



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE QUÍMICA**



**TECNOLOGÍAS DE SEPARACIÓN POR FILTRACIÓN Y SU USO EN**  
**AGUAS DE DESECHO DOMÉSTICO**  
**TESINA**  
**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE INGENIERO QUÍMICO**

**PRESENTA**  
**DIEGO MIRAFUENTES GÓMEZ**

**ASESOR ACADÉMICO**  
**DR. EN. C.A. JULIÁN CRUZ OLIVARES**

**TOLUCA, MÉXICO.**

**NOVIEMBRE, 2021.**

# ÍNDICE

<b>I. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>A. IMPORTANCIA DEL TEMA.....</b>	<b>3</b>
<b>B. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....</b>	<b>3</b>
<b>C. MÉTODOS Y TÉCNICAS DE INVESTIGACIÓN EMPLEADAS.....</b>	<b>3</b>
<b>II. DESARROLLO TEMÁTICO.....</b>	<b>4</b>
<b>A. AGUA DE CONSUMO DOMÉSTICO .....</b>	<b>4</b>
1. NORMATIVIDAD .....	6
2. CLASIFICACIÓN DEL AGUA DE DESECHO .....	6
3. CARACTERÍSTICAS DEL AGUA PARA USO DOMÉSTICO .....	8
4. TRATAMIENTO PARA LA POTABILIZACIÓN DEL AGUA.....	10
<b>B. FILTRACIÓN .....</b>	<b>12</b>
1. FILTRACIÓN EN MEDIO GRANULAR.....	13
2. LEY DE DARCY .....	25
3. FACTORES QUE INFLUYEN EN LA FILTRACIÓN EN MEDIO GRANULAR .....	27
4. CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS DE FILTRACIÓN.....	30
5. FILTROS DE ARENA .....	35
6. FILTRACIÓN LENTA DE ARENA .....	35
7. FILTRACIÓN RÁPIDA DE ARENA .....	37
<b>C. FILTRACIÓN POR MEMBRANAS.....</b>	<b>39</b>
1. MICROFILTRACIÓN, ULTRAFILTRACIÓN Y ÓSMOSIS INVERSA.....	40
2. NANOFILTRACIÓN .....	41
3. FILTRACIÓN DE FLUJO TANGENCIAL.....	42
<b>D. DISEÑO DE FILTROS.....</b>	<b>42</b>
1. MODELOS MATEMÁTICOS PARA DISEÑOS DE FILTROS GRANULARES .....	43
2. MODELOS MATEMÁTICOS PARA EL DISEÑO DE UN FILTRO DE FLUJO TANGENCIAL.....	65
3. MODELOS MATEMÁTICOS PARA EL DISEÑO DE UN FILTRO DE FLUJO TANGENCIAL PARA ULTRAFILTRACIÓN .....	73
<b>III. PROPUESTA DEL SISTEMA DE FILTRACIÓN PARA TRATAR 1000L/h DE AGUA GRIS DOMÉSTICA.....</b>	<b>81</b>
<b>IV. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS.....</b>	<b>89</b>
<b>V. REFERENCIAS.....</b>	<b>91</b>

## RESUMEN

La elaboración del presente trabajo se realizó mediante una investigación documental de los procesos de filtración utilizados para el tratamiento de agua residual doméstica con el objetivo de disminuir el agua residual al alcantarillado público y con ello permitir su reutilización dentro de los hogares.

Se realiza una revisión de las estadísticas del agua en México en donde se exponen los datos del uso del agua y se explica la situación actual del agua potable en México, se establece el consumo de agua por persona y también se representa el desperdicio de esta.

Se explora de forma general los usos a los que es destinada el agua en el país y la explotación de los mantos acuíferos, su evolución y acciones realizadas por la Comisión Nacional de Agua para protegerlos, de igual manera la normatividad vigente aplicable al uso de agua potable, donde se especifica la calidad necesaria que debe cumplir el agua que será destinada para el uso y consumo humano, y los procesos permitidos en México para el tratamiento de agua y su potabilización, en los cuales se incluye el proceso de filtración como uno de los más relevantes.

Los procesos de tratamiento de agua residual se vuelven importantes, ya que a medida que se avanza en la lectura del presente trabajo nos damos cuenta que se están sobreexplotando más de 100 de los 653 acuíferos subterráneos del país y aunque solo un poco porcentaje es utilizado para el consumo de la población, tenemos la responsabilidad de ahorrar el recurso para poder garantizar un mejor futuro a las próximas generaciones; dentro de los sistemas de tratamiento de aguas residuales para reutilización de manera inmediata los más relevantes son los que utilizan el proceso de filtración por la alta eficacia que presentan.

La filtración es un proceso de separación que ha sido ampliamente investigado debido a su fácil implementación, operación, bajos costo de operación y construcción, sin mencionar que es uno de los métodos de tratamiento más antiguos utilizados por el hombre, desde la filtración con telas finas para retirar sólidos suspendidos hasta la nanofiltración utilizando mallas que pueden filtrar algunos virus.

A pesar de que múltiples autores han investigado el proceso de filtración y se han elaborado diversos filtros con diferentes mecanismos de funcionamiento, en la actualidad no se han logrado establecer un modelo matemático para su diseño, por lo cual nos adentraremos en las investigaciones que se han realizado y observaremos algunos de los modelos propuestos por diversos autores. Estudiaremos los filtros más utilizados en el tratamiento de aguas residuales como son los filtros granulares y filtros de flujo tangencial, los primeros funcionan con el mecanismo más antiguos de la filtración que es el uso de medios porosos para realizar el proceso y los segundos mediante el uso de membranas de microfiltración; durante el desarrollo del presente trabajo analizaremos las ventajas y desventajas de cada uno, concluyendo con una propuesta de un sistema de filtrado que nos permita filtrar agua en una tasa de flujo de  $1 \text{ m}^3/h$ .

## I. INTRODUCCIÓN

El agua es el recurso natural más importante para el desarrollo de la sociedad, su importancia no solo radica en el desarrollo de las poblaciones, también impacta fuertemente en el desarrollo industrial y agrícola. La Comisión Nacional del Agua (CONAGUA) estima que en México existen 757 cuencas hidrológicas de las cuales 649 están en situación de disponibilidad y 653 acuíferos subterráneos, de los cuales 105 se encuentran en situación de sobreexplotación.

Actualmente México recibe aproximadamente 1,449,471 millones de metros cúbicos de agua en forma de precipitación, de la cual se estima que el 72.1% regresa a la atmosfera debido a la evapotranspiración, el 21.4% escurre por ríos o arroyos, y el 6.4% restante se infiltra al subsuelo de forma natural y recarga los acuíferos. Se ha identificado que la problemática en la falta de agua es de manera local, por lo que los datos generales no reflejan totalmente la realidad debido a dos factores principales, la distribución espacial y la distribución temporal. De esta forma podemos identificar dos regiones en el país la región Noreste, Central (I) y la región Sureste (II); en la región I existe una mayor población y menor disponibilidad de agua mientras que en la región II pasa lo contrario existe una mayor disponibilidad de agua y una menor población. En cuanto a la distribución temporal se refiere, la mayor cantidad de lluvias se presentan durante el verano en el país mientras que el resto del año es relativamente seco.

Aunado a esto, es importante recalcar que no toda el agua se utiliza en el abastecimiento de uso público, se identifican 3 principales sectores de uso, el industrial, agrícola y público, siendo de este último la que se recibe en nuestros hogares. Debido al crecimiento de la población y al aumento de las actividades económicas dentro del País, la CONAGUA ha decidido implementar a inicios del siglo XXI un plan de sustentabilidad de agua el cual difiere al anterior que se basaba solo en la distribución.

Para hacer frente a estos problemas de distribución de agua se ha optado por realizar la captura de aguas pluviales y la reutilización de aguas residuales, mediante diversos sistemas de tratamiento existentes. En la actualidad ya se

comercializan sistemas para tratar el agua del grifo para el mejoramiento de la calidad de esta y consumirse como sustituto de los garrafones de agua. Sin embargo, debemos tener presente que la calidad del agua del grifo no es la misma que el agua después de utilizarse en las actividades cotidianas, como bañarse o lavarse las manos.

#### A. IMPORTANCIA DEL TEMA

De acuerdo con la CONAGUA en 2015 en México se consumían 380 litros de agua por persona en promedio (CONAGUA, 2015); sin embargo, la UNAM indica que el consumo diario de agua de una persona en la ciudad de México en el año 2018 es de 150 Litros que se elevan hasta 320 L debido a la inclusión del agua resguardada en tinacos y cisternas; de los 320 Litros, el 20 % (64 L) se usan para beber, lavado y cocción de alimentos, y regar plantas y el 80 % ( 256 L) se desperdicia y va directamente al drenaje en actividades diarias. En la actualidad 8.9 millones de persona generan un total de 22,520 L de aguas residuales por segundo lo que representa un total de 4,752,000,000 de litros por día de los cuales solo el 15 % del agua colectada puede ser tratada para su reúso. (González, 2018).

#### B. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Este trabajo aborda la filtración de las aguas residuales para reutilizar aproximadamente el 90% de las aguas residuales generadas en los hogares para lo cual exploraremos uno de los métodos más utilizados para la purificación de agua, la filtración, y su viabilidad para reutilizar aguas grises domésticas, concluyendo con los tipos de filtración viables para un sistema de reutilización de agua que trabaje un flujo de 1,000 L/h.

Después de la revisión bibliográfica se propondrá un sistema de filtración que trate un flujo de  $1\text{ m}^3/\text{L}$  de aguas grises, excluyendo el agua generada por el inodoro; debido a que esta es clasificada como agua negra por su alta carga de contaminantes orgánicos.

#### C. MÉTODOS Y TÉCNICAS DE INVESTIGACIÓN EMPLEADAS

Se presenta una investigación descriptiva sobre los diferentes sistemas de filtración, analizando su efectividad y viabilidad en las zonas donde se ha aplicado para considerarse como proceso de tratamiento de aguas grises domésticas en zonas urbanas y conjuntos habitacionales, así como una propuesta teórica de un sistema de filtros para un conjunto habitacional que trate un flujo de  $1\text{ m}^3/\text{L}$  de aguas grises, utilizando la información recabada.

## II. DESARROLLO TEMÁTICO

El agua es el recurso natural más importante para el desarrollo humano, debido a que se utiliza en la mayoría de nuestras actividades diarias; sin embargo, debido al incremento de la población en México se han utilizado diversas técnicas para la reutilización de las aguas residuales en las zonas rurales y urbanas con el fin de reducir y reutilizar el agua. Una de las técnicas más empleadas para este fin es la filtración, debido a la facilidad en la construcción de filtros y a los bajos costos de operación, mantenimiento y a la calidad de agua que entregan.

### A. AGUA DE CONSUMO DOMÉSTICO

Disponer de agua en cantidad y calidad suficiente para el consumo humano es una demanda básica de la población, porque incide directamente en su salud y bienestar general. La fuente predominante es la subterránea con el 58.4% del volumen, cabe destacar que del 2008 al 2017 el agua superficial asignada para el abastecimiento público creció un 19.3 %, como se muestra en la “Figura 1”.

En México, el servicio de agua potable, drenaje, alcantarillado, tratamiento y disposición de aguas residuales está a cargo de los municipios, a través de organismos operadores.



Figura 1 Evolución del volumen concesionado de uso agrupado abastecimiento público por tipo de fuente 2008-2017 (miles de hm<sup>3</sup>) (Comisión Nacional del Agua, 2018)

Pero en el año 2017 la Auditoría Superior de la Federación realizó una advertencia en la siguiente observación "...de persistir la problemática de sobreexplotación y deterioro de las aguas subterráneas, la CONAGUA prevé que en treinta años las dificultades para la extracción, tratamiento y traslado del agua aumentarían, debido a la creciente demanda y a la escasez del recurso, con el que se estima que para 2050, se dispondrán de 377.7 metros cúbicos por habitante al año, 81.7 % que representarían 1684.9 metros cúbicos por habitante anuales menos que la cantidad disponible en 1962" (Marín, 2017).

Esto debido a que durante la auditoría practicada a la CONAGUA con respecto de la administración de las aguas subterráneas contenidas en los 653 acuíferos del país para su protección y conservación en cantidad y con calidad evidenció que, en 2016 "existieron deficiencias en la administración de las aguas subterráneas por partes de la Comisión".

Desafortunadamente en 371 de los 653 acuíferos del país no se evaluó la calidad del agua, por lo que se desconoció la condición de esos cuerpos hídricos, se vigiló las extracciones del subsuelo del 1.7% de los 275 mil 300 concesionarios registrados, y no se inspeccionaron las descargas de aguas residuales en 5 de cada 6 acuíferos.

Así mismo aseguro que la CONAGUA llevó a cabo dos de trece proyectos de recarga artificial "que fueron insuficientes para la atención de los acuíferos con escasez del recurso; no publicó 99 decretos de veda y 234 reglamentos para la protección de 333 cuerpos hídricos, por lo que no se logró el ordenamiento de los usos del agua, tampoco se consideró el establecimiento de declaratorias de rescate y reserva del recurso en los cuerpos hídricos que presentaron las condiciones para ese propósito". Por ello y la sobreexplotación, se presenta el panorama actual que debe ser atendido, debido a que el agua es un recurso estratégico y de seguridad nacional. (Marín, 2017)

Por lo tanto, se requieren establecer métodos que nos permitan reutilizar de manera inmediata el agua residual de las casas para liberar la tensión sobre los mantos acuíferos en México y poder garantizar el suministro de agua de calidad y cantidad

suficiente para las futuras generaciones; sin embargo, solo el uso de sistemas de reutilización de agua no es suficiente si no podemos cambiar la manera indiscriminada en la que se utiliza el agua y se desperdicia.

## 1. NORMATIVIDAD

Para el uso y consumo de agua se deben cumplir las especificaciones de calidad impuestas por la Secretaria de Salud en la norma NOM-127-SSA1-1994 "SALUD AMBIENTAL, AGUA PARA USO Y CONSUMO HUMANO-LÍMITES PERMISIBLES DE CALIDAD Y TRATAMIENTO A QUE DEBE SOMETERSE EL AGUA PARA SU POTABILIZACIÓN.", la cual ha sufrido modificaciones en el transcurso de los años.

En este trabajo exploraremos uno de los métodos más utilizados para la purificación de agua, la filtración, y su viabilidad para reutilizar aguas grises, concluyendo con los tipos de filtración viables para un sistema de reutilización de agua que trabaje un flujo de 1,000 L/h.

## 2. CLASIFICACIÓN DEL AGUA DE DESECHO AGUAS RESIDUALES

De acuerdo con las normas oficiales mexicanas las aguas residuales son todas aquellas aguas de composición variada proveniente de las descargas de usos municipales, industriales, comerciales, de servicios, agrícolas, pecuarios, domésticos, incluyendo fraccionamientos y en general de cualquier otro uso, así como la mezcla de ellas. (Secretaria de Medio Ambiente, Recursos Naturales y Pesca, 1996).

Por lo que de acuerdo con la definición; en México toda actividad que requiera de agua genera aguas residuales las cuales deben ser tratadas antes de ser descargadas ya sea en agua o bienes nacionales respetando los parámetros establecidos en las normas oficiales mexicanas vigentes.

### AGUAS RESIDUALES DOMÉSTICAS

Las aguas residuales domesticas de manera específica son aquellas utilizadas para fines higiénicos (baños, cocinas, lavanderías, etc.), consisten básicamente en residuos humanos que llegan a las redes de alcantarillado. Se estima que las aguas

residuales domesticas están constituidas en un elevado porcentaje (en peso) por agua, cerca de 99.9% y apenas 0.1 % de solidos suspendidos, coloidales y disueltos. (Cuenca, et al., 2012)

Dentro de las aguas residuales domesticas se pueden identificar dos tipos de aguas residuales, las aguas grises domésticas y las aguas negras.

Las aguas negras son aquellas que provienen principalmente de la tasa del baño, que, debido a su alta carga de materia orgánica es preferible un tratamiento biológico para reducir lo más posible el material orgánico y posteriormente realizar los procesos recomendados en la NOM-127-SSA1-1994 “Salud Ambiental, Agua Para Uso Y Consumo Humano-Límites Permisibles De Calidad Y Tratamiento A Que Debe Someterse El Agua Para Su Potabilización.” Para lograr que los parámetros cumplan con los límites establecidos.

Las aguas grises domésticas (AGD) son aquellas provenientes de lavamanos, duchas, lavadoras, lavaplatos y lavaderos, representando una fracción de 75% en volumen de las aguas residuales domésticas (Sarmiento, et al., 2014), y se pueden identificar debido a que estas tienen una menor carga de materia orgánica y menor concentración de materiales que pueden provocar un daño al medio ambiente. Algunos autores deciden dejar fuera de esta definición a las aguas provenientes de los lavaplatos debido a su alto contenido en aceite; sin embargo, para efectos de este trabajo se tomarán en cuenta como parte de las aguas grises.

Se debe tener en cuenta que los distintos contaminantes que se generen en el agua dependen en gran medida a la aplicación que se le da en cada residencia, además de que el grado de contaminación difiere entre muestras de agua gris por una gran cantidad de factores, así provengan de una misma aplicación.

Con todo esto la “Tabla 1” describe de manera general las características que pueden tener las aguas grises, tomando como base un promedio de los resultados que se han obtenido en diversos estudios, teniendo en cuenta que las características del agua gris pueden variar dependiendo de la región, aplicación y comunidad de la cual provenga. (Puentes, 2017)

Tabla 1 Composiciones de aguas grises de distintas fuentes (Puentes, 2017)

Parámetro	Valores promedio					
	Fuente					
	Lavadora	Ducha	Ducha + Lavadora	Lavamanos	Lavaplatos	Lavavajillas
pH	8.5	7.4	7.3	7.2	6.4	8.2
Turbidez (NTU)	328	123	65	188	140	-
SST (mg/L)	397	139	96	243	797	483
DQO (mg/L)	1437	374	344	361	3019	1296
DBO (mg/L)	675	198	115	153	1086	870
SAAM (mg/L)	72	38	9.6	23	31	11

### 3. CARACTERÍSTICAS DEL AGUA PARA USO DOMÉSTICO

Las leyes mexicanas establecen una serie de normas oficiales mexicanas destinadas a la regularización del agua para uso y consumo humano como lo es la NOM-127-SSA1-1994 “Salud Ambiental, Agua Para Uso Y Consumo Humano- Límites Permisibles De Calidad Y Tratamientos A Que Debe Someterse El Agua Para Su Potabilización”.

La norma 127 tiene como objetivo establecer los límites permisibles de calidad y los tratamientos de potabilización del agua para uso y consumo humano, que deben cumplir los sistemas de abastecimiento públicos y privados o cualquier persona física o moral que la distribuya, en todo el territorio nacional. Lo que significa que si se quiere comercializar en México un equipo de filtración cuya finalidad sea la de reutilizar agua gris domestica debe entregar agua que cumpla con las siguientes características:

#### Límites permisibles de características bacteriológicas

Tabla 2 Límites permisibles de características bacteriológicas; Los resultados de los exámenes bacteriológicos se deben reportar en unidades de NMP/100 mL (número más probable por 100 ml), si se utiliza la técnica del número más probable o UFC/100 mL (unidades formadoras de colonias por 100 ml), si se utiliza la técnica de filtración por membrana.

Característica	Limite Permissible
Organismos coliformes totales	2 NMP/100mL

	2 UFC/100mL
Organismos coliformes fecales	No detectable NMP/100mL
	Cero UFC/100mL

### Límites permisibles de características físicas y organolépticas

Tabla 3 Límites permisibles de características físicas y organolépticas

Característica	Limite Permissible
Color	20 unidades de color verdadero en la escala de platino-cobalto.
Olor y Sabor	Agradable (se aceptarán aquellos que sean tolerables para la mayoría de los consumidores, siempre que no sean resultados de condiciones objetables desde el punto de vista biológico o químico).
Turbiedad	5 unidades de turbiedad nefelométricas (UTN) o su equivalente en otro método.

### Límites permisibles de características químicas

Tabla 4 Límites permisibles de características químicas; Los límites permisibles de metales se refieren a su concentración total en el agua, la cual incluye los suspendidos y los disueltos.

Característica	Limite Permissible (mg/L)
Aluminio	0.20
Arsénico	0.05
Bario	0.70
Cadmio	0.005
Cianuros (como CN <sup>-</sup> )	0.07
Cloro residual libre	0.2 – 1.50
Cloruros (como Cl <sup>-</sup> )	250.00
Cobre	2.00
Cromo total	0.05
Dureza total (como CaCO <sub>3</sub> )	500.00
Fenoles o compuestos fenólicos	0.001
Fierro	0.30

Fluoruros (como F <sup>-</sup> )	1.50
Manganeso	0.15
Mercurio	0.001
Nitratos (como N)	10.00
Nitritos (como N)	0.05
Nitrógeno amoniacal (como N)	0.50
pH (potencial de hidrógeno) en unidades de pH	6.5 – 8.5
Plaguicidas en microgramos/l: Aldrín y dieldrín (separados o combinados)	0.03
Clordano (total de isómeros)	0.30
DDT (total de isómeros)	1.00
Gamma-HCH (lindano)	2.00
Hexaclorobenceno	0.01
Heptacloro y epóxido de heptacloro	0.03
Metoxicloro	20.00
2,4 – D	50.00
Plomo	0.025
Sodio	200.00
Sólidos disueltos totales	1000.00
Sulfatos (como SO <sub>4</sub> =)	400.00
Sustancias activas al azul de metileno (SAAM)	0.50
Trihalometanos totales	0.20
Zinc	5.00

#### 4. TRATAMIENTO PARA LA POTABILIZACIÓN DEL AGUA

Para la potabilización del agua la norma 127 nos indica que la potabilización del agua proveniente de una fuente en particular debe fundamentarse en estudios de calidad y pruebas de tratabilidad a nivel de laboratorio para asegurar su efectividad.

De la misma forma nos indica los tratamientos específicos cuando alguno de los límites permisible sean excedidos de la siguiente manera:

Para los contaminantes biológicos la norma nos indica que se puede utilizar la desinfección con cloro, compuestos de cloro, ozono o luz ultravioleta.

Para cumplir con los límites en las características físicas y organolépticas nos indica la coagulación-floculación-precipitación-filtración; cualquiera o la combinación de ellos, intercambio iónico u ósmosis inversa.

Para el cumplimiento de los límites permisibles en las características químicas nos indica los siguientes tratamientos:

Arsénico. - Coagulación-floculación-precipitación-filtración; cualquiera o la combinación de ellos, intercambio iónico u ósmosis inversa.

Aluminio, bario, cadmio, cianuros, cobre, cromo total y plomo. - Intercambio iónico u ósmosis inversa.

Cloruros. - Intercambio iónico, ósmosis inversa o destilación.

Dureza. - Ablandamiento químico o intercambio iónico.

Fenoles o compuestos fenólicos. - Adsorción en carbón activado u oxidación con ozono.

Fierro y/o manganeso. - Oxidación-filtración, intercambio iónico u ósmosis inversa.

Fluoruros. - Ósmosis inversa o coagulación química.

Materia orgánica. - Oxidación-filtración o adsorción en carbón activado.

Mercurio. - Proceso convencional: coagulación-floculación-precipitación-filtración, cuando la fuente de abastecimiento contenga hasta 10 microgramos/L. Procesos especiales: en carbón activado granular y ósmosis inversa cuando la fuente de abastecimiento contenga hasta 10 microgramos/L; con carbón activado en polvo cuando la fuente de abastecimiento contenga más de 10 microgramos/L.

Nitratos y nitritos. - Intercambio iónico o coagulación-floculación-sedimentación-filtración; cualquiera o la combinación de ellos.

Nitrógeno amoniacal. - Coagulación-floculación-sedimentación-filtración, desgasificación o desorción en columna.

pH (potencial de hidrógeno). - Neutralización.

Plaguicidas. - Adsorción en carbón activado granular.

Sodio. - Intercambio iónico.

Sólidos disueltos totales. - Coagulación-floculación-sedimentación-filtración y/o intercambio iónico. (Secretaría de Salud, 1994)

Sulfatos. -Intercambio iónico u ósmosis inversa.

Sustancias activas al azul de metileno. - Adsorción en carbón activado.

Trihalometanos. - Aireación u oxidación con ozono y adsorción en carbón activado granular.

Zinc. - Destilación o intercambio iónico.

Para efectos de esta tesina solo se estudiará la filtración la cual se encuentra dentro de los métodos de tratamiento permitidos para llevar el agua a una calidad cercana a la del agua potable.

## B. FILTRACIÓN

La filtración es un proceso que consiste en la remoción de partículas suspendidas y coloidales presentes en una suspensión acuosa que escurre a través de un medio poroso y en general esta es utilizada como la operación final de clarificación que se realiza en una planta de tratamiento de agua y, por consiguiente, es la responsable principal de la producción de agua de calidad coincidente con los estándares de potabilidad.

Para la potabilización del agua generalmente se realiza un proceso de decantación y la filtración se utiliza para terminar la clarificación de la misma. Para que las moléculas que no han sedimentado en el decantador sean retenidas en el medio

filtrante, los medios filtrantes más utilizados son la arena, sobre un lecho de grava como soporte. Aunque también existen otros tipos de lechos como membranas filtrantes que pueden ser de plástico o de metal (Romero, 2011).

### 1. FILTRACIÓN EN MEDIO GRANULAR

La filtración puede efectuarse de muchas formas: con baja carga superficial (filtros lentos) o con alta carga superficial (filtros rápidos), en medios porosos (pastas arcillosas o papel de filtro) o en medios granulares (arena, antracita, granate o combinados), con flujo ascendente, descendente y mixto. Por otro lado, el filtro también puede trabajar a presión o por gravedad, según sea la magnitud de la carga hidráulica que existe sobre el lecho filtrante (Calviño, 2006).

La filtración superficial se realiza a través de medios porosos tipo membranas. Estas membranas pueden ser consideradas micro tamices, con diámetros de poro o luz de malla entre 10 y 100  $\mu\text{m}$ . se pueden encontrar materiales plásticos o en metal. La acumulación de sólidos en la superficie de la membrana llega a formar una torta, que también colabora en la filtración.

La filtración a través de material granular, por ejemplo, lechos de arena, se basa en la capacidad de retención de sólidos en el seno o volumen del lecho filtrante, aunque, también puede darse eliminación superficial simultáneamente. (López, et al., 2014)

Por lo que se pueden clasificar a los filtros de la siguiente manera:

*Tabla 5 clasificación de filtros de acuerdo con su velocidad de filtración.*

<b>Velocidad de filtración</b>	<b>Medio filtrante Usado</b>	<b>Carga sobre el Lecho</b>
<b>Rápidos: 120-360</b> <b><math>\text{m}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{día})</math></b>	1. Arena	Por gravedad
	2. Antracita	Por gravedad
	3. Mixtos: Antracita (35-50 cm) Arena (20-35 cm)	Por presión

	4. Mixtos: Arena, Antracita, Granate	Por presión
<b>Lentos: 7-14 m<sup>3</sup>/(m<sup>2</sup>* día)</b>	Arena (60-100 cm)	Por Gravedad

Los filtros a presión se utilizan preferentemente para aguas residuales. Su velocidad de filtración varía de 5 a 10 m<sup>3</sup>(h\*m<sup>2</sup>) y se limpian utilizando retrolavados.

Sin embargo, la elección del tipo de filtro debe basarse en las características del agua y en el costo total del sistema.

La retención por tamizado es el principal mecanismo responsable de la eliminación de los sólidos en suspensión en la filtración a través de lecho granular:

Tamizado mecánico: Las partículas de mayor tamaño que los poros del medio filtrante son retenidos mecánicamente. Además del tamizado en la superficie se da el mismo efecto en el interior del lecho granular.

Sin embargo, existen otros mecanismos que también influyen, aunque sus efectos sean de menor importancia y puedan quedar enmascarados por el tamizado. Se trata de los mecanismos de transporte de las partículas hasta la superficie del material filtrante y mecanismo de fijación a su superficie.

Durante el transporte de los sólidos en suspensión a través del lecho pueden interactuar los siguientes mecanismos:

- Sedimentación: El lecho filtrante se puede considerar como un conjunto de tubos que pueden actuar como decantadores. Un lecho filtrante puede tener una superficie específica total del orden de 1500 m<sup>2</sup> / m<sup>3</sup>. Suponiendo que las partículas del material filtrante son cúbicas, la superficie específica de decantación sería del orden de 1/6 (2500 m<sup>2</sup>/m<sup>3</sup>), por lo que se podría llegar a eliminar partículas con diámetro mayor o igual a 4 µm. (López, et al., 2014)

Este fenómeno solo puede producirse con material suspendido que presente tamaños de partículas superiores a 1 micra y cuya velocidad de asentamiento sea alta y en zonas del filtro donde la carga hidráulica sea baja. (Fibras y Normas de Colombia S.A.S., 2004) Ives (1965) sugiere que algunas laminas más pequeñas y

floculantes pueden quedar retenidas en regiones donde la velocidad de escurrimiento sea pequeña debido a la distribución parabólica de velocidad en el régimen laminar. (Yactayo, 2000)

- Acción de fuerzas centrifugas: El agua que circula por las canalizaciones sigue trayectorias curvilíneas. Aparecen fuerzas de inercia y las partículas chocan entre sí y pueden formar flóculos.
- Intercepción: Normalmente, el régimen de escurrimiento durante la filtración es laminar y, por lo tanto, las partículas se mueven a lo largo de las líneas de corriente. Debido a que las partículas suspendidas tienen una densidad aproximadamente igual a la del agua, ellas serán removidas de la suspensión cuando, en relación con la superficie de los granos del medio filtrante, las líneas de corriente están a una distancia menor que la mitad del diámetro de las partículas suspendidas. (Yactayo, 2000)

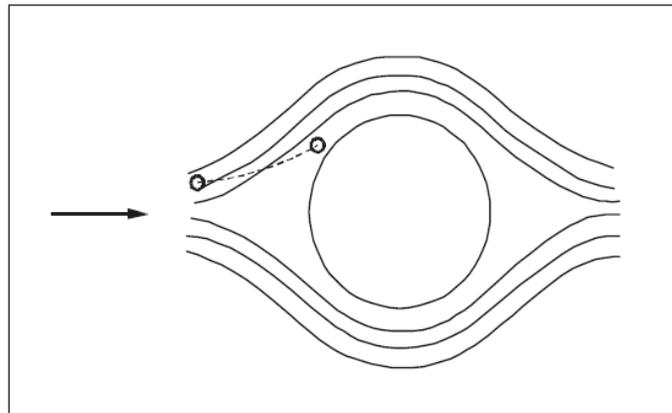
Este mecanismo de transporte presenta mayor efectividad a medida que las partículas presentes en la sustancia aumenta; es decir, que la eficiencia del medio filtrante con relación al mecanismo de intercepción, es directamente proporcional a diámetro de partícula elevada al cuadrado e inversamente proporcional al diámetro de los granos del medio filtrante. (Fibras y Normas de Colombia S.A.S., 2004) Las partículas acaban chocando con el material filtrante y pueden quedar atrapadas o fijadas en la superficie. (López, et al., 2014)

- Difusión: Las partículas más pequeñas tienen un movimiento propio errático que puede facilitar los choques, favoreciendo la formación de flóculos y la fijación al material del lecho filtrante (López, et al., 2014) y depende de factores como la energía térmica del agua, permitiendo controlar el impacto con el medio poroso. Las partículas pequeñas tienden a difundirse desde los sectores de mayor hacia los de menor concentración; es por esta razón que se suelen encontrar solidos adheridos a los granos del medio filtrante en puntos donde la velocidad del flujo es muy baja. (Fibras y Normas de Colombia S.A.S., 2004) Este fenómeno, resultado de un bombardeo intenso

a las 'partículas suspendidas por las moléculas de agua, es conocido como movimiento browniano. (Yactayo, 2000)

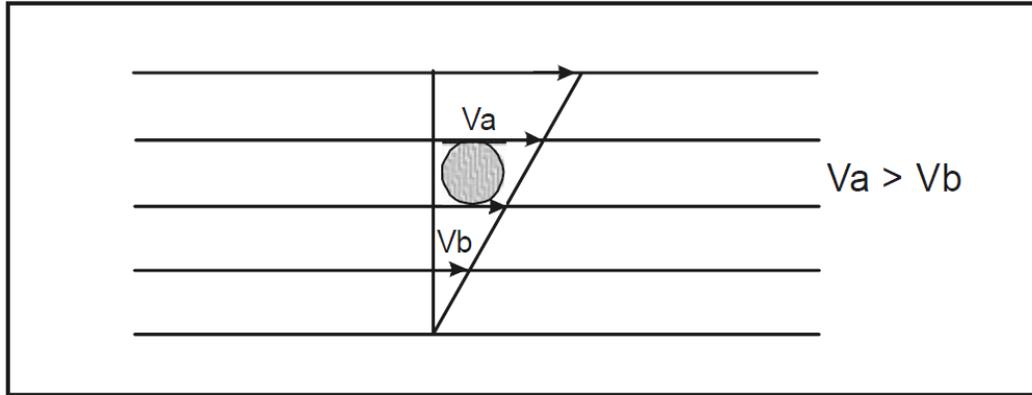
La eficiencia de este mecanismo es directamente proporcional a la temperatura de la sustancia e inversamente proporcional a los diámetros de las partículas de la mezcla y el grano del medio filtrante. (Fibras y Normas de Colombia S.A.S., 2004)

- Impacto inercial: Durante el escurrimiento, las líneas de corriente divergen al estar cerca de los granos del medio filtrante, de modo que las partículas suspendidas, con cantidad de movimiento suficiente para mantener sus trayectorias, colisionan con los granos "Figura 2".



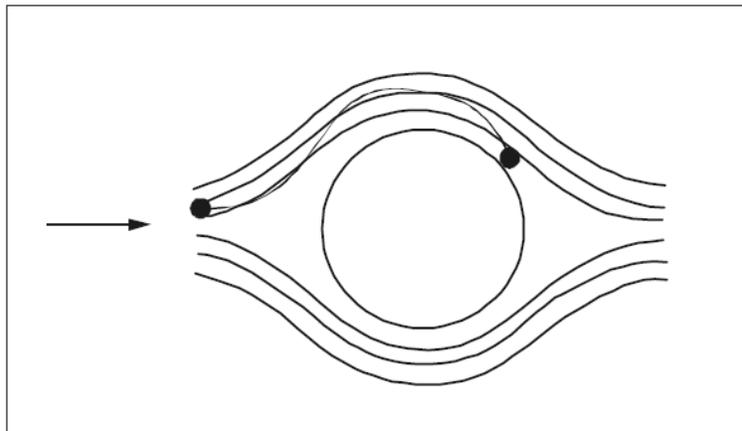
*Figura 2 Mecanismo de impacto inercial*

- Acción hidrodinámica: La remoción de partículas floculantes de tamaño relativamente grande ( $\sim 10 \mu\text{m}$ ) es atribuida a la acción hidrodinámica. La comprensión de este mecanismo se facilita cuando se considera un escurrimiento en el que el gradiente de velocidad es constante. Una partícula suspendida en un fluido que escurre en estas condiciones estará sometida, a velocidades tangenciales variables en dirección perpendicular a la del escurrimiento "Figura 3".



*Figura 3 Acción de la tensión de cizallamiento*

La diferencia entre  $V_a$  y  $V_b$  tiende a hacer que la partícula gire y produzca una diferencia de presión en dirección perpendicular al escurrimiento, lo que hará que la partícula se conduzca a una región de velocidad más baja. A pesar de no tener exactamente las condiciones descritas anteriormente, en la práctica de la filtración, el fenómeno es análogo y es válido para explicar la remoción de partículas de un tamaño del orden de  $10\ \mu\text{m}$ . (Yactayo, 2000)



*Figura 4 Mecanismo de acción hidrodinámica*

- Cernido: Este fenómeno ocurre cuando las partículas que se encuentran en el fluido son de mayor tamaño que los poros del elemento filtrante, y por lo tanto estas quedan atrapadas en los intersticios “Figura 4”. El cernido solo

actúa en las capas más superficiales del filtro y con partículas capaces de resistir a los esfuerzos cortantes que se producen por el flujo. (Fibras y Normas de Colombia S.A.S., 2004) A partir de las consideraciones geométricas, Hall considera que la probabilidad de remoción de una partícula por cernido ( $Pr$ ) está dada por la siguiente fórmula: (Yactayo, 2000)

$$Pr = \left[ \frac{d}{Dc} \right]^{3/2} \quad (1)$$

Donde:

$Pr$  = Probabilidad de remoción de una partícula por cernido.

$d$  = diámetro de la partícula.

$Dc$  = diámetro del medio filtrante

Es probable que todos los mecanismos actúen simultáneamente durante la filtración; sin embargo, el grado de importancia de cada uno de ellos depende de las características de la suspensión y del medio filtrante. Normalmente se ha dado poca importancia a los efectos de la acción física de cernido y de impacto inercial durante la filtración.

La eficiencia del medio filtrante para remover partículas de la suspensión por acción de los mecanismos de transporte puede expresarse adecuadamente como una función de la intercepción, difusión, sedimentación y acción hidrodinámica.

De manera general se puede concluir que la eficacia de colección de las partículas suspendidas es inversamente proporcional a la velocidad de aproximación  $V$ , al diámetro de los granos del medio filtrante  $D$  y a la viscosidad  $\mu$ , y que la eficiencia de colección es una función de las características de la suspensión. (Yactayo, 2000)

Mecanismos de adherencia

La adherencia entre las partículas transportadas en la mezcla presente en el proceso de filtración y los granos del elemento filtrante depende principalmente de las características tanto de las partículas suspendidas como de los granos. Las

partículas pueden ser adheridas al medio poroso, siempre y cuando resistan las fuerzas que el flujo de la sustancia ejerza sobre ellas. (Fibras y Normas de Colombia S.A.S., 2004)

La adherencia en los procesos de filtración se debe a fenómenos de acción superficial, los cuales se controlan mediante parámetros físicos y químicos. Algunos de estos son los siguientes:

- 1) Fenómenos de adsorción física: Intervienen las fuerzas de Van Der Waals, y electrocinéticas. Este fenómeno es fundamental cuando se utiliza carbón activado como medio filtrante. (López, et al., 2014) De un modo general, las partículas sólidas sumergidas en agua presentan cargas en sus superficies, debido a una o más de las siguientes razones:
  - a) Disociaciones de iones en la superficie de las partículas.
  - b) Cargas no balanceadas debido a las imperfecciones de la estructura del cristal.
  - c) Reacciones químicas con iones específicos de la suspensión, con formación de enlaces químicos.
  - d) Sustitución isomórfica en la estructura del cristal.

En la interfaz solido-liquido existe una capa de iones de carga opuesta a la del sólido, conocida como capa estacionaria o compacta, y otra de iones esparcidos, también de carga opuesta, denominada capa difusa, esta capa electroquímica doble establece un potencial de repulsión entre las partículas de la suspensión con cargas eléctricas semejante. La magnitud de este potencial de repulsión y la distancia a la cual se extiende su campo de acción son afectadas por la composición química de la suspensión.

Las características del interfaz solido liquido han sido evaluadas en términos del potencial zeta, que es la medida de energía requerida para llevar una carga unitaria desde el infinito hasta un plano que separe el resto de la dispersión, a la sección de la capa difusa que se mueve junto con las partículas.

Entre las partículas sólidas es posible que se produzcan interacciones por cualquiera de los efectos mencionados; por lo tanto, solamente la contribución debida a la dispersión se adiciona y se hace efectiva a una distancia inferior a 500 angstroms ( $\text{A}^\circ$ ). Por este motivo, la interacción de las fuerzas de Van der Waals entre las partículas sólidas es, en muchas ocasiones, referida como interacción de dispersión.

Si en una dispersión coloidal, las únicas fuerzas entre las partículas fueran las de atracción de Van der Waals y las de repulsión eléctrica, se podría calcular el efecto global de interacción por la adición de ambas como contribuciones la "Figura 5" representa la variación de la energía de repulsión y atracción, y el efecto global entre dos partículas esféricas de radio igual a  $1 \mu\text{m}$ .

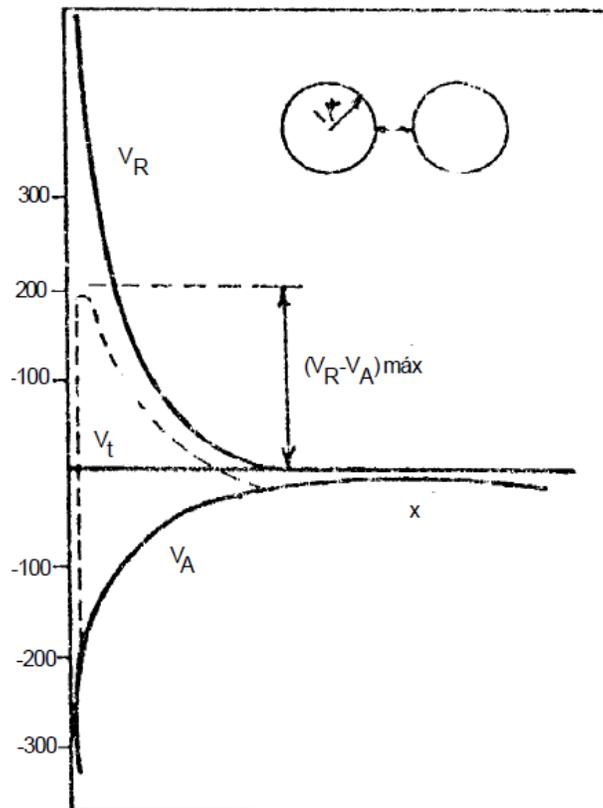


Figura 5 Variación del potencial de atracción o repulsión en función de la distancia entre dos esferas

Con el fin de reducir la estabilidad de los coloides para que se adhieran entre sí con las partículas suspendidas y los granos de medio filtrante, el valor de la resultante,  $(V_R - V_A)_{max}$ , debe reducirse o, preferentemente, anularse. La interacción entre las partículas suspendidas y los granos del medio filtrante puede entenderse mejor a través del análisis de las siguientes figuras. (Yactayo, 2000)

En todos los casos se considera que los granos del medio filtrante tienen cargas superficiales negativas.

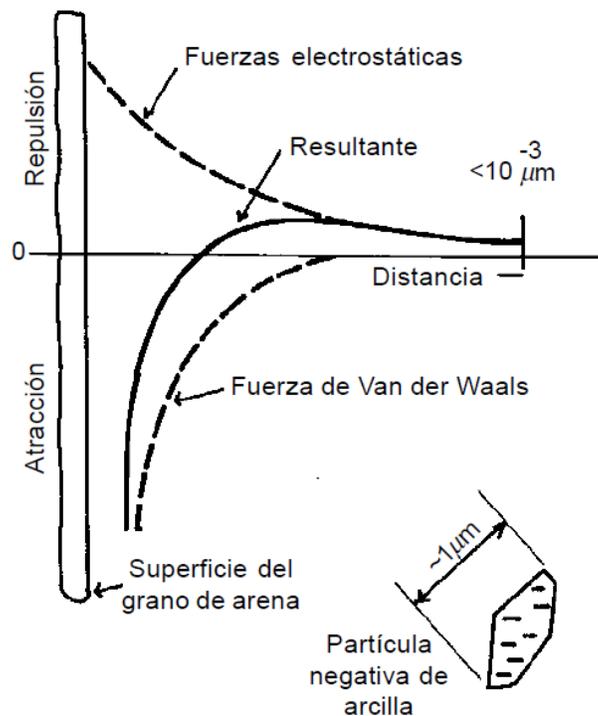


Figura 6 Interacción entre el grano de arena y la partícula de arcilla cargada negativamente

La “Figura 6” muestra el caso de una partícula de arcilla cargada negativamente de forma no redondeada. La barrera de energía,  $(V_R - V_A)_{max}$ , evita que ocurra adherencia entre las partículas y los granos del medio filtrante; por lo tanto, si se considerara que algunas arcillas, como la caolinita, pueden tener regiones positivas como negativas cuando el pH de la suspensión es bajo, es de esperar que algunas partículas sean removidas de la suspensión.

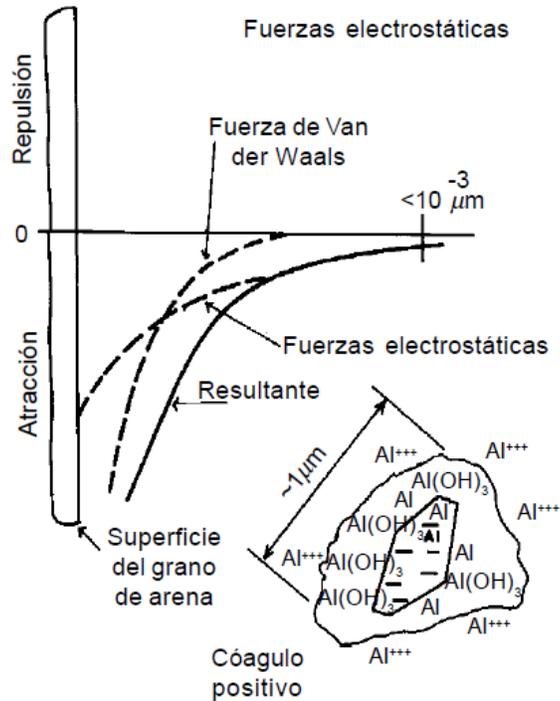


Figura 7 Interacción entre el grano de arena y la partícula con carga positiva en exceso

En el caso de la “Figura 7”, la arcilla de placas es respetada como coágulo; esto es, un flóculo de tamaño aproximadamente igual  $1 \mu\text{m}$ , donde los productos de hidrólisis del aluminio son incorporados de modo que la carga superficial resultante es positiva. La barrera de energía es sustituida por un potencial positivo, resultante de la suma de los efectos de las fuerzas de Van der Waals y la electrostáticas. La adherencia entre partículas y granos resulta del contacto entre ambos. La eficiencia para la remoción es elevada al principio, pero, a medida que la superficie de los granos se torna positiva, la eficiencia disminuye. La situación es semejante a la que se tiene en las operaciones de coagulación y floculación, cuando se produce la reversión del potencial Z.

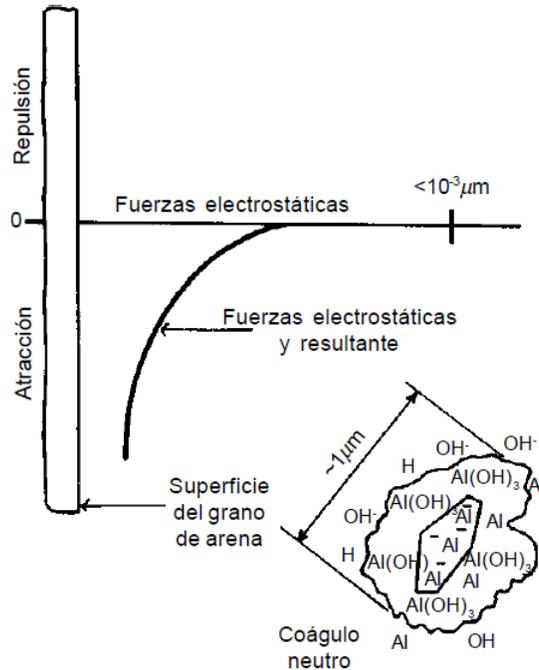


Figura 8 interacción entre el grano de arena y la partícula de arcilla con carga positiva

En el caso de la “Figura 8”, las partículas están en el punto isoeléctrico; esto es, en el punto neutro. La barrera de energía desaparece y del contacto puede resultar adherencia y filtración eficiente. En la práctica, esta condición puede no ser satisfactoria en el caso de filtros de arena, debido a que se produciría una excesiva deposición de partículas en las capas superiores y al rápido aumento de la pérdida de carga. A pesar de no haber sido estudiada con profundidad, la eficiencia de los filtros de arena es mayor cuando los flóculos son negativos. (Yactayo, 2000)

- 2) Fuerzas de Van Der Waals: Estas fuerzas son las responsables de la adhesión de partículas a los granos del filtro presente en el proceso. Estas fuerzas, son independientes de parámetros como el pH y de las características que presenta la fase acuosa que se va a tratar; las fuerzas Van der Waals dependen de la densidad y del tamaño de las partículas, así como de la distancia presente entre estas y los granos del medio filtrante. (Fibras y Normas de Colombia S.A.S., 2004)
- 3) Fuerzas Electrostáticas: Se pueden considerar 3 casos que afectan el mecanismo de adherencia en el proceso de filtración:

Caso 1: Las partículas suspendidas presentes en las sustancias y los granos que conforman el medio filtrante, presentan diferente carga eléctrica, generando una fuerza de atracción entre ellos y además produciendo adhesión.

Caso 2: Situación en la cual los granos del medio filtrante poseen carga eléctrica y las partículas suspendidas presentes en la sustancia no. En esa situación, no se presenta ninguna barrera de energía que impida la adhesión de las partículas en el medio.

Caso 3: Tanto los granos del medio filtrante como las partículas suspendidas en la mezcla poseen la misma carga eléctrica. En este caso, las fuerzas hidrodinámicas rompen temporalmente la barrera de energía y aproximan las partículas, de forma que las fuerzas de Van Der Waals puedan actuar en el proceso de filtración; la probabilidad de generar adherencia es muy baja con respecto a los casos anteriores. (Fibras y Normas de Colombia S.A.S., 2004)

4) Adsorción química: Por enlaces o interacción química (López, et al., 2014), también llamado puente químico y consiste en inyectar poli electrolitos o ayudantes de filtración tales como sulfato de aluminio, cloruro de aluminio, sulfato ferroso, entre otros, para aumentar la adherencia de las partículas suspendidas al medio filtrante, ya que dichos ayudantes, permiten generar enlaces químicos entre las partículas y el medio filtrante.

### Operación de filtración

La operación completa de filtración consta de dos fases, filtración y lavado o regeneración. Mientras la descripción de los fenómenos que se presentan durante la fase de filtración es prácticamente idéntica para todos los sistemas de filtración empleados para el tratamiento de aguas residuales, la fase de lavado es diferente en función del funcionamiento del filtro.

- Operaciones de filtración semicontinuas: En esta operación el agua se hace circular a través del lecho granular, con o sin adición de reactivos químicos y cuando empieza a aumentar el contenido de sólidos en el efluente hasta un nivel máximo permisible o se experimenta una pérdida de carga, se termina

la fase de filtración y se debe lavar el filtro a contracorriente para eliminar la materia que se ha acumulado en el seno del lecho granular. El agua utilizada en estos lavados se regresa a las instalaciones de sedimentación primaria o al proceso de tratamiento biológico.

- Operación de filtración continua: En el funcionamiento continuo, las fases de filtración y lavado ocurren simultáneamente. Cuando utilizamos estos filtros no existen los conceptos de turbidez límites de efluente ni la pérdida de carga máxima admisible en la circulación a través del lecho. (Calviño, 2006)

## 2. LEY DE DARCY

La ley fundamental que describe la dinámica de los fluidos viscosos más usuales, los fluidos Newtonianos descritas por las ecuaciones de Navier-Stokes, en conjunto con la ley de conservación de masa permiten describir su movimiento a partir de unas condiciones iniciales y de contorno determinadas. Esta ley se aplica a una enorme variedad de situaciones prácticas de fluidos reales. La descripción del flujo en medio poroso, que es muy complicada a escala inferior de los poros (del orden de  $10^{-5}$  cm), se torna más fácil cuando se consideran escalas grandes con respecto al tamaño de los poros, pues se da un fenómeno de promedio. Por otra parte, tales fluidos, o filtraciones, suceden a tan pequeñas velocidades que los términos de inercia son despreciables en comparación con los de presión y viscosidad. La fuerza externa es la gravedad y se tiene en cuenta cuando el fluido es un líquido y el movimiento no es horizontal (Vazquez, 1999).

El experimento de Darcy consta de un permeámetro de carga constante “Figura 9”, básicamente es un recipiente de sección constante por el que se hace circular agua conectando a uno de sus extremos un depósito elevado de nivel constante. En el otro extremo se regula el caudal de salida mediante un grifo con caudal constante. Se mide la altura de la columna de agua en varios puntos (como mínimo en dos puntos). (Román, 2017)

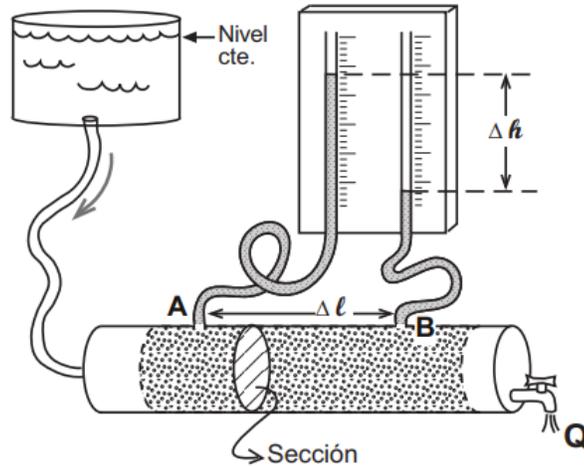


Figura 9 Diagrama de un permeámetro de carga constante,  $Q$  = Caudal,  $\Delta h$  = Diferencial de potencial entre A y B;  $\Delta l$  = Distancia entre A y B, Gradiente hidráulico =  $\Delta h / \Delta l$ .

El experimento se repitió con diferentes materiales porosos y cambiando las variables, y se dedujo que el caudal que atravesaba el permeámetro era linealmente proporcional a la sección y al gradiente hidráulico. Y que la constante de proporcionalidad era característica de cada arena o material que llenaba el permeámetro.

De tal manera que la Ley de Darcy puede expresarse de la siguiente forma:

$$Q = K \cdot Seccion \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l} \quad (2)$$

Donde:

$Q$  = Caudal.

$K$  = Permeabilidad o conductividad hidráulica.

$Sección$  = Area transversal.

$\Delta h / \Delta l$  = Gradiente hidráulico.

La ecuación (2) se puede reordenar de la siguiente forma para obtener la expresión correcta de la ley de Darcy:

$$q = -K \cdot \left( \frac{dh}{dl} \right) \quad (3)$$

Donde:

$q = Q/Sección$  es decir, el caudal que circula por  $m^2$ .

$K$  = Conductividad hidráulica.

$dh/dl$  = Gradiente hidráulico expresado en incrementos infinitesimales.

El signo menos es debido a que el nivel disminuye en sentido del flujo. (Román, 2017)

### 3. FACTORES QUE INFLUYEN EN LA FILTRACIÓN EN MEDIO GRANULAR

La eficiencia del proceso de filtración se relaciona directamente con factores como: las características de la suspensión, el medio filtrante, la hidráulica de la filtración y la calidad del efluente.

#### Características de la suspensión

Tipos de partículas suspendidas: El tipo de partículas presentes en las sustancias tratadas, influye en la eficiencia del proceso, cuando al agua cruda contiene partículas suspendidas de grandes tamaños y el sistema de filtración esta conectado de forma directa en el afluente, se pueden formar curvas de pérdida de carga, en comparación con aquellos casos donde el afluente solo presenta partículas suspendidas coaguladas. (Fibras y Normas de Colombia S.A.S., 2004) Para el caso de las aguas grises las partículas con mayor presencia son las arrancadas del suelo y arrastradas a las aguas, junto con otros materiales que hay en suspensión en las aguas, son, en términos de masa total, la mayor fuente de contaminación del agua. (Torres-Avalos & Lozano-Gonzalez, 2017)

Tamaño de partículas suspendidas: Las partículas con tamaño inferiores a una micra, producen una menor oportunidad de contacto entre las partículas suspendidas presentes en el recurso y el grano del medio filtrante generando que el proceso no sea eficaz. Para solucionar esta complicación se utilizan algunos productos químicos que ayudan a ajustar el tamaño de las partículas suspendidas con el fin de obtener una eficiencia mayor en la filtración.

Densidad de partículas suspendidas: A mayor densidad de estas, es mayor la eficiencia de remoción de las partículas de mayor tamaño en el recurso.

Temperatura del agua por filtrar: En general, al aumentar la temperatura se genera mayor eficiencia en la filtración, dado que se presenta un aumento de la energía termodinámica en las partículas del recurso, y como consecuencia, la difusión se convierte en un mecanismo importante cuando se tienen partículas menores a una micra. Además, la disminución de la viscosidad en el recurso facilita la sedimentación de las partículas mayores de una micra.

pH del afluente: El potencial de hidrogeno (pH) del agua influye en la capacidad del intercambio iónico entre las partículas suspendidas y los granos del medio filtrante. La influencia se divide de la siguiente manera: para los valores de pH por debajo de 7, el intercambio de cationes disminuye mientras que el intercambio de aniones aumenta sobre las superficies positivas; para valores de pH superiores a 7, existe un aumento en el intercambio de cationes y una disminución en el intercambio de aniones sobre las superficies negativas. (Fibras y Normas de Colombia S.A.S., 2004)

Recordemos que el agua a filtrar son las aguas grises domesticas las cuales están compuestas principalmente por Microorganismos patógenos, Desechos orgánicos, Sustancias químicas inorgánicas, nutrientes vegetales inorgánicos, compuestos orgánicos, sedimentos y materiales suspendidos. (Torres-Avalos & Lozano-Gonzalez, 2017)

#### Características del medio filtrante

El tipo de filtro se selecciona de acuerdo con la calidad que se requiere para el recurso filtrado, además se debe tener en cuenta factores como la duración del proceso de filtración y la facilidad de lavado de este.

**Filtros clarificadores o de lecho profundo:** Este tipo de filtros, se suele usar en casos donde la concentración de las partículas presentes en el agua es baja, y tiene como objetivo remover solido en suspensión como tierra, polen, basuras pequeñas, entre otros, queda retenido en el filtro para posteriormente ser desechado, retenido

de esta forma que estas partículas pasen al torrente de servicio y alteren la calidad del recurso.

**Filtros tipo prensa:** Este tipo de filtros se usa en casos donde la concentración de partículas presentes en el agua no es tan alta y no hay que desmontar frecuentemente la prensa, provocando desgastes excesivos en el material filtrante que lo conforma. Los filtros tipo prensa consisten en una serie de elementos, que pueden ser placas y marcos alternados o cámaras, entre los que se coloca el medio filtrante.

**Filtros de banda:** Se conforman por una cinta transportadora fabricada en tela permeable, la suspensión se alimenta hacia la parte superior y en un extremo de dicha cinta mientras que por la parte inferior de la misma se recoge el material filtrado, permitiendo de esta forma, realizar filtración de forma continua.

**Peso específico del material filtrante:** El peso específico del elemento filtrante en el proceso, debe ser igual al peso de los granos dividido por el volumen que ocupan los mismo. (Fibras y Normas de Colombia S.A.S., 2004)

La “Tabla 6” muestra los valores normales para el coeficiente de esfericidad y peso específico de los materiales filtrantes más usuales. (Yactayo, 2000)

*Tabla 6 Coeficiente de esfericidad y peso específico de materiales filtrantes más usuales*

<i>Material</i>	<i>Coeficiente de esfericidad</i>	<i>Peso específico (g/cm<sup>3</sup>)</i>
<i>Arena</i>	0.75 – 0.80	2.65 – 2.67
<i>Antracita</i>	0.70 – 0.75	1.50 – 1.70
<i>Granate</i>	0.75 – 0.85	4.00 – 4.20

**Espesor de la capa filtrante:** En una planta de tratamiento de agua con filtros de dos o más capas, es difícil fijar un espesor de medio filtrante para el cual los filtros funcionen constantemente en condiciones ideales, porque la calidad del efluente varía considerablemente durante el año. La experiencia ha demostrado que existe una relación entre el espesor de la capa de arena y la de antracita en un filtro de dos medios; en general la capa de antracita representa de 60 a 80 % y la arena, de

20 a 40% del espesor total del medio filtrante. De este modo un medio filtrante de 70 cm de espesor tendría aproximadamente 50 cm de antracita y 20 cm de arena. (Yactayo, 2000)

### Características hidráulicas

Las características hidráulicas que influyen en la eficiencia de la filtración son las siguientes:

- Tasa de filtración
- Carga hidráulica disponible
- Método de control de los filtros
- Calidad del efluente

Tasa de filtración: el empleo de tasas de filtración bajas no asegura, necesariamente, la producción de agua filtrada de mejor calidad y mayor volumen de agua producida por carrera de filtración. Luego de algunos minutos de filtración, la calidad del efluente es prácticamente la misma cuando el pretratamiento se realiza con eficiencia. Sin embargo, cuando el pretratamiento del efluente es deficiente, la calidad del efluente filtrado es mejor para tasas de filtración más bajo.

Las variaciones de la tasa de filtración durante una carrera de filtración son muchas veces inevitables y pueden afectar sustancialmente la calidad del efluente. De manera general los efectos de las variaciones de tasa de filtración dependen, principalmente, de la magnitud de la variación producida, de la tasa de filtración, de la pérdida de carga presentada por el filtro en el momento que ocurre la variación. (Yactayo, 2000)

#### 4. CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS DE FILTRACIÓN

Los principales tipos de filtros granular se clasifican de acuerdo con la “Tabla 7”:

- Tipo de funcionamiento
- Tipos de medios filtrantes y sentido del flujo durante la fase de filtración
- Presión actuante en la filtración
- Velocidad de filtración

Tabla 7 Clasificación de los sistemas de filtración (Calviño, 2006)

Operación del Filtra	Tipo de Filtro	Detalles del lecho filtrante			Dirección de Flujo	Lavado
		Tipo de Lecho	Medio	Profundidad		
Semicontinuo	Convencional	Único	Arena o antracita	75	Descendente	Semicontinuo
Semicontinuo	Convencional	Doble	Arena y antracita	90	Descendente	Semicontinuo
Semicontinuo	Convencional	Múltiple	Arena, antracita y granate	90	Descendente	Semicontinuo
Semicontinuo	Lecho Profundo	Único	Arena o antracita	120-180	Descendente	Semicontinuo
Semicontinuo	Lecho Profundo	Único	Arena	120-180	Ascendente	Semicontinuo
Semicontinuo	Lecho Pulsatorio	Único	Arena	27.5	Descendente	Semicontinuo
Continuo	Lecho Profundo	Único	Arena	20-180	Ascendente	Continuo
Continuo	Puente Móvil	Único	Arena	27.5	Descendente	Semicontinuo
Continuo	Puente Móvil	Doble	Arena	40	Descendente	Semicontinuo

#### Tipo de funcionamiento

Con respecto al tipo de funcionamiento, los filtros pueden clasificarse en continuos y semicontinuos. Los filtros semicontinuos se mantienen en funcionamiento hasta que se empiece a deteriorar la calidad de efluente o hasta que se produce una pérdida de carga excesiva en el filtro. Cuando se alcanza este punto, se detiene el filtro y se realiza un lavado. En los filtros continuos, los procesos de filtración, lavado se llevan a cabo de manera simultánea.

Tipos de medios filtrantes y sentido del flujo durante la fase de filtración

Los principales tipos de configuración de lechos filtrantes empleados actualmente para la filtración de aguas se pueden clasificar en función del número de capas de material filtrante, lo cual da a lugar a filtros de una única capa, los de doble capa y los filtros multicapa “Figura 11” y “Figura 12”.

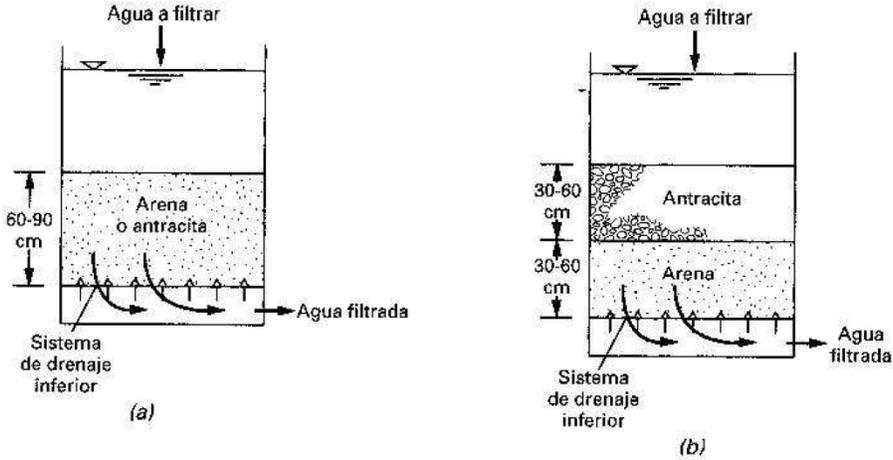


Figura 10 Tipos y configuración de medios filtrantes: (a) filtro convencional, monocapa, flujo descendente; (b) filtro convencional, bicapa, flujo descendente. (Calviño, 2006)

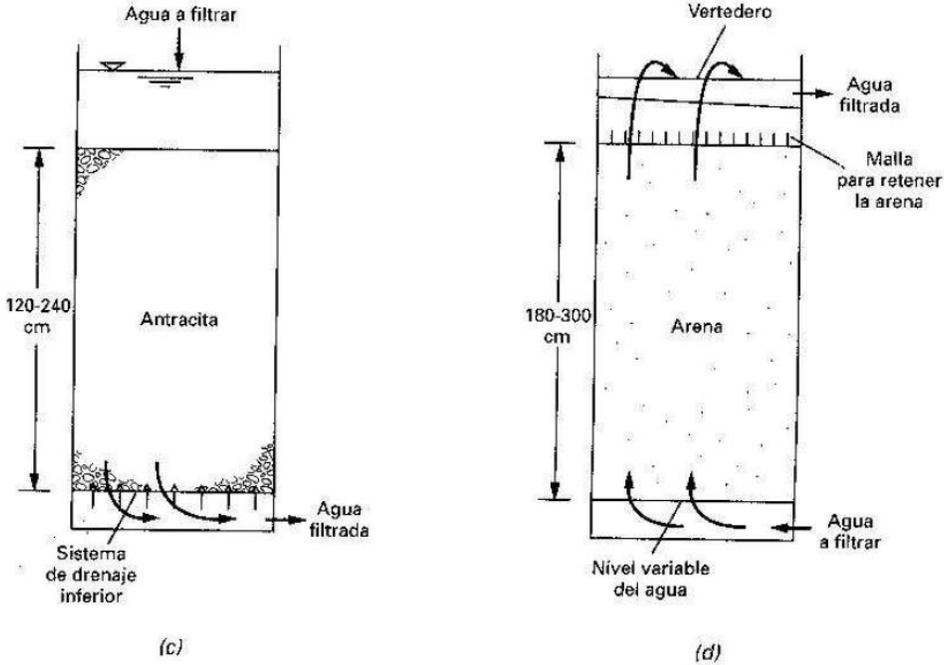


Figura 11 Tipos y configuración de medios filtrantes: (c) filtro convencional, monocapa, de lecho profundo, flujo descendente; (d) filtro de lecho profundo y flujo ascendente (Calviño, 2006)

En los filtros de flujo descendente convencionales, los tamaños de los granos de cada capa se distribuyen, de menor a mayor, después del lavado a contracorriente. En los filtros que cuentan con más de una capa, el grado en que se mezclan los materiales de las diferentes capas depende de la densidad y de la diferencia de tamaños entre los granos del material del cual está compuesta cada una de las capas.

Con respecto al sentido del flujo, los principales tipos de filtros empleados se clasifican en filtros de flujo ascendente y filtros de flujo descendente, siendo el más común el de flujo descendente.

#### Presión actuante en la filtración

Debido a que tanto la fuerza de gravedad, como la creada por una presión aplicada, se pueden emplear para vencer la resistencia de fricción creada por el flujo que circula a través del lecho filtrante, los filtros pueden ser de gravedad o a presión.

Filtros de gravedad: Los filtros de gravedad se emplean en plantas de gran tamaño y utilizan a la gravedad para vencer la resistencia de la fricción creada por el flujo que circula a través del lecho filtrante.

El ritmo de flujo a través de un filtro se puede expresar de la siguiente manera:

$$Velocidad = \frac{Fuerza}{Resistencia}$$

Filtros a presión: Funcionan igual a los de gravedad y se emplean en plantas pequeñas. La única diferencia entre ambos consiste en la operación de filtrado, la cual se lleva a cabo en un depósito cerrado, bajo condiciones de presión conseguidas mediante bombeo. Los filtros a presión suelen funcionar con mayores pérdidas de carga máximas admisibles, lo cual conduce a ciclos de filtración más largos y menores necesidades de lavado.

El eje del cilindro puede ser vertical u horizontal. Los filtros de este modelo deben utilizarse donde el agua cruda debe suministrarse bajo bombeo y donde se desea filtrar y entregar el agua sin bombeo adicional.

En los filtros a presión, la superficie filtrante es la suma de las superficies de todos los elementos que se disponen en su interior, situados verticalmente, en paralelo y conectados a un colector único de salida de filtrado. (TEFSA, 2004)

La principal ventaja de los filtros a presión es que solamente se requiere un bombeo simple. Otras ventajas incluyen la automatización sencilla, la ausencia de presión negativa en el filtro y la posibilidad de utilizar pérdidas de presión más elevadas antes del lavado, siempre que la calidad del efluente sea aceptable.

Los filtros a presión se han utilizado para el tratamiento de agua superficial, sin coagulación y decantación previas. En este caso el coagulante se añade a medida que va entrando el agua al filtro, y el filtro actúa como un lecho de coagulación por contacto. Si no se controla bien la dosificación del coagulante se obtiene un efluente de calidad pobre o ciclos de filtración cortos.

#### Métodos de control de flujo

La fuerza actuante representa la pérdida de presión en la circulación a través del filtro. La fuerza actuante debe ser mayor a la resistencia que ofrece el lecho filtrante y el sistema de recogida de agua filtrada. Los principales métodos usados para el control de flujo se pueden clasificar en:

**Filtración a caudal constante:** Se controla el caudal de entrada o el caudal del efluente, para asegurar que el caudal que circula a través del filtro es constante. El caudal de entrada se controla a través del vertedero o bombeo, mientras que el control del caudal del efluente se realiza mediante una válvula, que se encuentra casi cerrada.

**Filtración a caudal variable:** en el proceso de filtración a caudal variable, el caudal que pasa a través del filtro va disminuyendo conforme aumenta la pérdida de carga. El control también se puede llevar a cabo tanto en la entrada como en la salida del filtro.

#### Velocidad de filtración

Según la velocidad de filtración los filtros pueden ser rápidos ( $120-360 \text{ m}^3/\text{m}^2 \text{ día}$ ), o lentos ( $7-14 \text{ m}^3 / \text{m}^2 \text{ día}$ ).

Los filtros de arena rápidos son eficientes en el tratamiento de aguas muy contaminadas y de las que están sujetas a extremas variaciones en la contaminación y en la turbidez. Por las altas velocidades de filtración, el coste inicial de construcción de un filtro rápido es bajo, en comparación con el de un filtro lento para la misma capacidad. (Calviño, 2006)

## 5. FILTROS DE ARENA

Los filtros de arena son los filtros más utilizados para realizar el proceso de filtrado en la potabilización del agua; sin embargo, es posible identificar dos tipos diferentes de filtros de arena los filtros rápidos de arena y los filtros lentos de arena.

En los filtros lentos, el agua pasa por gravedad a través de la arena a baja velocidad, la separación de los materiales sólidos se efectúa al pasar el agua por los poros de la capa filtrante y adherirse las partículas a los granos de arena.

Los filtros rápidos de arena, el principal carácter distintivo de estos consiste en la eliminación de partículas en suspensión, relativamente grandes por procesos físicos, durante esta operación los sólidos son acumulados en la parte superior del medio filtrante. Es más, los filtros de arena de acción rápida requieren limpiarse mediante una operación de reflujo un tanto complicada. (Angeles & Celis, 2017)

## 6. FILTRACIÓN LENTA DE ARENA

El filtro lento se utiliza principalmente para eliminar la turbiedad del agua, no mayores de 100 unidades nefelométricas de turbiedad, pero si se diseña y opera apropiadamente, puede ser considerado como un sistema de desinfección de agua (Angeles & Celis, 2017).

En los filtros de acción lenta, el agua pasa por gravedad a través de la arena a baja velocidad. La separación de las materias sólidas se efectúa al pasar el agua por los poros de la capa filtrante adhiriéndose las partículas sólidas a los granos de arena. Después de un largo periodo de tiempo, los poros quedan completamente obstruidos y esta debe limpiarse.

La filtración lenta también se conoce como filtración biológica y dentro del proceso las impurezas entran en contacto con la superficie de las partículas del medio filtrante y son retenidas, desarrollándose adicionalmente procesos de degradación química y biológica que reducen a la materia retenida en formas más simples, las cuales son llevadas en la solución o permanecen como material inerte hasta su limpieza (Vargas, 2011)

El agua cruda que ingresa a la unidad permanece sobre el medio filtrante de tres a doce horas, dependiendo de las velocidades de filtración adoptadas. En este tiempo, las partículas más pesadas que se encuentran en suspensión se sedimentan y las partículas más ligeras se pueden aglutinar, para ser removidas posteriormente. Durante el día y bajo la influencia del sol se produce el crecimiento de algas, las cuales absorben bióxido de carbono, nitratos, fosfatos y otros nutrientes del agua para formar material celular y oxígeno. El oxígeno se disuelve en el agua y entra en reacción química con las impurezas orgánicas, haciendo que estas sean más asimilables por los microorganismos.

En la superficie del medio filtrante se forma una capa, principalmente de material de origen orgánico, conocida con el nombre de piel de filtro, a través de la cual tiene que pasar el agua, antes de llegar al propio medio filtrante. La piel de filtro está formada principalmente por algas y otras numerosas formas de vida, tales como plankton, diatomeas, protozoarios, rotíferas y bacterias. La acción intensiva de estos microorganismos atrapa, digiere y degrada la materia orgánica contenida en el agua. Al mismo tiempo que se degradan los compuestos nitrogenados se oxigena el nitrógeno. Algo de color es removido y una considerable proporción de partículas inertes en suspensión son retenidas por cernido.

Habiendo pasado el agua a través de la piel de filtro, entra al lecho filtrante y es forzada a atravesarlo en un proceso que normalmente toma varias horas, desarrollándose un proceso físico de cernido que constituye una parte del proceso total de purificación.

Como consecuencia de los procesos indicados anteriormente, un agua cruda que ingresa en el filtro lento con sólidos en suspensión en estado coloidal y amplia

variedad de microorganismos y complejas sales en solución sale virtualmente libre de tales impurezas y con bajo contenido de sales inorgánicas en solución.

## 7. FILTRACIÓN RÁPIDA DE ARENA

Los tanques de los filtros rápidos de arena por gravedad usualmente están abiertos al exterior mientras que los tanques de los filtros rápidos de arena por presión se encuentran cerrados. La mayor diferencia entre esos dos es el uso de la gravedad para movilizar el agua. Los componentes extras son la cámara, filtro de arena, base de grava, debajo del sistema de drenado y un sistema de lavado.

Los filtros rápidos de arena no pueden realizar el tratamiento de agua por si solo por lo que se requiere un pretratamiento como sedimentación y floculación y un post tratamiento como la desinfección. La filtración rápida de arena tiene una alta tasa de filtrado en los rangos de 4,000 hasta 12,000 L/hm<sup>2</sup> por esta razón se utiliza una pequeña porción de tierra. Generalmente los filtros se limpian cada 24 horas mediante un proceso de retro lavado que requiere como mínimo 30 minutos. (A., et al., 2019)

En los filtros de arena de acción rápida, el agua desciende por gravedad a través de la arena a alta velocidad. Se utilizan para efluentes de aguas residuales provenientes de un tratamiento secundario y como se menciona anteriormente es indispensable un pretratamiento para eliminar la mayor parte de las moléculas en suspensión por asentamiento. El filtro de arena de acción rápida se limpia con una corriente de agua en dirección contraria (lavado), que expande y lava la arena separando los sólidos acumulados.

Los filtros se construyen de hormigón y tienen la forma rectangular, aunque avece se emplean de otras formas. La profundidad total de los filtros desde la superficie del agua hasta el desagüe inferior es generalmente de 2.40 a 3 metros. La profundidad total del agregado es de 1.2 m de los cuales los últimos 45 cm del fondo son generalmente de grava.

El sistema de desagüe inferior soporta la arena, recoge el agua filtrada y distribuye el agua de lavado. La mayor parte de los filtros utilizan desagües inferiores con aberturas superiores a las del medio; por lo tanto, se usa una capa de grava

tamizada de 15 a 46 cm de espesor, con el fin de conseguir una mejor distribución del agua de lavado y evitar la pérdida del medio filtrante al sistema de desagüe.

### Procesos de filtración rápido

Puede citarse esencialmente:

La filtración directa, cuando se realiza una coagulación-floculación-filtración (sin decantación) previa.

La filtración por contacto, cuando se realiza la floculación sobre filtro, de un agua no decantada previamente.

La filtración de un agua coagulada y decantada.

### Filtración directa

En filtración sobre soporte, se define generalmente la calidad del efluente por el porcentaje de eliminación de partículas, en función de granulometría. Este criterio no se aplica a la filtración directa, ya que no tiene en cuenta los diferentes mecanismos de filtración, que varían a lo largo del año según la temperatura, el tamaño y la naturaleza de las partículas, su importancia, su poder de atascamiento, su estado coloidal, el contenido en microorganismos.

La duración del ciclo de filtrado varía en proporciones aún mayores en función de los factores citados; está ligada además a la presencia eventual y accidental de materias capaces de atascar el filtro al nivel de las primeras capas.

La elección por tanto de una filtración directa y de sus características es muy importante. Es fundamental conocer su evolución a lo largo del tiempo. Solo mediante la experiencia adquirida o un estudio profundo del problema, podrán fijarse las características del tratamiento.

### Filtración por contacto

Los materiales filtrantes no retienen las materias coloidales; para obtener un agua perfectamente limpia, es necesario proceder a una coagulación antes de la filtración.

Cuando el color y el contenido en materias de suspensión y en materias orgánicas son poco elevados, puede añadirse una dosis pequeña de coagulante con adiciones eventuales de un producto neutralizante para corrección de pH y de un ayudante de la coagulación. La concentración de coagulante fija la calidad del filtrado; el ayudante, si es necesario, mejora ligeramente dicha calidad y, sobre todo, prolonga la duración del ciclo de filtración, aumentando la cohesión del fango y haciendo que se fije mejor sobre los granos del material filtrante. Debe evitarse una concentración alta de ayudante de coagulación que podría provocar un atascamiento en superficie y, como consecuencia, la rápida detención del ciclo de filtración.

La velocidad de filtración admisible esta esencialmente ligada a la carga del agua a filtrar y el resultado deseado, y varia normalmente entre 4 y 10  $m^3/h$  cuando se quiere conservar ciclos de filtración de duración suficiente, sin que se produzca una disminución momentánea de la calidad del agua a filtrar. Esta velocidad puede alcanzar valores mucho más altos cuando el agua a tratar esta poco cargada, o bien si lo permiten los criterios de turbidez final.

#### Filtración de agua coagulada y decantada

Los flóculos que resultan de la coagulación total del agua se eliminan en su mayor parte en el proceso de decantación; el agua que llega a los filtros solo tiene trazas de flóculos cuya cohesión depende de los reactivos utilizados. Con una decantación, los filtros se encuentran en la situación ideal que consiste en recibir un agua de calidad prácticamente constante y poco cargada.

Las velocidades de filtración dependen en la calidad del filtrado que desee, puede variar entre 5 y 20 m/h según la calidad del agua decantada y la naturaleza de los filtros utilizados. (Calviño, 2006)

#### C. FILTRACIÓN POR MEMBRANAS

Las membranas son capas finas de material semi permeable que separan substancias cuando una fuerza motriz es aplicada a través de la membrana. Las membranas son utilizadas principalmente para la remoción de bacterias,

macroorganismos, partículas y material orgánico natural, que dan color, olor y sabor al agua y reacciona con desinfectantes para formar subproductos de desinfección.

La filtración por membranas es una técnica de separación que usualmente se utiliza en los laboratorios. Dependiendo de la porosidad de la membrana, este proceso se puede clasificar en microfiltración o ultrafiltración.

Existen dos métodos para realizar la filtración por membranas y ambos pueden utilizar la microfiltración y la ultrafiltración:

a) Filtración por flujo directo, también conocido como filtración de callejón sin salida, en donde la corriente de alimentación se aplica de manera perpendicular a la cara de la membrana y se intenta hacer pasar el 100.0% del fluido a través de la membrana.

b) Filtración de flujo tangencial, también conocido como filtración de flujo cruzado, e donde la corriente de alimentación pasa de manera paralela a la cara de la membrana de tal manera que solo una porción del flujo permea a través de la membrana mientras el remanente se recircula para realimentar el depósito. (Schwartz & Seeley, 2000)

## 1. MICROFILTRACIÓN, ULTRAFILTRACIÓN Y ÓSMOSIS INVERSA

La microfiltración, ultrafiltración y ósmosis inversa son fenómenos básicamente similares que difieren únicamente en el tamaño de las partículas a separar y en el tipo de membranas utilizadas. En este proceso una mezcla de componentes químicos es conducida a la superficie de la membrana y son sometidas a un gradiente de presión para que algunas especies permeen la membrana, mientras otras sean detenidas o rechazadas por la membrana.

La microfiltración es cuando se desea separar partículas de diámetros de 0.1  $\mu\text{m}$  a 10  $\mu\text{m}$  de un disolvente y otros componentes, la separación se realiza por efecto tamiz, y discrimina entre moléculas teniendo en cuenta sus dimensiones. En microfiltración se utilizan membranas micro porosas simétricas con tamaños de poro de 0.1 a 10  $\mu\text{m}$  (Hernandez, et al., 1990) y algunos autores indican que el diámetro

de los poros de las membranas utilizadas para la microfiltración se encuentra en un rango de 0.1 hasta 0.3  $\mu\text{m}$  (A., et al., 2019), y las diferencias de presión establecidas a través de la membrana son de 0.1 a 2 bars.

En la ultrafiltración se separan moléculas o pequeñas partículas menores de 0.3  $\mu\text{m}$  de diámetro, correspondiente al límite de resolución del microscopio óptico. En la ultrafiltración se utilizan membranas del tipo asimétrica. El tamaño del poro es suficientemente grande para que el disolvente experimente poca resistencia durante la permeación a través de la membrana, mientras que el soluto es practicante rechazado o retenido. En este tipo de filtración es común que se genere una capa tipo gel que disminuye el flujo del disolvente. Al ser un proceso simple y de bajo costo supone un método ventajoso sobre otros métodos convencionales.

Si las moléculas a separar son muy pequeñas, se utiliza el método de separación de ósmosis inversa en la cual se suelen utilizar presiones desde 20 hasta 100 bars. Este método es muy utilizado debido a su aplicación en la desalinización del agua marina y el tratamiento de aguas residuales, así como en las industrias alimenticia y farmacéutica. Se utilizan membranas asimétricas que constan de una capa muy delgada y densa sobre un soporte poroso con un tamaño de poro grande. (Hernandez, et al., 1990)

## 2. NANOFILTRACIÓN

La purificación de agua utilizando la nanofiltración es utilizada mayormente para la desalinización del agua del mar.

Los nanomateriales como los nanotubos de carbono, zeolitas y grafeno son utilizados como membranas en los métodos de purificación. Debido al pequeño diámetro de poro de los nanotubos de carbono se rechazan la mayoría de los iones. Los poros permiten a las moléculas de agua pasar por los nano tubos de carbono. Los nano materiales reducen la fricción generada por el paso de agua a través de los poros y rechaza la mayor cantidad de sales, iones y contaminantes como aquellos con propiedades citotóxicas (Divya, et al., 2017).

### 3. FILTRACIÓN DE FLUJO TANGENCIAL

En el proceso de microfiltración tangencial, la alimentación fluye de manera paralela a la membrana y se caracteriza por tener una corriente de permeado, constituidas por partículas que por su tamaño pueden pasar la membrana, y una corriente de retenido que es tangencial a la superficie de filtración. El flujo tangencial reduce la formación de una capa filtrante y la mantiene en un nivel bajo, por lo tanto, es posible obtener un flujo de permeado cuasi constante por largo tiempo.

Los primeros usos de la tecnología membranaria a gran escala fue para separar las familias de microorganismos presentes en el agua potable. Hoy en día se han establecido como un proceso de separación, remoción o eliminación de micropartículas, bacterias, virus de suspensiones y gotas de emulsiones, razón por la cual se ha incrementado el interés técnico y comercial como método alternativo para el tratamiento de aguas residuales y reducción de residuos que atentan contra el medio ambiente. (Ocampo, 2011)

Las ventajas de la filtración tangencial son las siguientes:

El agua de alimentación fluye tangencialmente en forma continua con respecto a la membrana. El filtrado se obtiene bajo el efecto de un gradiente de presión a través de la membrana.

Barrido continuo de la membrana evita la formación de un depósito, volviendo el proceso continuo. El atasco es lento y la limpieza es un proceso fácil de realizar. (Padilla, 2003)

### D. DISEÑO DE FILTROS

Aun que han sido muchos los esfuerzos que se han llevado a cabo, a lo largo de las investigaciones, no se ha podido llegar a encontrar un modelo matemático que describa con precisión el comportamiento de los filtros. No existe, hasta ahora, ninguna fórmula o conjunto de fórmulas con las cuales, asumidos determinados valores, se pueda calcular los diferentes parámetros que inciden en la función de un filtro. (Calviño, 2006)

Resulta entonces, conveniente realizar estudios con filtro piloto, cuando se quiera conocer el comportamiento de un determinado filtro con una cierta suspensión, ya que cualquier alteración en esta o el medio filtrante significa un cambio en los parámetros de procesos.

Sin embargo, los modelos matemáticos resultan útiles para la mejor comprensión del proceso de filtración. (Yactayo, 2000).

## 1. MODELOS MATEMÁTICOS PARA DISEÑOS DE FILTROS GRANULARES

Los filtros granulares en específico los filtros lentos de arena en general consisten en un tanque con un lecho de arena fina, colocada sobre una capa de grava que constituye el soporte de la arena la cual, a su vez, se encuentra sobre un sistema de tuberías perforadas que recolectan el agua filtrada. El flujo es descendente con una velocidad de filtración muy baja que puede ser controlada. (Organización Panamericana de la Salud, 2005)

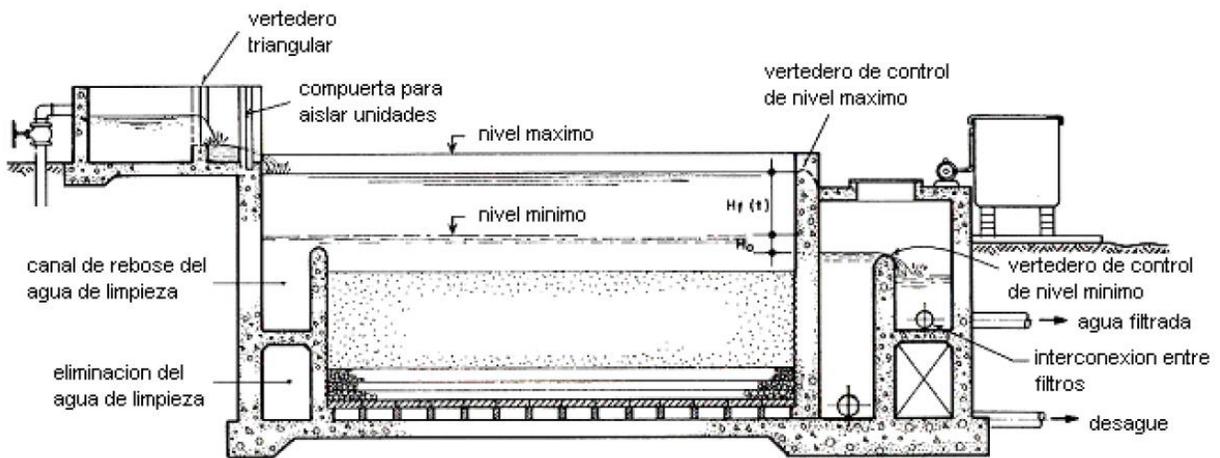


Figura 12 Corte longitudinal de un filtro lento de arena

La "Figura 12" muestra el diagrama de una unidad de filtración lenta de arena la cual consta de manera general de lo siguiente:

- Caja de filtración y estructura de entrada.
- Sistema de Drenaje.
- Lecho filtrante.
- Capa de agua sobre denante.

e) Dispositivo para regulación, control y rebose.

Para el diseño de los filtros granulares un gran número de autores han desarrollado expresiones matemáticas que establecen relaciones entre las diferentes variables del proceso.

Los filtros más comunes en plantas de tratamiento de agua son los de flujo descendente. Por otro lado, los filtros de lechos mixtos de arena y antracita deben preferirse para la mayoría de las aguas, sobre los de arena o antracita solas, aunque en la actualidad se están usando los filtros profundos de arena o antracita gruesas, para lavado con aire y agua.

La primera decisión que se debe tomar en el sistema de filtración por medio granular es el número y dimensión de los filtros necesario. El cálculo de la superficie de filtración se establece en función de los valores máximos de velocidad de filtración admisible y los caudales punta de la planta. Los intervalos en funcionamiento de un tipo de filtro determinado se calculan en función de la experiencia previa, del resultado de estudios en planta piloto, y de las recomendaciones del fabricante.

Las dimensiones de las unidades de filtración individuales deben ser coherentes con la de los equipos disponibles para el drenaje, evacuación del agua de lavado, y el lavado superficial. (Calviño, 2006)

Balance de masa

El balance de masa tiene una doble finalidad en el análisis de la filtración. En primer lugar, en conjunto con la ecuación que describe la remoción de partículas suspendidas, permite determinar la distribución de los depósitos en el medio filtrante en función de la posición y del tiempo. En segundo lugar, el balance de masa conduce en una expresión que hace posible conocer la cantidad de sólidos removidos por unidad de volumen del medio filtrante.

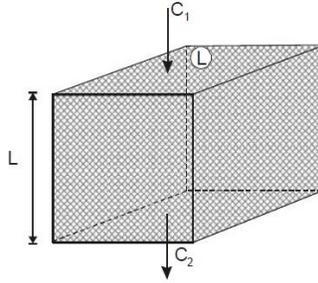


Figura 13 Elemento del lecho filtrante

En la "Figura 13" se representa un elemento del medio filtrante de área A y espesor  $\Delta L$ . La variación de la concentración está dada por:

$$-\Delta C = (C_2 - C_1) \quad (4)$$

Donde:

$\Delta C$  = Variación de la concentración de partículas (volumen de partículas suspendidas por volumen de suspensión)

$C_1$  = Concentración de partículas suspendidas en el afluente  
( $Longitud^3 / Longitud^3$ )

$C_2$  = Concentración de partículas suspendidas en el efluente  
( $Longitud^3 / Longitud^3$ )

Si se considera que  $Q$  es el caudal que escurre a través del elemento y se admite que el depósito específico aumenta una cantidad  $\Delta\sigma$ , al transcurrir un intervalo del tiempo  $\Delta t$ , se tiene que el volumen de partículas removidas de la suspensión es:

$$-\Delta C \cdot Q \cdot \Delta t \quad (5)$$

Y el volumen de partículas acumuladas es:

$$-\Delta\sigma_a \cdot A \cdot \Delta L \quad (6)$$

Igualando ambas expresiones, se obtiene:

$$-\Delta C \cdot Q \cdot \Delta t = \Delta\sigma_a \cdot A \cdot \Delta L \quad (7)$$

Donde:

$Q = \text{Caudal (Longitud}^3\text{Tiempo}^{-1})$

$\Delta t = \text{Intervalo de tiempo (Tiempo)}$

$\Delta\sigma_a = \text{Variación del depósito específico absoluto (volumen de sólidos / volumen del medio filtrante, Longitud}^3\text{/Longitud}^3)$

$\Delta C = \text{Variación de la concentración de partículas (volumen de partículas suspendidas por volumen de suspensión)}$

$A = \text{Área, en planta, del elemento de volumen del medio filtrante (Longitud}^2)$

$\Delta L = \text{Espesor del elemento de volumen del medio filtrante (Longitud)}$

Reordenando la ecuación (4) se obtiene, en su forma diferencial:

$$\frac{\delta C}{\delta L} \cdot V + \frac{\delta\sigma_a}{\delta t} = 0 \quad (8)$$

Donde:

$V = \text{Velocidad de filtración o tasa de filtración (Q/A)}$

$\delta C = \text{Variación de la concentración de partículas (Longitud}^3\text{/Longitud}^3)$

$\delta\sigma_a = \text{Variación del depósito específico absoluto (volumen de sólidos / volumen del medio filtrante, Longitud}^3\text{/Longitud}^3)$ .

$\delta L = \text{Variación del espesor del elemento de volumen del medio filtrante (Longitud)}$ .

$\delta t = \text{Intervalo de tiempo (Tiempo)}$

La ecuación (8) representa la relación entre la variación de la concentración de partículas suspendidas con la profundidad, y la variación del depósito específico con el tiempo, para la velocidad de filtración considerada.

La ecuación (8) fue propuesta por Iwasaki, hace más de 50 años, a través del estudio realizado en filtros lentos.

Muchas veces se considera al depósito específico efectivo ( $\sigma$ ), que refleja el volumen que efectivamente ocupan las partículas removidas, para tener en cuenta de ese modo la porosidad de los depósitos:

$$\sigma = \beta \cdot \sigma_a \quad (9)$$

Donde:

$\sigma$  = Depósito específico efectivo (volumen de depósito / volumen de medio filtrante)

$\beta$  = Relación entre el volumen de los depósitos y el volumen de sólidos removidos.

$\sigma_a$  = Depósito específico absoluto (volumen de depósito / volumen de medio filtrante)

De este modo, la porosidad local está dada por:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \sigma \quad (10)$$

Donde:

$\varepsilon_0$  = Porosidad inicial (volumen de vacíos / volumen total del medio filtrante)

$\varepsilon$  = Porosidad del medio filtrante

$\sigma$  = Depósito específico efectivo (volumen de depósito / volumen de medio filtrante)

De la combinación de la ecuación (8) y (9) se obtiene:

$$-\frac{\delta C}{\delta L} = \frac{1}{\beta \cdot V} \cdot \frac{\delta \sigma}{\delta t} \quad (11)$$

La ecuación (11) representa la variación de la concentración en función del espesor del medio filtrante y demuestra que la tasa de variación disminuye a medida que el depósito específico aumenta con el tiempo de operación del filtro.

Combinando las ecuaciones (10) y (11), se obtiene:

$$-\frac{\delta C}{\delta L} = \frac{1}{\beta \cdot V} \cdot \frac{\delta \varepsilon}{\delta t} \quad (12)$$

La ecuación (12) muestra la tasa de variación de la concentración de la suspensión, en función del espesor del medio filtrante, disminuye a medida que la porosidad decrece con el tiempo de operación. (Yactayo, 2000)

### Modelos para la remoción de partículas suspendidos

La ecuación (11) se puede utilizar para prever la variación de  $\sigma$  en función de  $t$ , si se conoce la variación de  $C$  en función del  $t$ .

Se han propuesto innumerables modelos para describir la variación de la concentración de la suspensión a través del medio filtrante. Estos modelos presentan la siguiente forma general:

$$-\frac{\delta C}{\delta L} = F_{(C,\sigma, \text{parametros de procesos})} \quad (13)$$

La ecuación (13) establece que la reducción de la concentración de partículas ( $C$ ) a través de la profundidad del medio filtrante ( $L$ ) es función de la concentración de partículas ( $C$ ), del depósito específico ( $\sigma$ ) y de parámetros específicos del modelo. La primera tentativa para determinar la función  $F$  fue hecha en 1937 por Iwasaki. A partir de estudios realizados con una variedad de partículas discretas, sin aplicación de coagulantes y con una velocidad de aproximación inferior a  $12 \text{ m}^3/\text{m}^2 \times \text{d}$ , Iwasaki propuso la siguiente ecuación:

$$-\frac{\delta C}{\delta L} = \lambda \cdot C \quad (14)$$

$\lambda$  = Coeficiente del filtro o módulo de impedimento ( $\text{Longitud}^{-1}$ )

$C$  = Coeficiente remanente de la suspensión ( $\text{Longitud}^3/\text{Longitud}^3$ )

Cabe mencionar que la ecuación (14) fue desarrollada para filtros lentos, donde la acción física de cernido es dominante. Al inicio de la filtración, cuando el medio filtrante está limpio, el empleo de la ecuación (14) se basa en la hipótesis de que cualquier subcapa de este presenta la misma eficiencia de remoción y que la suspensión es uniforme al entrar y salir de la subcapa cualquiera. Así mismo la integración de la ecuación (14), que muestra la variación de la concentración en

función de una exponencial con el espesor del lecho filtrante (*para t = 0*), respalda el siguiente resultado.

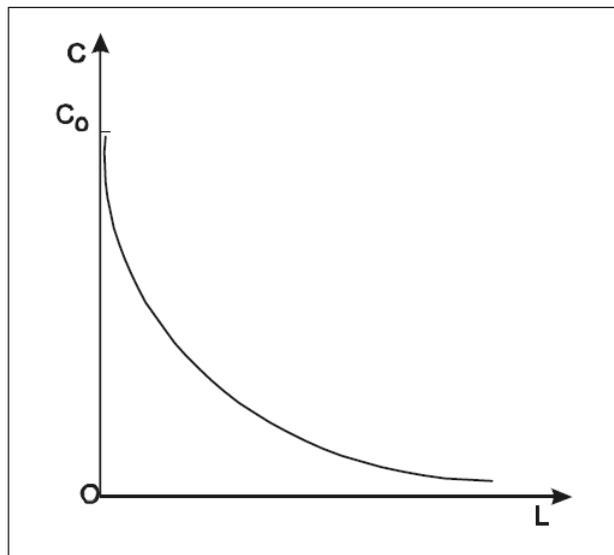
$$C = C_0 \cdot e^{-\lambda_0 L} \quad (15)$$

Donde:

$C_0$  = Concentración inicial de partículas suspendidas ( $L^3/L^3$ )

$\lambda_0$  = Coeficiente inicial de filtración ( $L^{-1}$ )

La ecuación (15), que muestra la variación de la concentración en función de una exponencial con el espesor del lecho filtrante (*para t = 0*), esta representada en la "Figura 14".



*Figura 14 Variación de la concentración en función del espesor del lecho filtrante para t = 0*

Durante la filtración se produce una colmatación progresiva de los poros y, por consiguiente, varia la eficiencia de remoción de las diversas subcapas, lo que invalida el empleo de la ecuación (15)

Retención y arrastre de partículas

De acuerdo con la teoría de retención y arrastre de partículas y considerando un caudal constante, las partículas retenidas en los poros causan el estrechamiento de los canales, lo que trae como consecuencia un aumento de la velocidad intersticial. Este incremento hace que las partes de las partículas retenidas sean arrastradas a las capas inferiores, de tal modo que la cantidad arrastrada sea proporcional a la existente en cada capa. Este arrastre de una fracción del material conduce a una disminución de la tasa de incremento de  $\sigma$  para la subcapa considerada. Cuando se llega a esta condición en todo el medio filtrante, el depósito específico alcanza un valor de saturación  $\sigma_u$  y la concentración  $C$  no se altera ( $C = C_0$ ).

#### Coeficiente de filtración modificado

Si nos basamos en la teoría de retención y arrastre,  $\lambda$  permanece constante durante el proceso de filtración. No obstante, se ha verificado que  $\lambda$  varía con  $\sigma$ . Los modelos que relacionan  $\lambda$  con  $\sigma$  se basan en la hipótesis de que la variación de la eficiencia del filtro se debe a variaciones de la geometría de los poros, causadas por la retención de partículas. De este modo, la superficie específica de los poros es un factor importante que debe ser considerado, pues la velocidad intersticial aumenta debido al estrechamiento de los canales por los que escurre la suspensión.

Para obtener un modelo que relacione  $\lambda$  con  $\sigma$  se debe considerar en primer lugar, el medio filtrante como un conjunto de esferas individuales, en segundo lugar, se supone que el medio filtrante está representado por un conjunto de capilares cilíndricos individuales. Finalmente, se considera que la velocidad intersticial es modificada por la cantidad promedio de depósito en cualquier elemento de volumen del medio filtrante. (Yactayo, 2000)

#### Perdida de carga en un medio filtrante

Al pasar un fluido  $Q$  a través de un lecho filtrante granular de profundidad  $L$ , la fricción que el fluido sufre al atravesar los poros produce una pérdida de carga  $h$ , como se muestra en la "Figura 15".

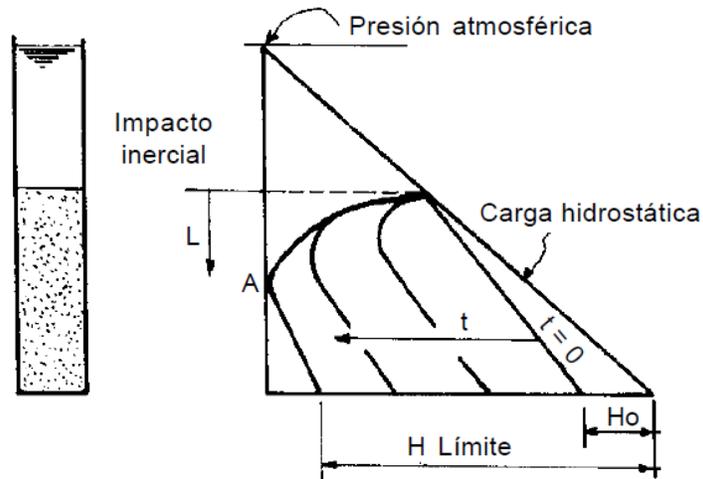


Figura 15 Variación de la pérdida de carga en función de  $(L)$  y  $(t)$

Al comenzar la operación de un filtro, los granos del lecho están limpios y la pérdida de carga se deberá solamente al tamaño, forma y porosidad del medio filtrante y a la viscosidad y velocidad del agua.

Si el fluido no tuviera partículas en suspensión, esta pérdida de carga sería constante a través de toda la carrera de filtración. Pero, como ordinariamente contiene sólidos en suspensión, estos irán recubriendo los granos del lecho, incrementarán su diámetro y disminuirán su porosidad inicial, con lo que la pérdida de carga irá incrementándose por la disminución del área de paso del flujo.

Resulta aquí que deben considerarse dos clases de pérdida de carga:

- Una pérdida de carga inicial, que es la mínima que puede producir un filtro y que llamaremos  $h_0$ .
- Una pérdida de carga por colmatación, que está en función del tiempo esto es;  $h_f = h_0 + h\varphi(t)$ . (Yactayo, 2000)

Para calcular la primera y la segunda pérdida de carga se han establecido ecuaciones; pero, determinar la última pérdida de carga no existe ninguna fórmula valedera, razón por la cual no ha sido posible predecir la pérdida de carga total en un filtro después de un tiempo de trabajo definido y un agua con características específicas de impurezas. (Roncancio, et al., 1989)

## Ecuación de Kozeni

La pérdida de carga inicial puede calcularse a partir de la ecuación de Kozeni, que solo es aplicable para esferas con flujo laminar, el cual solo se presenta cuando el número de Reynolds es menor a 10. (Yactayo, 2000)

$$h_0 = f \frac{v}{g} L \frac{(1 - \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_0^3} v \left( \frac{A}{V} \right)^2 \quad (16)$$

Donde:

$f$  = Constante experimental y adimensional, igual a 5

$V$  = Viscosidad cinemática.

$g$  = aceleración de la gravedad.

$L$  = Profundidad de lecho.

$\varepsilon_0$  = Porosidad inicial.

$v$  = Velocidad de filtración.

$\frac{A}{V}$  = Relación área de la partícula / volumen de la partícula.

Siendo  $\frac{A}{V} = \frac{6}{D}$ , para partículas esféricas, donde  $D$  es el diámetro de la partícula, se tiene la ecuación Kozeni

$$h_0 = f \frac{v}{g} L \frac{(1 - \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_0^3} v \left( \frac{6}{D} \right)^2 \quad (17)$$

En la práctica, sin embargo, los granos ni son esféricos ni tienen tamaño uniforme ni el flujo es laminar si no tradicional. Por lo tanto, la ecuación (17) debe ajustarse para los siguientes casos:

1.- Cuando los granos no son esféricos, pero son de diámetro uniforme.

En este caso se introduce un coeficiente de esfericidad ( $C_e$ ).

$\frac{A}{V} = \frac{6}{C_e D}$ , que, remplazado en (16), resulta:

$$h_0 = f \frac{v}{g} L \frac{(1 - \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_0^3} v \left( \frac{6}{C_e D} \right)^2 \quad (18)$$

2.- Cuando los granos no son esféricos ni de diámetro uniforme ni están estratificados en el lecho.

Este es el caso de los filtros lentos. Hay que considerar la dispersión de las partículas:

$$\frac{A}{V} = \frac{6}{C_e} \sum_{i=1}^i \frac{X_i}{d_i} \quad (19)$$

Donde:

$X_i$  = Fracción en peso de material retenido entre dos tamices consecutivos, en un ensayo granulométrico.

$d_i$  = Diámetro promedio geométrico entre dos tamices.

Reemplazando (19) en (16), se tiene:

$$h_0 = f \frac{v}{g} L \frac{(1 - \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_0^3} v \left( \frac{6}{D} \sum_{i=1}^i \frac{X_i}{d_i} \right)^2 \quad (20)$$

3.- Cuando los granos no son esféricos ni de diámetro uniforme, pero están estratificados en el lecho:

En este caso la pérdida de carga total será igual a la suma de las pérdidas de carga en cada capa, si se entiende por capa el conjunto de partículas comprendidas entre dos tamices consecutivos

$$h_0 = \sum_{i=1}^i h_i \quad (21)$$

Todo lecho filtrante se estratifica naturalmente cuando se lava con flujo ascendente, capaz de expandir los granos y hacer que estos, al suspender el lavado, se coloquen de menora a mayor, según sus densidades y sus diámetros. Las partículas más

grandes y pesadas irán al fondo. Por eso, en los filtros rápidos, el lecho está estratificado, mientras que en los lentos no. La porosidad en uno y en otro caso es diferente; es mayor en los rápidos que en los lentos, en los cuales, por no haber estratificación, los granos pequeños se meten en los grandes y disminuyen el área de paso o la porosidad.

Si se supone que la porosidad no varía en las diferentes capas, en cada una se cumple que  $L_i = X_i L$ , donde,  $L_i$  es el espesor de una capa.

Reemplazando estos conceptos en (16):

$$h_0 = f \frac{v}{g} V \frac{(1 - \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_0^3} \frac{36}{C_e^2} L \left( \sum_{i=1}^i \frac{X_i}{d_i^2} \right) \quad (22)$$

Ecuación de Fair y Hatch

Fair y Hatch propusieron la siguiente expresión para la determinación de la pérdida de carga inicial ( $h_0$ ) en el filtro.

$$h_0 = f \frac{L \gamma v}{D^2 g} \quad (23)$$

Para aplicar la ecuación (23) en medios porosos se hacen las siguientes suposiciones:

- a) El diámetro ( $D$ ) se hace igual al radio medio hidráulico ( $R$ ), es decir:

$$R = D/4 \text{ o } D = 4R \quad (24)$$

- b) Utilizando el concepto de porosidad ( $p$ ), el radio medio hidráulico ( $R$ ) puede escribirse como:

$$R = \left( \frac{p}{1 - p} \right) \left( \frac{V}{A} \right) \quad (25)$$

- c) La velocidad promedio del fluido ( $V$ ) en el lecho de arena es igual a la velocidad de aproximación ( $V_s$ ) del fluido al lecho dividida por la porosidad ( $p$ ).

$$V = V_s/p \quad (26)$$

d) La longitud  $L$  se hace igual a la profundidad del lecho.

Reemplazando las anteriores expresiones en la ecuación (23) esta se transforma en:

$$h_0 = \frac{f' L \gamma V_s}{g p} \left[ \frac{1 - p A}{p V} \right]^2 \quad (27)$$

Donde:

$h_0$  = Perdida de carga en ( $L$ )

$f'$  = Constante adimensional que resulta de  $f/16$

$L$  = Profundidad de lecho filtrante ( $L$ )

$V_s$  = Velocidad de aproximación del fluido ( $LT^{-1}$ )

$p$  = Porosidad del lecho.

$\gamma$  = Viscosidad cinemática ( $L^2T^{-1}$ )

$g$  = Aceleración de la gravedad ( $LT^{-2}$ )

$A$  = área superficial de un grano de arena del lecho filtrante ( $L^2$ )

$V$  = Volumen del lecho filtrante ( $L^3$ )

En la aplicación de la formula (27) es necesario considerar los siguientes casos:

- a) Que las partículas sean esféricas y de diámetro uniformes.
- b) Que las partículas no sean esféricas, pero tengan un diámetro uniforme.
- c) Que las partículas no sean esféricas ni de diámetros uniformes, ni estén estratificadas en el lecho.
- d) Que las partículas no sean esféricas ni de diámetro uniforme, pero estén estratificadas en el lecho.

En el caso c) es el que está presente en los filtros de arena, se considera la dispersión de las partículas de la siguiente forma: (Roncancio, et al., 1989)

$$\frac{A}{V} = \frac{6}{C_e} \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{d_i} \quad (28)$$

Donde:

$X_i$  = Tanto porciento de la arena retenida entre dos tamices consecutivos cuando se hace el ensayo de granulometría.

$d_i$  = diámetro promedio de estos dos tamices.

Sustituyendo en la ecuación (22)

$$h_0 = \frac{f' L \gamma V_s}{g p} \left[ \frac{1-p}{p} \frac{6}{C_e} \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{d_i} \right]^2 \quad (29)$$

Ecuación de Rose

Rose desarrollo la siguiente expresión para determinar la pérdida de carga hidráulica inicial en un filtro:

$$h_0 = f'' \frac{L}{d} \frac{1}{p^4} \frac{V_s^2}{g} \quad (30)$$

Donde:

$h_0$  = Perdida de carga inicial ( $L$ ).

$f''$  = Factor de fricción (adimensional).

$L$  = Longitud o espesor del lecho filtrante ( $L$ ).

$d$  = diámetro de las partículas del lecho filtrante ( $L$ ).

$p$  = Porosidad del lecho filtrante (adimensional).

$V_s$  = Velocidad de aproximación del fluido ( $LT^{-1}$ ).

$g$  = Aceleración de la gravedad ( $LT^{-2}$ ).

Se encontró que el factor de fricción ( $f''$ ) se podía relacionar con el coeficiente de roce ( $C_r$ )

$$f'' = 1.067C_r \quad (31)$$

Donde:

$$C_r = \frac{24}{N_r} + \frac{3}{\sqrt{N_r}} + 0.34 \quad (32)$$

Y el factor  $N_r$  se puede determinar como

$$N_r = \frac{C_e d V_s}{\gamma} \quad (33)$$

Donde:

$C_e$  = Coeficiente de esfericidad (adimensional)

$d$  = Diámetro de las partículas del lecho filtrante ( $L$ ).

$V_s$  = Velocidad de aproximación del fluido ( $LT^{-1}$ ).

$\gamma$  = Viscosidad cinemática ( $L^2T^{-1}$ ).

Cuando las partículas del lecho filtrante no son esféricas ni de tamaño uniforme y no están estratificadas en el lecho, la ecuación (30) se convierte en:

$$\Delta h_0 = 1.067 \frac{1}{p^4} \frac{V_s^2}{g C_e} C_r \frac{\Delta L}{d} \quad (34)$$

Como:

$$h_0 = \sum_{i=1}^n \Delta h_{0i} \quad (35)$$

Entonces:

$$h_0 = 1.067 \frac{1}{p^4} \frac{V_s^2}{g C_e} \sum_{i=1}^n C_{ri} \frac{\Delta L_i}{d_i} \quad (36)$$

Pero como:

$$\Delta L_i = X_i L \quad (37)$$

Reemplazando se obtiene:

$$h_0 = 1.067 \frac{1}{p^4} \frac{V_s^2}{g C_e} L \sum_{i=1}^n \frac{C_{ri} X_i}{d_i} \quad (38)$$

Mediante la pérdida de carga inicial se puede evaluar el comportamiento de un lecho filtrante.

Cuando las pérdidas iniciales son muy altas, disminuye el periodo de funcionamiento del filtro. En otras palabras, como la pérdida de carga total es función de la pérdida de carga inicial, de la pérdida de carga producida por la capa superficial de impurezas y de la pérdida de carga producida por la disminución de la porosidad del lecho con el tiempo, cuando  $h_0$  es grande, las dos restantes, que son función del tiempo, deben ser pequeñas, para lo cual el tiempo de funcionamiento debe ser muy corto, siendo necesario lavar el filtro en intervalos cortos de tiempo. (Roncancio, et al., 1989)

Otras ecuaciones para el cálculo de la pérdida de carga en filtros granulares se muestran en la “Tabla 8”

Tabla 8 Modelos matemáticos para la pérdida de carga en filtros granulares y valores típicos de arena como medio filtrante (Calviño, 2006)

Autor	Ecuación	Definición de Términos
Carman Kozeny	$h = \frac{f}{\varphi} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha^3} \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{V_s^2}{g}$ $h_s = \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha^3} \cdot \frac{l \cdot V_s^2}{g} \cdot \sum f \cdot \frac{\rho}{d_g}$ $f = 150 \frac{1 - \alpha}{N_t} + 1.75$ $N_R = \frac{\varphi d V_s \rho}{\mu}$	<p><math>C</math> = Coeficiente de compactación (varía entre 600 para arenas muy compactadas y no muy limpias y 1200 para arenas muy uniformes y limpias)</p>
Fair-Hatch	$h = kvS^2 \frac{(1 - \alpha)^2}{\alpha^3} \frac{L}{d^2} \frac{V_s}{g}$ $h_s = kv \frac{(1 - \alpha)^2}{\alpha^3} \frac{LV_s}{g} \left(\frac{6}{\varphi}\right)^2 \sum \frac{\rho}{d_g^2}$	<p><math>C_d</math> = Coeficiente de arrastre. <math>d</math> = Diámetro del grano.</p>

Rose

$$h = \frac{1.067}{\varphi} C_d \frac{1}{\alpha^4} \frac{L V_s^2}{d g}$$
$$h_s = \frac{1.067}{\varphi} \frac{L V_s^2}{\alpha^4 g} \sum C_d \frac{\rho}{d_g}$$
$$C_d = \frac{24}{N_R} + \frac{3}{\sqrt{N_R}} + 0.34$$

$d_g$  = Diámetro entre los tamaños de tamiz

$d_1$  y  $d_2 \sqrt{d_1 d_2}$ , m

$d_{10}$  = Diámetro de grano efectivo.

$f$  = Coeficiente de fricción.

$g$  = Gravedad, 9.8 m/s<sup>2</sup>.

$h$  = Perdida de carga, mm.

$h_s$  = Perdida de carga a través de un lecho filtrante estratificado, m.

$k$  = Constante de filtración: 5 basada en las aberturas de los tamices; 6 basada en el tamaño de la separación.

$L$  = Profundidad del lecho filtrante, m.

$N_R$  = Número de Reynolds.

$\rho$  = Fracción de partículas (en masa) retenidas entre dos tamices consecutivos.

$S$  = Factor de forma (entre 6.0 para partículas esféricas y 8.5 para materiales en machaqueo)

$T$  = Temperatura, °C

$V_h$  = Velocidad de filtración superficial (de aproximación), m/d.

Hazen

$$h = \frac{1}{C} \frac{60}{T + 10} \frac{L}{d_{10}^2} V_h$$

$V_s$  = Velocidad de filtración superficial (de aproximación) m/s.

$\alpha$  = Porosidad.

$\mu$  = Viscosidad ( $N \cdot s/m^2$ ).

$\nu$  = Viscosidad cinemática ( $m^2/s^2$ ).

$\varphi$  = Factor de forma de las partículas (1.0 para esferas, 0.82 para arena redondeada, 0.75 para arena normal, 0.73 para material de machaque y arena angulada).

### Lavado de medio filtrante

Durante el proceso de filtrado, los granos del medio filtrante retienen material hasta obstruir el paso del flujo, lo que obliga a limpiarlos periódicamente.

En los filtros rápidos esto se realiza invirtiendo el flujo, inyectando agua por el falso fondo, expandiendo el medio filtrante y recolectando en la parte superior el agua de lavado.

### Dimensionamiento de un filtro lento de arena

Para el dimensionamiento de un filtro lento de arena es necesario tomar en cuenta el caudal de diseño, debido a que la mayoría de las medidas utilizadas se calculan con base en este.

Caja de filtración y su estructura de entrada: La caja del filtro posee un área superficial condicionado por el caudal a tratar; sin embargo, se recomiendan áreas de filtración máxima por módulo de  $100m^2$  (Organización Panamericana de la Salud, 2005) con el motivo de facilitar la operación y el mantenimiento de los filtros.

Lecho Filtrante: Para el lecho filtrante se recomienda utilizar arena libre de arcilla y materia orgánica con no más de 2% de carbonato de calcio y magnesio y con las características de granulometría “Tabla 9”.

Tabla 9 Características granulométricas de la arena (Organización Panamericana de la Salud, 2005)

Criterios de Diseño	Valores Recomendados
Altura de Arena (m)	
Inicial	1.00
Mínima	0.50
Diámetro efectivo (mm)	0.15-0.35
Coeficiente de uniformidad	
Aceptable	< 3
Deseable	1.8-2.0
Altura del lecho de soporte, incluye drenaje (m).	0.1-0.3

Para filtros granulares con múltiples capas de lecho filtrante se considera la altura del lecho filtrante como la suma de todas las alturas de las capas que conforman el lecho filtrante.

Sistema de drenaje: El nivel mínimo del filtro se controla mediante el vertedero de salida, el cual se ubica en el mismo nivel o 0.10m por encima de la superficie del lecho filtrante “Figura 16”.

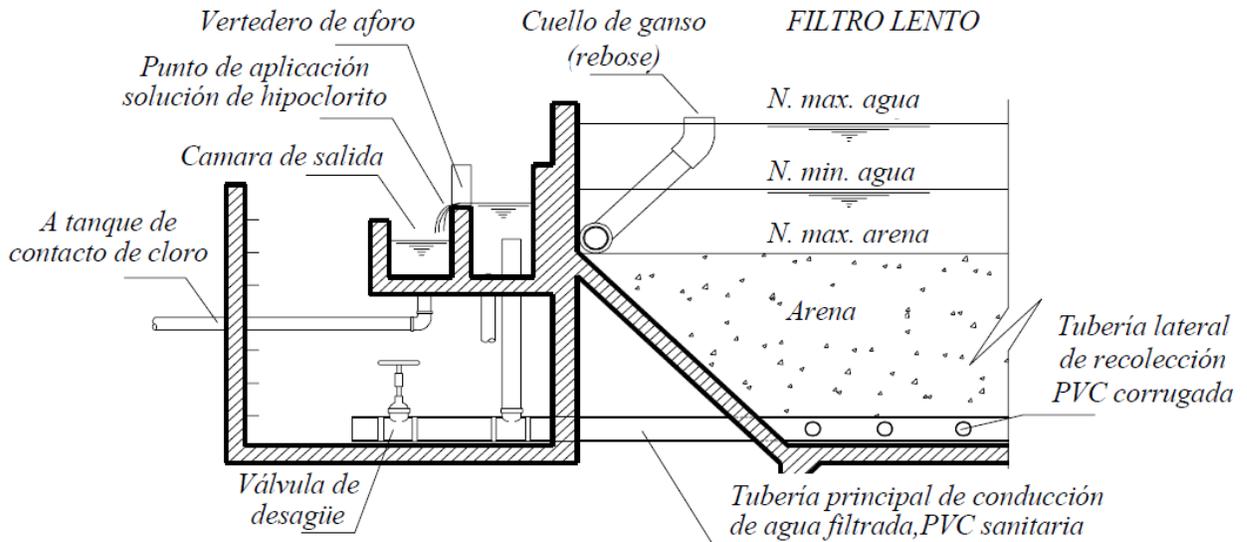


Figura 16 Sistema de desagüe para un Filtro Lento de Arena. (Organización Panamericana de la Salud, 2005)

Tabla 10 Ecuaciones para el dimensionamiento de un filtro lento de arena. (Sánchez, 2017)

Determinación	Formula	Definición de Términos
Numero de Filtros	$n = 0.044 * \sqrt{Q}$	$n$ = Numero de filtros (mínimo dos unidades de filtración).
Caudal de diseño de filtración.	$Q_f = \frac{Q}{n}$	$Q$ = Caudal medio de diseño ( $m^3/dia$ ). $Q_f$ = Caudal de diseño de filtración ( $m^3/dia$ ). $Q$ = Caudal medio de diseño ( $m^3/dia$ ). $n$ = Numero de filtros.
Area del filtro	$A_f = \frac{Q_f}{T_f}$	$A_f$ = Area del filtro ( $m^2$ ). $Q_f$ = Caudal de diseño de filtración ( $m^3/dia$ ). $T_f$ = Tasa de filtración ( $m/dia$ ).

<p>Coeficiente de costo mínimo</p>	$K_c = \frac{2 \cdot n}{1 + n}$	<p><math>K_c</math> = Coeficiente de costo mínimo.  <math>n</math> = Numero de filtros.</p>
<p>Ancho del filtro</p>	$a_f = \sqrt{\frac{A_f}{K_c}}$	<p><math>a_f</math> = Ancho del filtro (m).  <math>A_f</math> = Area del filtro (m<sup>2</sup>).  <math>K_c</math> = Coeficiente de costo mínimo.</p>
<p>Largo del filtro</p>	$L_f = \sqrt{K_c * A_f}$	<p><math>L_f</math> = Largo del filtro (m).  <math>K_c</math> = Coeficiente de costo mínimo.  <math>A_f</math> = Area del filtro (m<sup>2</sup>).</p>
<p>Altura del lecho filtrante</p>	$HLF = e_1 + e_2 + \dots$	<p><math>HLF</math> = Altura del lecho filtrante (m).  <math>e_1</math> = Espesor de capa 1 (m).  <math>e_2</math> = Espesor de capa 2 (m).</p>
<p>Altura del filtro</p>	$Z_f = f_s(C_a + HLF + C_s + F_c)$	<p><math>Z_f</math> = Altura del filtro (m).  <math>f_s</math> = Factor de seguridad (generalmente se utiliza 10%)  <math>HLF</math> = Altura del lecho filtrante (m).  <math>C_a</math> = Altura de la capa de agua (m).  <math>C_s</math> = Altura de capa de soporte de grava (m).  <math>F_c</math> = Altura de drenaje (m).</p>

*Volumen del filtro*

$$V_f = Z_f * L_f * a_f$$

$V_f$  = Volumen del filtro ( $m^3$ ).

$Z_f$  = Altura del filtro ( $m$ ).

$L_f$  = Largo del filtro ( $m$ ).

$a_f$  = Ancho del filtro ( $m$ ).

### *Determinación del sistema de drenaje*

*Area de cada orificio*

$$A_o = \frac{\pi * D^2}{4}$$

$A_o$  = Área de cada orificio ( $m$ ).

$D$  = Diámetro de los orificios de los laterales ( $m$ ).

*Caudal que ingresa a cada orificio*

$$Q_o = A_o * v_o$$

$Q_o$  = Caudal que ingresa en cada orificio ( $m^3/s$ ).

$A_o$  = Area de orificio ( $m$ ).

$v_o$  = Velocidad en el orificio ( $m/s$ )

*Numero de laterales*

$$N_l = n * \frac{L_f}{e_l}$$

$N_l$  = Numero de laterales.

$L_f$  = Largo del filtro ( $m$ ).

$n$  = Número de laterales por lado (se sugieren 2).

*Diámetro de entrada al filtro*

$$D_t = \sqrt{\frac{4 * Q_f}{\pi * V_t}}$$

$D_t$  = Diámetro de entrada al filtro ( $m$ ).

$Q_f$  = Caudal de diseño de filtración ( $m^3/s$ ).

$V_t$  = Velocidad tubería de afluente ( $m/s$ ).

*Diámetro de salida del filtro*

$$D_{ts} = \sqrt{\frac{4 * Q_f}{\pi * V_s}}$$

$D_{ts}$  = Diámetro de salida del filtro ( $m$ ).

$Q_f$  = Caudal de diseño de filtración ( $m^3/s$ ).

$V_s$  = Velocidad de tubería  
efluente (m/s).

Las formulas de dimensionamiento expuestas en la “Tabla 10” son para dimensionar un filtro lento el cual, puede ser solo de arena o de lecho mixto generalmente arena con alguna zeolita, como la antracita, o de arena con carbón activado con una cama de grava; los filtros lentos son rectangulares, de flujo descendente, y de gravedad por lo que son abiertos. Son los filtros preferidos para el tratamiento de aguas debido a su bajo costo de construcción, operación y mantenimiento.

## 2. MODELOS MATEMÁTICOS PARA EL DISEÑO DE UN FILTRO DE FLUJO TANGENCIAL

Existen dos variables principales dentro de los dispositivos para la filtración transversal; la presión transmembrana (TMP) y la velocidad de flujo cruzado (CF).

1. La presión transmembrana es la fuerza que conduce el fluido a través de la membrana, arrastrando las moléculas permeables.
2. La velocidad de flujo es la tasa del flujo de la solución a través del canal de alimentación y a través de la membrana, esta da la fuerza de barrer las moléculas que pueden ensuciar la membrana y restringir el flujo.

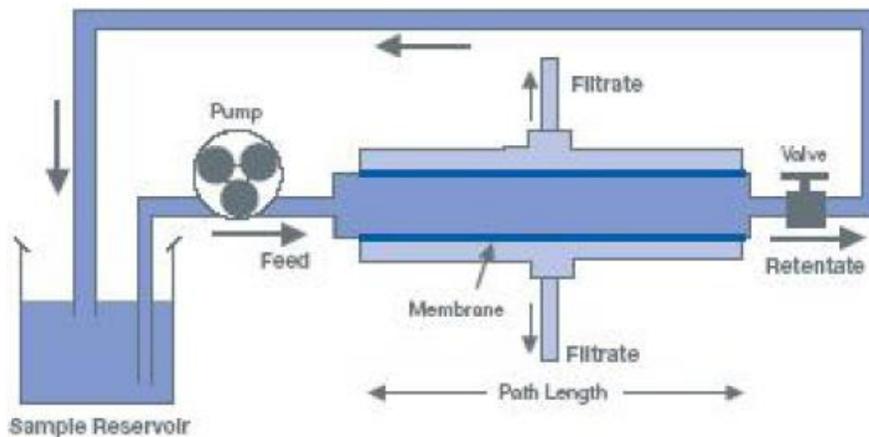


Figura 17 Diagrama de flujo a través de un dispositivo de filtrado de flujo tangencial

En la “Figura 16” se muestra la dirección de los flujos dentro de un dispositivo de filtrado de flujo tangencial; el proceso comienza desde el recipiente de

alimentación, se bombea el fluido hacia el puerto de alimentación, a través de la superficie de las membranas en flujo cruzado, hasta el puerto de retenido y es llevado al contenedor inicial. (Schwatz & Seeley, 2000)

El flujo cruzado barre las moléculas más grandes y agregados que se quedan retenidas en la superficie previniendo la formación de una capa biomolecular sobre la membrana que obstruya la membrana. El flujo del líquido a través del estrecho canal de alimentación genera una caída de presión entre el canal de alimentación y el puerto de retención. Esta presión, aplicada sobre la membrana, puede incrementar si se incrementa la tasa de flujo o restringiendo el flujo por el puerto de retención.

A pesar de que en el diagrama “Figura 16” solo se muestra una sola bomba es posible utilizar más de una como lo son:

- Bomba de alimentación: Mantiene el flujo de alimentación al dispositivo.
- Bomba de retenido: Puede utilizarse para regular el flujo del retenido para volver al recipiente de alimentación.
- Bomba de permeado: Puede ser usada para controlar el flujo del permeado, si se utiliza, observar que no se cree una presión negativa en el lado del permeado del filtro.
- Bomba de transferencia: Se utiliza generalmente para los lavados en los procesos de biofiltración para agregar líquido (usualmente la solución buffer) y alimentar el recipiente a una tasa controlada.

Aparte de las bombas, los sistemas también contienen otros elementos para regular el flujo, tales como válvulas que restringen el flujo de esta manera en combinación con la tasa de flujo que dan las bombas generan la presión necesaria a través de las membranas que conducen el proceso de filtración.

Para el diseño del proceso de filtración se requiere tener en consideración las propiedades del flujo alimentado y del producto en la siguiente tabla se muestran alguno de las propiedades a considerar (General Electric, 2020):

Tabla 11 Consideraciones de las propiedades para tener en cuenta en el diseño de proceso de un sistema de filtrado de flujo transversal

Propiedad	Consideraciones
Composición de la alimentación	La composición del flujo de alimentación influye en la tendencia al ensuciamiento del filtro, que a su vez influye en la capacidad de procesamiento del sistema.
Volumen del producto y el alimento	Asegurarse de elegir un diseño de proceso que pueda manejar el volumen de alimentación inicial, así como el volumen objetivo.
Sensibilidad a la temperatura	La viscosidad incrementa a menor temperatura y esto puede limitar las condiciones del proceso de flujo.
Sensibilidad al esfuerzo cortante	Para altas tasas de flujo se debe considerar el efecto del esfuerzo cortante que puede reducir las tasas de flujo utilizables
Solubilidad	Tener en mente que las concentraciones cerca de las membranas pueden ser significativamente mayores que la concentración en la alimentación o en el flujo objetivo.
Viscosidad	Asegurarse que el diseño de proceso pueda manejar la viscosidad del flujo de alimentación, retenido y permeado, así como el incremento de viscosidad resultante del incremento local de la concentración del material en la superficie de la membrana.

La observación del comportamiento de la microfiltración respecto a los parámetros más importantes (caudal permeado y presión llevan siempre la misma tendencia en la que independientemente de cuales sean las condiciones de operación se diferencian claramente dos zonas extremas: Una zona donde existe una relación de proporcionalidad directa entre caudal permeado y presión aplicada y otra donde el caudal permeado es constante independientemente de la presión aplicada.

En síntesis, se supone lo siguiente.

En el caso que la presión sea lo suficientemente baja, podemos suponer que existe una capa de polarización. Es decir, la concentración de soluto disminuye desde la pared hasta el seno de la disolución de forma gradual.

A partir de la presión crítica se forma una especie de precipitado, un gel, de modo que un aumento de presión al sistema comporta un aumento del espesor de esta capa de gel que contrarresta el aumento de flujo que se produciría si esa capa de gel no existiere. (Padilla, 2003)

De las consideraciones sobre el transporte de masa en los procesos con membrana actuadas por presión se encuentran las siguientes.

Si la presión es la única fuerza actuante, como en microfiltración el caudal de agua a través de la membrana está dada por:

$$J = \frac{\Delta p}{\mu R_m} \quad (39)$$

Donde:

$J =$  Caudal de agua ( $m^3/m^2s$ ).

$\Delta p =$  Caída de presión a través de la membrana (*bar*)

$\mu =$  Viscosidad absoluta (del agua)  $Pa \cdot s$

$R_m =$  Resistencia hidráulica ( $m^{-1}$ )

El mecanismo de separación de los procesos con membrana asociados por presión puede diferirse de otro, sustancialmente en los mecanismos por los cuales consiguen la separación, también conocida como rechazo.

La eficiencia de una membrana está determinada por su selectividad y flujo.

El flujo es el volumen permeado por unidad de área y tiempo.

$$F = \frac{V}{At} \quad (40)$$

Donde:

$F$  = Flujo de permeado ( $m/s$ ).

$V$  = Volumen permeado ( $m^3$ ).

$A$  = Area de la membrana ( $m^2$ ).

$t$  = Tiempo de permeado ( $s$ ).

La selectividad se representa mediante dos parámetros:

Rechazo: debe ser próximo a la unidad ( $R$ )

Factor de separación: mayor que la unidad ( $\alpha$ )

El rechazo se define normalmente como 1 menos la relación de la concentración del permeado y de la corriente de alimentación:

$$R = \frac{C_p}{C_F} \quad (41)$$

Donde:

$C_p$  = Concentración del permeado ( $mg/L$ )

$C_F$  = Concentración de la alimentación ( $mg/L$ )

La ley de Darcy para la filtración por medio de membranas es la siguiente:

$$J = \frac{B \Delta p}{e \eta} \quad (42)$$

$J$  = Flujo volumétrico del filtrado por unidad de superficie o densidad de flujo, ( $m^3 m^{-2} s^{-1}$ )

$e$  = Espesor del lecho poroso ( $m$ )

$\Delta p$  = Diferencia de presión entre la capa superior de la capa limite y el lecho poroso ( $Pa$ )

$\eta$  = Viscosidad dinámica del filtrado ( $Pa \cdot s$ )

$B$  = Permeabilidad del lecho poroso ( $m^2$ )

$e/B$  = Resistencia hidráulica del lecho poroso

Fenómenos de resistencia

La ley de Darcy relaciona la tasa de flujo a través de medios porosos con base a la caída de presión aplicada. Establece que la tasa de flujo es directamente proporcional a la caída de presión potencial e inversamente proporcional a la resistencia ( $l/k$ ). La resistencia incluye de manera explícita la contribución de la pasta y el medio filtrante:

$$v = \frac{k\Delta p}{\mu l} \quad (43)$$

$$l/k = R_m + R_c \quad (44)$$

Donde:

$v$  = Velocidad del líquido

$k$  = Constante de proporcionalidad

$l$  = Espesor del medio

$\mu$  = Viscosidad del líquido

$R_m$  = Resistencia causante por el medio filtrante.

$R_c$  = Resistencia causada por la pasta.

Por lo tanto, cuando la suspensión filtrante contiene un amplio rango de coloides y partículas utilizando una membrana microporosa a presión constante, la tasa de flujo de filtración,  $J$ , puede expresarse en función de la resistencia de la siguiente forma:

$$J = \frac{\Delta p}{\mu R_t} \quad (45)$$

Donde:

$J$  = Flujo de filtración

$R_t =$  Resistencia total del flujo  $R_t = R_m + R_c$

A una presión constante aplicada, para una solución dada, viscosidad constante (a una temperatura y composición dada), el flujo de filtración es inversamente proporcional a la resistencia total. La resistencia total está constituida de la resistencia del medio filtrante ( $R_m$ ) que es el producto del tamaño del poro, la densidad del poro, y la profundidad del poro; la resistencia debido al ensuciamiento ( $R_a + R_p$ ); la resistencia debido a la formación de una capa con alta concentración adyacente a la membrana, concentración de polarización ( $R_{cp}$ ); y la resistencia causada por la formación de la capa de gel ( $R_g$ ), debido al incremento de la concentración de partículas cerca de la superficie de la membrana. Entonces la expresión de la resistencia total se expresa como:

$$R_t = R_m + R_a + R_p + R_{cp} + R_g \quad (46)$$

Fenómeno de polarización de concentración

Cuando una solución fluye a través de un canal de enlace de la membrana en donde el solvente (agua) pasa a través de la membrana y el soluto es rechazado en el enlace solución-membrana, los criterios para una transferencia de masa estable requiere que la tasa del transporte convectivo del soluto hacia la superficie de la membrana sea igual a la tasa de transporte del soluto lejos de la membrana. Estas condiciones existen solo si la concentración en la capa de solución adyacente a la superficie de la membrana es mayor que en la mayor parte de la solución dentro del canal. En términos simples la polarización de concentración es la acumulación en la superficie corriente arriba de la membrana, de moléculas de soluto que son rechazadas o retenidas por la membrana en el curso de la ultrafiltración y/o microfiltración. Básicamente la transferencia de masa en estado estacionario debe existir dentro de la capa de enlaces polarizados y esta es representada por la siguiente relación:

$$JC_x - D_s \frac{dC}{dx} - JC_p = 0 \quad (47)$$

Donde:

$J$  = Flujo del solvente transmembrana.

$C_x$  = Concentración en la capa de enlace.

$D_s$  = Coeficiente de difusión.

$C_p$  = Concentración del permeado.

Integrando, re-arreglando y asumiendo que la concentración en el permeado es cero ( $C_p = 0$ ) la relación puede simplificarse a:

$$J = K_m \ln \frac{C_w}{C_b} \quad (48)$$

Donde:

$K_m$  = Es el coeficiente de transferencia de masa entre la suspensión y la superficie de la membrana.

$C_b$  = Es la concentración de sólidos en la suspensión.

$C_w$  = Es la concentración en la pared de la membrana.

La formación de gel comienza cuando la tasa de transporte convectivo del soluto a la membrana es mayor a la del regreso. Esto resulta en incremento de la concentración de la pared hasta que alcanza su límite, cuando la concentración no puede incrementar debido a la impermeabilidad de la capa polarizada provocada por las macromoléculas. Este valor limitante de  $C_w$  es referido como  $C_g$ , la concentración en el gel. Una vez  $C_w$  alcanza  $C_g$ , ocurre una mayor acumulación por espesamiento de la capa de gel en lugar de una mayor concentración. La capa de gel formada actúa como una barrera hidráulica en serie con la membrana. Como la concentración de la pared,  $C_w$ , se hace constante y se transforma en,  $C_g$ , el flujo se convierte en una variable dependiente que es constante para una concentración de solución dada,  $C_b$ , y un coeficiente de transferencia,  $K_m$ , como se muestra:

$$J = K_m \ln \frac{C_g}{C_b} \quad (49)$$

$K_m$  y  $C_g$  puede ser determinada por una gráfica semilogarítmica de concentración de la solución versus flujo limitante (tomado como valores de flujo estabilizados). (H., et al., 1997)

### 3. MODELOS MATEMÁTICOS PARA EL DISEÑO DE UN FILTRO DE FLUJO TANGENCIAL PARA ULTRAFILTRACIÓN

El diseño de los sistemas de ultrafiltración es muy parecido a los de la microfiltración la única diferencia es que cambia el diámetro del poro de las membranas utilizadas.

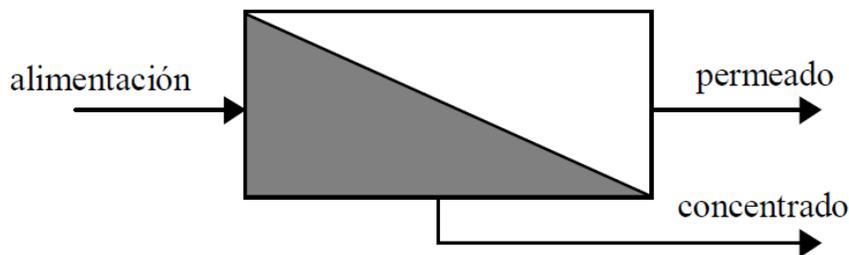


Figura 18 Esquema de separación por membrana

La ecuación de Hagen-Poiseuille describe el flujo de un fluido a través de medios porosos constituidos por poros cilíndricos y rectos:

$$J_p = \frac{\varepsilon d_p^2 \Delta P_T}{32 \delta \mu} \quad (50)$$

Donde:

$J_p$  = Densidad volumétrica del flujo a través del medio poroso (m/s)

$d_p$  = Diámetro del canal (en este caso, diámetro del poro)

$\Delta P_T$  = Diferencia de presión transmembrana, definida como  $P_c - P_p$

$\mu$  = Viscosidad de flujo

$\delta$  = Largo del canal (en este caso, espesor de la "capa activa" de la membrana)

$\varepsilon$  = Porosidad de la membrana (Superficie del poro/Superficie total)

Las membranas de ultrafiltración reales no corresponden al modelo de un medio poroso constituido de poros rectos y de sección circular. Una membrana de UF de cut-off definido tiene además un rango más menos amplio de poros, por lo que asignar un tamaño de poro determinado es impreciso.

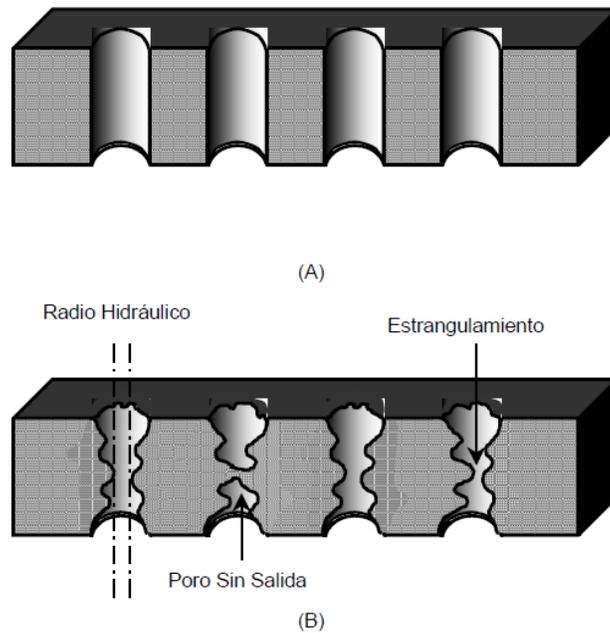


Figura 19 Comparación de una membrana ideal (A) y una membrana real (B)

Los parámetros morfológicos que caracterizan a una membrana porosa son:

$\varepsilon$  = Porosidad.

$\delta$  = Longitud del poro (considerado como poro recto).

$\tau$  = Tortuosidad del medio poroso.

La tortuosidad es un parámetro que relaciona la longitud real del poro y la longitud geométrica, considerando el modelo de poros rectos. Su determinación se establece mediante medidas de velocidad de permeación y por simetría de mercurio:

$$\tau = \frac{\text{Longitud del poro}}{\text{Longitud geométrica}} = \frac{L_R}{\delta}$$

Finalmente, la ecuación de Hagen-Poiseuille para flujo a través de una membrana real es:

$$J_p = \frac{\varepsilon d_p^2 \Delta P_T}{32 \tau \delta \mu} \quad (51)$$

Permeabilidad hidráulica

Ley de Darcy para flujo unidireccional:

$$J_p = K_m \frac{\Delta P_T}{\mu} \quad (52)$$

En un proceso de membrana ideal, la fuerza impulsora,  $\Delta P_T$ , debería incluir el factor de la presión osmótica de la solución, quedando:  $(\Delta P_T - \Delta \pi)$ . Cuando el soluto es de gran peso molecular el factor osmótico es despreciable.

Durante la filtración tangencial, la presión por el lado de la alimentación disminuye a causa de las pérdidas de carga a lo largo del ducto. Una magnitud representativa de la diferencia de la presión transmembrana queda definida como:

$$\Delta P_T = \frac{P_a + P_c}{2} - P_p \quad (53)$$

Donde:

$\Delta P_T$  = Diferencia de presión transmembrana.

$P_a$  = Presión de ingreso de alimentación.

$P_c$  = Presión de salida del concentrado.

$P_p$  = Presión de salida del permeado.

Modelo de Film

$$J = \left(\frac{D}{\sigma}\right) \ln \frac{C_w - C_p}{C_b - C_p} \quad (54)$$

Donde:

$J$  = Flujo de materia

$C_b$  = Concentración en el seno del líquido.

$C_w$  = Concentración en la pared de la membrana.

$C_p$  = Concentración en el permeado.

$\sigma$  = Espesor de la capa polarizada o capa limite.

$D$  = Coeficiente de difusión del soluto.

Puesto que el argumento del logaritmo:

$$\left(\frac{C_w - C_p}{C_b - C_p}\right) \approx \left(\frac{C_w}{C_b}\right) = \beta \quad (55)$$

El factor  $(C_w/C_b)$  corresponde al factor de polarización por concentración,  $\beta$ . Este factor mide el aumento de concentración en la interfase fase líquida-membrana.

Bajo tales condiciones,  $\beta = e^{J/k}$

El término  $(D/\sigma)$  corresponde al coeficiente de transferencia de materia,  $K_L$ , que puede ser estimado mediante correlación del tipo Sherwood.

Para el caso de flujo por el interior de un ducto rectangular de longitud  $L$  y espesor  $\lambda$  y con permeación por un lado se tiene:

$$Sh = \frac{K_L D_{EQ}}{D} = 4.86 + \frac{0.32(4X_M^*)^{-1.2}}{1 + 0.24(4X_M^*)^{-0.7} Sc^{0.17}} \quad (56)$$

Donde:

$$X_M^* = \frac{L}{D_{EQ} Re Sc} \quad (57)$$

$$Re = \frac{D_{EQ} v \rho_L}{\mu_L} \quad (58)$$

$$Sc = \frac{\mu_L}{\rho_L D} \quad (59)$$

Donde:

$$D_{EQ} = 2\lambda$$

$Sh$  = Número de Sherwood.

$Sc$  = Número de Schmidt.

$Re$  = Número de Reynolds.

$v$  = Velocidad lineal de fluido.

$\rho_L$  = Densidad del fluido.

$\mu_L$  = Viscosidad del fluido.

La difusividad del soluto,  $D$ , puede ser determinada mediante la siguiente ecuación, apropiada para la difusión de macromoléculas (entre 1 KDa y 1000 KDa) en agua a 25°C:

$$D = \frac{2.74 \times 10^{-9}}{(PM)^{1/3}} \quad (60)$$

Donde:

$PM$  = Peso molecular del soluto [*Daltons*]

$D$  = Difusión del soluto en la fase fluida [ $m^2/s$ ]

Otras ecuaciones disponibles son:

Para el caso de flujo confinado en condiciones laminares ( $Re < 2100$ ) se emplea:

$$Sh = 1.75 \cdot \left( Re \cdot Sc \cdot \frac{D_{EQ}}{L} \right)^{0.33} \quad (61)$$

Para régimen de flujo turbulento ( $Re > 4000$ ):

$$Sh = 0.023 Re^{0.80} Sc^{0.33} \quad (62)$$

Las correlaciones indicadas consideran canales o tubos vacíos, es decir sin relleno. La utilización de los denominados “promotores de turbulencia” o espaciadores de alimentación es común en membranas espirales de osmosis inversa y ultrafiltración. Su función es doble: por una parte, separan las hojas de membranas entre si, por el lado de la alimentación y simultáneamente aumentan el coeficiente de

transferencia de masa. Esto determina una importante disminución del efecto de la polarización por concentración.

Relación entre  $K_m$  y el cut-off de la membrana.

Es posible obtener la relación entre el coeficiente  $K_m$  y el valor de corte nominal de la membrana, pues de la relación dada por Hagen-Poiseuille se deduce que:

$$\dot{V} \propto dp^4$$

Donde  $\dot{V}$ : Flujo de fluido que pasa a través de un conducto de radio  $r_c$ .

Para el caso en estudio,  $\dot{V}$  corresponde al flujo volumétrico de permeado, atravesando una membrana de "diámetro de poro efectivo"  $dp$ .

Una correlación adecuada que permite tener una idea de la relación entre tamaño y peso molecular es la siguiente:

$$D_{molecula} = 3.5375 \times 10^{-6} \cdot (PM)^{0.844} \quad (63)$$

Donde  $D_{molecula}$  ( $\mu m$ ) y  $PM$  (daltons).

En términos prácticos, es posible relacionar aproximadamente el diámetro de la molécula con el diámetro de poro y a su vez el diámetro con el peso molecular. De esta manera:

$$PM = a * d^b, b \cong 1.2$$

Por lo tanto, es posible decir que:

$$d_p \propto (PM)^{1/b} \quad (64)$$

Entonces:

$$\dot{V} \propto (PM)^{4/b} \quad (65)$$

Basado en la definición del parámetro cut-off y en la ley de Darcy, en general es posible obtener una relación de tipo potencial entre  $K_m$  y el valor de corte molecular nominal de la membrana (cut-off o MWCO):

$$K_m \propto (MWCO)^n, n > 1 \quad (66)$$

Curva del cut-off de la membrana

Se ha encontrado experimentalmente que la distribución presenta una forma sigmoïdal con respecto al tamaño molecular:

$$\xi_i = \frac{ab + c * PM_i^d}{b + PM_i^d} \quad (67)$$

Donde  $a, b, c, d$  corresponden a parámetros de la curva,  $PM_i$  es el peso molecular de la especie  $i$ -ésima.

$$\xi_i = 1 - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{PM_i - \beta}{\gamma}\right)} \quad (68)$$

Donde  $\beta, \gamma$  corresponden a los parámetros de la curva del rechazo en función del peso molecular.

La ecuación anterior se emplea ajustando el conjunto de datos experimentales  $\xi_i = f(PM_i)$ . Para tal efecto es posible linealizar de la ecuación anterior. Reordenando se obtiene:

$$\frac{1}{1 - \xi_i} = \exp\left(\frac{PM_i - \beta}{\gamma}\right) \quad (69)$$

Definiendo  $y = \frac{1}{1 - \xi_i}$ ,  $x = PM_i$  y aplicando logaritmo natural:

$$\ln(y) = \ln\left[\frac{1}{1 - \xi_i}\right] = \left(\frac{x - \beta}{\gamma}\right) \quad (70)$$

Si se hace  $y' = \ln(y)$  se obtiene:

$$y' = \frac{1}{\gamma}x - \frac{\beta}{\gamma} \quad (71)$$

Al grafica  $y'$  en función de  $x$  se pueden obtener los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$ .

Balances de materia

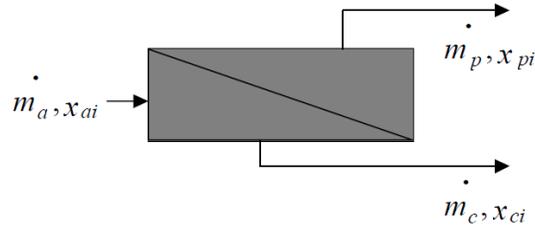


Figura 20 Definición de corrientes en un sistema de filtración por membranas

Balance global de materia permite obtener lo siguiente:

$$m_a = \dot{m}_c + \dot{m}_p \quad (72)$$

El balance de materia para el soluto de peso molecular  $PM_i$  permite obtener:

$$x_a \cdot \dot{m}_a = x_{ci} \cdot \dot{m}_c + x_{pi} \cdot \dot{m}_p \quad (73)$$

La recuperación másica  $R$  se define como:

$$R = \frac{\dot{m}_p}{\dot{m}_a} \quad (74)$$

Combinando las ecuaciones anteriores y despejando  $x_{ci}$  se obtiene:

$$x_{ci} = \frac{x_{ai} - R \cdot x_{pi}}{(1 - R)} \quad (75)$$

El rechazo fraccional  $\xi_{Mi}$  puede ser definido como:

$$\xi_i = 1 - \frac{C_{ip}}{C_{ia}} \quad (76)$$

Donde:

$C_{ip}$  = Concentración del elemento i-esimo del permeado.

$C_{ia}$  = Concentración del elemento i-esimo de la alimentación.

La ecuación anterior indica que cada cadena polimérica con un determinado peso molecular tiene su propio valor de rechazo. Este valor puede ser obtenido desde las curvas de distribución de peso molecular asociadas a las corrientes de alimentación y permeado apropiadas curvas de calibración. (Saavedra & Romero, 2003)

### III. PROPUESTA DEL SISTEMA DE FILTRACIÓN PARA TRATAR 1000L/h DE AGUA GRIS DOMÉSTICA

De acuerdo con la investigación realizada se establece que la mayor cantidad de contaminantes presentes en las aguas grises domesticas son de solidos suspendidos, coloidales y disueltos, y que la mejor forma de tratar este tipo de contaminantes es con la aplicación de los filtros de arena; por lo que después de la revisión exhaustiva de los diferentes tipos de filtros, se propone el siguiente sistema de filtros lentos de antracita, arena con base de grava.

Suposiciones principales para el diseño del filtro lento de antracita y arena<:

1. Suponiendo el agua proveniente de las siguientes fuentes; lavamanos, regaderas, lavaplatos, lavavajillas y lavadoras.
2. Suponiendo un caudal de  $1 \text{ m}^3/h$ .
3. Suponiendo que no existen perdidas en la caudal punta.
4. Suponiendo que la antracita, arena y grava son esféricos.
5. Utilizando los parámetros típicos de diseño de filtros granulares, de las siguientes tablas:

Tabla 12 Parámetros típicos de diseño. (Sánchez, 2017)

Parámetro	Valor	Valor típico
Tasa de filtración (m/día)	2-12	9
Altura de agua sobre el lecho (m)	1-1.5	1.25
Altura de drenaje (m)	0.4-0.7	0.55

Tabla 13 Disposición del lecho filtrante. (Calviño, 2006)

Capa	Medio	Diámetro ( $\phi$ , mm)	Espesor (e, m)
3	Antracita	1.3	0.40
2	Arena	0.45	0.28
1	Soporte de grava	22.5	0.15

6. Se requiere un mínimo de 2 unidades de filtración, para facilitar el lavado de las unidades sin detener el proceso. (Organización Panamericana de la Salud, 2005)
7. Utilizando un factor de seguridad del 10% para evitar futuros derrames.

## Diagrama general de un filtro de arena

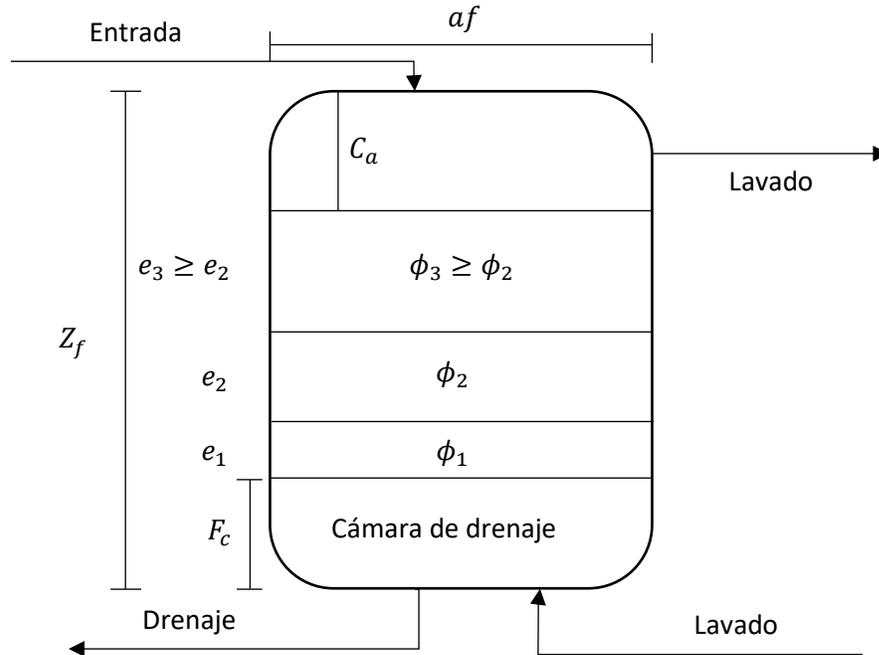


Figura 21 Diagrama del filtro de arena

Utilizando un caudal de  $1 \text{ m}^3/\text{h}$ :

$$Q = 1 \text{ m}^3/\text{h} = 24 \text{ m}^3/\text{día}$$

Numero de filtros

$$n = 0.044 * \sqrt{Q} \quad (77)$$

Donde:

$n$  = Numero de filtros

$Q$  = Caudal medio de diseño  $\text{m}^3/\text{día}$

$$n = 0.044 * \sqrt{24 \text{ m}^3/\text{día}} = 0.22$$

$$n \approx 2$$

Caudal de filtración

$$Q_f = \frac{Q}{n} \quad (78)$$

Donde:

$Q_f$  = Caudal de diseño de filtración ( $m^3/día$ )

$Q$  = Caudal medio de diseño ( $m^3/día$ )

$n$  = Numero de filtros

$$Q_f = \frac{24 m^3/día}{2} = 12 \frac{m^3}{día}$$

Area del filtro

$$A_f = \frac{Q_f}{T_f} \quad (79)$$

Donde:

$A_f$  = Área del filtro ( $m^2$ ).

$Q_f$  = Caudal de diseño de filtración ( $m^3/día$ ).

$T_f$  = Tasa de filtración ( $m/día$ ) (tabla 12).

$$A_f = \frac{12 m^3/día}{9 m/día} = 1.33 m^2$$

Coeficiente de costo mínimo:

$$k_c = \frac{2 * n}{1 + n} \quad (80)$$

Donde:

$k_c$  = Coeficiente de costo mínimo.

$n$  = Número de filtros.

$$k_c = \frac{2 * 2}{1 + 2} = 1.33$$

Ancho de filtro:

$$a_f = \sqrt{\frac{A_f}{k_c}} \quad (81)$$

Donde:

$a_f$  = Ancho del filtro ( $m$ ).

$A_f$  = Área del filtro ( $m^2$ ).

$k_c$  = Coeficiente de costo mínimo.

$$a_f = \sqrt{\frac{1.33m^2}{1.33}} = 1.00m$$

Largo del filtro:

$$L_f = \sqrt{k_c * A_f} \quad (82)$$

Donde:

$L_f$  = Largo del filtro ( $m$ ).

$A_f$  = Área del filtro ( $m^2$ ).

$k_c$  = Coeficiente de costo mínimo.

$$L_f = \sqrt{1.33 * 1.33m^2} = 1.33m$$

Composición del lecho filtrante

Altura del lecho filtrante:

$$HLF = e_3 + e_2 \quad (83)$$

Donde:

$HLF$  = Altura del lecho filtrante ( $m$ ).

$e_3$  = Espesor de la antracita ( $m$ ). (Tabla 13)

$e_2$  = Espesor de la arena ( $m$ ). (Tabla 13)

$$HLF = 0.40m + 0.28m = 0.68m$$

$$HLF = 0.68m$$

Altura del filtro:

$$Z_f = f_s \cdot (C_a + HLF + C_s + F_c) \quad (84)$$

Donde:

$Z_f$  = Altura del filtro ( $m$ ).

$f_s$  = Factor de seguridad (10 %).

$HLF$  = Altura del lecho filtrante ( $m$ ).

$C_a$  = Altura de la capa de agua ( $m$ ). (Tabla 12)

$C_s$  = Altura de la capa de soporte de grava ( $m$ ). (Tabla 13)

$F_c$  = Altura de drenaje ( $m$ ). (Tabla 12)

$$Z_f = 1.10 \cdot (1.25m + 0.68m + 0.15m + 0.55m) = 2.89m$$

$$Z_f = 2.89m$$

Volumen del filtro

$$V_f = Z_f * L_f * a_f \quad (85)$$

Donde:

$V_f$  = Volumen del filtro ( $m^3$ ).

$Z_f$  = Altura del filtro ( $m$ ).

$L_f$  = Largo del filtro ( $m$ ).

$a_f$  = Ancho de filtro ( $m$ ).

$$V_f = 2.89m * 1.33m * 100m = 3.86m^3$$

$$V_f = 3.86m^3$$

Por lo que las dimensiones del filtro serían las siguientes:

Con los resultados anteriores es posible dimensionar cada unidad de filtrado como se muestra:

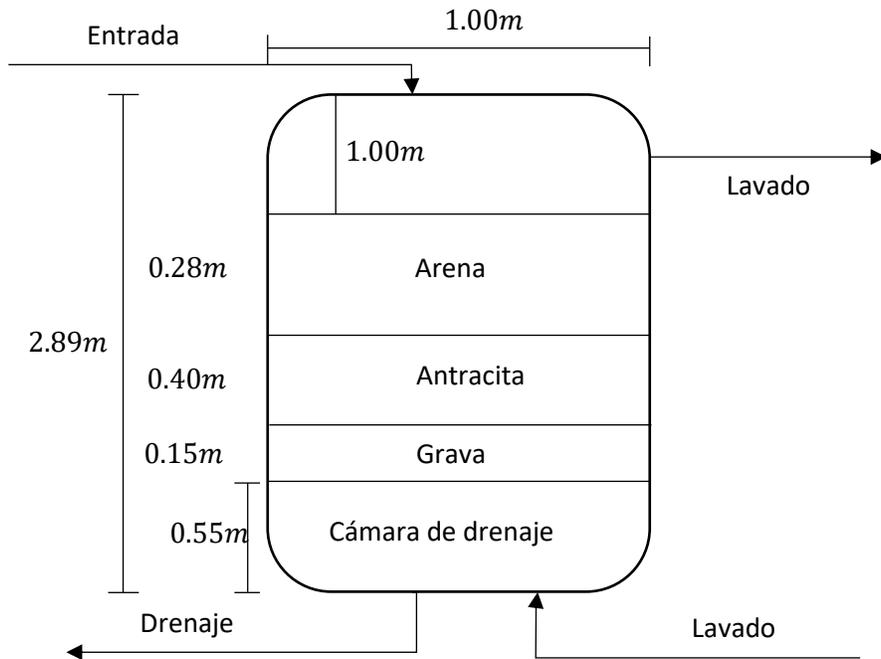


Figura 22 Dimensionamiento del filtro vista lateral.

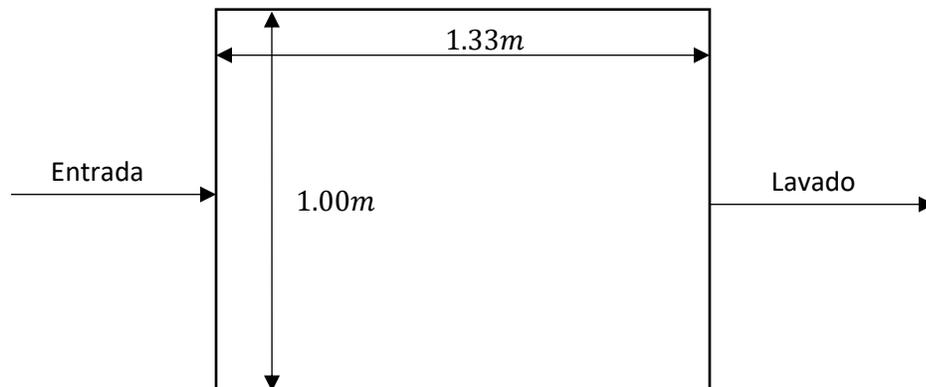


Figura 23 Dimensionamiento del filtro vista superior

Con el dimensionamiento del filtro es posible proponer el sistema de filtrado siguiente:

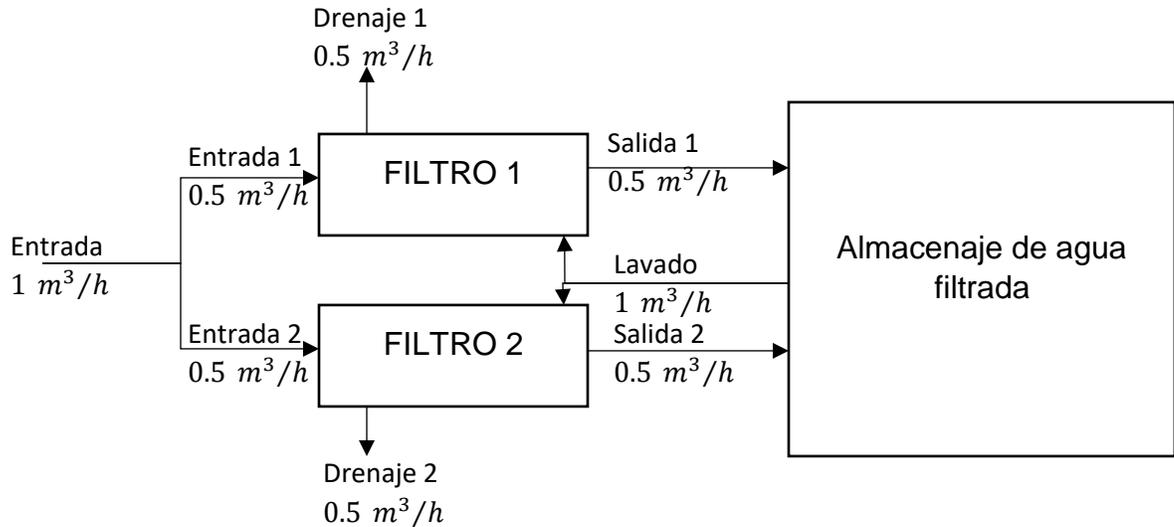


Figura 24 Disposición de filtros y caudales en las líneas de flujo propuestas

Las dimensiones de los filtros y el caudal de entrada principal son demasiado altas para ser un sistema de una sola casa, por lo tanto, se considera que este sistema es funcional para un conjunto habitacional pequeño.

Considerando que el agua no se usa de manera continua en el día, se requiere un sistema para el almacenamiento de agua filtrada; sin embargo, si agregamos un sistema de almacenaje de agua gris se podría controlar el caudal de entrada hacia los filtros.

Si tomamos en cuenta la consideración anterior y suponemos que el caudal de entrada se controla a una velocidad de  $200 L/h = 0.2 m^3/h$ ; como el caudal es menor es posible considerar parámetro de diseño menores,  $T_f = 2 m/dia$ ,  $C_a = 1m$ ,  $F_c = 0.4m$ , y considerando los siguientes espesores; arena  $e_3 = 0.25m$ , antracita  $e_2 = 0.30m$ , altura de soporte de grava  $C_s = 0.10m$  dando como resultado dos filtros con las siguientes dimensiones:

Caudal de diseño:

$$Q_f = 2.4 m^3/dia$$

Area del filtro:

$$A_f = 1.20m^2$$

Ancho del filtro:

$$a_f = 0.95m$$

Largo del filtro:

$$L_f = 1.26m$$

Altura del lecho filtrante

$$HLF = 0.55m$$

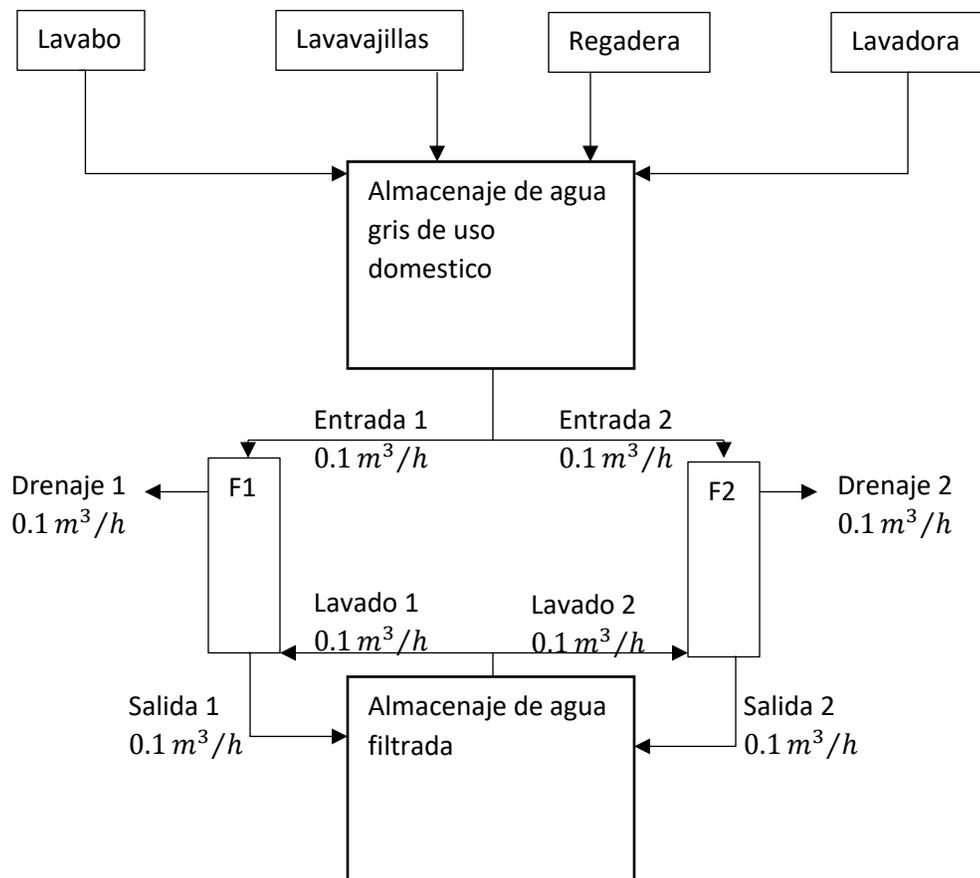
Altura del filtro:

$$Z_f = 2.2m$$

Volumen del filtro:

$$V_f = 2.71m^3$$

La disposición del sistema sería el siguiente:



Para el diseño de ambos filtros se utilizaron parámetros típicos establecidos en diversas fuentes bibliográficas, por esa razón es necesario realizar pruebas de granulometría para establecer datos exactos de espesor y diámetro de la arena y antracita a utilizar; se requieren de estudios en filtros pilotos para establecer la tasa de filtración ya que el cambio en estos parámetros modifica de manera directa las dimensiones del filtro.

Para lograr estimar el tiempo teórico en el que se deben realizar los lavados del filtro, se requieren realizar los estudios para determinar la concentración de sólidos en las aguas grises a tratar, así como determinar la concentración de sólidos en el agua filtrada para determinar el valor de la pérdida de carga ( $h_0$ ) utilizando alguno de los modelos incluidos en la sección "D. 1." del presente trabajo.

#### IV. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

Durante la lectura del presente trabajo hemos visto que la filtración es uno de los sistemas más utilizados para el tratamiento del agua residual, en los tiempos actuales debemos establecer y hacer parte de nuestros hábitos el ahorro del agua, debido al crecimiento descontrolado de las zonas urbanas, pronto las técnicas de reutilización del agua comenzaran a ser obligatorias.

Los sistemas de reutilización de agua residual no solo se basan en una sola técnica de tratamiento, la mayor parte de ellos utilizan dos o más técnicas; sin embargo, es una realidad que independientemente de la cantidad de técnicas de tratamiento que se utilizan siempre está presente la filtración y de las distintas técnicas de filtración la más investigada es la filtración en medio granular.

Los filtros rápidos de arena son los que se prefieren actualmente para realizar esta actividad; aunque, se está investigando la aplicación de las membranas (microfiltración, ultrafiltración y nanofiltración) para el tratamiento de agua residual. Actualmente este tipo de filtrado se utilizan para la potabilización de agua y en su mayoría como uno de los últimos pasos de la potabilización.

Al realizar el diseño y la revisión de la bibliografía, se puede concluir que el sistema más efectivo para reutilizar el agua gris domestica es un filtro de medio granular de dos fases (arena y antracita) con un soporte de grava.

El diseño de los filtros es complicado debido a que no existe un modelo matemático que pueda describir un diseño exacto del filtro y la mayor parte de las veces se utilizan parámetros de diseño previamente estudiados; utilizar estos parámetros incrementa la incertidumbre con respecto al funcionamiento del filtro teórico debido a que la composición de las aguas grises domesticas es diferente en cada uno de los hogares y depende principalmente al uso que se le da y a los hábitos de las personas que la utilizan.

Por estas razones es necesario que se realicen experimentos que demuestren la funcionalidad del filtro.

Se sugiere que antes del filtrado se baje la concentración de solidos suspendidos con un mecanismo que puede ser anexado incluso en el tanque de almacenamiento del agua gris domestica como un sedimentador, con el fin de bajar la carga de solidos a separar antes del filtrado y los filtros puedan operar de manera continua por un mayor tiempo antes de realizar los lavados necesarios.

Se sugiere también que posterior a los filtros se añada una lampara de luz ultravioleta para eliminar bacterias, sobre todo aquellas que causan el mal olor; sin embargo, este sistema puede no ser agregado con base en los resultados del agua tratada cerca del momento en que se requiera el retro lavado.

Finalmente, el sistema de filtros propuesto es parecido a una cisterna y por ende se sugiere que se añada como parte del proyecto de construcción de una zona habitacional o una casa de muchos habitantes, de tal manera que sea más sencillo incorporar las tuberías necesarias para que el sistema sea más eficiente.

## V. REFERENCIAS

A., S. M., Kazi, T., Anas, P. & Shifa, S., 2019. *Treatment of Water Using Various Filtration Techniques: Review Study*. Distrito de Raipur, ResearchGate.

Angeles, S. M. L. & Celis, H. C. M., 2017. *Evaluacion de la eficiencia de filtro de arena y filtro de piedra caliza, en la remocion de parametros fisicos, de las aguas de la quebrada la Oyada.*, Moyobamba: Universidad Nacional de San Martín-Tarapoto.

Calviño, N. O., 2006. *Filtración de Aguas Residuales para Reutilización*. San Cristobal de la Laguna: Servicio de Publicaciones Universidad de la Laguna.

Comisión Nacional del Agua, 2018. *Estadísticas del Agua en México 2018*, Ciudad de México: Secretaria de Medio Ambiente y Recursos Naturales.

CONAGUA, 2015. *Cuidemos y Valoremos el Agua que Mueve a México*, Ciudad de México: Gobierno de la Republica.

Cuenca, E. D., Granados, A. R. A. & Calzada, K. E. C., 2012. El tratamiento de agua residual doméstico para el desarrollo local sostenible: el caso de la técnica del sistema unitario de tratamiento de aguas, nutrientes y energía (SUTRANE) en San Miguel Almaya, México. *Quivera*, junio.pp. 78-97.

Divya, T., Jeevanantham, S. & S., P. A. M. D. y. V., 2017. Water Purification System Using Nano Filters. *International Journal of Control Theory and Applications*, 10(22), pp. 93-100.

Fibras y Normas de Colombia S.A.S., 2004. *Blog Fibras y Normas de Comlombia SAS*. [En línea] Available at: <https://blog.fibrasynormasdecolombia.com/filtracion-mecanismos-factores/#Mecanismos-de-Transporte> [Último acceso: 23 Junio 2021].

General Electric, 2020. *Cross Flow Filtration Method Handbook*. Nueva York: General Electric.

González, A. R., 2018. *Consumo de agua por persona: Gaceta UNAM*. [En línea] Available at: <https://www.gaceta.unam.mx/crisis-agua-infografia-consumo/>

H., M., Al-Malack & Anderson, G. K., 1997. Use of Crossflow Microfiltration in Wastewater Treatment. *Elsevier Science Ltd*, pp. 3064-3072.

Hernandez, A. y otros, 1990. *Microfiltración, Ultrafiltración y Ósmosis Inversa*. 3 ed. Murcia: Universidad de Murcia.

López, J. S., Burgos, A. J. & Rodríguez, P. U., 2014. *Filtración en Medio Granular*, Coruña: Univeridade Da Coruña.

Marin, N., 2017. *Crece sobreexplotación de mantos acuíferos en México; el agua esta en riesgo*. [En línea] Available at: <https://agua.org.mx/crece-sobreexplotacion-mantos-acuiferos-en-mexico-agua-esta-en-riesgo/>

Ocampo, H. L. G., 2011. Factores que Influyen en la Colmatación de Membranas de Microfiltración Tangencial y Representación Matemática. *ReCiTeIA*, 11(1b), pp. 188-210.

Organización Panamericana de la Salud, 2005. *Guía de Diseño de Sistemas de Tratamiento de Filtración en Múltiples Etapas*, Lima: COSUDE.

Padilla, M. R., 2003. *Tratamiento de Agua por Filtración Tangencial con Membrana de Cerámica*, Leon: Universidad Autónoma de Nicaragua.

Puentes, A. F. T., 2017. *Evaluación de parámetros en la filtración rápida como tratamiento de agua gris doméstica*, Los Andes: s.n.

Román, F. J. S. S., 2017. *Hidrología*. [En línea] Available at: [https://hidrologia.usal.es/temas/Ley\\_Darcy.pdf](https://hidrologia.usal.es/temas/Ley_Darcy.pdf) [Último acceso: 15 Junio 2021].

Romero, M., 2011. *Tratamientos Utilizados en Potabilización de Agua*, Guatemala: Facultad de Ingeniería - Universidad Rafael Lnadívar.

Roncancio, G. M., E., F. A. P. & Q., F. M., 1989. Evaluación de Filtros de Arena y de Malla para Riego por Goteo. *Ingeniería e Investigación*, pp. 52-62.

Saavedra, A. & Romero, J., 2003. *Ecuaciones para Ultrafiltración*, Santiago de Chile: Universidad de Santiago de Chile.

Sánchez, H. A. B., 2017. *Diseño de un Sistema de Tratamiento de Aguas Residuales Domésticas para la Parroquia la Unión, Cantón Quinindé, Provincia de Esmeraldas*, Riobamba: Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Sarmiento, M. L. M., Montoya, O. G. C. & Ortiz, J. E. D., 2014. Impacto de aguas grises en propiedades físicas del suelo. *Tecno Lógicas*, pp. 57-65.

Schwartz, L. & Seeley, K., 2000. *Introduction to Tangential Flow Filtration for Laboratory and Process Development Applications*, Washington: Pall Corporation.

Secretaría de Medio Ambiente, Recursos Naturales y Pesca, 1996. *NOM-001-ECOL-1996*, México: Diario Oficial de la Federación.

Secretaría de Salud, 1994. *NOM-127-SSA1-1994, Salud ambiental, agua para uso y consumo humano-Límites permisibles de calidad y tratamientos a que debe someterse el agua para su potabilización.*, México: Diario Oficial de la Federación.

TEFSA, 2004. *Filtros de Presión*, Barcelona: Grupo TEFSA.

Torres-Avalos, G. A. & Lozano-Gonzalez, E. A., 2017. Disminución de Sólidos de Aguas Grises Mediante un Proceso de Aireación. *Ra Ximhai*, 13(3), pp. 393-404.

Vargas, L. C. d., 2011. *Filtración lenta como proceso de desinfección*, Lima: CEPIS-OPS.

Vazquez, J. L., 1999. *Las Ecuaciones de la Filtración de Fluidos en Medios Porosos*, Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.

Yactayo, V. M., 2000. *Filtración*. [En línea] Available at: <http://www.ingenieroambiental.com/4014/nueve.pdf> [Último acceso: 23 Junio 2021].