

A person in a suit is shown from the waist down, holding a stack of books and a brown leather bag. The background is a dark green grid with various mathematical symbols and formulas, including $a \times b$, $P = 2\sqrt{w}$, b , θ , and $|a \times p|$.

DISTRUBUCIÓN NORMAL.

ESTADÍSTICA. (2019)

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO.
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA CONDUCTA.
MTRA. EN CIA. KÁRILYN BRUNETT ZARZA.**

Propósito:

General: Interpretar los indicadores de comportamiento de una distribución normal en la resolución de problemas del ámbito educativo.

Identificar las características de la distribución normal.

Comprender el proceso de estandarización de una distribución normal.

Reconocer las aplicaciones de la curva normal z en la medición de fenómenos educativos.

Aplicar el proceso de estandarización de una distribución normal para resolver problemas del ámbito educativo.

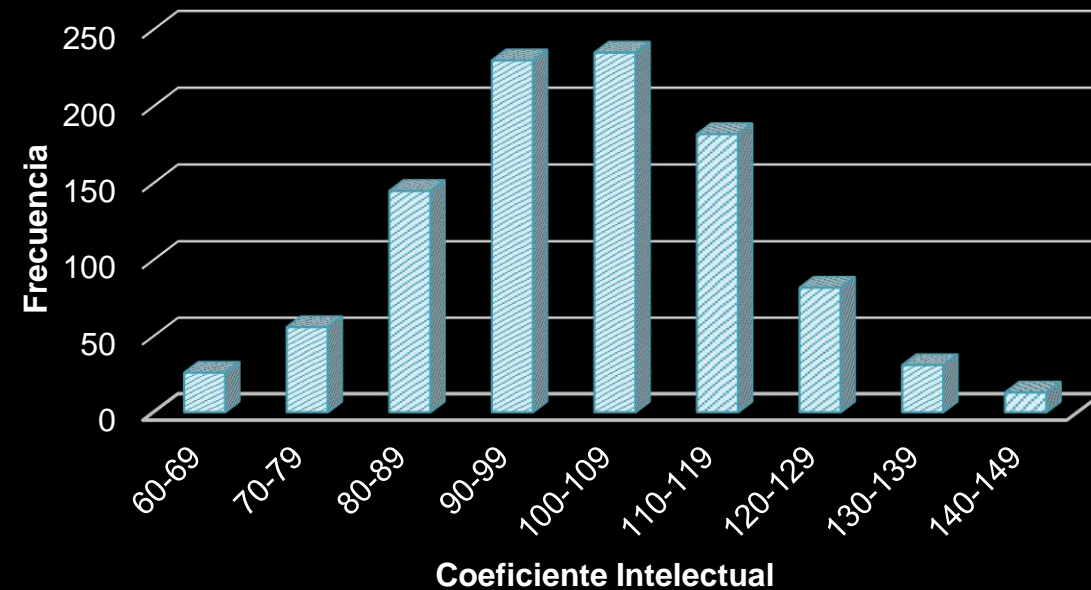
Al comenzar un análisis estadístico se debe tener en cuenta:

- 1** En un primer paso, describir la distribución de las variables estudiadas y en particular, de los datos numéricos.
- 2** Además de las medidas descriptivas correspondientes, **el comportamiento de estas variables puede explorarse gráficamente** de un modo muy simple.

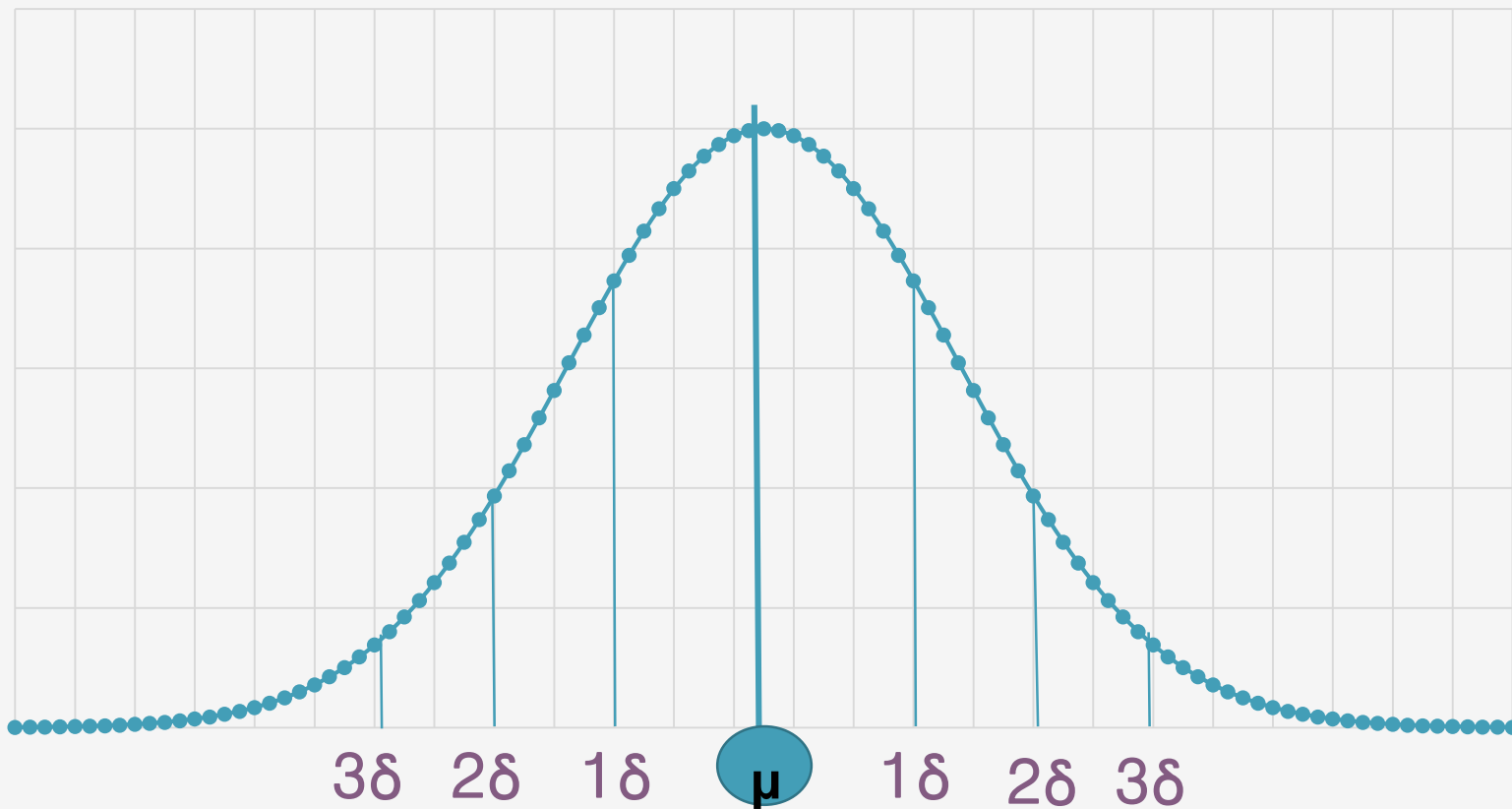
Se tienen los siguientes datos acerca del coeficiente intelectual de 1000 alumnos de una escuela, agrupados en los intervalos mostrados:

CI	f
60-69	26
70-79	56
80-89	145
90-99	230
100-109	235
110-119	182
120-129	82
130-139	31
140-149	13

Distribución de frecuencias
CI



Curva de distribución normal.



- La distribución normal fue reconocida por primera vez por el Francés Abraham de Moivre (1667-1754).
- Posteriormente Carl Friedrich Gauss (1777-1855) elaboró desarrollos más profundos y elaboró la ecuación de la curva de ahí que también se le conozca como:

 CAMPANA DE GAUSS

La distribución de una variable normal está completamente determinada por dos parámetros:

MEDIA	DESVIACIÓN ESTÁNDAR
μ	δ
Población	
x	s
Muestra	

Propiedades de la Distribución Normal.

1

Tiene una única moda, que coincide con su media y su mediana.

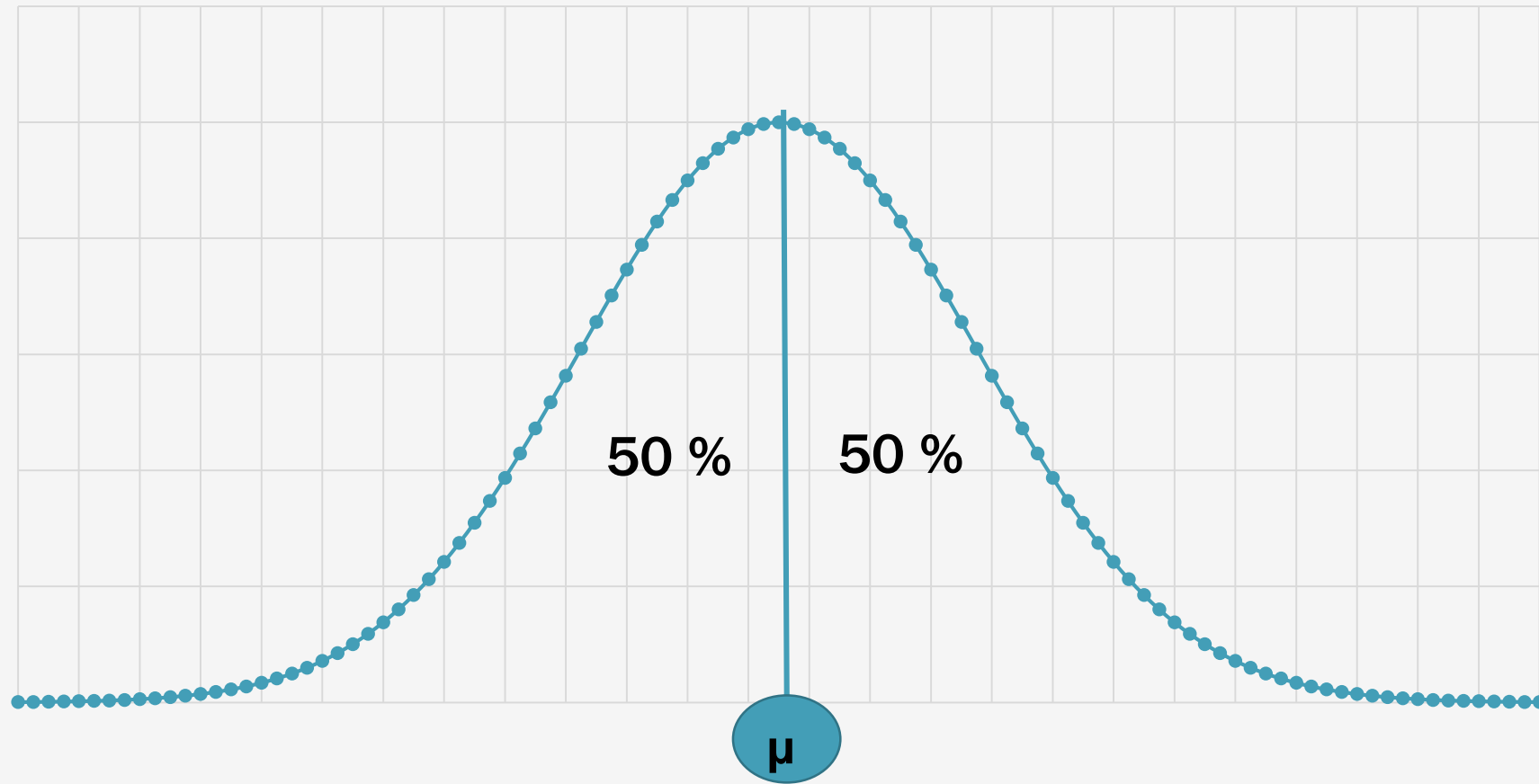
2

La curva normal es asintótica al eje de abscisas. Por ello, cualquier valor entre $-\infty$ y ∞ es teóricamente posible. **El área total bajo la curva es, por tanto, igual a 1.**

3

Es simétrica con respecto a su media μ . Según esto, para este tipo de variables existe una probabilidad de un 50% de observar un dato mayor que la media, y un 50% de observar un dato menor.

Área bajo la curva= 1



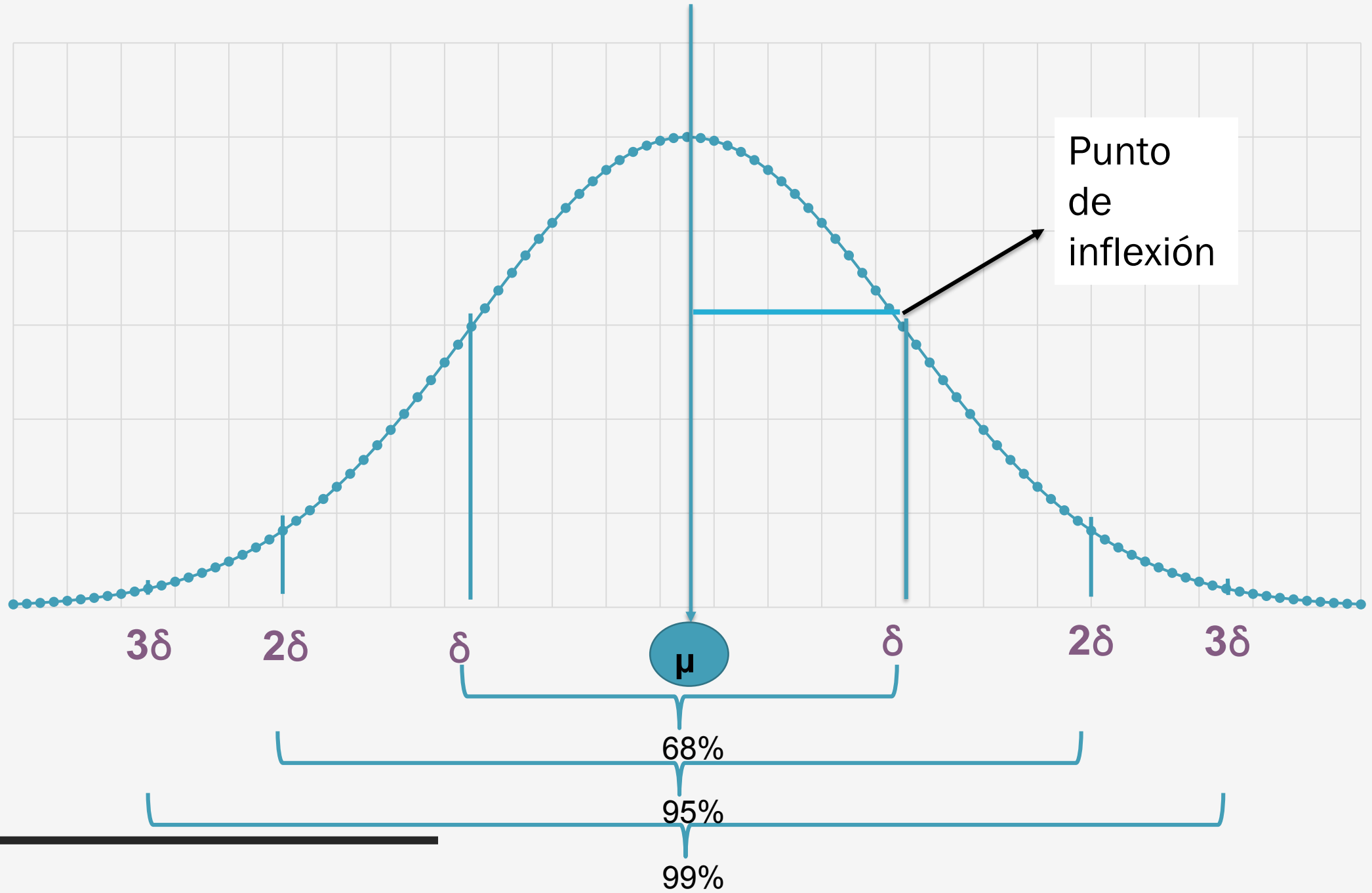
4

La distancia entre la línea trazada en la media y el punto de inflexión de la curva es igual a una desviación típica (δ).

5

El área bajo la curva aproximadamente:

- ☐ A una desviación estándar de la media es igual **0.68**
- ☐ A dos desviaciones estándar de la media es igual a **0.95**
- ☐ A tres desviaciones estándar de la media es igual a **0.99**



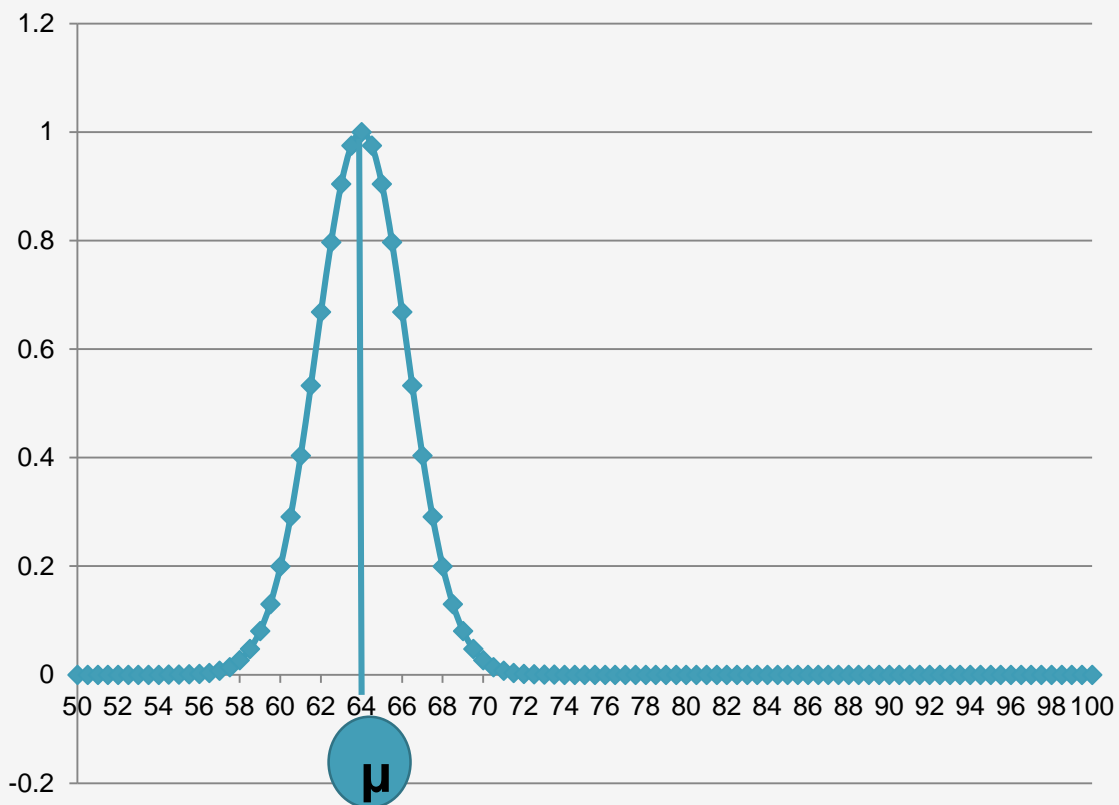
La forma de la campana de Gauss depende de los parámetros μ y δ .

La media indica la posición de la campana, de modo que para diferentes valores de μ , la gráfica es desplazada a lo largo del eje horizontal.

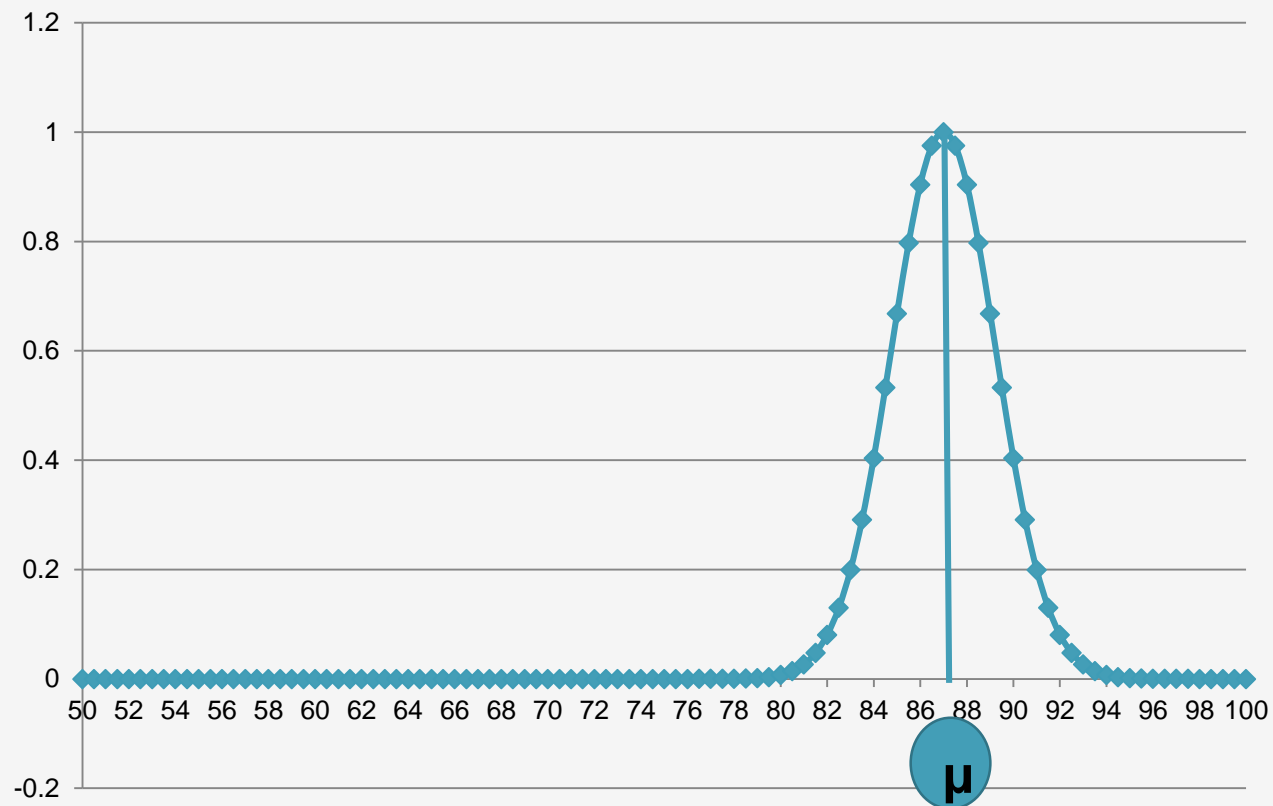
La desviación estándar determina el grado de apuntamiento de la curva. Cuanto mayor sea el valor de δ , más se dispersarán los datos en torno a la media y la curva será más plana.

Distribuciones normales con diferentes medias e igual desviación estándar.

Ejemplo: $N(64, 2)$

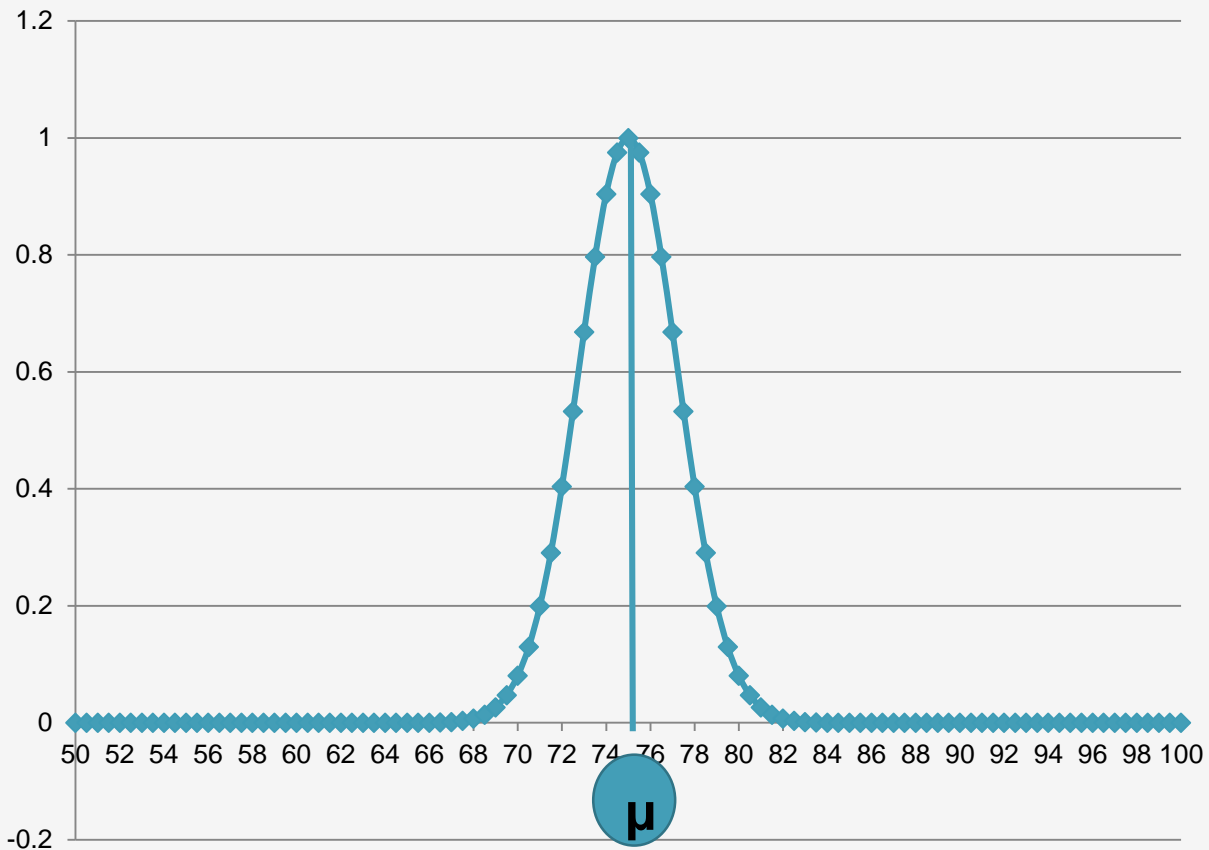


Ejemplo: $N(87, 2)$

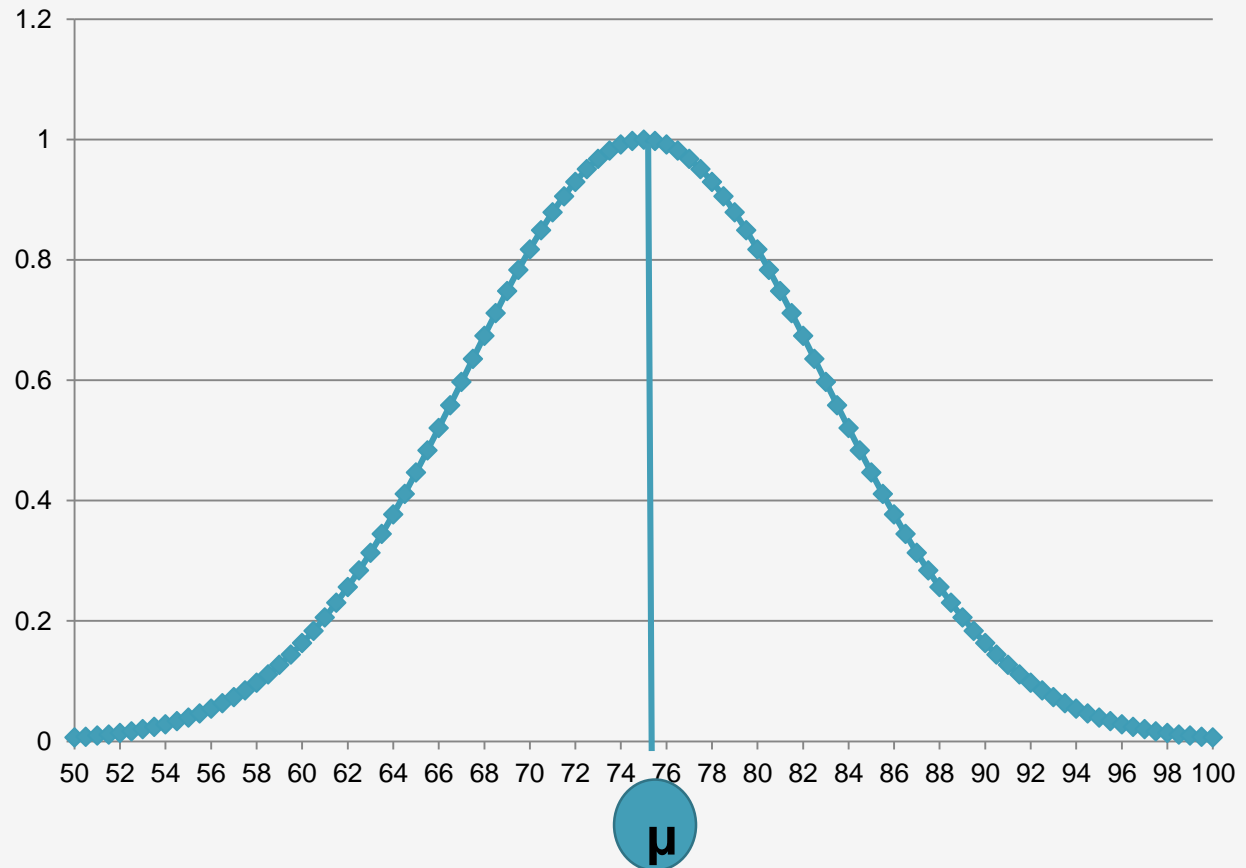


Distribuciones normales con distinta desviación estándar e igual media.

Ejemplo: $N(75, 2)$

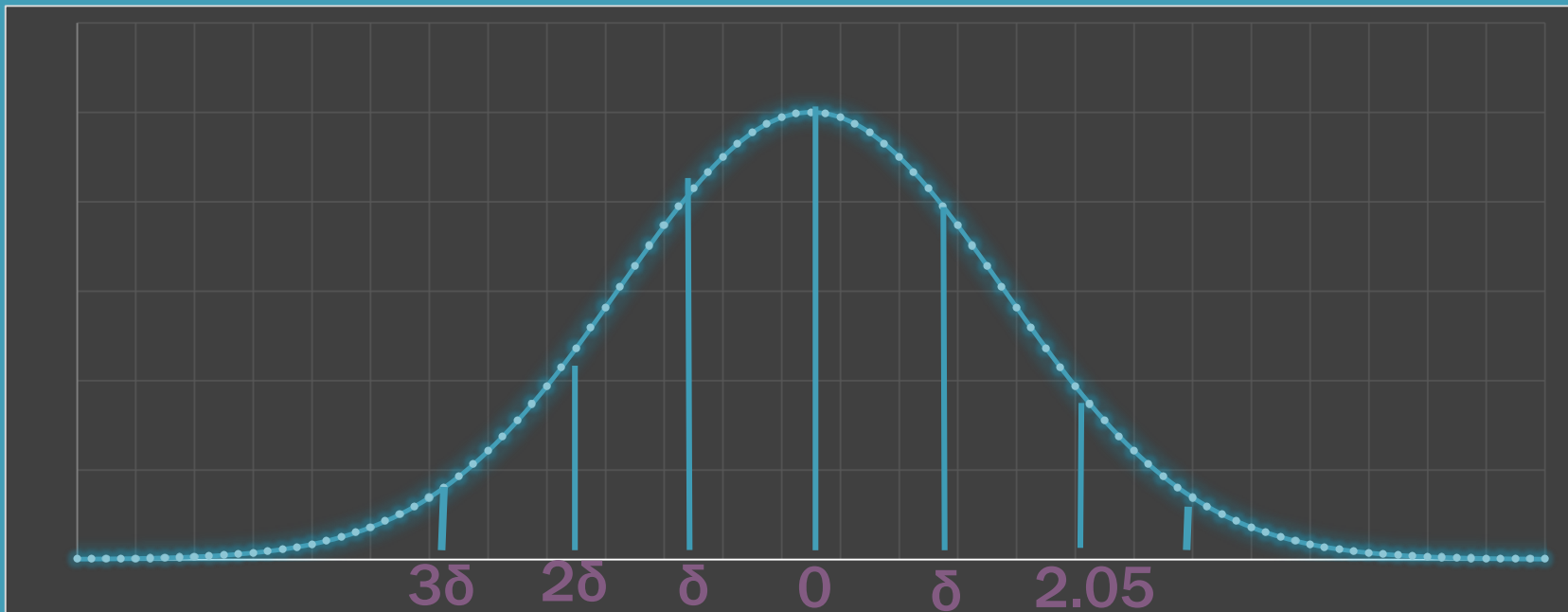


Ejemplo: $N(75, 8)$



Distribución Normal Estándar o Distribución Z.

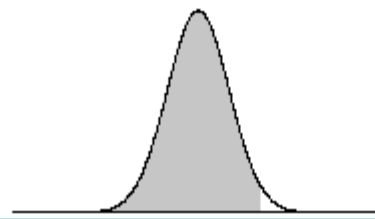
- Se le conoce así a distribución cuya: $\mu = 0$ y $\delta=1$



- Las áreas de la distribución estandarizada correspondientes a varias probabilidades se encuentran tabuladas.

Tabla 1.

Áreas bajo la curva normal estándar.



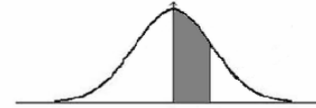
Segunda cifra decimal del valor de z										
z	0.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

Tabla 2

Distribución Z con proporciones de 0 a .5

Distribución Normal

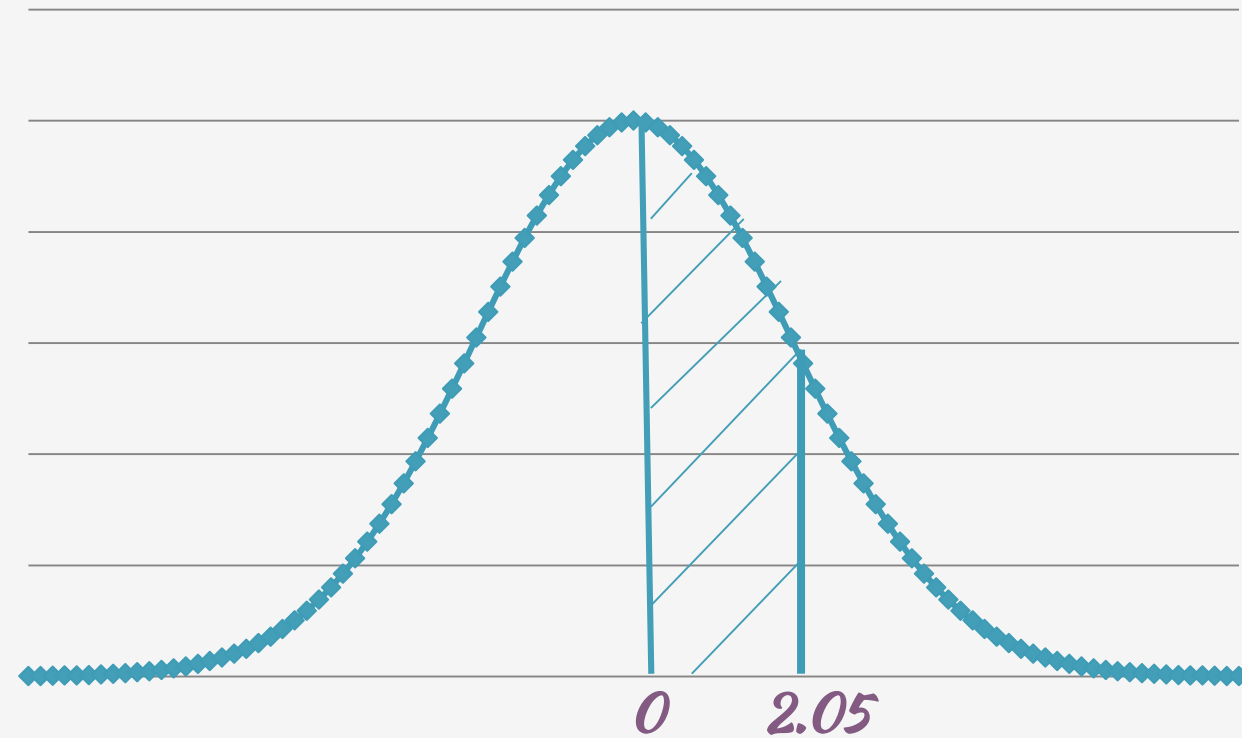
En los ejes están los valores de z y la tabla muestra el área del eje central a la derecha.



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

$$N=(0,1)$$

Ejemplo:
Hallar el área bajo la curva normal estandarizada localizada entre 0 y 2.05



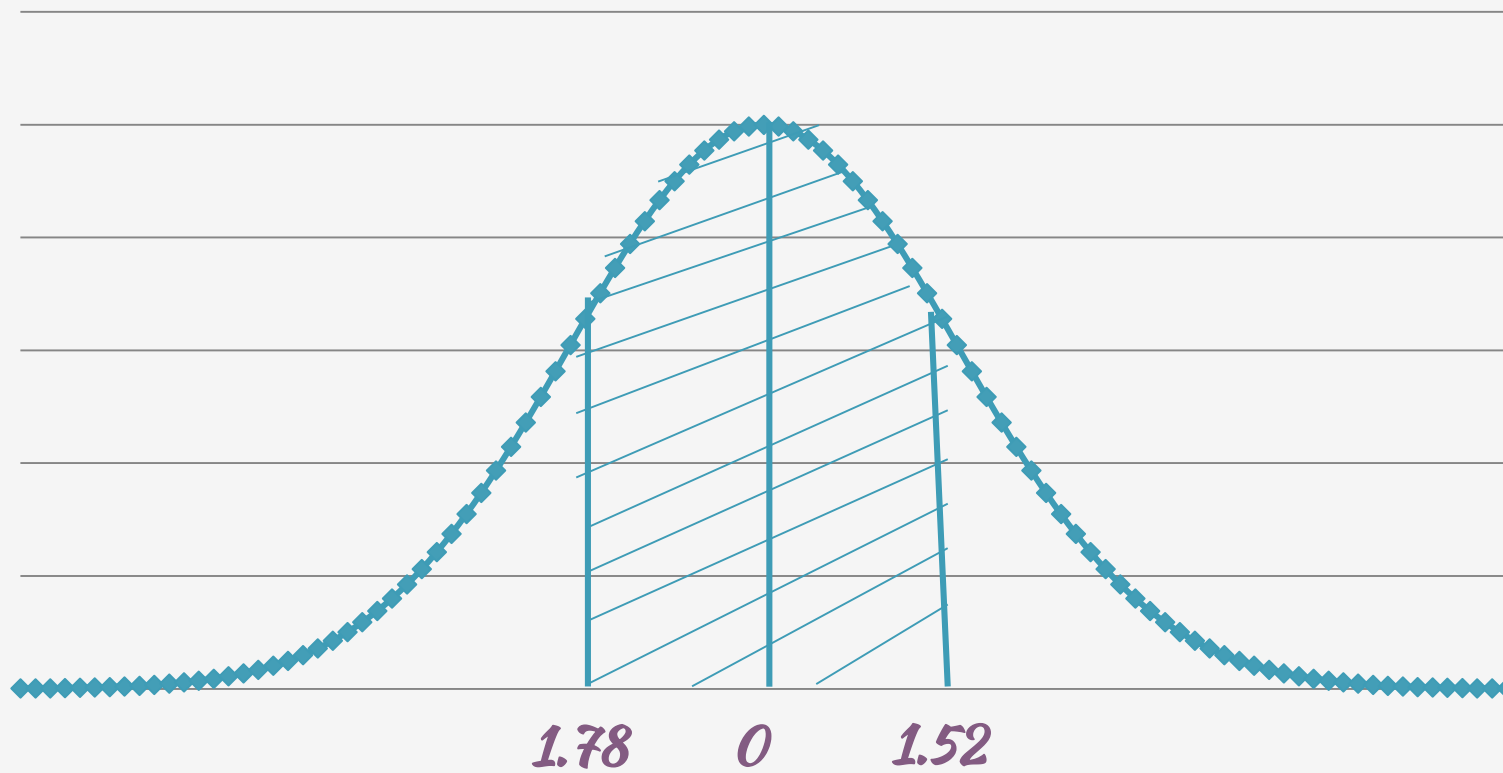
Solución: Localizamos el número en la columna que está más hacia la izquierda y el número 0.05 en la fila superior de la tabla.

El número que aparece es: .9798 este número es el área total bajo la curva comenzando desde $-\infty$, como o nosotros queremos sólo el área comprendida entre 0 y 2.05 restamos la mitad del área es decir 0.5.

Obtenemos: $.9798 - 0.5 = 0.4798$ que es el área que estamos buscando.

Ejemplo:

- Hallar $P(-1.78 < Z < 1.52)$



Solución:

Podemos concebir que el área que se busca en este ejemplo consta de dos partes.

Primero Buscaremos el área comprendida entre -1.78 y 0.

Buscamos el número 1.7 y lo intersectamos con el .8. Obtenemos un área de : .9699

Este resultado es el área desde infinito hasta el punto 1.78 como nosotros queremos el área de 1.78 a 0

Entonces $.9625 - .5 = .4625$

El área de 0 a 1.52 es = .4357

Sumando ambas áreas tenemos un Área Total de: $.4625 + .4357 = .8982$

Aplicaciones de la Distribución Normal.

- ❑ Es importante conocer que a partir de una distribución $N(\mu, \delta)$
- ❑ Se puede obtener una distribución normal estándar efectuando la siguiente transformación:

$$Z(0,1)$$

$$Z = (X - \mu) / \delta$$

Por ejemplo podríamos desear saber la probabilidad de que alguna variable X aleatoria distribuida normalmente en forma aproximada, con media: μ y desviación estándar: δ ; asuma valores comprendidos entre un intervalo: (a,b) .

Para obtener dichas probabilidades transformamos la variable X con media μ y desviación estándar δ , en la variable normal estándar, Z con media 0 y desviación estándar

1. Esto lo hacemos por medio de la fórmula:

Se puede obtener una distribución normal estándar efectuando la siguiente transformación:

$$z = (x - \mu) / \delta$$

Se puede obtener el número “x” que corresponde a un valor “z” con la siguiente transformación:

$$x = (\delta * z) + \mu$$

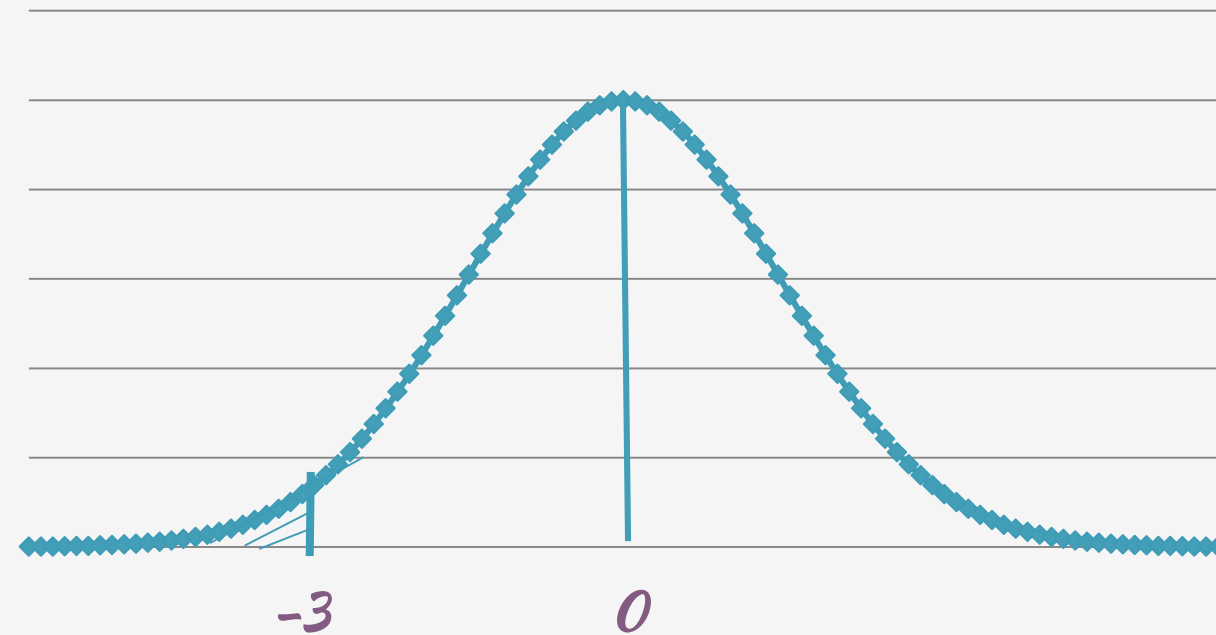
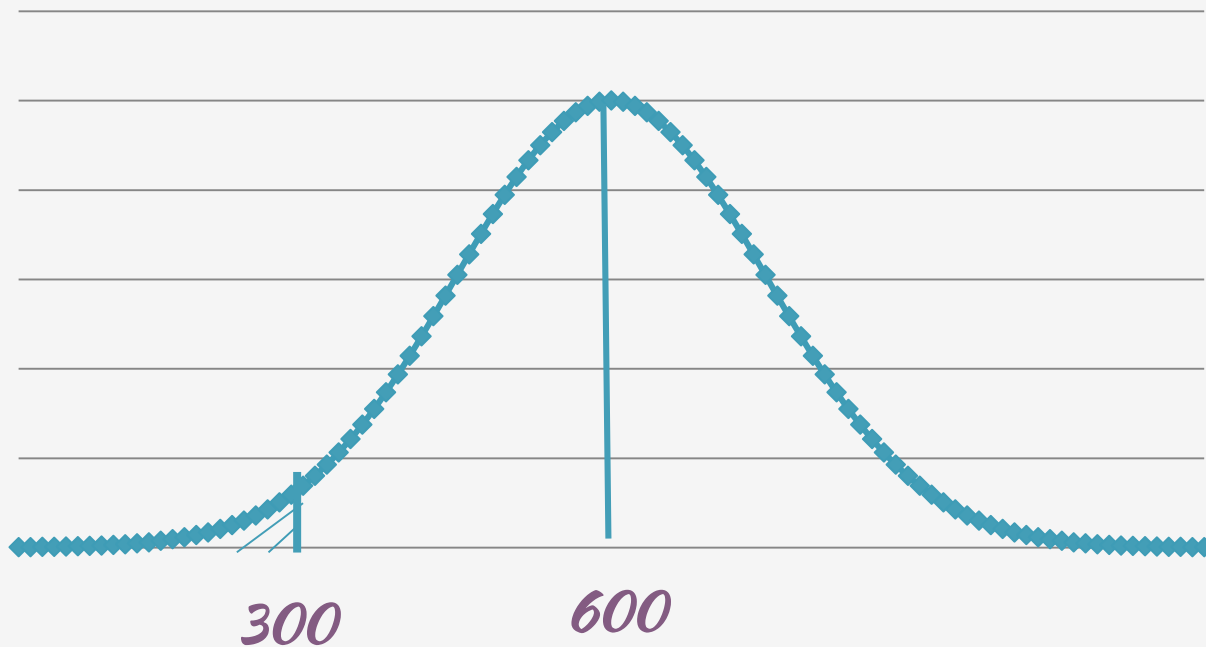
Ejemplo:

Los puntajes de una prueba de aptitud escolar están normalmente distribuidos con una media de 600 y una varianza de 10000 (es decir $\delta=100$)?

- A) ¿Qué proporción de los encuestados tiene un puntaje por debajo de 300?
 - B) Una persona va a presentar una prueba, ¿qué probabilidad tiene de obtener un puntaje de 850 o más?
 - C) ¿Qué proporción de puntajes estará entre 450 y 700?
-

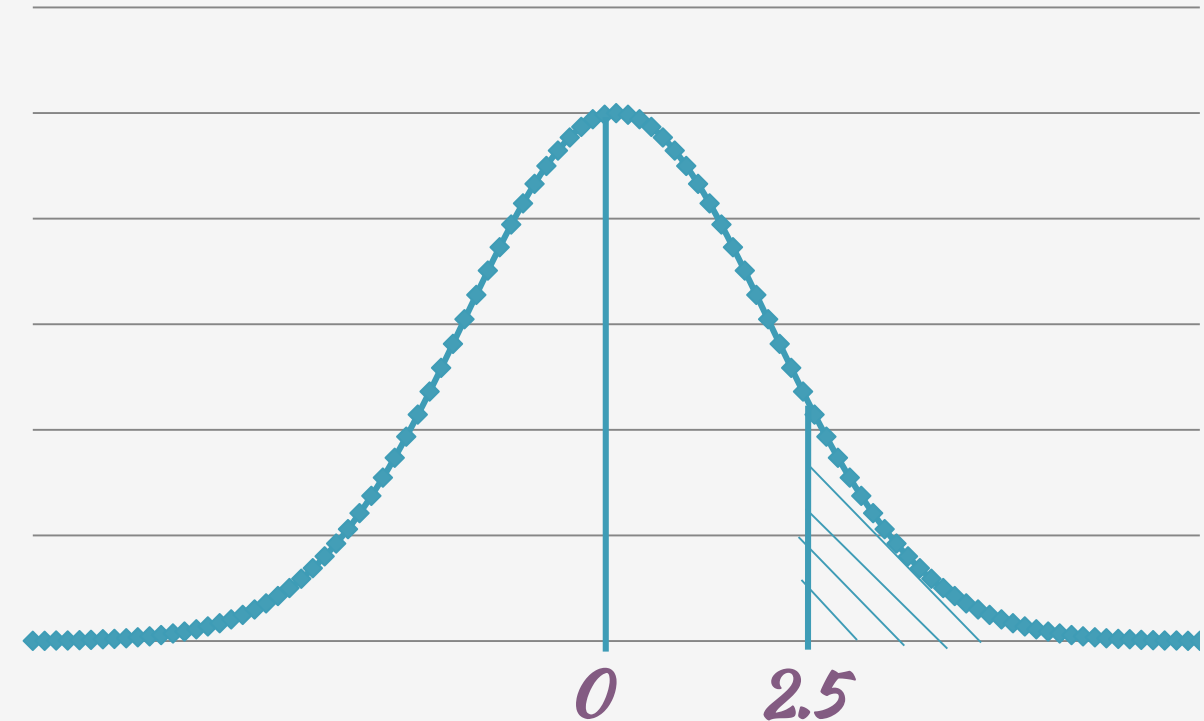
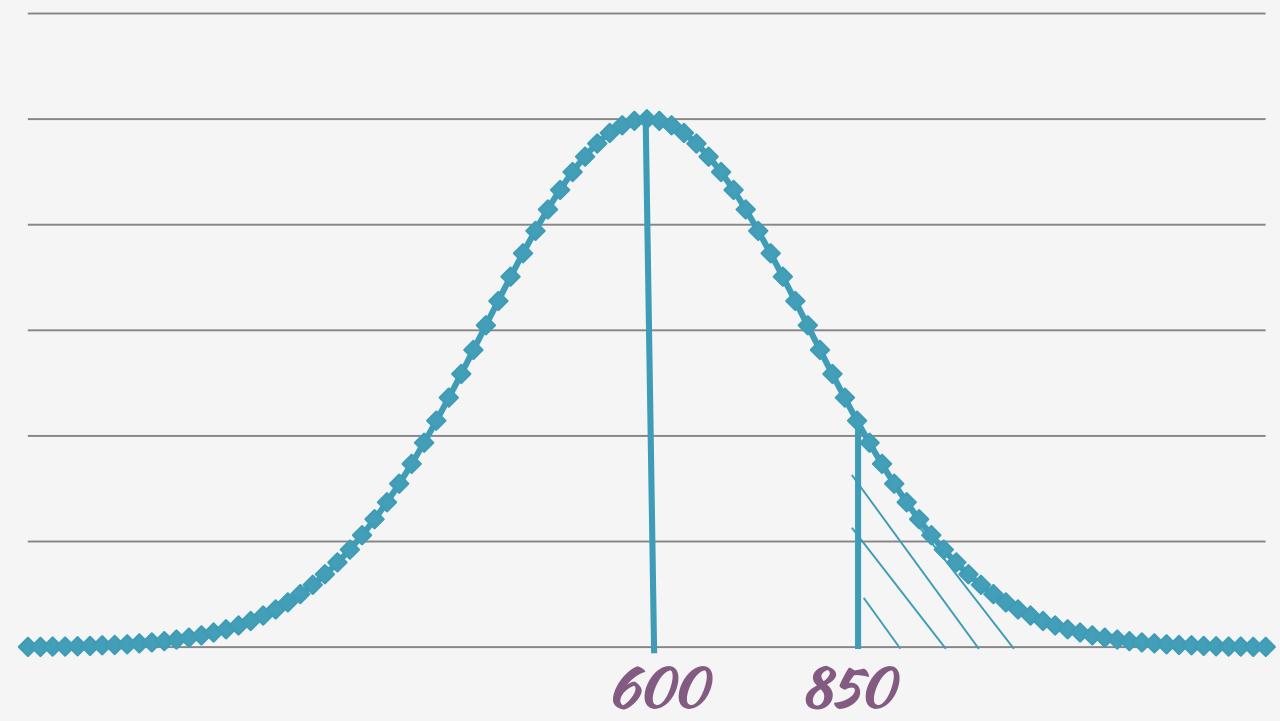
Datos: $\sigma^2 = 10000$ $\mu = 600$

A) = $N(600, 100)$



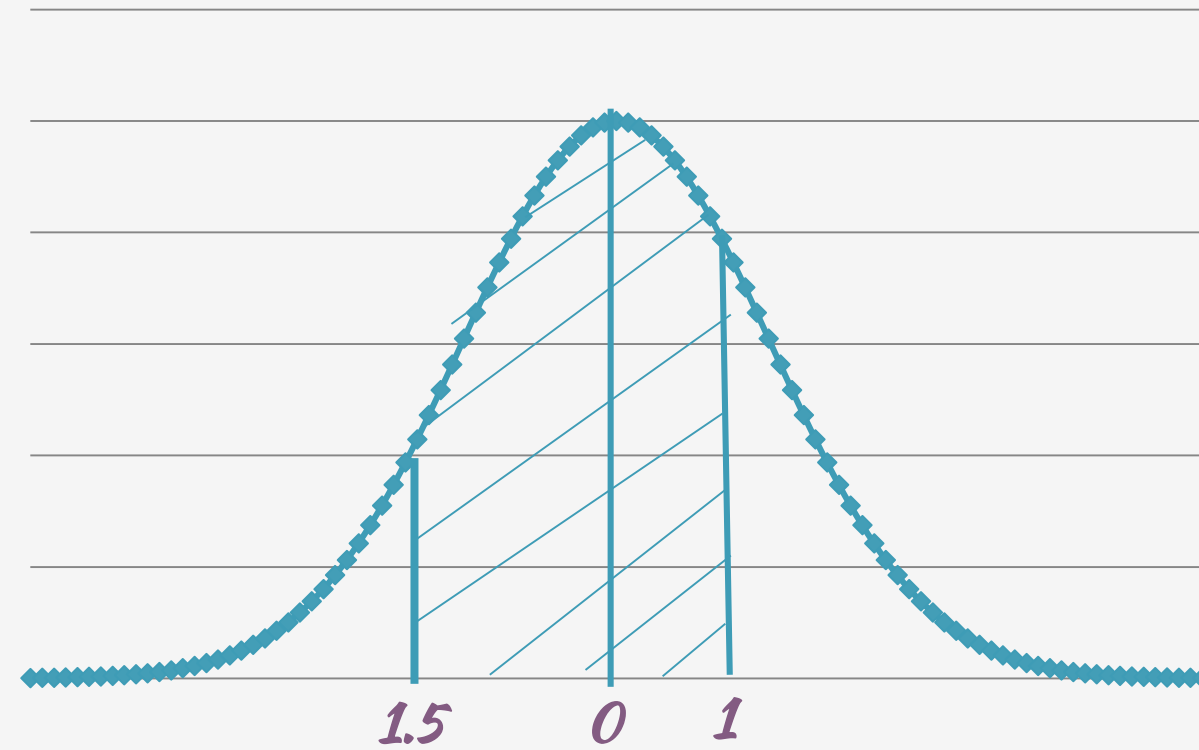
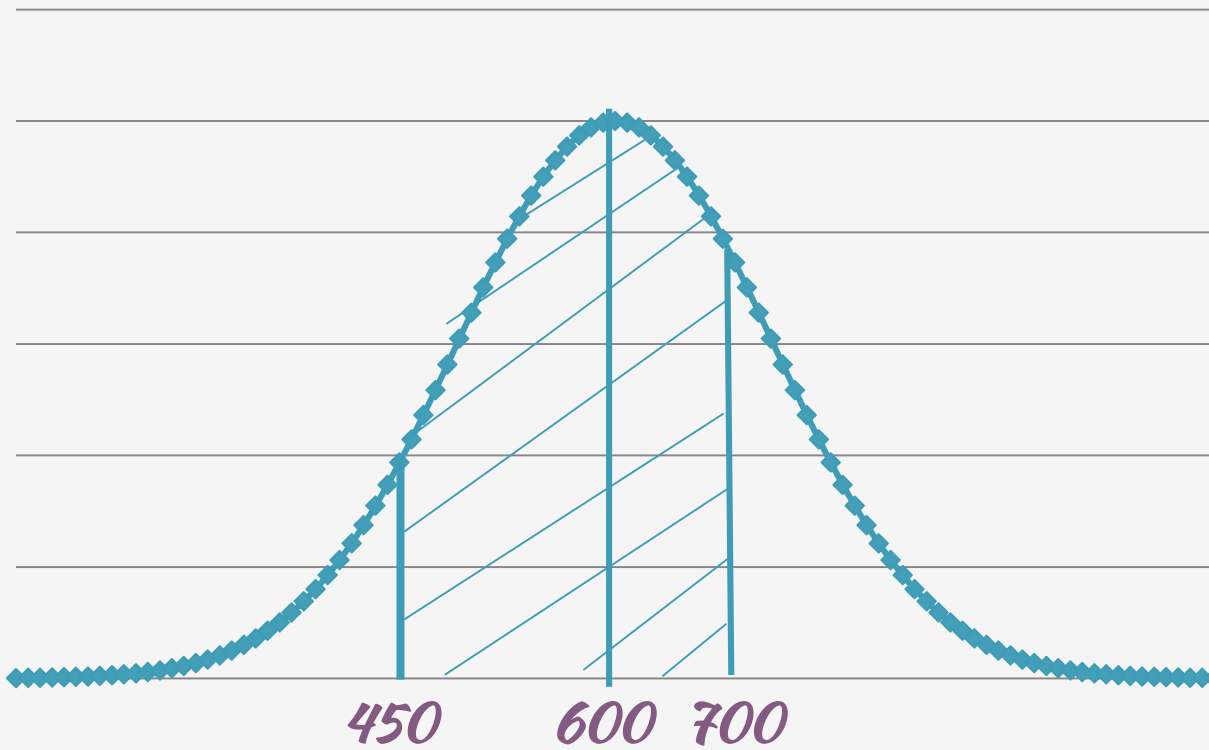
-
- $P(x < 300)$ $Z = (300 - 600) / 100 = -3$ $z = .9987$ $P(x < 300) = 1 - .9987 = .0013$

B) $N=(600, 850)$



• $P(x > 850) \quad Z = (850 - 600) / 100 = 2.5 \quad z = .9938 \quad P(x > 850) = 1 - .9938 = .0062$

C) $N=(450, 700)$



- $P(450 < x < 700)$
 $Z = (450 - 600) / 100 = -1.5$
 $Z = (700 - 600) / 100 = 1$
 $z_1 = .9332$
 $z_2 = .8413$
 $.9332 - .5 = .4332$
 $.8413 - .5 = .3413$
 $.4332 + .3413 = .7745$

Referencias.

- Daniel, W. Estadística con aplicaciones a las Ciencias Sociales y la educación. Edit. Mc Graw Hill, Mex., 1982.
- Lipschuuz, S. Probabilidad. edit. Mc Graw Hill, serie Schaum, Mex., 1984.
- Spiegel, M. Estadística. Mc Graw Hill, 1990.
- Yamane, T. Estadística. Edit. Harla, Méx., 1975

Guion explicativo (cómo se usa el material)

- a) Leer con atención y de manera clara el contenido.
- b) Identificar y analizar las características de la distribución normal.
- c) Comprender el significado de las proporciones descritas en una tabla de distribución normal.
- d) Reconocer la fórmula del proceso de estandarización de una curva normal a una curva normal z .
- e) Aplicar el proceso de estandarización para resolver los problemas planteados.