder Bridges". *J. Bridge Eng.*, 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000603.
- Kim, W.S., Laman, J.A., and Linzell, D.G. (2007). "Live Load Radial Moment Distribution for Horizontally Curved Bridges". *J. Bridge Eng.*, 10.1061/(ASCE)1084-0702(2007)12:6(727).
- Lin, W. and Yoda, T. (2010). "Analysis, Design and Construction of Curved Composite Girder Bridges: State-of-the-Art". *International Journal of Steel Structures*, 10(3), 207-220.
- Linzell, D., Hall, D. and White, D. (2004). "Historical Perspective on Horizontally Curved I Girder Bridge Design in the United States". *J. Bridge Eng.*, 10.1061/(ASCE)1084-0702(2004)9:3(218).
- Nevling, D., Linzell, D., and Laman, J. (2006). "Examination of Level of Analysis Accuracy for Curved I-Girder Bridges through Comparisons to Field Data". *J. Bridge Eng.*, 10.1061/(ASCE)1084-0702(2006)11:2(160).
- Secretaria de Comunicaciones y Transportes. (SCT). (2001). Ejecución de proyectos de nuevos puentes y estructuras similares, Capítulo 3 Cargas y acciones. Norma N-PRY-CAR-6-01-003/01. México.
- Structural Stability Research Council (SSRC) Task Group 14. (1991). "A look to the future". Rep. of workshop on horizontally curved girders, Chicago, 1-18.
- Zhang, H., Huang, D. and Wang, T. (2005). "Lateral Load Distribution in Curved Steel I-Girder Bridges". *J. Bridge Eng.*, 10.1061/(ASCE)1084-0702(2005)10:3(281)

ANEXO A: MODELO DE CORRELACIÓN PROPUESTO

En esta tesis se analizaron distintos modelos de correlación para ajustar los resultados de los puentes estudiados. El propósito de esto fue valorar la precisión de cada uno de los modelos de correlación propuestos, con el fin de identificar aquellos que arrojaban mejores resultados. En este anexo se presenta una descripción de los distintos modelos de correlación analizados. En particular, se muestra la forma matemática de cada modelo, así como su precisión medida en términos del coeficiente de correlación (R^2) y de la raíz del error cuadrático medio ($RMSE$).

El análisis de correlación es una técnica estadística para establecer el grado de asociación entre dos o más variables de una población, a partir de una muestra aleatoria (Montgomery & Runger 2013). Además, permite establecer una función mediante un análisis de regresión. Esta función describe estadísticamente la relación entre las variables en estudio y, por tanto, su fin es obtener predicciones del valor de una variable (y) para un valor dado de otra u otras variables (x_1, x_2, \dots, x_n). El modelo más sencillo que relaciona la variable respuesta u objetivo con variables predictivas o datos es un modelo lineal $y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n$, donde b_0, b_1, \dots, b_n son constantes que se determinan mediante el método de mínimos cuadrados, a partir de los n datos muestrales.

El método de mínimos cuadrados determina los valores b_0, b_1, \dots, b_n de la curva que mejor se ajusta a los n datos muestrales, es decir, que minimicen la suma de errores al cuadrado de todos los datos. La eficiencia de los modelos de correlación se evalúa mediante los factores R^2 y $RMSE$, donde R^2 es el coeficiente de correlación que se calcula de la siguiente forma (Montgomery y Runger 2013):

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2} \quad (\text{A.1})$$

donde e es el error entre el valor estimado a partir del modelo de correlación (y) y el correspondiente al dato muestral (Y). \bar{Y} es el promedio de los datos muestrales. Por su parte, $RMSE$ es la raíz del error cuadrático medio. Se calcula como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum e^2} \quad (\text{A.2})$$

Idealmente, el valor de R^2 que corresponde a una correlación perfecta es 1 o -1. Por su parte, se debe buscar minimizar el valor de $RMSE$ con el propósito de obtener el mejor modelo de correlación posible.

El modelo de correlación que se propone en este trabajo de tesis (artículo, ecuación 2) corresponde a un modelo similar al propuesto por Khalafalla y Sennah (2014), quienes estudiaron la respuesta estructural de puentes curvos bajo carga muerta de acuerdo a las recomendaciones del CHBDC (2006). En dichas recomendaciones se propone analizar los puentes curvos como puentes rectos bajo ciertas limitaciones geométricas.

En esta tesis se empezó probando un modelo lineal de correlación (ecuación A.3), el cual relaciona al factor de modificación de la respuesta MF con las variables L (longitud de claro), R (radio de curvatura) y N (número de traveses).

$$MF = a L + b N + c R \quad (A.3)$$

donde a , b y c son coeficientes constantes.

Sin embargo, sus resultados no fueron favorables, ya que se obtuvieron valores de $R^2 < 0.80$ y $RMSE > 0.20$.

Como segunda propuesta se analizó un modelo del siguiente tipo (ecuación A.4), el cual se propuso debido a que la forma que mostraban los resultados se asemejaba a una función parabólica, en función de la relación L/R .

$$MF = a \left(\frac{L}{R} \right)^b + (L^c)(R^d) + e \quad (A.4)$$

En este caso se alcanzaron mejores valores. Para $R^2 > 0.80$ y $RMSE < 0.15$, los cuales ya se consideraron adecuados. Sin embargo, la forma del modelo resultaba compleja ya que los coeficientes a , b , c y d son funciones parabólicas, por ejemplo: $a = z_1 N^2 + z_2 N + z_3$, donde z_1 , z_2 y z_3 son números constantes.

Tomando en consideración lo anterior, se simplificaron los modelos obtenidos de tal manera que los términos asociados a los exponentes fueran constantes (ecuación A.5). Con ello, se obtuvieron expresiones más sencillas que seguían conservando valores aceptables para R^2 y $RMSE$. Esta expresión se utiliza para el cálculo de la deflexión y todos los elementos mecánicos excepto torsión en traveses interiores. Además, las expresiones resultaron similares a las propuestas por Khalafalla y Sennah (2014).

$$MF = \alpha \left(\frac{L}{R} \right)^b N^c + \frac{\left(\frac{L}{R} \right)^d}{N^e} f + g \quad (\text{A.5})$$

donde a, b, c, d, e, f y g son coeficientes con valores constantes positivos o negativos.

Debido a que R^2 y $RMSE$ no fueron adecuados para el cálculo de torsión en traveses interiores con el modelo de la ecuación A.5, se optó por utilizar un modelo en el cual h , es un coeficiente constante e i y j son funciones parabólicas (ecuación A.6), por ejemplo: $i = \alpha_1 N^2 + \alpha_2 N + \alpha_3$, donde α_1, α_2 y α_3 son números constantes.

$$MF_{T(\text{interior girder})} = h \left(\frac{L^i}{R} \right) + j \quad (\text{A.6})$$

ANEXO B: TAMAÑO DE LA MUESTRA

En esta tesis se analizaron 60 modelos representativos de distintos puentes. Con el propósito de valorar el nivel de confianza de los resultados obtenidos a partir de estos casos de estudio, se realizó un análisis estadístico del tamaño de la muestra utilizada. En este anexo se presenta dicho análisis, en donde se muestra el nivel de confianza alcanzado. Adicionalmente se comenta el tamaño de la muestra utilizada en distintos trabajos similares al desarrollado en esta tesis.

De acuerdo a las 3 variables en estudio N (número de traveses), L (longitud de claro) y R (radio de curvatura), se analizaron modelos representativos de puentes curvos continuos con traveses I de acero. Los valores para cada variable se muestran a continuación:

Parámetro	Intervalo
Radio de curvatura [m]	60, 170, 280, ∞
Longitud de claro [m]	20, 30, 40, 50, 60
Número de traveses	2, 4, 6

En cuanto al número de traveses (N), se considera que el máximo número que razonablemente se llega a presentar es de 6, lo cual equivaldría aproximadamente a igual número de carriles. De esta forma los valores que puede tomar la variable N son: 2, 3, 4, 5 y 6. Es decir, 5 casos de los cuales se estudiaron 3 en este trabajo.

Por lo que se refiere a la longitud de claro, se ha observado que para este tipo de puentes los claros varían de 30 a 100 m. Con lo cual, si se consideran incrementos de 5 m, lo cual es común, resultan 15 casos distintos, de los cuales se estudian 5 en este trabajo.

Dado que el radio de curvatura (R) depende del tipo de carretera y de la velocidad de proyecto (V), se tomaron los valores máximos para carreteras tipo ET y A de acuerdo a la norma SCT. Para $V = 50$ km/h corresponde un $R = 60$ m y para $V = 110$ km/h un $R = 420$ m. Revisando algunos casos de puentes de este tipo en la zona de Toluca, se tiene que, por ejemplo, el Puente Bicentenario tiene un $R = 280$ m, el puente en Alfredo del Mazo un $R = 150$ m, el puente del Monumento al Caminero un $R = 102$ m, el puente del Boulevard Aeropuerto un $R = 60$ m y el puente Transformación en Tamaulipas un $R = 75$ m.

Suponiendo que los radios de curvatura se discretizan a intervalos de 30 m, en total se alcanzarían 13 casos para el intervalo considerado de 60 m a 420 m, de los cuales en esta tesis se estudian 4, incluyendo $R=\infty$ para el puente recto equivalente.

Tomando en consideración esta población, el número posible de combinaciones de estas variables sería de $(5) (15) (13) = 975$ casos de estudio, de los cuales se analiza una muestra de 60 casos.

Suponiendo que se presenta una distribución normal, el nivel de confianza del tamaño de la muestra se calcula de acuerdo al siguiente procedimiento, en el cual, primero se obtiene la desviación del valor medio (Z) a partir de la siguiente ecuación (Montgomery y Runger 2013):

$$n = \frac{Z^2 N \sigma^2}{e^2 (N - 1) + Z^2 \sigma^2} \quad (\text{B.1})$$

donde:

$N = 975$ combinaciones posibles (población)

$n = 60$ casos estudiados (muestra)

$e = 5\% = 0.05$ es el margen de error que se aceptaría entre los resultados obtenidos de la muestra y los de la población.

Suponiendo que $\sigma^2 = 0.5$, donde σ^2 es la varianza de la población, resulta $Z = 0.8$. De acuerdo a la función normal para un valor $Z = 0.8$ corresponde un nivel de confianza de 0.79, es decir del 79%. Se considera que este nivel de confianza es razonable para este tipo de estudio.

Es importante comentar los tamaños de muestras que se han utilizado en estudios similares, por ejemplo:

Kim et al. (2007) analizaron una muestra de 80 modelos representativos de puentes curvos simplemente apoyados con los que desarrollaron fórmulas para el cálculo del esfuerzo normal debido a la flexión y otra tomando flexión y torsión combinados.

Khalafalla y Sennah (2014) analizaron 126 modelos de puentes simplemente apoyados y dos claros continuos para evaluar las recomendaciones de CHBDC (2006) acerca de analizar los puentes curvos como rectos.

Al-Hashimy (2005) analizó una muestra de 320 modelos representativos de puentes curvos y rectos simplemente apoyados. Con los cuales desarrollaron fórmulas para el cálculo de momento flexionante, momento torsionante, fuerza cortante y deflexión en las traveses.

Sin embargo, en cada documento no hay una justificación en términos probabilistas respecto a la selección de la muestra.

REFERENCIAS:

- Al-Hashimy, M.A. (2005). “Load Distribution Factors for Curved Concrete Slab-on-Steel I-Girder Bridges”. MSc thesis, Ryerson University, Ontario, Canada.
- American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO). (2003). Guide specifications for horizontally curved highway bridges, AASHTO, Washington, D.C.
- American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO). (2014). LRFD Bridge Design Specifications. 7th Ed., AASHTO, Washington, D.C.
- Barr, P.J., Yanadori, N., Halling, M.W. and Womack, K.C. (2007). “Live-Load Analysis of a Curved I-Girder Bridge”. *J. Bridge Eng.*, 10.1061/(ASCE)1084-0702(2007)12:4(477).
- Canadian Standard Association. (CSA). (2000). Canadian Highway Bridge Design Code. (CHBDC). Etobicoke, Ontario.
- Canadian Standard Association. (CSA). (2006). Canadian Highway Bridge Design Code. (CHBDC). Mississauga, Ontario.
- Computers and Structures, Inc.(CSI). (2016). CSIBridge. California, USA.
- DeSantiago, E., Mohammadi, J. and Albaijat, H. (2005). “Analysis of Horizontally Curved Bridges Using Simple Finite-Element Models”. *J. Pract. Period. Struct. Des. Constr.*, 10.1061/(ASCE)1084-0680(2005)10:1(18).
- Fatemi, S.J., Sheikh, A.H. and M.S. Mohamed Ali. (2015). “Development and Application of an Analytical Model for Horizontally Curved Bridge Decks”. *J. Advances in Structural Engineering*, 18 (1), 107-117.

- Khalafalla, I. and Sennah, K. (2014). “Curvature Limitations for Slab-on-I-Girder Bridges”. *J. Bridge Eng.*, 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000603.
- Kim, W.S., Laman, J.A., and Linzell, D.G. (2007). “Live Load Radial Moment Distribution for Horizontally Curved Bridges”. *J. Bridge Eng.*, 10.1061/(ASCE)1084-0702(2007)12:6(727).
- Lin, W. and Yoda, T. (2010). “Analysis, Design and Construction of Curved Composite Girder Bridges: State-of-the-Art”. *International Journal of Steel Structures*, 10(3), 207-220.
- Linzell, D., Hall, D. and White, D. (2004). “Historical Perspective on Horizontally Curved I Girder Bridge Design in the United States”. *J. Bridge Eng.*, 10.1061/(ASCE)1084-0702(2004)9:3(218).
- Montgomery, D. C. and Runger, G. C. (2013). *Applied statistics and probability for engineers 6th Ed.*, Hoboken, Nueva Jersey, EU.
- Nevling, D., Linzell, D., and Laman, J. (2006). “Examination of Level of Analysis Accuracy for Curved I-Girder Bridges through Comparisons to Field Data”. *J. Bridge Eng.*, 10.1061/(ASCE)1084-0702(2006)11:2(160).
- Secretaria de Comunicaciones y Transportes. (SCT). (2001). *Ejecución de proyectos de nuevos puentes y estructuras similares, Cap. 3 Cargas y acciones. Norma N-PRY-CAR-6-01-003/01.* México.
- Structural Stability Research Council (SSRC) Task Group 14. (1991). “A look to the future”. *Rep. of workshop on horizontally curved girders*, Chicago, 1–18.
- Zhang, H., Huang, D. and Wang, T. (2005). “Lateral Load Distribution in Curved Steel I-Girder Bridges”. *J. Bridge Eng.*, 10.1061/(ASCE)1084-0702(2005)10:3(281)