



1

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

PLANTEO NEZAHUALCÓYOTL

Matemáticas

Tercer Semestre

Trigonometría

Elaborado por: M. en A. Pedro Libien Jiménez

Octubre 2017

Módulo III

Triángulo Oblicuángulo Y Circunferencia



Propósito del Módulo:

- ▶ Calcula áreas, perímetros, ángulos en triángulos oblicuángulos y circunferencias para resolver situaciones problema y construye graficas de funciones trigonométricas.

Tema:

- ▶ **2.** Definición de circunferencia y círculo

- ▶ **3.** Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.
 - **3.1** Ángulo central.
 - **3.2** Ángulo inscrito.
 - **3.3** Ángulo semi-inscrito

GUÍA EXPLICATIVA

DIAPOSITIVA	EXPLICACIÓN
1	Portada, asignatura Trigonometría
2	Modulo III. Triángulo Oblicuángulo y Circunferencia
3	Propósito del módulo
4	Temas a desarrollar: 2. Definición de círculo y circunferencia 3. Ángulos y arcos de una circunferencia y un círculo
5 a 7	´Guía explicativa
8	Dominio de los aprendizajes del tema 2.
9	Perfil de egreso. Competencias a desarrollar.

GUÍA EXPLICATIVA

DIAPOSITIVA	EXPLICACIÓN
10	Tema a desarrollar. 2. Definición de circunferencia y círculo
11 y 12	Apertura de clase
13 a 19	Desarrollo del tema, conceptos y elementos importantes.
20 y 21	Cierre del tema 2.
22	Tema a desarrollar. 3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.
23	Dominio de los aprendizajes del tema 3.
24	Perfil de Egreso. Competencias a desarrollar

GUÍA EXPLICATIVA

DIPOSITIVA	EXPLICACIÓN
25	Apertura del tema 3.
26	Desarrollo del tema. 3.1. Ángulo central
27	Desarrollo del tema. 3.2. Ángulo inscrito
28 29 a 37	3.3 Ángulo semi-inscrito Complemento del tema
38 y 39	Cierre del tema 3.
40 y 41	Ejercicios complementarios
42	Fuentes bibliográficas.

Dominio de los aprendizajes:

2. Definición de circunferencia y círculo

▶ **Conceptual:**

- ▶ Reconoce la definición de circunferencia y círculo e identifica sus elementos notables.

▶ **Procedimental:**

- ▶ Traza los elementos notables de la circunferencia y del círculo.

▶ **Actitudinal:**

- ▶ Valora la importancia de conocer los elementos notables de la circunferencia y del círculo.

Perfil de Egreso

Competencia Genérica	Competencia Disciplinar
<p>4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados</p> <p>4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.</p> <p>4.5. Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas.</p>	<p>1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.</p> <p>8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con Símbolos matemáticos y científicos.</p>

Tema:

2. Definición de circunferencia y círculo



Apertura

2. Definición de circunferencia y círculo

Observa las siguientes figuras y descríbelas.



¿Qué son y cuáles son las diferencias?

Apertura

2. Definición de circunferencia y círculo

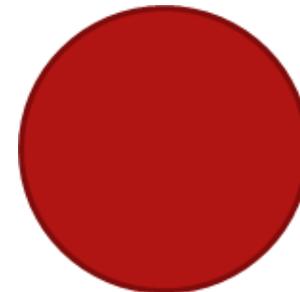
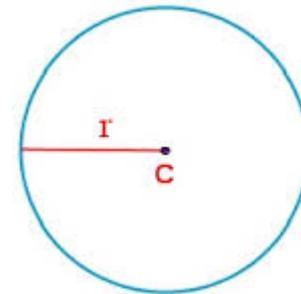
A continuación consulta la siguiente liga para que conozcas más las diferencias entre círculo y circunferencia.

<https://prezi.com/4b1h14kbharq/diferencia-entre-circulo-y-circunferencia/>

Desarrollo

2. Definición de circunferencia y círculo

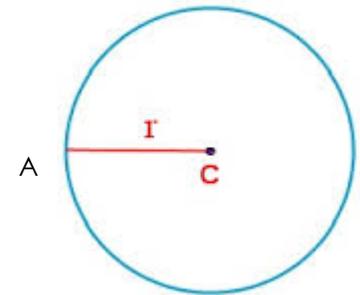
- ▶ Se llama circunferencia al conjunto de todos los puntos del plano que equidistan de otro punto llamado centro.
- ▶ Se llama círculo al conjunto de los puntos interiores a la circunferencia y la circunferencia.



Desarrollo

2. Definición de circunferencia y círculo

- ▶ La **circunferencia** es un ángulo de una vuelta, por tanto mide 360° .
- ▶ Se denomina a una circunferencia por su centro mediante una letra mayúscula y su radio. Por lo que, en la figura que se muestra, tenemos la circunferencia C y radio r.
- ▶ **Radio:** Cualquier segmento que une un punto cualquiera de la circunferencia con su centro CA



Desarrollo

2. Definición de circunferencia y círculo

- ▶ **Cuerda:** Es el segmento determinado por dos puntos de la circunferencia.
- ▶ **Arco de la Circunferencia:** Es una porción de la circunferencia.
- ▶ **Diámetro:** Es toda cuerda que pasa por el centro, es igual a la suma de dos radios.
- ▶ **Secante:** Es cualquier recta que corta a la circunferencia en dos puntos.

Desarrollo

16

2. Definición de circunferencia y círculo

- ▶ **Tangente:** Es una recta que corta a la circunferencia en un solo punto (el punto de tangencia).
- ▶ **Exterior:** Cualquier recta que no tenga ningún punto en común con la circunferencia.
- ▶ **Diámetro:** Es toda cuerda que pasa por el centro, es igual a la suma de dos radios.
- ▶ **Secante:** Es cualquier recta que corta a la circunferencia en dos puntos.

Desarrollo

17

2. Definición de circunferencia y círculo

- ▶ **Segmento Circular:** Parte del círculo limitada entre una cuerda y su arco.
- ▶ **Sector Circular:** Parte del círculo limitada por dos radios y el arco comprendido.
- ▶ **Corona Circular:** Porción de plano limitada por dos circunferencias concéntricas (mismo centro).
- ▶ **Trapezio Circular:** Porción de plano limitada por dos circunferencias concéntricas y dos radios.

Desarrollo

18

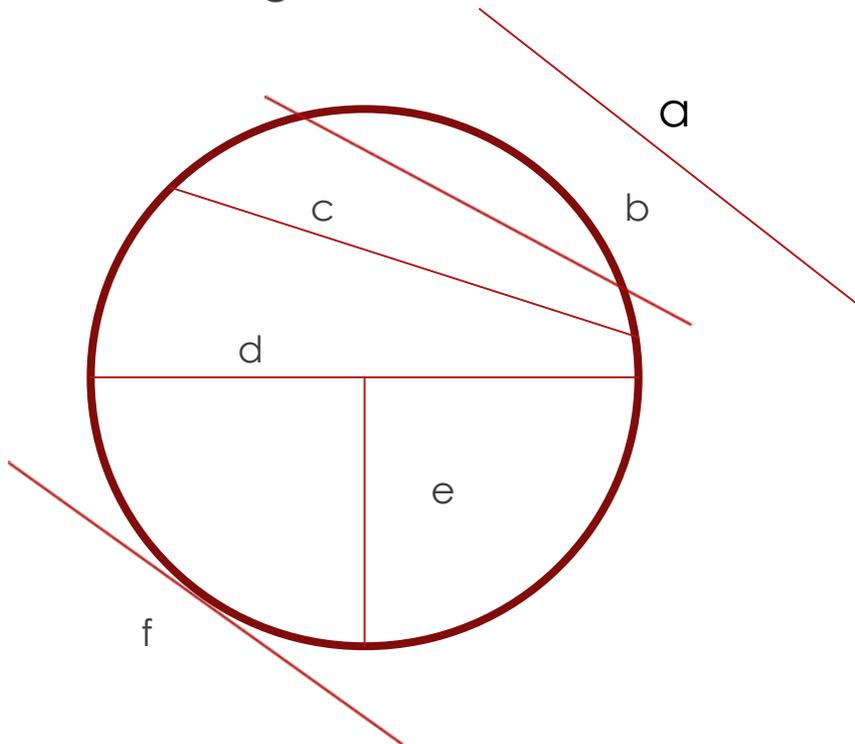
2. Definición de circunferencia y círculo

- ▶ **Circunferencias concéntricas:** Son las que tienen un centro común.
- ▶ **Polígono inscrito:** Aquel cuyos lados son cuerdas de una circunferencia.
- ▶ **Circunferencia circunscrita:** Es la que pasa por los vértices de un polígono.
- ▶ **Circunferencia Inscrita:** Es la que es tangente a todos los lados de un polígono
- ▶ **Polígono circunscrito:** Es el que tiene todos sus lados tangentes a una circunferencia.

Desarrollo

2. Definición de circunferencia y círculo

- Identifica los siguientes elementos:



Letra	Nombre
a	
b	
c	
d	
e	
f	

Cierre

20

2. Definición de circunferencia y círculo

► Ejercicios:

1. Trazar un círculo con centro en A y radio 7cm.
2. Trazar dos círculos concéntricos, con radios $r_1 = 7\text{cm}$ y $r_2 = 3\text{cm}$.
3. Responde las siguientes preguntas:
 - a) ¿Qué nombre recibe la recta que toca la circunferencia en un solo punto?
 - b) ¿Cómo se llama el segmento limitado por dos puntos de la circunferencia?

Cierre

2. Definición de circunferencia y círculo

► Ejercicios:

c) ¿Cuánto mide el radio de una circunferencia cuyo diámetro es igual a 10cm?

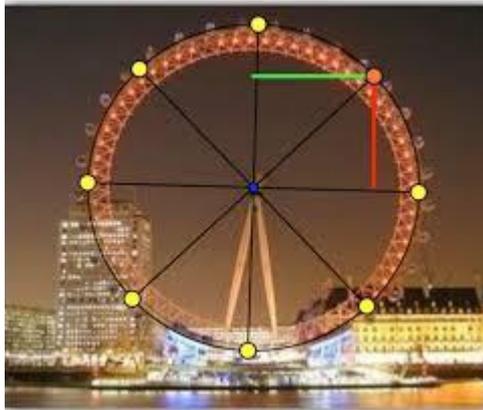
d) ¿Cómo se llama el segmento que divide al círculo en dos partes congruentes?

e) ¿Cómo son entre sí el radio y la tangente que se unen en el punto de tangencia?

f) ¿Cuál es la cuerda mayor?

Tema:

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.



Dominio de los aprendizajes:

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

▶ **Conceptual:**

- ▶ Reconoce e identifica cuando un ángulo es central, inscrito o semi-inscrito en un círculo

▶ **Procedimental:**

- ▶ Traza los diferentes tipos de ángulos (central, inscrito y semi-inscrito) en una circunferencia.

▶ **Actitudinal:**

- ▶ Aprecia la importancia del trazo del ángulo central, inscrito y semi-inscrito de una circunferencia.

Perfil de Egreso

Competencia Genérica

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados

4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

4.5. Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas.

Competencia Disciplinar

1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con Símbolos matemáticos y científicos.

Apertura

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

Contesta las siguientes preguntas:

¿A que nos referimos con ángulos en una circunferencia?

¿A qué nos referimos con arcos en una circunferencia?

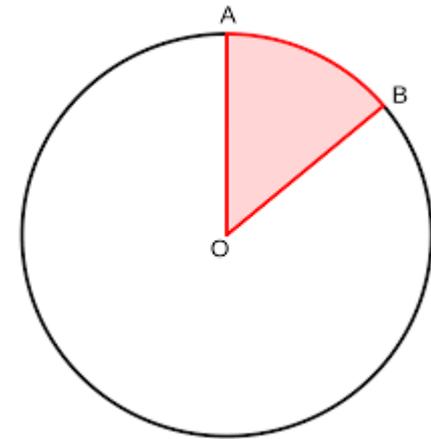
Menciona algunas aplicaciones de la circunferencia, y ¿para que me sirven los ángulos de la misma?

¿Cuáles son los ángulos de la circunferencia?

Desarrollo

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

- ▶ **3.1** Ángulo central.
- ▶ Es el que tiene su vértice en el centro de la circunferencia y sus lados son dos radios de la misma.
- ▶ Su medida es igual a la de su arco correspondiente.



$$\angle AOB = n \widehat{AB}$$

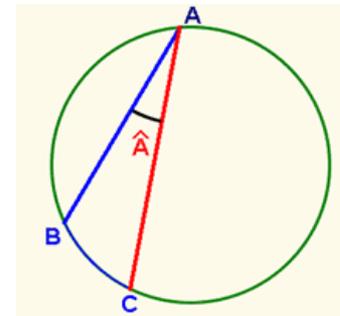
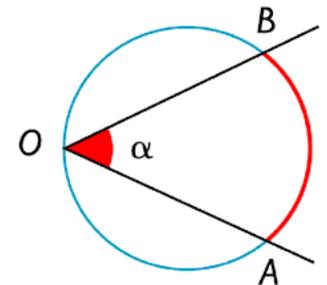
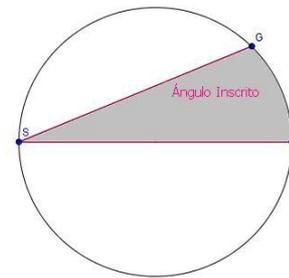
Desarrollo

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

▶ 3.2 Ángulo inscrito.

- ▶ Es el que tiene su vértice en la circunferencia y sus lados son secantes.
- ▶ Su medida es igual a la mitad de su arco comprendido entre sus lados.

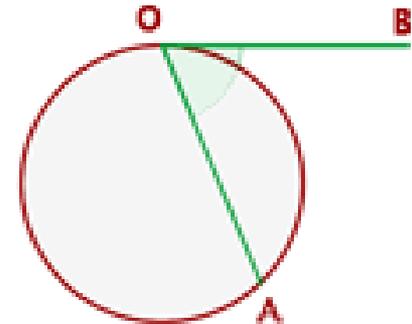
$$\angle AOB = \frac{n AB}{2}$$



Desarrollo

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

- ▶ **3.3** Ángulo semi-inscrito
- ▶ Es el ángulo que tiene su vértice en la circunferencia y uno de sus lados es una tangente y el otro una secante.
- ▶ Su medida es igual a la mitad del arco comprendido entre sus lados.



$$\angle AOB = \frac{n AB}{2}$$

Desarrollo

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

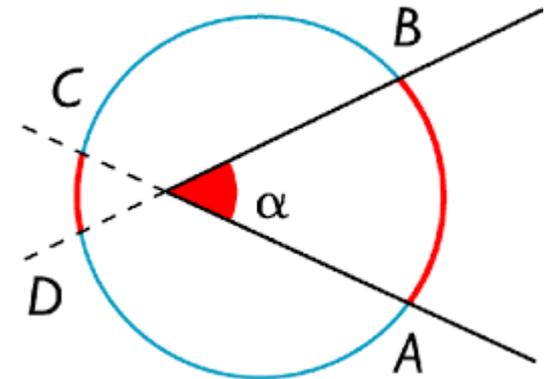
► **Complemento:**

a) Ángulo interior

► Es el ángulo que tiene su vértice en un punto interior de la circunferencia.

► Su medida es igual a la semisuma de las medidas de los arcos comprendidos por sus lados y sus prolongaciones.

$$\angle \alpha = \frac{n AB + n CD}{2}$$



Desarrollo

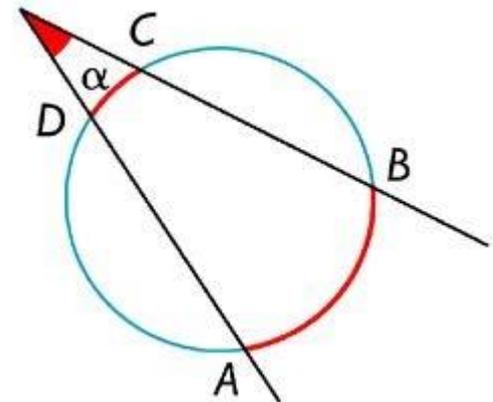
3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

► **Complemento:**

b) Ángulo exterior

- Es el ángulo que tiene su vértice en un punto exterior de la circunferencia.
- Su medida es igual a la semidiferencia de las medidas de los arcos comprendidos por sus lados

$$\angle \alpha = \frac{n AB - n CD}{2}$$



Desarrollo

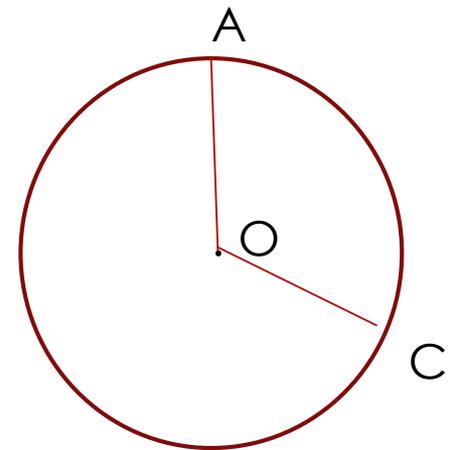
3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

► Ejemplo:

1. Si el $n AC = 116^\circ$; hallar el $\angle AOC$.

$$\angle AOC = n AC = 116^\circ$$

❖ El ángulo es central



Desarrollo

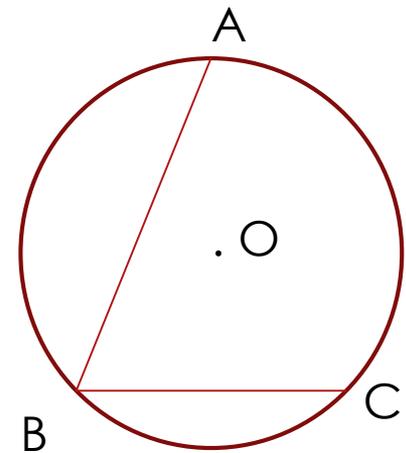
3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

► Ejemplo:

2. Si el $n AC = 100^\circ$; hallar el $\angle ABC$.

$$\angle \alpha = \frac{nAC}{2} = \frac{100}{2} = 50^\circ$$

❖ El ángulo es inscrito



Desarrollo

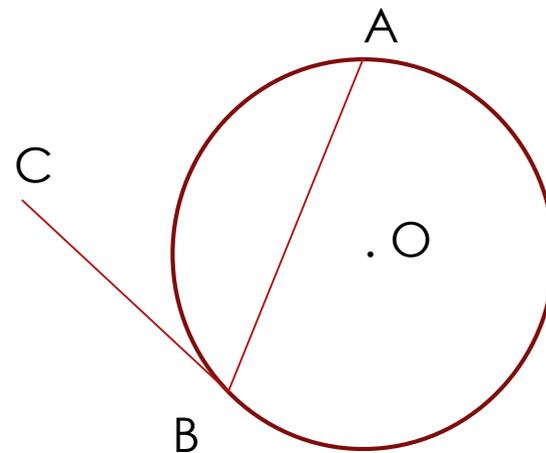
3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

► Ejemplo:

3. Si el $\cap AC = 130^\circ$; hallar el $\angle ABC$.

$$\angle ABC = \frac{\cap AB}{2} = \frac{130}{2} = 65^\circ$$

❖ El ángulo es semi-inscrito



Desarrollo

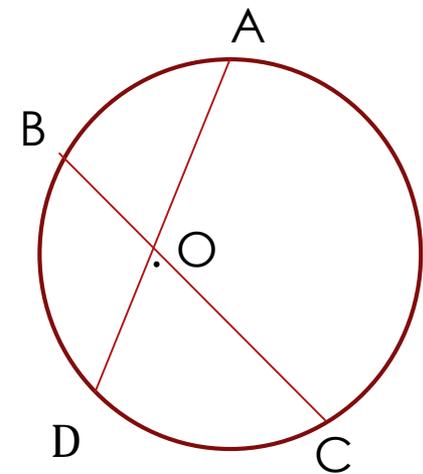
3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

► Ejemplo:

4. Si el $\cap AB = 50^\circ$ y el $\cap CDC = 70^\circ$; hallar el $\angle AOB$.

$$\angle AOB = \frac{\cap AB + \cap CD}{2} = \frac{50^\circ + 70^\circ}{2} = 60^\circ$$

❖ El ángulo es interior



Desarrollo

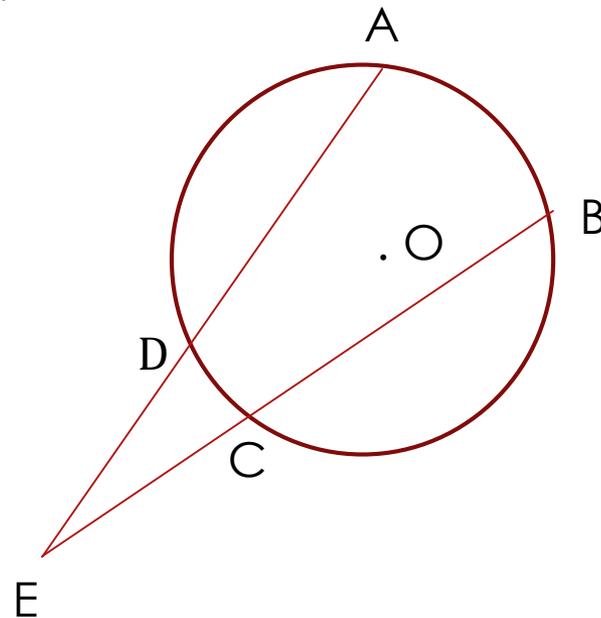
3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

► Ejemplo:

5. Si el $\cap AB = 85^\circ$ y el $\cap CD = 25^\circ$; hallar el $\angle AEB$.

$$\angle AEB = \frac{\cap AB - \cap CD}{2} = \frac{85^\circ - 25^\circ}{2} = 30^\circ$$

❖ El ángulo es exterior

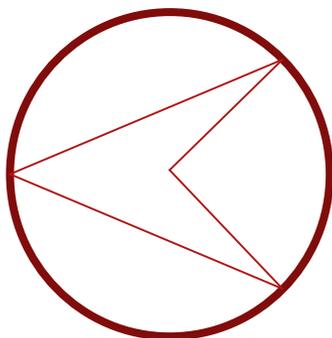


Desarrollo

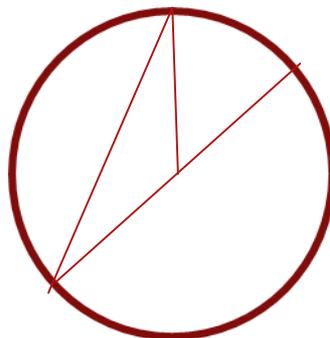
3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

- ▶ Ejercicios:
- ▶ Mide con tu transportador los ángulos que se indican y escribe el nombre del ángulo y su medida: (asigna las literales que gustes)

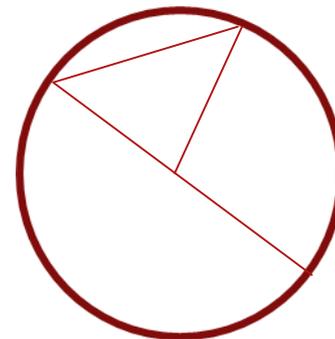
a)



b)



c)

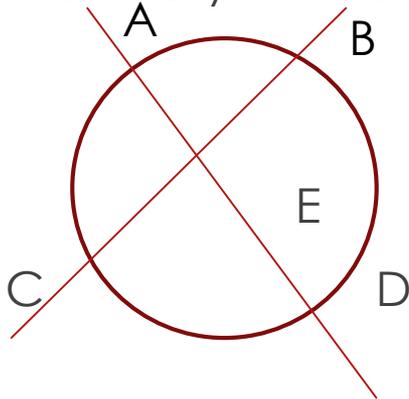


Desarrollo

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

► Ejercicios:

1) Si $\widehat{AC} = 40^\circ$ y $\widehat{BD} = 78^\circ$, hallar el $\angle AEB$



Cierre

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

► Taller de Ejercicios:

En una hoja, indiquen un centro O y a partir de él tracen una circunferencia y recórtela.

- a) Mediante un dobléz, marquen una cuerda AB , de manera que el arco comprendido por ella toque el centro.
- b) A partir del punto A marquen otro dobléz AC (cuerda), cuyo arco también toque el centro del círculo.
- c) Doblen nuevamente y marquen la cuerda BC .

Cierre

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

► Taller de Ejercicios:

d) Respondan y comparen sus respuestas con las de otros equipos.

¿Qué ángulo se forma dentro de la circunferencia?

¿Cómo son sus lados?

¿Qué tipo de triángulo es?

e) Superpongan los puntos A y B y marca el dobléz.

¿Cómo se llama el segmento que resulta?

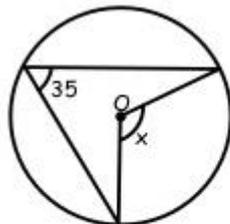
¿Cómo son entre sí el segmento AB y este nuevo segmento?

Ejercicios complementarios

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

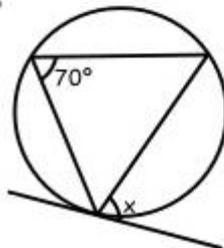
1. Calcular: "x"

- a) 35
- b) 70
- c) 105
- d) 80
- e) 50



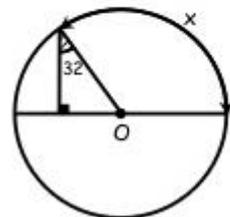
2. Calcular: "x"

- a) 70
- b) 35
- c) 140
- d) 105
- e) $35/2$



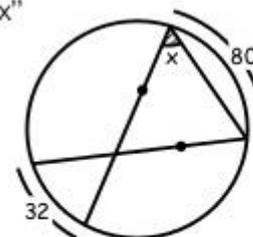
3. Calcular: "x"

- a) 132
- b) 122
- c) 112
- d) 58
- e) 29



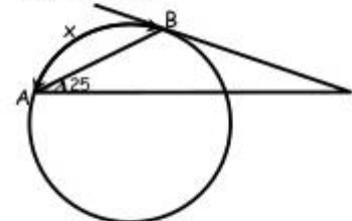
4. Calcular: "x"

- a) 56
- b) 62
- c) 63
- d) 64
- e) 58



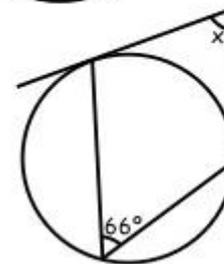
5. Calcular "x"; $AB = BC$

- a) 50
- b) 25
- c) 100
- d) 75
- e) 60



6. Calcular: "x"

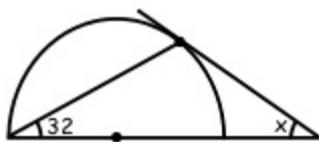
- a) 48
- b) 58
- c) 38
- d) 66



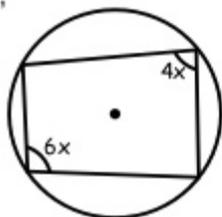
Ejercicios complementarios

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo.

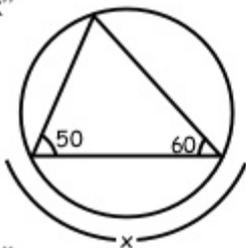
- e) 114
7. Calcular: "x"
a) 32
b) 26
c) 36
d) 13
e) 16



8. Calcular: "x"
a) 36
b) 18
c) 9
d) 72
e) 24

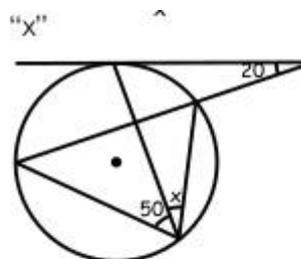


9. Calcular: "x"
a) 70
b) 35
c) 105
d) 140
e) 110



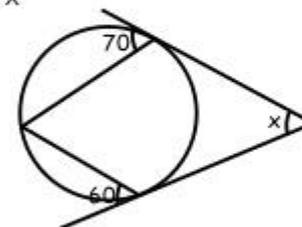
10. Calcular: "x"

- a) 30
b) 20
c) 15
d) 25
e) 40

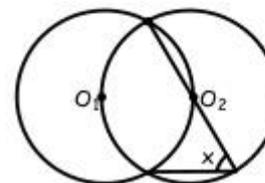


11. Calcular: "x"

- a) 100
b) 80
c) 40
d) 50
e) 60



12. Calcular "x"; O_1 y O_2 son centros
a) 120
b) 60
c) 30
d) 90
e) 45



Fuentes bibliográficas

- ▶ Baldor, Aurelio; (2014). Geometría y Trigonometría. Grupo Patria Cultural. México.
- ▶ Guzmán Herrera, Abelardo. (2003). Geometría y Trigonometría. Publicaciones Cultural. Decima novena reimpresión, México.
- ▶ Larson, Ron. (2011) Trigonometría. Cengage Learning. Octava edición, México.
- ▶ Niles O. Nathan. (1964) Trigonometría Plana. Segunda Edición. Limusa Noriega. México.
- ▶ Román, Loera Gabriela. (2011) Geometría y Trigonometría. Ed. Trillas México.
- ▶ Ejercicios: Profesores Justo Ríos Cabrera y Nelly Alarcón Barbosa, consultado en: <https://www.slideshare.net/JRIOSCABRERA/angulos-en-la-circunferencia-10039791>, el día 19 de octubre de 2017.