



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO**

CENTRO UNIVERSITARIO UAEM VALLE DE MÉXICO

**EL EFECTO DE LA INCERTIDUMBRE REAL, LA INFLACIÓN Y EL  
CRECIMIENTO ECONÓMICO EN MÉXICO Y BRASIL: EVIDENCIA  
EMPÍRICA CON MODELOS GARCH BIVARIADOS CON  
CORRELACIÓN CONDICIONAL CONSTANTE (1985-2019).**

**TESIS**

Que para obtener el Título de

**LICENCIADO EN ACTUARIA**

Presenta

**C. Margarita Cruz Zúñiga**

**C. Diana Laura Ramírez Tapia**

**Asesor: D. en E. Eduardo Rosas Rojas**

**Atizapán de Zaragoza, Edo. de Méx. Mayo de 2021**



## INDICE

Capítulo 1. Revisión de la literatura sobre la relación de la causalidad de la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico .....	10
1.1 Introducción .....	10
1.2 El impacto de la inflación sobre la incertidumbre inflacionaria .....	14
1.2.1 La hipótesis de Friedman .....	14
1.2.2 La hipótesis de Pourgerami y Maskus.....	16
1.3 El impacto de la incertidumbre inflacionaria sobre la inflación .....	17
1.3.1 Hipótesis de Cukierman y Meltzer. ....	17
1.3.2 Hipótesis de Holland .....	18
1.3.3 Posturas de los bancos centrales (Posición Estabilizadora u Oportunista) .....	18
1.4 Los efectos de la incertidumbre inflacionaria y la inflación sobre el crecimiento económico.....	22
1.5 Modelos econométricos para medir la relación de inflación, incertidumbre inflacionaria y crecimiento económico.....	27
1.6 Conclusión .....	31
Capítulo 2. Modelos de Series de Tiempo para la estimación de la media.....	33
2.1 Introducción .....	33
2.2 Ecuaciones en diferencia estocásticas.....	34
2.3 Modelos de series de tiempo estacionarias .....	45
2.3.1 Modelos univariados y multivariados .....	46
2.3.2 Procesos Autorregresivos AR(p).....	46
2.3.3 Procesos estacionarios de Medias Móviles MA(q) .....	50
2.3.4 Procesos ARMA y ARIMA .....	53
2.4 Conclusión .....	57
Capítulo 3. Modelos de Series de Tiempo para estimar la varianza condicional .....	58
3.1 Introducción .....	58
3.2 Modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada (GARCH) .....	60
3.3 Familias de modelos GARCH .....	69
3.3.1 TGARCH (Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity).....	71
3.3.2 GJR-GARCH .....	72

3.3.3 EGARCH .....	73
3.4 Modelo GARCH multivariante.....	74
3.5 Componentes de cambios estructurales .....	77
3.6 Prueba de causalidad de Granger con ajustes Toda-Yamamoto .....	78
3.7 Conclusión .....	80
Capítulo 4. Modelación de los efectos asimétricos para la inflación, el producto y sus incertidumbres .....	82
4.1 Introducción .....	82
4.2 Objetivos e hipótesis de la investigación .....	83
4.3 La inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico en México y Brasil. Un análisis descriptivo .....	85
4.4 Pruebas de raíz unitaria y orden de integración de la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico .....	86
4.5 Estimación del modelo econométrico. Modelo CCC-GARCH Bivariado asimétrico	90
4.5.1 Prueba de cambio estructural .....	92
4.5.2 Prueba de sesgo en signo y magnitud.....	94
4.5.3 Especificación del modelo CCC-GARCH-GJR Bivariado .....	96
4.6. Pruebas de causalidad de Granger basadas en el enfoque de Toda-Yamamoto .....	100
4.7. Resultados empíricos .....	101
4.8. Conclusión .....	103
Conclusión General .....	105
Bibliografía.....	109

## INDICE DE TABLAS Y FIGURAS

<b>TABLA 1.</b> VALORES TAO PARA PRUEBA ADF	44
<b>TABLA 2.</b> ANÁLISIS DESCRIPTIVO INFLACIÓN Y CRECIMIENTO ECONÓMICO DE MÉXICO	86
<b>TABLA 3.</b> ANÁLISIS DESCRIPTIVO INFLACIÓN Y CRECIMIENTO ECONÓMICO DE BRASIL	86
<b>TABLA 4.</b> PRUEBAS ADF PARA MÉXICO Y BRASIL	87
<b>TABLA 5.</b> PRUEBAS PP PARA MÉXICO Y BRASIL	88
<b>TABLA 6.</b> PRUEBA BREUSCH-GODFREY	90
<b>TABLA 7</b> PRUEBA DE SESGO EN SIGNO Y MAGNITUD PARA LA INFLACIÓN.	95
<b>TABLA 8</b> MODELO CCC-GARCH PARA MÉXICO	98
<b>TABLA 9</b> MODELO CCC-GARCH PARA BRASIL	99
<b>FIGURA 1.</b> CORRELOGRAMA DE UN PROCESO RUIDO BLANCO	42
<b>FIGURA 2.</b> ACF DE UN PROCESO AR (1)	47
<b>FIGURA 3.</b> PACF DE UN PROCESO AR (1)	48
<b>FIGURA 4.</b> ACF DE UN PROCESO AR (2)	48
<b>FIGURA 5.</b> PACF DE UN PROCESO AR (2)	49
<b>FIGURA 6.</b> ACF DE UN PROCESO MA (1)	50
<b>FIGURA 7.</b> PACF DE UN PROCESO MA (1)	51
<b>FIGURA 8.</b> ACF DE UN PROCESO MA (2)	51
<b>FIGURA 9.</b> PACF DE UN PROCESO MA (2)	52
<b>FIGURA 10.</b> ACF DE UN PROCESO ARMA (1,1)	54
<b>FIGURA 11.</b> PACF DE UN PROCESO ARMA (1,1)	55
<b>FIGURA 12.</b> DIAGRAMA DE FLUJO METODOLOGÍA DE BOX JENKINS	56
<b>FIGURA 13.</b> INPC DE MÉXICO Y BRASIL	60
<b>FIGURA 14.</b> IPI DE MÉXICO Y BRASIL	61
<b>FIGURA 15.</b> INFLACIÓN DE MÉXICO Y BRASIL	62
<b>FIGURA 16.</b> CORRELOGRAMA DE LA INFLACIÓN EN MÉXICO	66
<b>FIGURA 17.</b> EFECTO APALANCAMIENTO	70
<b>FIGURA 18.</b> RESUMEN DESCRIPTIVO DE LA INFLACIÓN Y CRECIMIENTO ECONÓMICO EN MÉXICO Y BRASIL	85
<b>FIGURA 19.</b> TASAS DE INFLACIÓN Y CRECIMIENTO ECONÓMICO PARA MÉXICO Y BRASIL	88
<b>FIGURA 20.</b> INFLACIÓN DE MÉXICO	93
<b>FIGURA 21.</b> INFLACIÓN DE BRASIL	94

**The effect of real uncertainty, inflation and economic growth in Mexico and Brazil: empirical evidence with GARCH Bivariate models and Constant Conditional Correlation (1985-2019).**

**Abstract**

This paper analyzes the effect of real uncertainty and inflation on economic growth in Mexico and Brazil. Starting from theoretical hypotheses that describe a negative, positive or null feedback relationship.

This research works under two-step approach; In the first, a bivariate CCC-GARCH model is estimated, where the correlation coefficients are restricted to being constant in order to control the correlation between the error terms in inflation and growth with the purpose to generate their uncertainties; considering an asymmetric effect. And the second, Granger causality tests are estimated with a Toda-Yamamoto modification to determine the fulfillment of the four hypotheses raised.

The data were extracted from the IFS of the International Monetary Fund for two Latin American economies: Mexico and Brazil for a period from 1985 to 2019.

**Key words: Inflation, Inflationary uncertainty, Economic growth, Inflation targets, CCC-GARCH, Asymmetric effect.**

## **El efecto de la incertidumbre real, la inflación y el crecimiento económico en México y Brasil: evidencia empírica con modelos GARCH Bivariados con Correlación Condicional Constante (1985-2019).**

### **Resumen**

En este trabajo se analiza el efecto de la incertidumbre real y la inflación sobre el crecimiento económico en México y Brasil. Partiendo de hipótesis teóricas que describen una relación de retroalimentación negativa, positiva o nula.

Se trabaja bajo un enfoque de dos pasos; en el primero se estima un modelo CCC-GARCH bivariado, donde se restringe a los coeficientes de correlación a que sean constantes con el propósito de controlar la correlación entre los términos de error en la inflación y el crecimiento para poder generar sus incertidumbres; considerando un efecto asimétrico. Y en el segundo, se estiman pruebas de causalidad de Granger con una modificación Toda-Yamamoto para determinar el cumplimiento de las cuatro hipótesis planteadas.

Los datos fueron extraídos de la IFS del Fondo Monetario Internacional para dos economías de América Latina: México y Brasil para un periodo comprendido de 1985 a 2019.

**Palabras clave: Inflación, Incertidumbre inflacionaria, Crecimiento económico, Metas de inflación, CCC-GARCH, Efecto asimétrico.**

## Introducción

La inflación es un tema que ha cobrado relevancia durante los últimos años, a partir de 1980 se presentaron para distintos países latinoamericanos periodos de hiper-inflacion; trayendo consigo un aumento de precios que derivo en la reducción del bienestar social de los ciudadanos. Se ha buscado también conocer el impacto que esta tiene sobre el crecimiento económico para la aplicación de políticas o estrategias que mantengan una tasa de inflación baja y con ello una tasa de crecimiento alta. La teoría económica predice que el efecto de la tendencia inflacionaria sobre el crecimiento económico puede ser negativo, nulo o positivo dependiendo de los supuestos específicos del modelo (Perrotini y Rodríguez, 2012).

Para este estudio se analiza lo ocurrido históricamente en las dos economías más importantes de América Latina: México y Brasil. Se considera para ambos países la implementación del régimen de Metas de Inflación, que implica el compromiso de estas economías para alcanzar una meta u objetivo de tasa de inflación propuesto al principio de cada año, utilizando para ello el conjunto de instrumentos a su disposición (Galindo, 2006). En América Latina la información acerca de la adopción de las Metas de Inflación es un tema del que se tiene poca información, pues para economías emergentes, se piensa que aún faltan algunos otros objetivos para obtener mejores resultados para las variables fundamentales. Para México y Brasil su implementación no ha resultado como se esperaba; pues la inestabilidad de la demanda agregada en respuesta a choques externos ha ido en aumento, contradiciendo así los supuestos del régimen del Nuevo Consenso Macroeconómico.

Los bancos centrales juegan también un papel importante en la relación causal entre las variables, pueden aplicar políticas monetarias restrictivas si la tasa de inflación es alta o políticas monetarias expansivas si la tasa de inflación es baja para estimular la tasa de crecimiento económico de cada país. Cukierman y Meltzer (1986) hablan de un comportamiento oportunista; es decir, la autoridad monetaria genera una inflación sorpresiva para los agentes económicos al aumentar la tasa de crecimiento de la oferta monetaria para obtener ganancias en la producción. Por el contrario, (Holland, 1995) nos habla de un comportamiento estabilizador, en el que la autoridad monetaria aplica políticas monetarias que reducen el crecimiento de la oferta monetaria para reducir los efectos negativos sobre el bienestar.

Las principales investigaciones sobre el tema, para diferentes muestras y periodos han mostrado que la incertidumbre provoca problemas en la economía; lo que implica la toma de decisiones erróneas de consumidores y empresas respecto a la inversión, el ahorro y el crecimiento económico. El objetivo de esta investigación es analizar las relaciones causales de las variables mencionadas. Para ello, se estima un modelo autorregresivo y de medias móviles que permita encontrar el valor esperado de la inflación y el crecimiento económico; posteriormente, se procede a capturar la volatilidad de la inflación y del producto, mediante un modelo GARCH bivariado con Correlación Condicional Constante (CCC-GARCH), con el fin de extraer la varianza condicional de la inflación y del producto. El análisis econométrico se desarrolla mediante los programas estadísticos E-views y R-Project.

La inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico se pueden ver afectadas por factores externos que provoquen cambios drásticos en su comportamiento, durante un periodo determinado, a este fenómeno se le conoce como cambio estructural. Identificar si los datos presentan este tipo de efectos es muy importante para la correcta modelación econométrica. Adicionalmente, se desarrolla una prueba de sesgo de signo y magnitud que permita identificar la presencia de asimetría en la incertidumbre de la inflación y el crecimiento económico. Una vez que se comprueba este hecho estilizado se emplea un modelo GJR-GARCH con correlación condicional constante asimétrico para obtener un modelo más robusto y preciso.

Por último, para la explicación de la relación causal entre las variables mencionadas se emplean las pruebas de Causalidad de Granger con modificación Toda-Yamamoto, que suponen una relación unidireccional o bidireccional, además de no importar el orden de integración, por lo que se considera una prueba más robusta. Posteriormente, se procede a demostrar las hipótesis planteadas: 1) Inflación no causa Granger incertidumbre inflacionaria 2) Incertidumbre inflacionaria no causa Granger Inflación 3) Inflación no causa Granger Crecimiento económico y 4) Incertidumbre inflacionaria no causa Granger Crecimiento económico.

Los resultados empíricos demuestran que para el caso de México y Brasil las “malas noticias” macroeconómicas parecen ser más relevantes que las buenas noticias, también se comprueba que la hipótesis de Friedman-Ball se cumple para ambos países, se verifica para



el caso de México un comportamiento estabilizador del Banco Central, mientras que para Brasil el banco se comporta de forma oportunista. Para ambos países se cumple a largo plazo la hipótesis de Cukierman y Meltzer; es decir, existe un efecto positivo entre inflación y crecimiento económico.

La estructura de este trabajo consta de cuatro capítulos: En el primer capítulo se muestra la evidencia empírica del objeto de estudio, así como las hipótesis que se pretenden comprobar; en el capítulo dos se describen los modelos de series de tiempo con los que se estima el valor esperado de la inflación y el crecimiento económico. Posteriormente, en el capítulo tercero se describen los modelos GARCH, así como las familias que lo componen; además de las pruebas de cambio estructural, de asimetría y las pruebas de causalidad de Granger con modificación de Toda-Yamamoto. Finalmente, en el capítulo cuatro se muestra un análisis descriptivo de los datos para ambas economías, además de las especificaciones de cada modelo, las pruebas realizadas para conocer su comportamiento y por último, el análisis econométrico de los resultados y la interpretación de los valores obtenidos en los modelos planteados.

# **Capítulo 1. Revisión de la literatura sobre la relación de la causalidad de la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico.**

## **1.1 Introducción**

La inflación en América Latina ha cobrado particular relevancia desde mediados de los 90s, pues se sabe que el gran costo que genera esta variable ha sido la incertidumbre inflacionaria (Cottani y Rosen, 2016). La inflación es un fenómeno que afecta a toda la economía en formas diversas, se define como un aumento generalizado y sostenido en los precios de una economía; en México la metodología para su medición fue establecida por el Banco Central, los bienes y servicios considerados provienen de una encuesta a nivel nacional de los ingresos y gastos de los hogares, que toma en cuenta el perfil socioeconómico promedio de las distintas familias en el país en términos de tamaño, ingreso económico, parón de gasto, etc., hasta formar una canasta de bienes y servicios representativa de la población. (heath, 2012)

El incremento de precios afecta de manera negativa la toma de decisiones de consumidores y productores, lo que reduce el bienestar social, ya que se genera una pérdida en el poder adquisitivo del dinero. Fischer (1993) señaló que la inflación promedio durante los periodos 1973-1980 y 1980-1998 fue del 24.1% y 111.2%, respectivamente, para los países de América Latina. A partir de 1980, se presentó un periodo de altas tasas de inflación que alcanzaron episodios de hiper-inflación. En este escenario, el aumento de precios tomó un papel importante para la economía de cada país y comenzaron a desarrollarse múltiples investigaciones para lograr conocer su impacto en el crecimiento económico.

Al respecto, la teoría económica predice que el efecto de la tendencia inflacionaria sobre el crecimiento económico puede ser negativo, nulo o positivo dependiendo de los supuestos específicos del modelo (Perrotini, 2012, p.2). En los años recientes, se han desarrollado múltiples investigaciones que incluyen modelos con los que se busca explicar la relación de causalidad de la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico (Grier y Perry, 1998; Fountas, 2001; Fountas et al., 2004; Kontonikas, 2004; Angeriz y Arestis, 2008; Goncalves y Salles, 2008; Brito y Bystedt, 2010). La incertidumbre en la evolución de la inflación provoca problemas en la economía, pues estas fluctuaciones afectan las relaciones comerciales de cada país, provocando pérdida de competitividad y

caída de las ventas que se realizan al exterior. Por estas razones, el comportamiento de ésta relación ha sido objeto de investigación alrededor del mundo, ya que podría implicar la toma de decisiones erróneas de consumidores y empresas respecto a la inversión, el ahorro, el consumo y finalmente, en el crecimiento económico.

En un estudio realizado por el Banco de México para 100 países entre 1950 y 1996 se encontró que, a largo plazo, un aumento de un punto porcentual en la tasa de inflación tiende a elevar en 0.8 puntos el coeficiente de GINI; que es el índice que sirve para calcular la desigualdad de ingresos que se tienen entre los ciudadanos en determinado territorio; una variación de dos centésimas de este coeficiente, equivale a una distribución de un 7% de riqueza del sector más pobre de la población al más rico. Por ello, el 0.8 puntos porcentuales significa una mayor desigualdad de ingreso en el territorio. Como se sabe, la inflación eleva la incertidumbre provocando que disminuya la inversión y por tanto se frena el crecimiento económico que daña los salarios de los ciudadanos; es decir, hay un deterioro del poder adquisitivo del dinero, estando en desventaja los agentes económicos con mayor proporción de efectivo que son las personas de bajos recursos que no tienen acceso a los mercados financieros.

Esta relación es de suma importancia para las economías emergentes, pues con ello se pueden identificar las direcciones de causalidad entre las diferentes variables, y que, de esta manera, los bancos centrales puedan aplicar políticas monetarias restrictivas si la tasa de inflación es alta o políticas monetarias expansivas si existe una tasa de inflación baja, que busquen estimular la tasa de crecimiento económico de cada país. Uno de los motivos por los cuales se ha buscado definir claramente la relación de retroalimentación entre la incertidumbre inflacionaria, la inflación y el crecimiento económico es para crear políticas monetarias que se ajusten a economías emergentes, como la mexicana y la brasileña; en las que las políticas monetarias que se aplican tienen como objetivo la estabilidad de precios; es decir, controlar la inflación.

También, se debe analizar de qué manera ha impactado la implementación del régimen de Metas de Inflación en cada uno de estos países; lo que implica el compromiso de estas economías para alcanzar una meta u objetivo de tasa de inflación propuesto al principio de cada año, utilizando para ello el conjunto de instrumentos a su disposición (Galindo,

2006). Desde la adopción de dicho régimen en 1990 en Nueva Zelanda, un número creciente de países, adoptaron la estrategia buscando reducir el nivel y la variabilidad de la inflación; los primeros países latinoamericanos que presentaron dicho régimen fueron Brasil, Chile y Colombia en 1999. Posteriormente, les siguieron México en 2001, Perú en 2002 y más recientemente Argentina en 2017 (Cottani y Rosen, 2016). La implementación de dicha política ha dado a los países distintos beneficios como son: la reducción de la inflación y su volatilidad, así como la consolidación de la estabilidad de precios, la disminución del efecto sobre la inflación de choques a otras variables económicas, el anclaje de las expectativas de inflación alrededor del objetivo de inflación, etc. (Banxico, 2018)

En el caso de México, en las últimas décadas las autoridades monetarias han promovido activamente estrategias para combatir la inflación. En el primer periodo, 1988-1994, a través de un programa de estabilización de precios ortodoxo que incluía congelamiento de salarios y precios además de la utilización del tipo de cambio como ancla nominal, y posteriormente, de 1996 a la fecha adoptando el esquema de objetivos de política monetaria como estrategia para la política monetaria, Perrotini y Rodríguez (2012).

Mientras que Brasil, adoptó el régimen de metas de inflación en mayo de 1999, se consideraba que implementar MI era la única opción para combatir el choque inflacionario originado en el colapso del régimen de tipo de cambio luego del contagio de la crisis de Asia y Rusia de 1997 y 1998 que generó fuertes presiones sobre el tipo de cambio. Siendo Brasil uno de los primeros países en adoptar este régimen. Después de la adopción el Banco Central publica un informe de inflación trimestral, reconociendo que el principal objetivo a largo plazo de la política monetaria es mantener estabilidad de precios; es decir, una inflación baja y estable. A partir de esta fecha se tuvo una política monetaria coherente que ajusta la tasa de interés nominal de referencia en episodios de aceleración inflacionaria. Una vez que adoptaron este régimen, se fijó como meta de inflación un 8%, y se mantuvo dentro de la banda +/-2%. Teniendo como instrumento de política la tasa de interés a corto plazo conocida como Selic que fue elevada en 1999 como muestra del compromiso con el nuevo régimen monetario.

No obstante, se ha desarrollado un creciente número de investigaciones enfatizando las debilidades y limitaciones de esta estrategia; algunas argumentan que, la diferencia en el

desarrollo de la inflación, entre países que han aplicado este esquema y aquellos que no lo han hecho, no son significativamente diferentes (Angeriz y Arestis, 2008). Sin embargo, en América Latina se tiene poca información acerca de los resultados, en materia de crecimiento económico de dicho régimen. Adicionalmente, en la región, se han presentado periodos de alta y baja inflación que han tenido repercusiones en la estructura económica, por ejemplo, los choques de los precios del petróleo, las devaluaciones y las crisis financieras, por lo que la inclusión de estos quiebres estructurales resulta de suma importancia en la modelación del fenómeno.

Como se ha mencionado, en América Latina la información acerca de la adopción de las Metas de Inflación es un tema del que se tiene poca información. Este trabajo de investigación estudiará las dos economías más importantes de América Latina; México y Brasil. En México, se considera como fecha de adopción de metas de inflación enero del 2001, con una meta de inflación de  $3 \pm 1\%$  con un régimen de libre flotación, una tasa de interés del 8.081% y con una reserva internacional de 176.39 mil millones. Mientras que, para Brasil, la fecha corresponde a mayo de 1999, dicha meta es del 4% con una tasa de interés del 25.5% y una reserva internacional de 374.71 mil millones.

En la actualidad, las metas de inflación siguen siendo un tema controversial alrededor del mundo, pues para economías emergentes, se piensa que aún faltan algunos otros objetivos en términos de mejores resultados para las variables fundamentales. Para el caso específico de América Latina, su implementación no ha resultado como se esperaba; pues la inestabilidad de la demanda agregada en respuesta a choques externos ha ido en aumento, contradiciendo así los supuestos del régimen del Nuevo Consenso Macroeconómico (Kontonikas, 2004; Angeriz y Arestis, 2008; Goncalves y Salle, 2008; Brito y Bystedt, 2010). Los objetivos de metas de inflación han sido la mayor prioridad para las economías emergentes dejando a un lado los objetivos, tales como, el crecimiento económico, la disminución del desempleo o la falta de crecimiento de la inversión. Sin embargo, la eficiencia de las metas de inflación solo se ha medido conforme a la trayectoria de esta y su incertidumbre.

Finalmente, mediante la estimación de modelos econométricos, para algunas economías en desarrollo, se ha podido identificar la interacción entre la inflación, la

incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico. Y, si bien es cierto, se ha encontrado consenso para algunas de las teorías respecto a sus relaciones de causalidad, como la hipótesis de Friedman, que postula que la relación entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria es positiva; pues mayores niveles de inflación causan mayores niveles de incertidumbre sobre las tasas de inflación futuras; dicha incertidumbre tendrá al final un impacto negativo sobre el crecimiento económico; también es cierto que, las otras relaciones de retroalimentación aún siguen requiriendo de evidencia empírica que las refute o las respalde. Entre los principales trabajos desarrollados en esta materia, para el caso de economías desarrolladas y en desarrollo, se encuentran: Baillie et al. 1996; Grier y Perry, 1998, 2000; Daal et al. 2005; Conrad y Karanasos 2005; Thornton 2008; Fountas 2010; Perrotini y Rodríguez 2012; Bojanic 2013; Caballero y Caballero 2015, entre otros. También se ha identificado que existen discrepancias respecto a las técnicas econométricas que se deben ser empleadas, así como en el periodo de tiempo que se debe estudiar y el tamaño de muestra a utilizar.

## **1.2 El impacto de la inflación sobre la incertidumbre inflacionaria**

### **1.2.1 La hipótesis de Friedman**

En lo que respecta a la relación entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria existe consenso entre distintos autores de que es positiva; siendo la más importante la propuesta por Friedman (1977). En ella, presenta un contexto donde la inflación causa una mayor incertidumbre inflacionaria provocando un crecimiento económico bajo. Durante el periodo de transición, los precios tienden a volverse más volátiles, lo que significa que la economía enfrenta una mayor incertidumbre. Argumenta que una alta inflación genera una presión para la autoridad monetaria para reducirla; sin embargo, la autoridad podrá adoptar políticas para bajar o no la inflación causando una incertidumbre. También señala que, “una función fundamental del sistema de precios es transmitir en forma compacta, eficiente y abajo costo la información que los agentes económicos necesitan para decidir qué y cómo producir, así mientras más volátil es la tasa de inflación general, más difícil se hace extraer las señales sobre precios relativos a partir del precio absoluto”.

Posteriormente, Ball (1992) formalizó esta hipótesis algebraicamente mediante un modelo de juego repetido del tipo Barro-Gordon con información asimétrica donde el público

enfrenta la incertidumbre sobre el tipo de funcionario público en el cargo. Este político alterna estocásticamente en el puesto y puede ser de dos tipos: un funcionario débil, incapaz de aplicar políticas antiinflacionarias, y otro funcionario fuerte preparado para soportar el costo de estas políticas. Durante los periodos de alta inflación, la incertidumbre sobre el tipo de político que estará en el cargo en los próximos periodos incrementará la incertidumbre sobre la tasa de crecimiento del dinero y, en consecuencia, también sobre la tasa de inflación futura. Así, ante altos niveles de inflación, el público no estará seguro acerca de la política monetaria futura, ya que no sabrá si sus políticos son o no formuladores de políticas antiinflacionistas.

La relación positiva entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria se conoce como hipótesis de Friedman-Ball. En estos esquemas se asevera que, como resultado de incrementos en los precios, hay una mayor volatilidad inflacionaria en el futuro, por lo que se presenta una correlación positiva entre ambas (Rocabado, 2009).

Los trabajos empíricos que respaldan la teoría de Friedman-Ball son los realizados por Thornton (2007) quien utiliza una muestra de doce países emergentes entre ellos países latinoamericanos como son México y Colombia con datos mensuales de 1957 a 2005, donde encuentra resultados consistentes que apoyan la existencia de una relación positiva entre la inflación y su incertidumbre utilizando pruebas de causalidad de Granger. De igual forma, Perrotini y Rodríguez (2012) encuentran evidencia que tiende a soportar la hipótesis de Friedman, del “efecto nivel”, la cual sostiene que la incertidumbre nominal se incrementará en la medida que lo hace la inflación del periodo previo; es decir, que una mayor inflación conduce a mayor incertidumbre nominal, esto es consistente con lo encontrado por Grier y Grier (1998) para México en el periodo 1960-1997 y en 2006, los mismos autores confirman esta hipótesis para México. Para Ferreira et. al (2018) en el caso de Brasil, la inflación es más sensible a las oscilaciones en los ciclos económicos cuando menor es la previsibilidad de los agentes económicos; es decir, existe una memoria de hiperinflación que influye en el mecanismo de la toma de decisiones, por lo que se sugiere que existe un efecto positivo de la inflación hacia la incertidumbre inflacionaria. Basados en dichos trabajos se espera obtener como resultado un consenso de relación positiva para México y Brasil.

### **1.2.2 La hipótesis de Pourgerami y Maskus**

En contraposición de la hipótesis de Friedman-Ball se encuentra la propuesta por Pourgerami y Maskus (1987), quienes demuestran que existe una relación negativa entre estas variables, rechazando que la alta inflación dañe la previsibilidad de los precios. “Ellos argumentan que una tasa alta de inflación lleva a los agentes económicos a invertir más en la generación de pronósticos precisos, lo que reduce su error de predicción”. De igual manera, Ungar y Zilberfarb (1993) argumentan que, en un contexto de crecimiento sostenido de los precios, los agentes económicos estarían más dispuestos en invertir recursos financieros para pronosticar la inflación; por lo tanto, se genera una relación inversamente proporcional entre la inflación y su incertidumbre. No obstante, estos autores no proporcionan evidencia empírica sobre su argumentación.

La hipótesis de Friedman- Ball ha mostrado mayor evidencia empírica, pues su hipótesis ha podido ser demostrada para diferentes países y con un nivel de significancia relevante. Mientras que la hipótesis de Pourgerami y Maskus solo se ha podido demostrar en países desarrollados teniendo resultados mixtos y poco significativos. Lo anterior señala que las economías tienden a enfrentar la inflación adoptando políticas para bajar o subir la inflación y así crear una incertidumbre inflacionaria y no como argumentan Pourgerami y Maskus que una tasa alta de inflación lleva a los agentes económicos a invertir más en la generación de pronósticos para reducir la incertidumbre. No obstante, la relación de las variables se puede analizar de manera inversa, es decir, que la incertidumbre inflacionaria cause inflación y sea positiva o negativamente.

En la explicación sobre la relación entre inflación e incertidumbre inflacionaria, la hipótesis de Friedman-Ball, quienes argumentan que es positiva, señalan que en periodos de alta inflación no se tendrá seguridad respecto a la política monetaria futura ya que los políticos pueden ser o no formuladores de políticas antiinflacionarias; mientras que, la propuesta por Pourgerami y Maskus sostiene que la relación entre estas variables es negativa, rechazando el efecto dañino de alta inflación sobre la previsibilidad de los precios. Se ha encontrado que la mayoría de los estudios realizados han mostrado resultados que respaldan mayormente la hipótesis de Friedman-Ball. Por otro lado, existen investigaciones que han demostrado que la relación de causalidad presenta una dirección bidireccional; es decir, que la incertidumbre inflacionaria también causa la inflación; de manera positiva o negativa.



### **1.3 El impacto de la incertidumbre inflacionaria sobre la inflación**

La evidencia de las hipótesis realizadas para conocer el impacto de la incertidumbre inflacionaria sobre la inflación no ha tenido consenso en los resultados obtenidos entre los distintos autores, esto se atribuye, entre otros elementos, a las diferencias en las técnicas econométricas utilizadas para estimar la incertidumbre inflacionaria; a la implementación de un determinado régimen de política monetaria; a la selección de la muestra de países; y a la periodicidad empleada en los datos.

#### **1.3.1 Hipótesis de Cukierman y Meltzer.**

Cukierman y Meltzer (1986) encuentran evidencia para una relación positiva entre la incertidumbre de la inflación y la inflación, sostienen que, cuando la incertidumbre de la inflación aumenta, la autoridad monetaria muestra un comportamiento oportunista; es decir, genera una inflación sorpresiva para los agentes económicos al aumentar la tasa de crecimiento de la oferta monetaria para obtener ganancias en la producción. Así aprovechan la existencia de incertidumbre para enmascarar una política inflacionaria para estimular el crecimiento económico que conduce a aumentos en el nivel de inflación. Bajo este contexto, una mayor incertidumbre inflacionaria genera una mayor inflación y es evidencia de un Banco Central oportunista, el cual está sujeto a la autoridad ejecutiva o bien un banco que genere estrategias con el objetivo de obtener beneficios con base a predicciones. Devereux (1989) sostiene que existe una relación positiva entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria, sin embargo; sus resultados se deben a la variabilidad de choques reales que provocan un aumento de la inflación y la incertidumbre inflacionaria.

Rosas (2018) encuentra que para tres economías (Bolivia, México y Paraguay) existe un efecto significativo y positivo de la incertidumbre inflacionaria sobre la inflación, lo que representa evidencia a favor del cumplimiento de la hipótesis de Cukierman y Meltzer (1986), de manera similar Bojanic (2013) encuentra para el caso de Bolivia resultados consistentes con la hipótesis de Cukierman y Meltzer donde la incertidumbre de los precios futuros tiene un efecto en la inflación actual, Mohd et. al. (2013) encuentran para las economías del sureste asiático evidencia mixta para la hipótesis de Cukierman y Meltzer, por su parte Ozdemir (2010) encuentra resultados sólidos para la hipótesis de Cukierman y Meltzer para el Reino Unido en una muestra de 1957 a 2006. Aunque no se encontraron estudios acerca de la relación de incertidumbre inflacionaria hacia la inflación para Brasil, se

observa que existe una memoria de hiperinflación en la que entre menor sea la previsibilidad de los agentes económicos mayor será la tasa de inflación.

### **1.3.2 Hipótesis de Holland**

Por otro lado, Holland (1995) sugiere una relación negativa, esto significa que, en el caso de una mayor incertidumbre inflacionaria, los formuladores de políticas exhiben un comportamiento estabilizador que atiende a una autonomía en la aplicación de las políticas monetarias, lo que significa que reducen la tasa de crecimiento de la oferta monetaria para reducir los efectos negativos sobre el bienestar. Descubrió que una mayor incertidumbre inflacionaria conduce a una inflación promedio más baja. Además, supone que la tendencia de estabilización del Banco Central aumenta en un periodo de alta inflación para reducir el costo que la incertidumbre inflacionaria genera a los agentes económicos. Grier y Perry (1998) argumentan que el comportamiento oportunista o estabilizador de las autoridades monetarias está relacionado con el nivel de independencia del banco central. Cuanto mayor es el nivel de independencia del banco central, se cumplirá con la hipótesis de Holland y por consiguiente una tasa de inflación más baja; en sentido opuesto, si el banco central tiene un grado de independencia menor se cumplirá la hipótesis de Cukierman y Meltzer.

Empíricamente Grier y Grier (1998) encuentran evidencia para la hipótesis de Holland de que el banco central puede comportarse de manera estabilizadora para el caso mexicano teniendo una muestra de 1960 a 1997 lo que muestra un costo potencial real de la inflación en México, Perrotini y Rodríguez (2012) encuentran también para México en una muestra de 1929 a 2009 resultados sólidos que apoyan la hipótesis de estabilización de Holland. Basados en los trabajos que se han realizado para América Latina se espera para nuestra investigación encontrar consenso con la hipótesis de Holland sobre un banco estabilizador. Para el caso de Brasil no se ha encontrado evidencia empírica que respalde dicha hipótesis; sin embargo, por el cambio histórico de las tasas de inflación que ha presentado la economía, se sabe que el Banco Central ha intentado en distintas ocasiones la aplicación de políticas monetarias estabilizadoras, como lo fue el Plan Real, sin tener el éxito que se esperaba.

### **1.3.3 Posturas de los bancos centrales (Posición Estabilizadora u Oportunista)**

El objetivo de los bancos centrales en la economía ha sido la regulación del nivel de precios, a través del monopolio de la emisión de la moneda y la restricción de los certificados

de moneda que permite al banco central limitar el dinero en manos del público. De acuerdo con la teoría monetaria ortodoxa el papel fundamental de la banca reside en la responsabilidad que tiene de limitar la cantidad de dinero para regular los precios. De esta manera, el Banco Central debe contar con un modelo que establezca la relación entre los objetivos (baja inflación, estabilidad de la producción y equilibrio externo) y las variables nominales de base monetaria (acervo de dinero y nivel de precios).

De acuerdo con los proponentes del esquema de política monetaria de objetivos de inflación, hay un esfuerzo constante para mantener una estabilización de precios a largo plazo como una obligación del banco central; argumentando que, de acuerdo con las reglas de Taylor pueden ser la vía menos costosa. Sugieren que la inflación obstaculiza el crecimiento económico, como se sabe la inflación y la inversión de capital se encuentran relacionados inversamente, bajo el supuesto de metas de inflación se promoverá el ahorro, el empleo y la producción.

Los distintos bancos centrales adquirieron autonomía en años distintos, con ella se ha establecido como objetivo prioritario conseguir la estabilidad de precios y gestionar las fluctuaciones económicas para estimular el desarrollo. Estos deben vigilar la estabilidad de los precios; si la inflación se encuentra por debajo del rango establecido, las tasas de interés deberán ubicarse en un nivel que estimule el gasto y la inversión. Como ya se ha establecido, una mayor independencia de los bancos centrales se relaciona con una menor inflación, como documentan Jácome y Vázquez (2008), quienes hallaron también una correlación positiva (estadísticamente significativa) entre las reformas estructurales y la independencia legal de los bancos centrales; una vez adquirida la independencia los países lograron fortalecer sus sistemas financieros y liberaron los precios en sectores clave de su economía. Esto sugiere que los cambios en la legislación de los bancos centrales coincidieron con una agenda más amplia de reformas estructurales aplicadas en América Latina; aunque algunos de ellos siguieron utilizando el tipo de cambio como el principal instrumento para bajar la alta inflación; solo algunos países adoptaron el esquema de metas de inflación y fue así como se alcanzó la estabilidad de los precios en la mayoría de estas economías.

Desde el decenio de los noventa, la política monetaria en América Latina ha logrado una transformación destacada en cuanto al logro de la estabilidad de precios. La aplicación

de reformas legales en la región en la primera mitad del decenio, garantizaron la independencia del banco central. En esencia, los cambios tuvieron el objetivo de restringir el financiamiento de los déficits del sector público, la principal causa de la alta inflación en América Latina.

Debido a estas reformas, la inflación alta ha pasado a la historia en la mayoría de los países de la región. Inicialmente, los banqueros centrales no estaban interesados en la independencia como medio para aplicar la política monetaria y así estabilizar el ciclo económico nacional en el marco de tipos de cambio flexibles. Más bien, algunos de ellos continuaron enfocándose en usar el tipo de cambio como el principal instrumento operativo para bajar la alta inflación o para seguir consolidando los logros de una inflación que ya era bajo. Los pilares de las reformas que se aplicaron fueron 1) definición de un mandato claro y acotado; 2) formulación de políticas de la banca central de manera independiente del poder ejecutivo; 3) autonomía en la aplicación de la política monetaria; y 4) rendición de cuentas de los bancos centrales (Werner et. al., 2016).

De esta manera, la estabilidad de precios se convirtió en el objetivo principal para la mayoría de los bancos centrales; quienes, en vez de promover directamente el desarrollo económico, se enfocaron en combatir la inflación y así fomentar indirectamente el crecimiento económico que resultaría en una mejora del bienestar social. Sin embargo, los resultados en cuanto a mayores tasas de crecimiento no se han cumplido, a pesar de que en todos los países que adoptaron metas de inflación, la tasa ha sido menor. Cottani y Rosen (2016), analiza distintos países latinoamericanos antes y después de adoptar un régimen de metas de inflación, muestra que para México y Chile las tasas de crecimiento disminuyeron de 3.5 a 2.2 y 6.8 a 3.6 puntos porcentuales, respectivamente; en contraste, Brasil, Colombia, Perú y Uruguay mostraron un incremento de 2.2 a 2.5, 3.5 a 3.6, 1.6 a 5.6 y 1.8 a 4.6 puntos porcentuales, respectivamente.

Desde la perspectiva de un banco central con orientación estabilizadora, Holland (1995) habla sobre un instituto central con una independencia del poder ejecutivo, el cual tendrá una autonomía sobre la aplicación de política monetaria teniendo como objetivo la estabilización de precios; pues sostiene que, si la incertidumbre inflacionaria aumenta una

vez que aumenta la inflación, la autoridad monetaria contraerá la oferta monetaria para eliminar la incertidumbre y el efecto negativo que tiene sobre el crecimiento.

La postura contrapuesta de Cukierman y Meltzer (1986) argumenta sobre un banco central oportunista que es motivado por la incertidumbre inflacionaria para crear sorpresas inflacionarias mediante implementar políticas monetarias expansivas que darán al país un beneficio, pues al haber un incremento en la tasa de inflación, y por lo tanto un aumento en la incertidumbre inflacionaria; los agentes económicos no sabrán que ocasionó el aumento de los precios. Ellos sostienen que la relación de causalidad entre la inflación y su incertidumbre es positiva y va de la segunda hacia la primera; además que un aumento en la incertidumbre inflacionaria ocasionara un aumento en el crecimiento de la economía.

Según Orphanides y Wilcox (2002) teóricamente establecen que la política monetaria está bajo una zona de discreción, si la inflación está dentro de dicha zona los bancos centrales prestarán atención al crecimiento económico y no a estabilizar los precios. Sin embargo, Bomfim y Rudebusch (1997) mencionan que, si bien es posible lograr la desinflación a un bajo costo, tomaría más tiempo lograr la estabilidad de precios en un enfoque estabilizador. También consideran que un formulador oportunista no toma medidas deliberadas para reducir aún más la inflación, sino que busca explotar las recesiones y choques de oferta que favorezcan a una reducción de la inflación. Cuando la inflación baja a consecuencia de un choque de la meta de inflación provisional se restablece por igual a la tasa más prevaleciente y así lograr una estabilización.

Un Banco Central oportunista toma un comportamiento diferente según el nivel de inflación que se tenga, si la inflación es moderada, pero está por encima del objetivo a largo plazo, el Banco no toma medidas deliberadas, sino que debe esperar circunstancias exógenas. Persigue una política de desinflación cuando los precios aumentan rápidamente. Éste se concentra en la estabilización del producto cuando la inflación es baja y la reducción del producto cuando la inflación es alta. (Carrière-Swallow *et. al.*, 2016)

Para Kasai y Naraidoo (2013) existen dos características fundamentales de una política del tipo oportunista, la primera de ellas está relacionada con la zona de discreción, donde los formuladores de políticas deben comportarse de manera oportunista acomodando choques que tiendan a mover a la inflación a un nivel deseado. Por el contrario, se dice que

cuando la inflación se encuentre fuera de los niveles deseados los formuladores deberán reaccionar. Si la inflación está por encima de la zona la tasa de interés aumentará y disminuirá si la inflación está por debajo de la zona de discreción. La segunda característica establece que la inflación deberá moverse a una inflación intermedia resultante de los objetivos de inflación y la tasa real de inflación anterior, pues una meta de inflación puede ser muy ambiciosa a corto plazo. Sin embargo, se puede perseguir un objetivo práctico que esté al alcance del corto plazo. Esto es muy importante para economías emergentes ya que se busca una compensación de inflación y crecimiento económico.

Entre las principales investigaciones se encuentran las de Baillie et al. (1996), Grier y Perry (1998, 2000), Daal et al. (2004), Fountas (2010), Bojanic (2013), Caballero y Caballero (2015), Thornton (2008), Perrotini y Rodríguez (2012) y Conrad y Karanasos (2005) aunque los resultados que obtuvieron fueron mixtos para los diferentes países estudiados. Se ha mostrado que la incertidumbre inflacionaria lleva a una mala asignación de los recursos y, por lo tanto, genera ineficiencias económicas, derivadas de las fluctuaciones en el comportamiento de la inflación, seguidos de periodos de estabilización monetaria, lo que dificulta la toma de decisiones de los agentes económicos con respecto al ahorro y la inversión; ya que, la incertidumbre impide la planificación del futuro respecto a los determinantes del crecimiento económico.

En estudios que se han hecho para América Latina se ha encontrado información mixta acerca de dichas hipótesis, Bojanic (2013) encuentra evidencia para Bolivia que respalda la hipótesis de Cuckierman-Meltzer sobre un banco central oportunista, en el caso de México, Perrotini (2012) encuentra que se cumple la hipótesis de estabilización de Holland donde el banco central hará lo posible para disminuir los niveles de inflación. Aunque en un estudio reciente hay resultados consistentes con la hipótesis de Cuckierman-Meltzer para México, Bolivia y Paraguay (Rosas Rojas, 2019) de igual forma Dabus y Viego (2002), De Gregorio (1992) y Grier y Grier (1998) coinciden con estas afirmaciones.

#### **1.4 Los efectos de la incertidumbre inflacionaria y la inflación sobre el crecimiento económico**

Habiendo analizado la relación de causalidad y de posible retroalimentación entre la inflación y su incertidumbre inflacionaria, lo que sigue es identificar cuál es el impacto que cada una de ellas genera sobre el crecimiento económico de las dos principales economías

de América Latina. Existe consenso en la literatura económica en que hay una correlación positiva entre inflación y la volatilidad de la tasa de inflación.

Cukierman y Meltzer (1986) presentan un modelo en el que la política monetaria introdujo choques sorpresa de oferta monetaria durante la incertidumbre de la política monetaria, aumentando tanto la inflación como el crecimiento económico. Dotsey y Sarte (2000) argumentan que el crecimiento de la variable dinero resulta en incertidumbre inflacionaria e incertidumbre sobre el retorno de dinero, causando la caída de la demanda de saldos de dinero real, introduciendo una caída en el consumo; ellos construyen un modelo de efectivo por adelantado que incluye, como factor de influencia, ahorros de precaución, y encuentran evidencia de que una mayor incertidumbre inflacionaria tiene un efecto positivo en el crecimiento del producto, así cuando el crecimiento monetario es más variable, los agentes aumentan sus ahorros de precaución; por lo tanto, los fondos disponibles para inversiones aumentan, lo que lleva al crecimiento de la economía.

En la segunda parte de su hipótesis, Friedman (1977), señala que dicha magnitud es uno de los costos asociados con la persistencia inflacionaria, es decir el cual conlleva a decisiones ineficientes y disminuye el crecimiento económico. Él argumenta que cuando aumenta la incertidumbre de la inflación, impacta negativamente el mecanismo de precios al distorsionar su eficiencia de asignación. La incertidumbre afecta la asignación de recursos al modificar las tasas de interés, el costo real de los factores de producción o los precios de los bienes finales; por lo tanto, tiene un efecto negativo sobre el crecimiento del producto. Pindyck (1991) argumenta que la incertidumbre inflacionaria aumenta la incertidumbre asociada con la rentabilidad potencial de la inversión, causando un retraso en la inversión que afecta negativamente el crecimiento del producto. Stockman (1981) muestra que, en una economía con restricción de préstamos tanto en el consumo como en la inversión, la inflación reducirá el crecimiento.

Respecto al impacto de la inflación sobre el crecimiento del producto, la teoría económica establece que el efecto puede ser negativo, nulo o positivo dependiendo de los supuestos específicos del modelo. En la actualidad, existe una gran controversia y evidencia limitada acerca de la relación entre la inflación y el crecimiento económico. Fischer (1993) hace hincapié en el papel que tiene la inflación en la estabilidad macroeconómica, “en

esencia, la tasa de inflación sirve como un indicador de la habilidad del gobernante para manejar la economía, ya que un gobierno que está produciendo alta inflación, es un gobierno que ha perdido el control". El estudio del impacto de la inflación y su incertidumbre sobre el crecimiento económico es de gran importancia para países en desarrollo que han implementado metas de inflación y que ha traído a la economía efectos de cambios de régimen monetario más frecuente y de mayor tamaño.

La forma en que se entienden los vínculos entre inflación y producto ha cambiado considerablemente desde la formulación inicial de la curva de Phillips. Según los teóricos monetaristas, la inflación se correlaciona negativamente con el crecimiento económico, pues genera incertidumbre para la inversión y reduce las tasas de interés, con ello la acumulación de capital es perjudicada (Friedman, 1977; Smith, 1996).

La existencia de una compensación a largo plazo entre las dos cantidades es muy controvertida. Sin embargo, la mayoría de los economistas están de acuerdo en que existe una relación entre la inflación y el producto a corto y mediano plazo (Ball, 1995; King y Watson, 1994). La teoría económica puede predecir un efecto positivo, negativo o nulo de la inflación sobre el crecimiento del producto. Por ejemplo, para una relación positiva. Tobin (1965) argumenta que una inflación anticipada más alta puede aumentar el capital per cápita a medida que los hogares desplazan sus activos (cartera) de los saldos de dinero real (dinero sin intereses) hacia el capital real (formas más productivas), teniendo un aumento en el crecimiento real. Mundell (1963) estableció un mecanismo de acumulación de capital, con el que un aumento del ahorro reduce las tasas de interés y por lo tanto acelera el crecimiento de la economía. Bajo un enfoque nekeynesiano, Ball *et al.* (1988) considera que a mayor inflación y varianza de los choques nominales se incrementa la frecuencia con la que los agentes cambian los precios, lo que conlleva a incrementos en el producto.

En contraste, Stockman (1981) y Pindick (1991) argumentan que existe un efecto negativo entre la inflación y el crecimiento económico. Cooley y Hansen (1991) encontraron que un menor rendimiento generado por el dinero cuando aumenta la inflación induce a que los individuos sustituyan cantidades de trabajo por más horas de ocio. No obstante, de



acuerdo con Dabús et. al (1998); si bien es cierto que, para los países de América Latina<sup>1</sup>, que han presentado altas tasas de inflación, el crecimiento económico a resultado impactado de forma negativa, también es cierto que, el escenario inflacionario juega un rol fundamental. Estos autores dividieron el periodo de análisis de estos países en tres regímenes inflacionarios: inflación moderada, alta y extrema<sup>2</sup>. Como resultado obtuvieron que el efecto negativo de la inflación sobre el crecimiento es menor pasando de un periodo de inflación moderada a uno de inflación alta o extrema; esto es, un aumento de un punto porcentual de la tasa de inflación moderada reducirá el crecimiento alrededor de 2 puntos porcentuales; por el contrario, si el país presenta alta inflación, la tasa de crecimiento caerá alrededor de 0.87 puntos porcentuales. Y si por último se encuentra en inflación extrema, su impacto sobre el crecimiento es despreciable.

Empíricamente, en el caso de México, Acevedo (2006) estima, a través de un modelo no lineal, la forma en que la inflación moderada incide sobre el crecimiento económico en México. Conciben la posible existencia de un umbral de inflación a partir del cual la relación entre crecimiento económico e inflación se invierte, pasando de positiva para niveles relativamente bajos de inflación a negativa para niveles mayores de inflación. Sus resultados indican que un ritmo de expansión de la economía mexicana podría verse alentado por la inflación cuando esta se ubica por debajo de 8.1%; mientras que, tasa de inflación superiores a ese umbral dañan el crecimiento de forma severa. Bajo este supuesto Sarel (1996) desarrollo una metodología que permite encontrar de manera endógena el umbral de inflación teniendo al final una relación negativa, esto mediante un análisis de regresión de datos de panel. De Gregorio (1993) encontró para 12 países latinoamericanos una relación negativa y estadísticamente significativa mediante regresión en sección cruzada. Más adelante, Barro (2013) mediante un análisis de regresión de datos de panel para una muestra de 100 países obtuvo resultados similares.

Gillman y Kejak (2005) formalizan un modelo donde los efectos negativos de la inflación en el crecimiento del producto son más severos en un entorno de baja inflación que

---

<sup>1</sup> Estos países son: Argentina, Brasil, Perú, Colombia, México, Uruguay y Venezuela. Los periodos de estudio son: 1960-1993, 1970-1996, 1980-1994, 1980-1996, 1970-1994, 1983-1995 y 1963-1995, respectivamente.

<sup>2</sup> Se considera inflación moderada a casos en los que la tasa de incremento del nivel general de precios es inferior al 2% mensual, alta entre el 2% y el 10% e inflación extrema que incluye tasas entre 10% y 15% e hiperinflación que supera 50% mensual.

en entornos de mayor inflación. Gylfason y Herbertsson (2001) postulan que, en los países con baja inflación, el crecimiento es más sensible a los cambios inflacionarios que en los países con alta inflación.

Mendoza (1998) examina la relación entre inflación y crecimiento económico en el periodo 1980 a 1997. Los resultados de las pruebas de causalidad de Granger aplicadas a su modelo sugieren que la inflación determina al crecimiento económico en el periodo bajo estudio, con una relación de causalidad negativa, y descarta la posibilidad de que ocurra lo contrario. Dabus y Viego (2003) realizaron un estudio para 7 países latinoamericanos, encontraron que para países con mayor inflación está asociado a un menor crecimiento. Para el caso de México, Katz (2002) identificó una relación inversa entre la inflación y crecimiento económico para una muestra de datos anuales entre 1970 y 2002.

Respecto al efecto nulo en la relación entre inflación y crecimiento económico, Sidrauski (1967) afirma que un incremento en la inflación no incide sobre el acervo de capital; para ello, construyó un modelo de la superneutralidad del dinero, es decir, que no existe ningún tipo de efecto, pues toma en cuenta únicamente las variables reales e ignora la estructura monetaria del país; así, los precios son flexibles y la riqueza no está en función del ahorro, por lo que un cambio en la cantidad de dinero no afectará las variables reales del sistema. Del mismo modo Lucas (1973) realizó un estudio para una muestra de 18 países: Argentina, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, Alemania Occidental, Guatemala, Honduras, Irlanda, Países Bajos, Noruega, Paraguay, Puerto Rico, Suecia, Reino Unido, Estados Unidos y Venezuela, encontró que no había una asociación estadística entre la tasa promedio de crecimiento y la tasa promedio de inflación, pues los cambios en ingresos nominales están asociados con movimientos de precios iguales, resultando así no perceptibles en el producto.

En esta misma directriz, Alberro (1981) incrementó la muestra a 49 países<sup>3</sup>, incluyendo economías desarrolladas, en desarrollo y algunas Latinoamericanas. Sus

---

<sup>3</sup> Argentina, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, Alemania Occidental, Guatemala, Honduras, Irlanda, Italia, Países Bajos, Noruega, Paraguay, Puerto Rico, Suecia, Reino Unido, Estados Unidos, Venezuela, Australia, Brasil, Ceilán, Chile, Colombia, Chipre, República Dominicana, Ecuador, Finlandia, Francia, Grecia, Islandia, India, Indonesia, Irak, Israel, Jamaica, Japón, Corea, México, Marruecos, Nigeria, Pakistán, Perú, Filipinas, Portugal, Suiza, Taiwán, Tailandia, Turquía y Uruguay.

resultados comprueban que no existe relación entre las tasas promedio de crecimiento real y las tasas promedio de inflación, esto debido a que la mayoría de los países se caracterizan por aplicar políticas expansivas relativamente suaves y moderadas, así confirma la hipótesis de Lucas que plantea que los choques nominales afectan el componente cíclico de los agregados reales sólo si los individuos los confunden con lo que no son.

El análisis del efecto que tienen la inflación y su incertidumbre sobre el crecimiento económico de cada país ha resultado de gran importancia, una vez analizada la información obtenida, se observa que no existe un consenso respecto a esta relación; los resultados obtenidos por distintos investigadores han respaldado tres posibles efectos: positivo, negativo y nulo. La implementación de un régimen de metas de inflación ha tenido como objetivo el incremento de la tasa de crecimiento de cada país, en episodios en que se tiene una alta tasa de inflación existe un impacto significativo; sin embargo, también se han encontrado resultados poco significativos para explicar la relación o incluso en ocasiones se tiene que el impacto es nulo; para América Latina los resultados han sido mixtos ya que algunas de las economías han experimentado cambios estructurales por periodos de hiper inflación o un tipo de política monetaria estabilizadora.

### **1.5 Modelos econométricos para medir la relación de inflación, incertidumbre inflacionaria y crecimiento económico.**

Durante las últimas décadas, la economía mundial y particularmente las economías en desarrollo, como las latinoamericanas, han enfrentado niveles de inflación altos, inclusive periodos de hiper inflación, de crisis de deuda, financieras y cambiarias. En estas últimas décadas se ha buscado medir la relación entre inflación, incertidumbre inflacionaria y crecimiento económico. Varios autores, han desarrollado análisis para distintas economías emergentes y desarrolladas; en periodos de tiempo distintos. En ocasiones se introducen cambios estructurales para saber de qué manera ha ayudado o perjudicado la aplicación del régimen de metas de inflación respecto a los niveles registrados de crecimiento del producto. Para cada uno de los trabajos desarrollados se emplearon métodos econométricos distintos con el fin de modelar dicha relación, dentro de los cuales se encuentran: series de tiempo, modelos de corte transversal o datos de panel.

Históricamente se han realizado diversos trabajos sobre la relación entre la inflación y su incertidumbre utilizando modelos de series de tiempo que capturan la volatilidad de la

inflación mediante estructuras de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH). Este tipo de modelos permiten aplicar pruebas más precisas sobre las hipótesis de Friedman (1977) al igual que la hipótesis de Pourgerami y Maskus (1987), la hipótesis de un comportamiento oportunista del banco central de Cukierman y Meltzer (1986) y la hipótesis de Holland que expone un comportamiento estabilizador del banco central, también nos permitirá observar si hay un efecto de la inflación y su incertidumbre hacia el crecimiento económico así como lo exponen Tobin (1965) y Dotsey y Sarte (2000).

Los modelos GARCH bivariados permiten estimar de manera simultánea las medias condicionales, las varianzas y las covarianzas de la inflación y el crecimiento del producto. Para ello se estudian todas las relaciones de causalidad bidireccionales entre las principales variables (Brunner y Hess, 1993; Fountas et al., 2002); es decir, utilizan un enfoque metodológico simultáneo. Dentro de esta estructura de variables simultáneas se utilizan un enfoque metodológico de dos pasos. Grier y Perry (1998), Fountas y Karanasos (2004) usan la varianza condicional estimada de los modelos GARCH y emplean pruebas de causalidad de Granger para probar la dirección de causalidad entre la inflación promedio y la incertidumbre de inflación para el G7.

Esta metodología puede ser ajustada para el caso de modelos de vectores autorregresivos mediante el ajuste propuesto por Toda y Yamamoto (1995). Toda y Phillips (1993) en su artículo afirman que la causalidad de Granger con el modelo de corrección de errores puede llevar a conclusiones erróneas debido a la dependencia de parámetros que pueden ser asintóticos en algunos casos. Ellos desarrollaron un método basado en la estimación del modelo VAR aumentado ( $k + d_{max}$ ), proponen la prueba MWALD modificada para probar la no causalidad de Granger, ya que permite realizar inferencia causal en los VAR de nivel que pueden contener procesos integrados, cointegrados y no cointegrados. Este procedimiento impone restricciones lineales no paramétricas de los modelos VAR sin tener que realizar una prueba previa para la raíz unitaria y el rango de cointegración. Después de la prueba de no causalidad Granger de Toda y Yamamoto (1995), estas variables se pueden vincular causalmente en un sistema VAR bidimensional. Tradicionalmente se utilizan modelos ARMA para modelar la varianza condicional de la inflación.

Recientemente, algunos autores (Brunner y Hess, 1993; Fountas et al., 2004; Daal et al., 2005; Grier y Grier, 2006; Thornton, 2007) coinciden en que al utilizar la varianza condicional obtenida de un esquema bivariado GARCH simple, para medir la incertidumbre de la inflación, se comete el error de asumir que existe simetría en la varianza condicional. Se sabe que los problemas derivados de información positiva y negativa inciden en los mercados, obligando a los agentes a tomar decisiones que les permiten atenuar choques negativos. Así, el mayor inconveniente de los modelos ARCH y GARCH bivariados tradicionales es que suponen una respuesta simétrica de la varianza condicional (volatilidad) a los choques positivos y negativos.

Cabe mencionar que existe un efecto de asimetría entre la inflación y su incertidumbre, es decir, la incertidumbre inflacionaria para el siguiente periodo tiende a incrementar más cuando la inflación supera las proyecciones que cuando la inflación es menor a la proyectada (Perrotini y Rodríguez, 2012). El sistema económico no es ajeno a la información que se tiene en el proceso de asignación de recursos, los problemas derivados de información positiva y negativa (noticias) inciden en los mercados, obligando a los agentes a tomar decisiones que les permiten atenuar choques negativos que causan información asimétrica. Las investigaciones realizadas han utilizado modelos GARCH; no obstante, estos modelos no capturan un efecto de asimetría. Por ello, para garantizar un mejor análisis de la relación de inflación y su incertidumbre, se utilizarán las variantes del modelo, GJR-GARCH, E-GARCH y T-GARCH dichos modelos se caracterizan por tener efectos de apalancamiento y capturan los efectos de perturbaciones que siguen una distribución de densidad asimétrica.

Existen diversos autores que proponen modelos GARCH que capturen dicha asimetría. Por ejemplo, Mohd et al. (2013) utilizan un modelo EGARCH para construir la varianza condicional de las series de inflación para países del ASEAN-5 (Malasia, Singapur, Tailandia, Indonesia y Filipinas) para el periodo de 1980 a 2011 con datos cuatrimestrales en el que los resultados obtenidos para los 5 países respaldan la hipótesis de Friedman-Ball, además que los choques positivos de la inflación parecen afectar más la incertidumbre inflacionaria que los negativos lo que respalda una especificación de asimetría, por último encuentran que existe un efecto negativo de la inflación y su incertidumbre sobre el

crecimiento económico, teniendo un impacto más fuerte de la incertidumbre inflacionaria al crecimiento.

Para América latina, Rosas (2019) utiliza un modelo denominado GJR-GARCH o TGARCH para seis economías de Latinoamérica (Colombia, México, Perú, Paraguay, Bolivia y Uruguay) para un periodo de 1960 a 2018, donde sus principales resultados fueron que para Bolivia, México, Perú, Colombia y Uruguay apoyan la hipótesis de Friedman-Ball, se constata que para Bolivia, México y Paraguay existe un efecto significativo de la incertidumbre inflacionaria hacia la inflación como lo proponen Cukierman y Meltzer, lo que representa evidencia de un banco central del tipo oportunista, también se respalda un enfoque de asimetría ya que se encuentra que para Colombia, México y Perú los choques positivos de la inflación tienen un efecto significativo en la incertidumbre inflacionaria, mientras que para Uruguay el mayor impacto viene de los choques negativos.

Después de la adopción de metas de inflación se ha observado una disminución en la persistencia de la volatilidad en los países que adoptaron dicho esquema (Glosten et al., 1993), cuya estructura permite que tanto las buenas como las malas noticias, tengan diferentes efectos sobre la incertidumbre inflacionaria, él demuestra que existe una mala especificación en un modelo GARCH-M ya que este no permite que haya diferentes impactos negativos y positivos entre la media condicional y la varianza condicional, también sugiere que existe una relación más fuerte y significativa usando un modelo GJR-GARCH. Por otra parte, Daal et al. (2005) construyen un modelo PGARCH, para la varianza condicional de la tasa de inflación en los países del G-7 y los mercados emergentes para los países de Asia, América Latina y Medio Oriente, encuentran evidencia de que los choques inflacionarios positivos (malas noticias) tienen un mayor impacto en la incertidumbre inflacionaria principalmente para países latinoamericanos (Argentina, Colombia, México y Venezuela). También encontraron que la inflación causa incertidumbre inflacionaria para la mayoría de los países durante diferentes períodos de tiempo con diferentes estructuras de retraso, pero la evidencia de causalidad en la dirección opuesta es mixta.

Sin embargo, para el caso latinoamericano existen pocas investigaciones que modelen la relación de causalidad simultánea entre la inflación, su incertidumbre y el crecimiento del producto a través de modelos GARCH bivariados. Grier y Grier (1998) construyen un

modelo GARCH-M para la tasa de inflación mensual de México de 1960 a 1997, como resultados obtuvieron que el aumento en la tasa de inflación resulta en mayor incertidumbre, apoyando así la hipótesis de Friedman-Ball; por el contrario, discrepan de Cukierman y Meltzer, para ellos una mayor incertidumbre inflacionaria provoca una menor inflación promedio, cumpliéndose así la hipótesis de Holland.

## **1.6 Conclusión**

En este capítulo se han explicado las principales hipótesis existentes sobre la relación que guarda la inflación, su incertidumbre y el crecimiento económico. En esta investigación se busca analizar y comprobar si se cumplen las relaciones de retroalimentación descritas para las economías de México y Brasil, mediante un modelo GARCH bivariado con correlación condicional constante. Para ello se plantean 4 relaciones: cómo la inflación causa a la incertidumbre inflacionaria, cómo la incertidumbre inflacionaria causa inflación y para finalizar, como ambas variables impactan al crecimiento económico. Primeramente, la hipótesis de Friedman-Ball que explica la relación entre la inflación y su incertidumbre; y su contraparte, la hipótesis de Pourgerami y Maskus.

Los bancos centrales de distintas economías, desarrolladas y en desarrollo han aplicado desde hace varios años el régimen de metas de inflación, con el que se pretende mantener una tasa de inflación estable que derive en una tasa de crecimiento mayor. En este contexto se busca demostrar otra de las relaciones de causalidad entre estas variables, la denominada hipótesis de Cukierman-Meltzer, que explica de qué forma la incertidumbre inflacionaria actúa sobre la tasa de inflación y de cómo el instituto central genera sorpresas inflacionarias para obtener de ello un beneficio. Otra de las hipótesis, contrapuesta a la anterior, es la hipótesis de Holland, que nos presenta un banco que buscará aumentar la incertidumbre inflacionaria para con ello disminuir la tasa promedio de inflación. Finalizando con su impacto sobre el crecimiento económico; que puede ser positivo, negativo o nulo. Los trabajos que servirán como guía para la metodología a desarrollar son los realizados por Grier y Perry (2000) para el caso de México, Fountas et al. (2006), Jiranyakul y Opiela (2011) para el caso de Tailandia y Conrad y Karanasos (2015) para el caso de USA, Japón y el Reino Unido.

Finalmente, se ha revisado la literatura más reciente en torno a la metodología que permita la estimación adecuada de estas relaciones, dentro de la cuál destacan los trabajos de Fountas et al. (2006), Fountas y Karanasos (2007), Ozdemir (2010), Jiranyakul y Opiela (2011) y Mohd et al. (2013), quienes han implementado una metodología de estimación de modelos GARCH multivariante que nos permite estimar las ecuaciones de la media y las variaciones condicionales para las series de inflación y crecimiento del producto. Estos autores utilizan un enfoque de dos pasos: en el primer paso estiman un sistema bivariado específicamente un modelo CCC-GARCH que restringe que los coeficientes de correlación sean constantes, esto para controlar la posible correlación entre los términos de error en los procesos de inflación y crecimiento del producto y así poder generar la incertidumbre de inflación y el ingreso. En el segundo paso se estiman pruebas de causalidad de Granger mediante el ajuste propuesto por Toda y Yamamoto



## **Capítulo 2. Modelos de Series de Tiempo para la estimación de la media**

### **2.1 Introducción.**

El uso de las ecuaciones en diferencias en las series de tiempo ha sido en su forma tradicional un método para poder pronosticar de manera temporal una variable; adicionalmente, se introdujo un método que permite identificar la trayectoria dinámica para obtener mejores pronósticos, ya que los componentes predecibles de la serie se pueden extrapolar al futuro, derivado de esto, surgen las ecuaciones en diferencias estocásticas, y que resultan ser adecuadas para la estimación de variables económicas y pruebas de hipótesis (Enders, 2015).

Una serie de tiempo, como su nombre lo indica son datos que se han recopilado durante un periodo de tiempo sobre una o más variables (Brooks, 2008). A lo largo de los años, para llevar a cabo un análisis de datos económicos, actuariales y financieros se ha recurrido a esta metodología la cual tiene como objetivos principales obtener la mejor descripción del fenómeno en estudio, construir un modelo que explique de la mejor manera el comportamiento del fenómeno y realizar un análisis de los estimadores a partir de la información disponible. El objetivo del segundo capítulo es explicar a detalle qué es una serie de tiempo y los distintos conceptos que la definen. También busca exponer los modelos de regresión clásica y la metodología Box Jenkins, que consiste en cuatro pasos: identificación, estimación, examen de diagnóstico y por último pronóstico. Hasta el paso 3 se vuelve un proceso iterativo el cual será llevado a cabo hasta asegurarse de que la estructura seleccionada se ajusta de la mejor manera a nuestros datos, esto se podrá comprobar al ver si los residuos del modelo son ruido blanco. Las estructuras que explican el comportamiento de las series de tiempo son: autorregresivos (AR), medias móviles (MA), autorregresivos y medias móviles (ARMA) y autorregresivos integrados y de medias móviles (ARIMA); estas toman en cuenta ya sea valores rezagados de la variable dependiente, toman otras series de tiempo como variables independientes, o una combinación de ambas.

## 2.2 Ecuaciones en diferencia estocásticas

Un proceso estocástico o aleatorio es una colección de variables aleatorias ordenadas en el tiempo (Gujarati, 2010). Así, en cada punto de tiempo se tendrá una variable aleatoria distinta pues sus características pueden variar a través del tiempo y pueden ser discretas o continuas. Se dice que un proceso es estacionario si su media y varianza son constantes en el tiempo y si el valor de la covarianza entre dos periodos depende sólo del rezago de estos dos periodos y no del tiempo en el que se calculó la covarianza; este es conocido también como proceso estocástico débilmente estacionario. Actualmente, los analistas econométricos buscan realizar modelos capaces de estimar pronósticos sobre datos económicos como el consumo, la inversión, tasas de interés, el Producto Interno Bruto o la inflación.

Para poder realizar dichos pronósticos, se debe encontrar la ecuación de movimiento que impulsa un proceso estocástico para posteriormente usarla e la predicción de resultados. Una ecuación en diferencias expresa el valor de una variable en función de sus propios valores rezagados. La tendencia y los términos estacionales son funciones del tiempo y la parte irregular de la ecuación es una función de su propio valor rezagado y la variable estocástica  $\varepsilon_t$ . Se tiene la función:

$$y = f(t)$$

Si la variable  $t$  toma el valor específico  $t^*$

$$y_{t^*} = f(t^*)$$

La primera diferencia de  $t$  se define como como el valor de la función cuando se evalúa en  $t = t^* + h$ .

$$\begin{aligned}\Delta y_{t^*+h} &\equiv f(t^* + h) - f(t^*) \\ &\equiv y_{t^*+h} - y_{t^*}\end{aligned}$$

Las primeras diferencias serán:

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= f(t) - f(t - 1) \equiv y_t - y_{t-1} \\ \Delta y_{t+1} &= f(t + 1) - f(t) \equiv y_{t+1} - y_t \\ \Delta y_{t+2} &= f(t + 2) - f(t + 1) \equiv y_{t+2} - y_{t+1}\end{aligned}$$

La razón para introducir este conjunto de ecuaciones es señalar que la econometría de series temporales ocupa la estimación de ecuaciones en diferencia que contienen componentes estocásticos.

$$y_t = ay_{t-1} + \varepsilon_t$$

Considerando un modelo lineal de series de tiempo se puede concluir la forma general de este tipo de ecuaciones en diferencias

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i y_{t-i} + x_i$$

Donde el orden de la ecuación en diferencias está dado por  $n$ .

Una solución a una ecuación en diferencias que expresa el valor de  $y_t$  en función de los elementos de la secuencia y algunos valores de la secuencia son llamados condiciones iniciales ya que por analogía de cálculo integral permite encontrar una función primitiva a partir de una derivada dada. La propiedad clave de la solución de una ecuación en diferencias es que la satisface para todos los valores permitidos en  $y_t$ . Por tanto, la sustitución de una solución en la ecuación en diferencias debe resultar en una identidad. (Enders, 2015)

Por ejemplo, considera la ecuación de diferencia simple

$$o \ y_t = 2 \quad o \ y_t = y_{t-1} + 2$$

Se puede verificar fácilmente que la solución a la ecuación en diferencias es

$$y_t = 2t + c$$

Donde  $c$  es una constante arbitraria, por definición  $2t + c$  es permisible para todo valor de  $t$ , ahora se sustituye la solución dentro de la ecuación en diferencias de la forma

$$2t + c = 2(t - 1) + c + 2$$

Existen dos formas para la solución de las ecuaciones en diferencias, la primera es la solución por iteración, este método suele ser muy engorroso y requiere mucho tiempo, sin embargo, es muy intuitivo (Enders, 2015). Es un método directo de solución si se conoce el

valor de  $y$  en el periodo  $t$ , iterando hacia adelante para obtener así la secuencia de  $y$ . Se considera que  $y$  tiene un valor inicial en el tiempo  $t=0$ .

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Dado que el valor de  $y_t$  ya se tiene, entonces  $y_1$  está dado por:

$$y_1 = a_0 + a_1 y_0 + \varepsilon_1$$

Del mismo modo, para  $y_2$

$$\begin{aligned} y_2 &= a_0 + a_1 y_1 + \varepsilon_2 \\ &= a_0 + a_1 [a_0 + a_1 y_0 + \varepsilon_1] + \varepsilon_2 \\ &= a_0 + a_0 a_1 + (a_1)^2 y_0 + a_1 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \end{aligned}$$

Se puede verificar fácilmente que para todo  $t > 0$  el proceso sigue siendo el mismo.

$$y_t = a_0 \sum_{i=0}^{t-1} a_1^i + a_1^t y_0 + \sum_{i=0}^{t-1} a_1^i \varepsilon_{t-i}$$

La anterior ecuación es una solución de la ecuación en diferencia propuesta.

Suponiendo que no existe una condición inicial para  $y_t$  lo anterior no resulta ser una solución adecuada ya que el valor de  $y_0$  es desconocido; por lo tanto, suponga que se itera hacia atrás sustituyendo  $a_0 + a_1 y_{-1} + \varepsilon_0$  para  $y_0$  en la ecuación anterior

$$\begin{aligned} y_t &= a_0 \sum_{i=0}^{t-1} a_1^i + a_1^t (a_0 + a_1 y_{-1} + \varepsilon_0) + \sum_{i=0}^{t-1} a_1^i \varepsilon_{t-i} \\ &= a_0 \sum_{i=0}^t a_1^i + \sum_{i=0}^t a_1^i \varepsilon_{t-i} + a_1^{t-1} y_{-1} \end{aligned}$$

Iterando continuamente en  $m$  periodos, se obtiene

$$y_t = a_0 \sum_{i=0}^{t+m} a_1^i + \sum_{i=0}^{t+m} a_1^i \varepsilon_{t-i} + a_1^{t+m+1} y_{-m-1}$$

Se observa que si  $|a_1| < 1$  el término  $a_1^{t+m+1}$  se acerca a cero cuando  $m$  tiende a infinito. Además la suma  $[1 + a_1 + (a_1)^2 + \dots]$  converge a  $1/(1 - a_1)$ . Si se asume que  $|a_1| < 1$ , entonces se puede sustituir de la siguiente forma:

$$y_t = \frac{a_0}{(1 - a_1)} + \sum_{i=0}^{\infty} a_1^{t-i} \varepsilon_t$$

La anterior ecuación es una solución para la ecuación en diferencias, sin embargo, no es la única solución, dado que teniendo un valor arbitrario de  $A$  la solución está dado por:

$$y_t = Aa_1^t + \frac{a_0}{(1 - a_1)} + \sum_{i=0}^{\infty} a_1^{t-i} \varepsilon_t$$

La segunda forma, alternativa al método de iteración, se denomina metodología general. La complejidad algebraica abruma rápidamente cualquier intento razonable de encontrar una solución. Afortunadamente, existen varias técnicas alternativas de solución que pueden ser útiles para resolver la ecuación de enésimo orden. Para el caso de primer orden se tiene que la ecuación homogénea es:

$$y_t = a_1 y_{t-1}$$

La solución a esta ecuación se llama solución homogénea  $y_t^h$ . La solución trivial satisface que  $y_t = y_{t-1} = \dots = 0$ ; sin embargo, si se iguala  $a_0$  y todos los valores de  $\varepsilon_t$  se obtiene  $y_t = a_1^t y_0$ . Pero, incluso esta solución no constituye el conjunto completo de soluciones.

Se pueden clasificar las propiedades de la solución homogénea de la siguiente manera (Enders,2015):

1. Si  $|a_1| < 1$ , la expresión  $a_1^t$  converge a cero cuando  $t$  se acerca al infinito. La convergencia es directa si  $0 < a_1 < 1$  y oscilatoria si  $-1 < a_1 < 0$ .

2. Si  $|a_1| > 1$ , la solución homogénea no es estable. Si  $a_1 > 1$ , la solución homogénea se aproxima a  $\infty$ , a medida que aumenta  $t$ . Si  $a_1 < -1$ , la solución homogénea oscila explosivamente.

3. Si  $a_1 > = 1$ ,  $A^4$  satisface la ecuación homogénea  $y_t = y_{t-1}$ . Si  $a_1 > = -1$ , el sistema es metaestable:  $a_1^t = 1$  para valores pares de  $t$  y  $-1$  para valores impares de  $t$

La solución general consta de la solución particular y la solución homogénea, el termino particular se deriva del hecho de que la solución a una ecuación en diferencias puede no ser única; por lo tanto, una solución particular es una de muchas posibilidades. Obteniendo la solución general, la constante arbitraria  $A$  puede eliminarse imponiendo una condición inicial para  $y_0$ .

Los resultados del primer caso son directamente aplicables a la ecuación de enésimo orden. En este caso general, será más difícil encontrar la solución particular y habrá  $n$  soluciones homogéneas diferentes. Sin embargo, la metodología de la solución siempre incluirá los siguientes cuatro pasos:

PASO 1: Formar la ecuación homogénea y encontrar las  $n$  soluciones homogéneas;

PASO 2: Encontrar una solución particular.

PASO 3: Obtener la solución general como la suma de la solución particular y una combinación lineal de todas las soluciones homogéneas;

PASO 4: Eliminar las constantes arbitrarias imponiendo las condiciones iniciales en la solución general.

Generalizando el método considere la siguiente ecuación en diferencias

$$y_t = a_0 + \sum_{i=0}^n a_i y_{t-i} + x_t$$

Se toma la parte homogénea

$$y_t = \sum_{i=1}^n a_i y_{t-1}$$

---

<sup>4</sup> Es una constante arbitraria dentro de una familia de soluciones que satisface la ecuación homogénea.

Como se sabe, existen  $n$  soluciones que satisfacen la ecuación homogénea, es suficiente demostrar la proposición: que  $y_t^h$  es una solución a la ecuación homogénea, entonces  $Ay_t^h$  también es una solución con una constante arbitraria

$$y_t^h = \sum_{i=1}^n a_i y_{t-1}^h$$

$$Ay_t^h = \sum_{i=1}^n a_i Ay_{t-1}^h$$

Finalmente, se procede a la suma de la solución particular y la solución homogénea para obtener una solución general sustituyendo en la ecuación en diferencias:

$$y_t^p + y_t^h = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i (y_{t-i}^p + y_{t-i}^h) + x_t$$

Se obtiene:

$$[y_t^p - a_0 - \sum_{i=0}^n a_i y_{t-i}^p - x_t] + [y_t^h - \sum_{i=0}^n a_i y_{t-i}^h] = 0$$

La naturaleza de las ecuaciones en diferencias estocásticas surge de la práctica de los datos económicos en las series de tiempo ya que estos se recopilan en periodos de tiempo discreto, se puede decir que  $t$  es una variable discreta o una variable aleatoria (es decir, estocástica) pero no necesariamente  $y_t$ . Es útil considerar los elementos de una serie de tiempo observada como resultados de un proceso estocástico, dado que no se puede pronosticar el verdadero valor de una variable en el periodo  $t$ ,  $y_t$  se convierte en uno de los valores obtenidos en un proceso estocástico para poder predecir de mejor manera el valor de la variable a estudiar.

Box Jenkins señala que una serie de tiempo es un conjunto de observaciones generadas de manera secuencial en el tiempo, el conjunto puede ser continuo o discreto. Los datos recabados suelen ser dependientes entre sí; así la serie de tiempo será un proceso estocástico denotado por  $Y_t$ , la cual representa la  $t$ -ésima observación; el valor que tendrá la serie de tiempo en el momento  $t$ . Para  $t= 1, 2, 3, \dots, N$  (Videgaray, 2011).

Entonces, la finalidad de un análisis de regresión es representar un proceso teórico que subyace a la serie de tiempo, en forma de un modelo matemático que tenga propiedades similares a la realidad. La serie de tiempo tiene varios componentes que es importante identificar ya que facilitará la elección de un modelo que se adecue a nuestra información. Videragay (2011) menciona que los componentes son los siguientes:

**Tendencia.** La tendencia es un cambio sistémico en el patrón de los datos y suele detectarse a simple vista en la gráfica de la serie original. Una serie sin tendencia será semejante y fluctuará en un eje horizontal paralela al eje del tiempo, en cambio una serie que tenga tendencia tendrá un patrón ascendente o decreciente formando una línea negativa o positiva.

**Variación estacional.** Es común encontrar series de tiempo que sean influenciados por fenómenos vinculados a las estaciones del año, el clima, variaciones económicas repetitivas como las quincenas, u otras cosas. Cuando se observe un patrón de comportamiento que se repita en periodos menores a un año se dice que la serie posee una variación estacional, para intentar su eliminación se puede proceder a diferencias estacionales; sin embargo, también se puede proceder a una modificación del modelo.

**Ciclo.** Se trata también de un patrón repetitivo, pero con longitud mayor a un año, su detección puede ser más complejo ya que se necesita tener una serie de tiempo con una amplitud mayor.

**Fluctuación aleatoria.** Una serie de tiempo se puede ver afectado por variaciones irregulares provocadas por choques o golpes aleatorios, es decir las fluctuaciones aleatorias engloba todo aquello que el modelo matemático no puede explicar. En un buen modelo dichas fluctuaciones deben ser estadísticamente insignificantes y por consiguiente se tendría un ruido blanco (White noise).

Una serie de tiempo por lo general es una mezcla de varios factores o componentes, para su estudio, es importante aprender a distinguirlos; es decir, identificar su presencia o ausencia en la serie, esto permitiría comprender mejor sus características y nos facilita la selección de un modelo adecuado para pronosticar. Para el análisis de cualquier serie de tiempo es de vital importancia detectar mediante distintas pruebas si se cuenta o no con la



propiedad de estacionariedad; esta indica si algunos de los momentos de esta serie están en función del tiempo, si todos los momentos de su distribución de probabilidad son invariantes en el tiempo se habla de una serie estrictamente estacionaria.

Videgaray (2011) señala que se puede definir el concepto de estacionariedad de dos formas, en sentido fuerte o estricto y en sentido débil o amplio; no obstante, debido a que es difícil encontrar un tipo de estacionariedad fuerte o estricto, la mayoría de las veces se trabaja con una estacionariedad débil o amplio, si y solo si se satisface con las siguientes condiciones:

- Su media es constante en el tiempo

$$E(y_t) = E(y_{t+c}) = \mu \quad \forall c \in \mathbb{R}$$

- La varianza es constante en el tiempo

$$VAR(y_t) = VAR(y_{t+c}) = \gamma_0 \quad \forall c \in \mathbb{R}$$

- La función de autocorrelación es independiente del tiempo

$$Autocorr(y_t, y_{t-k}) = Autocorr(y_{t+c}, y_{t+c-k}) = \rho_k \quad \forall c \in \mathbb{R}$$

Por lo regular en la práctica se encuentra con series de tiempo no estacionarias, un clásico ejemplo de este tipo de series es el modelo de caminata aleatoria; las series financieras que siguen este modelo son los precios de valores, como las acciones o las tasas de cambio. Hay dos tipos de caminatas aleatorias: 1) caminata aleatoria sin deriva o sin desvío (es decir, sin término constante o de intercepto), y 2) caminata aleatoria con deriva o con desvío (es decir, hay un término constante).

Para identificar si una serie es estacionaria o no, existen diferentes pruebas como lo es el análisis gráfico, la función de autocorrelación (FAC) y correlogramas y la prueba de raíz unitaria (Gujarati, 2010). El análisis gráfico, aunque no es una prueba formal, nos ayuda de manera visual a detectar la no estacionariedad en la gráfica de la serie de tiempo, y proporciona una noción para poder determinar si hacer una prueba formal.

A continuación, se expone una prueba formal que se fundamenta en las varianzas para poder determinar funciones de autocorrelación (FAC). El FAC en el rezago  $k$  denotada por  $\rho_k$  se define como:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

$$= \frac{\text{varianza en el rezago } k}{\text{varianza}}$$

Si se gráfica la función de autocorrelación de un proceso puramente aleatorio se puede observar que las autocorrelaciones en distintos rezagos se encuentran alrededor del cero; por lo tanto, esta sería la imagen de una serie de tiempo estacionaria.

**Figura 1.** Correlograma de un proceso ruido blanco

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.078	0.078	2.5190	0.112	
2	0.125	0.120	9.0561	0.011	
3	0.097	0.081	13.031	0.005	
4	-0.081	-0.111	15.817	0.003	
5	-0.003	-0.013	15.821	0.007	
6	-0.115	-0.102	21.413	0.002	
7	-0.089	-0.058	24.793	0.001	
8	-0.064	-0.038	26.530	0.001	
9	-0.082	-0.041	29.399	0.001	
10	0.036	0.053	29.966	0.001	
11	-0.015	-0.010	30.061	0.002	
12	0.024	0.007	30.298	0.003	
13	0.010	-0.024	30.341	0.004	
14	0.026	0.019	30.625	0.006	
15	0.034	0.009	31.123	0.008	
16	0.022	0.018	31.336	0.012	
17	0.013	-0.001	31.411	0.018	
18	-0.061	-0.068	33.043	0.016	
19	-0.080	-0.073	35.800	0.011	
20	0.007	0.034	35.821	0.016	
21	0.023	0.064	36.049	0.022	
22	0.005	0.007	36.062	0.030	
23	-0.022	-0.042	36.278	0.039	
24	0.034	0.023	36.794	0.046	
25	0.015	0.004	36.899	0.059	
26	-0.056	-0.076	38.276	0.057	
27	-0.010	-0.021	38.317	0.073	
28	-0.018	0.009	38.456	0.090	
29	-0.071	-0.049	40.733	0.073	
30	-0.030	-0.029	41.146	0.085	
31	-0.025	-0.010	41.423	0.100	
32	-0.009	-0.001	41.459	0.122	
33	0.008	0.009	41.492	0.147	
34	-0.025	-0.033	41.767	0.169	
35	0.016	-0.000	41.890	0.197	
36	0.068	0.060	44.000	0.169	

**Fuente:** Elaboración propia con el programa E. views 10

En seguida, se exponen los correlogramas de las series de tiempo del INPC de México y Brasil. Como se puede observar los coeficientes de correlación son muy altos en la mayoría de los rezagos lo que indicaría una serie de tiempo no estacionaria.

Finalmente, existe otra prueba formal de estacionariedad, se trata de la prueba de raíz unitaria. Dado un proceso estocástico de raíz unitaria

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \quad -1 < \rho < 1$$

Donde  $\rho = 1$  indica una situación de no estacionariedad,  $|\rho| < 1$  demuestra que la serie de tiempo  $Y_t$  es estacionaria. La ecuación es un modelo de caminata aleatoria sin deriva (proceso estocástico no estacionario) (Gujarati, 2010).

Para poder realizar una prueba de raíz unitaria, se procede a restar  $Y_{t-1}$  de ambos miembros de la ecuación

$$\begin{aligned} Y_t - Y_{t-1} &= \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + u_t \\ &= (\rho - 1)Y_{t-1} + u_t \\ \Delta Y_t &= \delta Y_{t-1} + u_t \end{aligned}$$

Donde  $\delta = (\rho - 1)$  y  $\Delta$  es el operador de primeras diferencias

Por lo tanto, la hipótesis nula:

H0:  $\delta = 0$  (es decir, existe una raíz unitaria, la serie de tiempo es no estacionaria o tiene tendencia estocástica).

Hipótesis alternativa:

H1:  $\delta < 0$  (es decir, la serie de tiempo es estacionaria, posiblemente alrededor de una tendencia determinista).

Dickey y Fuller demostraron que según la hipótesis nula donde  $\delta = 0$  el valor de  $t$  del coeficiente  $Y_{t-1}$  sigue el estadístico  $r(\tau)$ , estos autores mediante una simulación Monte Carlo obtienen los valores críticos del estadístico, lo que se conoce como una prueba Dickey y Fuller actualmente los valores críticos del estadístico se han incorporado en diferentes software estadísticos. Cabe mencionar que la prueba supone que el término de perturbación  $u_t$  no está correlacionado. (Gujarati, 2010). Estos autores desarrollaron una prueba donde el termino de perturbación si esta correlacionado la cual se conoce como prueba Dickey-Fuller aumentada (ADF). Otra variante de esta prueba de estacionariedad es la de Phillips y Perron

quienes utilizan métodos estadísticos no paramétricos para evitar la correlación serial en los términos de error, sin añadir términos de diferencia rezagados. La distribución asintótica de la prueba de PP es la misma que la ADF. (Gujarati, 2010)

**Tabla 1.** Valores TAO para prueba ADF

	<i>Nivel de significancia 1%</i>	<i>Nivel de significancia 5%</i>	<i>Nivel de significancia 10%</i>
<i>Sin intercepto ni constante</i>	-2.58	-1.95	-1.62
<i>Con intercepto</i>	-3.46	-2.88	-2.57
<i>Con intercepto y tendencia</i>	-3.99	-3.43	-3.13

**Fuente:** elaboración propia

Para evitar el problema de regresión espuria, que es una consecuencia de emplear series de tiempo no estacionarias, se debe recurrir a transformar las series de tiempo no estacionarias a estacionarias. Este método dependerá de que las series de tiempo sean procesos estacionarios en diferencias o procesos estacionarios con tendencia. Si una serie de tiempo tiene raíz unitaria entonces las primeras diferencias de la serie serán estacionarias; es decir,  $I(0)$ , ahora si la serie de tiempo es no estacionario con tendencia entonces se procede a hacer una regresión de la serie de tiempo y los residuos de la regresión serán estacionarios (Gujarati, 2010).

Finalmente, para obtener series de tiempo estacionarias, la solución es tomar las primeras diferencias de las series de tiempo; es decir,  $\Delta Y = (Y_t - Y_{t-1})$  considerando que sean procesos estocásticos en diferencias, pero si se trata de procesos estocásticos con tendencia se procede a realizar una regresión de ella sobre el tiempo y los residuos de tal regresión serán estacionarios, se estima la siguiente regresión:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + u_t$$

$$\hat{u}_t = (Y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 t)$$

Donde  $Y_t$  es la serie de tiempo estudiada y  $t$  es la variable de tendencia medida de manera cronológica y  $\hat{u}_t$  se le conoce como la serie de tiempo sin tendencia.

En esencia, es importante aplicar el correcto tipo de transformación de estacionariedad si los datos son no estacionarios. Para el caso de nuestros datos, por tratarse de series de tipo financieras es necesaria su transformación a tasas de crecimiento; mediante la siguiente fórmula:

$$\hat{Y}_t = \log (Y_t/Y_{t-1}) * 1200$$

La mayoría de los datos económicos se presentan como series de tiempo no estacionarias; por ello es importante conocer su comportamiento, es decir, cuáles son los componentes presentes en la serie, para finalmente aplicar pruebas de estacionariedad y elegir la correcta transformación que dará como resultado una serie estacionaria, con la que será posible buscar el modelo que explique de mejor forma el fenómeno estudiado.

### **2.3 Modelos de series de tiempo estacionarias**

Para la toma de decisiones se necesita tener un buen pronóstico; que capture de la mejor manera posible las características del fenómeno que se está estudiando, por ello la importancia de elegir un buen método. A finales del siglo XX diversos investigadores comenzaron a desarrollar y aplicar nuevas propuestas para la modelación de series de tiempo, de las cuales lograron probar su eficacia, ya que son capaces de tratar con cualquier patrón de datos y producir pronósticos precisos a partir de la descripción de patrones históricos en los datos (Aguirre 1994). Durante las últimas décadas se han desarrollado distintos modelos que toman en cuenta los valores aleatorios generados a partir de un proceso totalmente desconocido, así se toma a la serie como un proceso estocástico. En este estudio se tiene la finalidad de representar las características del comportamiento de la serie que se analiza. Dichas características no involucran a la variable tiempo; en cambio, emplean la información que se encuentra en la serie misma para generar los pronósticos (Makridakis y Wheelwright 2000).

Para entender estos métodos se debe partir de la idea de que existen choques aleatorios a lo largo de la serie de tiempo a analizar, acumulados y ponderados, de manera que al paso del tiempo van perdiendo su influencia en el resultado final. A dichos modelos se les conoce

como modelos autorregresivos (AR) o de medias móviles (MA); además, existe la combinación de estos modelos, los modelos ARMA.

### **2.3.1 Modelos univariados y multivariados**

Los modelos de regresión clásicos relacionan una variable dependiente de una o más variables explicativas, la idea general de estos modelos es explicar y pronosticar un fenómeno a partir de una combinación lineal o no lineal.

En el análisis de series de tiempo existen tres posibilidades:

- Utilizar modelos autorregresivos, es decir, poner como variables independientes los valores rezagados (pasados) de la variable dependiente.
- Utilizar otras series de tiempo como variables independientes (medias móviles).
- Una mezcla de las dos anteriores, tendiendo así un modelo multivariado.

Resulta inadecuado hablar de variables independientes y dependientes; pues en ocasiones se puede tratar de una sola en diferentes momentos del tiempo. Para fines de este estudio se utilizará la siguiente denominación: variable exógena, será el valor que no dependerá del resultado del modelo y variable endógena, la cual dependerá del resultado del modelo.

El procedimiento por seguir cuando se utilizan los modelos multivariados es, primeramente, formular modelos de regresión lineal o no lineal múltiple, en los que, en lugar de colocar una variable como función de otras, se tiene una serie de tiempo en función de otras series de tiempo. (Videgaray, 2011). El comportamiento de las series de tiempo pueden ser estructurados mediante procesos que se ajustan a los datos para obtener el mejor modelo que explique el fenómeno de estudio.

### **2.3.2 Procesos Autorregresivos AR(p)**

En el modelo Autorregresivo, una observación se puede predecir a partir de las observaciones anteriores. La observación actual se define como la suma ponderada de una cantidad finita  $p$  de observaciones precedentes más un impulso aleatorio independiente. En el que el parámetro  $\varphi$  está relacionado con la memoria de la serie, cuanto más cerca esté de cero, la memoria es más corta y a medida que se incrementa, la memoria es mayor; por lo tanto, la dependencia con respecto al pasado es más fuerte (Videgaray, 2011).

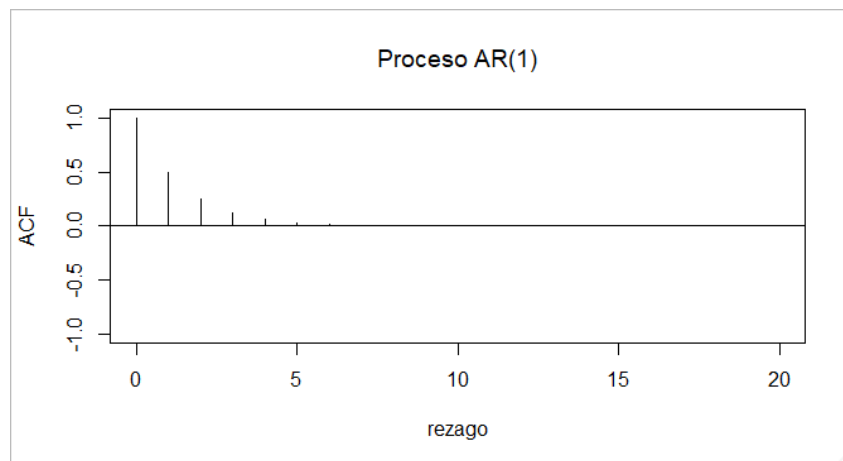
El modelo AR (1) se escribe como sigue:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + a_t$$

La función de autocorrelación ACF depende únicamente del intervalo  $k$  entre dos variables y no de su posición en el tiempo  $t$ . generalizando la función de autocorrelación AR (1) será:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \phi_1^k$$

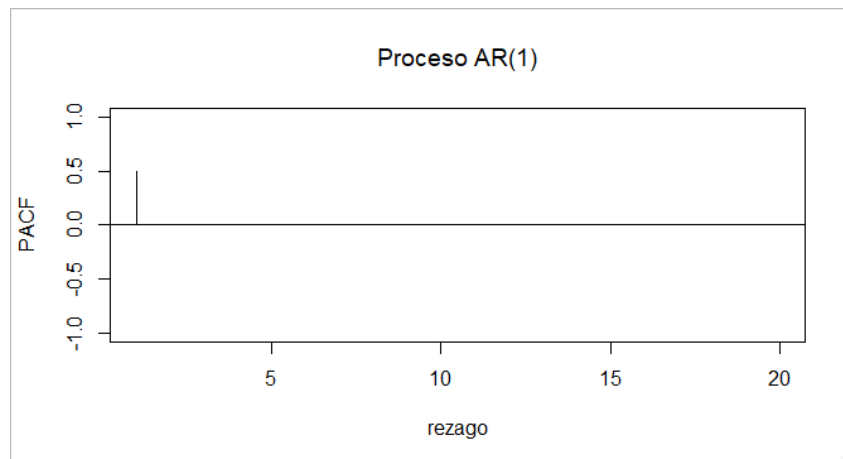
**Figura 2.** ACF de un proceso AR (1)



**Fuente:** Elaboración propia con el programa R-project 3.6.1

Por otro lado, la función de autocorrelación parcial (PACF) se truncará en  $K=1$ , debido a que la única variable autorregresiva que afecta en este caso es  $Y_{t-1}$ .

**Figura 3.** PACF de un proceso AR (1)



**Fuente:** Elaboración propia con el programa R-project 3.6.1

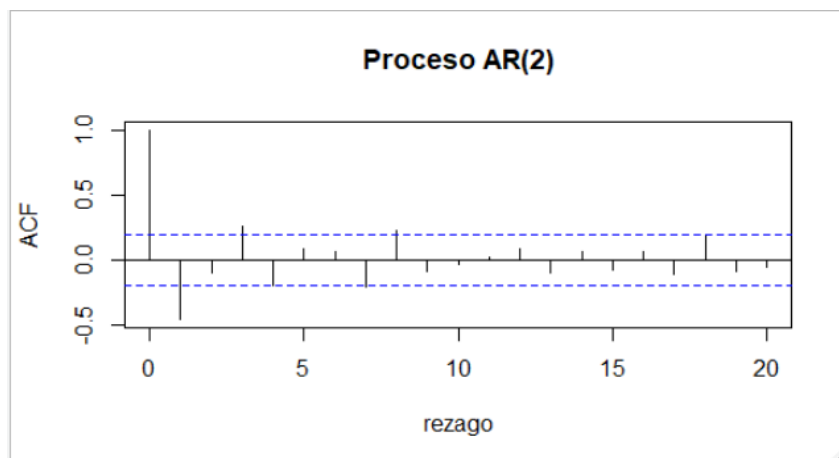
El modelo AR (2):

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + a_t$$

Su función de autocorrelación será:

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2}$$

**Figura 4.** ACF de un proceso AR (2)

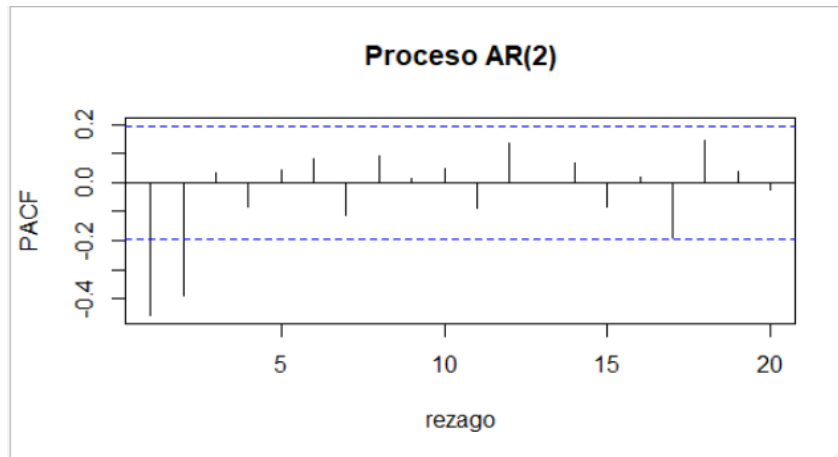


**Fuente:** elaboración propia con el programa R-project 3.6.1

Y la función de autocorrelación parcial se trunca en  $K = 2$ , ya que solo contribuye a  $Y_{t-1}$  y  $Y_{t-2}$ .



**Figura 5.** PACF de un proceso AR (2)



**Fuente:** Elaboración propia con el programa R-project 3.6.1

La ecuación general del modelo AR ( $p$ ) es:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

La función media de este modelo será:

$$E(Y_t) = E(\phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t)$$

$$\mu = \phi_1 \mu + \dots + \phi_p \mu$$

$$= \frac{0}{1 - \phi_1 - \dots - \phi_p}$$

$$= 0 \text{ si } \phi_1 - \dots - \phi_p \neq 1$$

Para tener las varianzas y covarianzas se procede como sigue:

$$E(Y_t, Y_{t-k}) = E(\phi_1 Y_{t-1} Y_{t-k} + \dots + \phi_p Y_{t-p} Y_{t-k} + e_t Y_{t-k})$$

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} + E(e_t Y_{t-k})$$

Entonces, si  $k = 0$ , se tendrá la ecuación para la varianza:

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \dots + \phi_p \gamma_p + \sigma^2$$

En otro caso, si  $k \neq 0$ , se trata de la ecuación para las covarianzas:

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\gamma_{k-2} + \dots + \phi_p\gamma_{k-p}$$

Para el modelo AR ( $p$ ) puede generalizarse que se tendrá una estacionariedad para sus parámetros la ACF es decreciente infinita y la PACF se trunca en  $k = p$ .

### 2.3.3 Procesos estacionarios de Medias Móviles MA( $q$ )

Para el análisis y modelado de series de tiempo estacionarias se utilizan los modelos de Medias Móviles (MA), en los que una determinada observación está condicionada por los impulsos aleatorios de las observaciones anteriores; así, la observación actual es la suma del impulso actual y de los impulsos aleatorios anteriores con determinado peso.

El modelo MA (1) se expresa:

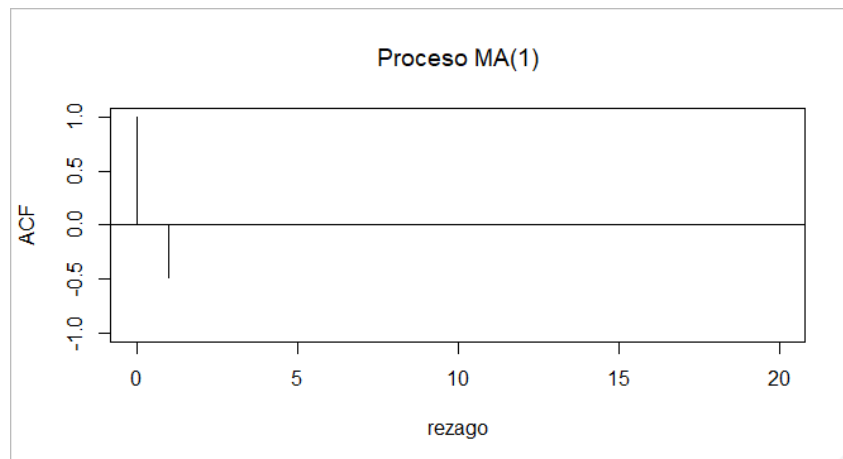
$$y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

La función de autocorrelación (ACF) para este modelo será:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

$$\begin{cases} \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} & \text{para } k = 1 \\ 0 & \text{para } k = 2, 3, 4, \dots \end{cases}$$

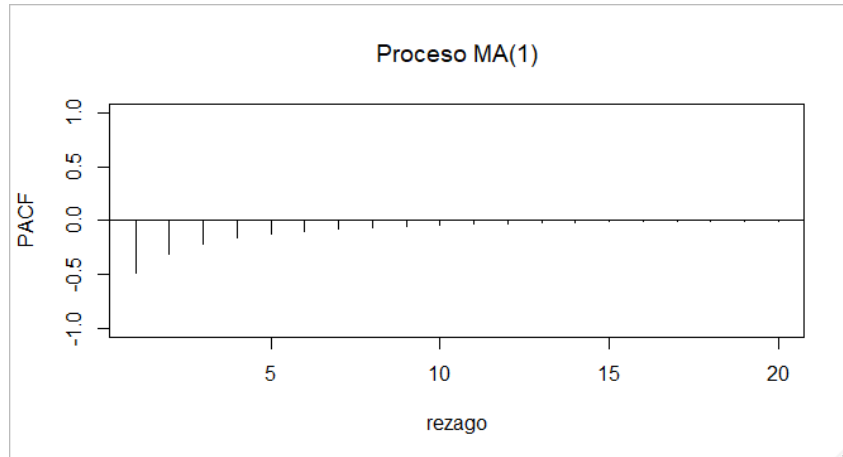
**Figura 6.** ACF de un proceso MA (1)



**Fuente:** Elaboración propia con el programa R-project 3.6.1

Mientras que la PACF es decreciente infinita.

**Figura 7.** PACF de un proceso MA (1)



**Fuente:** Elaboración propia con el programa R-project 3.6.1

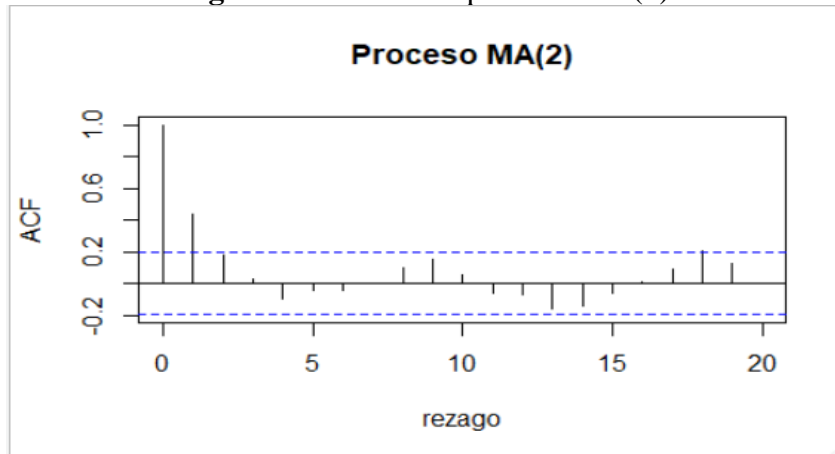
Para un modelo MA (2):

$$y_t = a_t - \theta_2 a_{t-2}$$

La función de ACF dependerá de  $k$  y no de  $t$ , se tiene:

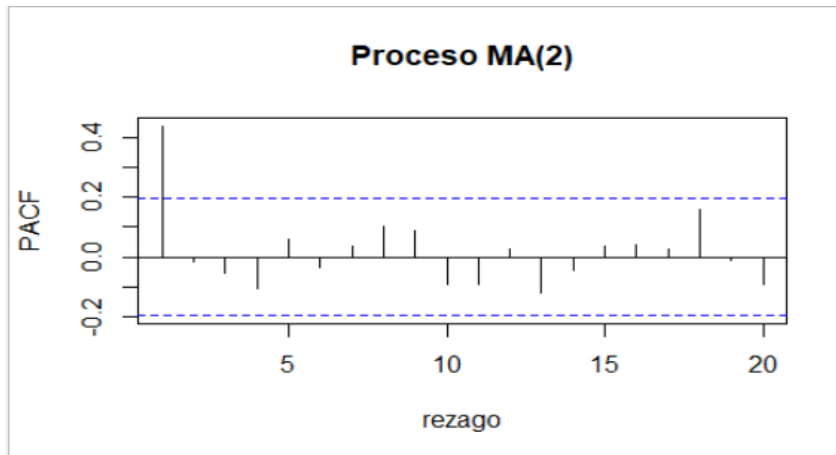
$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$
$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{-\theta_1(1 - \theta_2)}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2} & \text{para } k = 1 \\ \frac{-\theta_2}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2} & \text{para } k = 2 \\ 0 & k > 2 \end{array} \right.$$

**Figura 8.** ACF de un proceso MA (2)



**Fuente:** elaboración propia con el programa R-project 3.6.1

**Figura 9.** PACF de un proceso MA (2)



**Fuente:** elaboración propia con el programa R-project 3.6.1

De manera general para MA ( $q$ ):

$$Y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Donde  $a_t$  es el residuo o error en el periodo  $t$ ; es un proceso ruido blanco, formado por una secuencia de variables aleatorias mutuamente independientes e idénticamente distribuidas con media cero y varianza  $\sigma^2$  y  $a_{t-1}, a_{t-2}, a_{t-3}, \dots, a_{t-q}$  son los valores anteriores del error.

Se dice que un MA ( $q$ ) es invertible cuando  $|\theta_1| < 1$ , de este modo se puede escribir este modelo como un AR ( $\infty$ ) con coeficientes finitos; es decir, que el valor de  $Y_t$  pueda

expresarse como una combinación lineal convergente de observaciones pasadas. El operador inverso es

$$\Pi(B) = \Theta_q^{-1}B = 1 - \pi_1B - \pi_2B^2 - \dots$$

Los coeficientes  $\pi_1$  y  $\pi_2$  se obtienen como sigue

$$(1 - \pi_1B - \pi_2B^2 - \pi_3B^3 - \dots) = (1 - \theta_1B - \theta_2B^2 - \dots - \theta_qB^q) = 1$$

Puede generalizarse que un modelo MA ( $q$ ) carece de condiciones de estacionariedad para sus parámetros, tiene condiciones de invertibilidad para sus parámetros la ACF se trunca en  $k = q$  y la PACF es decreciente infinita con variantes que dependerán de los signos y magnitudes de los coeficientes.

#### 2.3.4 Procesos ARMA y ARIMA

Los modelos de series de tiempo se basan en el supuesto de que son (débilmente) estacionarias. En pocas palabras, la media y la varianza de una serie de tiempo débilmente estacionaria son constantes y su covarianza es invariante en el tiempo. Pero se sabe que muchas series de tiempo son no estacionarias, es decir, son integradas; por ejemplo, las series de tiempo económicas. Sin embargo, si una serie de tiempo es integrada de orden 1 (es decir, si es I(1)), sus primeras diferencias son I(0), por lo tanto, estacionarias. En forma similar, si una serie de tiempo es I(2), sus segundas diferencias son I(0). En general, si una serie de tiempo es I(d), después de diferenciarla  $d$  veces se obtiene una serie I(0).

El modelo ARMA es una combinación de los modelos explicados anteriormente, AR y MA. Si este contiene  $p$  términos autorregresivos y  $q$  términos de medias móviles, se tiene un modelo ARMA ( $p, q$ ). En él, una observación es determinada tanto por las observaciones anteriores como por los impulsos aleatorios de observaciones pasadas. Tiene media cero y varianza constante y finita.

Su forma general es:

$$Y_t = \varphi_1Y_{t-1} + \varphi_2Y_{t-2} + \varphi_3Y_{t-3} + \dots + \varphi_pY_{t-p} + a_t - \theta_1a_{t-1} - \theta_2a_{t-2} - \dots - \theta_qa_{t-q}$$

En ella,  $p$  simboliza los  $p$  periodos anteriores, el grado en que influye cada valor anterior sobre el valor considerado de la variable esta dado por  $\varphi_p$ ,  $q$  representa los errores durante los  $q$  momentos anteriores y por último, el grado de influencia de cada uno de ellos está dado por  $\theta_q$ .

El modelo ARIMA (Autorregresivo Integrado de Medias Móviles), al igual que el ARMA es una combinación de los modelos AR y MA; que incluye un proceso denominado de integración de inestabilidad original presente en una serie de tiempo. Cuando se tiene proceso estacástico no estacionario, es necesario diferenciarla “ $d$ ” veces para lograr que sea estacionario y poder trabajar en él para obtener pronosticos. Para un modelo ARIMA( $p,d,q$ ) su forma general es:

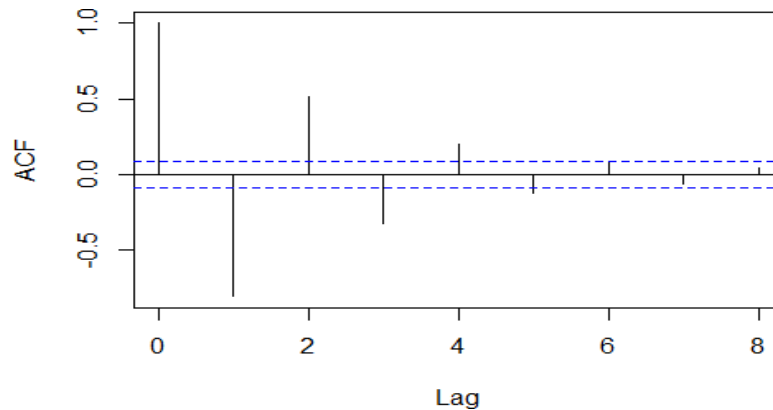
$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \varphi_3 Y_{t-3} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Tras identificar los valores apropiados de  $p$  y  $q$ , la siguiente etapa es estimar los parámetros de los términos autorregresivos y de promedios móviles incluidos en el modelo. Algunas veces, este cálculo se efectúa mediante mínimos cuadrados simples, pero otras veces hay que recurrir a métodos de estimación no lineal (en parámetros).

La función de autocorrelación que depende de  $k$  y no de  $t$

$$\begin{cases} 1 & \text{para } k = 0 \\ \frac{(\varphi_1 - \theta_1)(1 - \varphi_1 \theta_1)}{1 - \theta_1^2 - 2\varphi_1 \theta_1} & \text{para } k = 1 \\ \varphi_1 \rho_{k-1} & \text{para } k \geq 2 \end{cases}$$

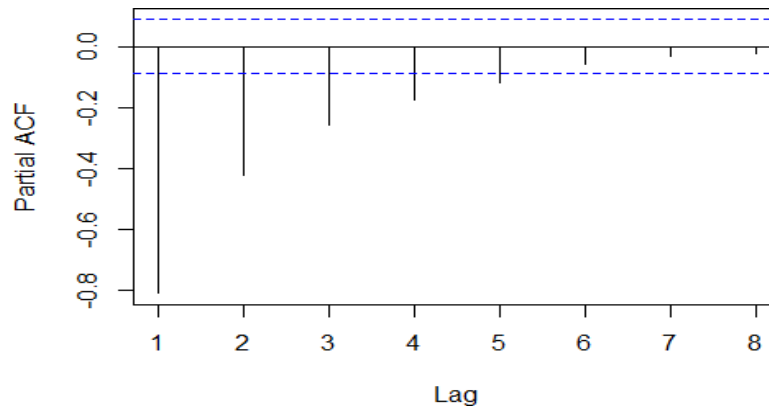
**Figura 10.** ACF de un proceso ARMA (1,1)



**Fuente:** elaboración propia con el programa R-project 3.6.1

Para PACF será decreciente infinita, este modelo tiene una condición de estacionariedad y una condición de invertibilidad.

**Figura 11.** PACF de un proceso ARMA (1,1)

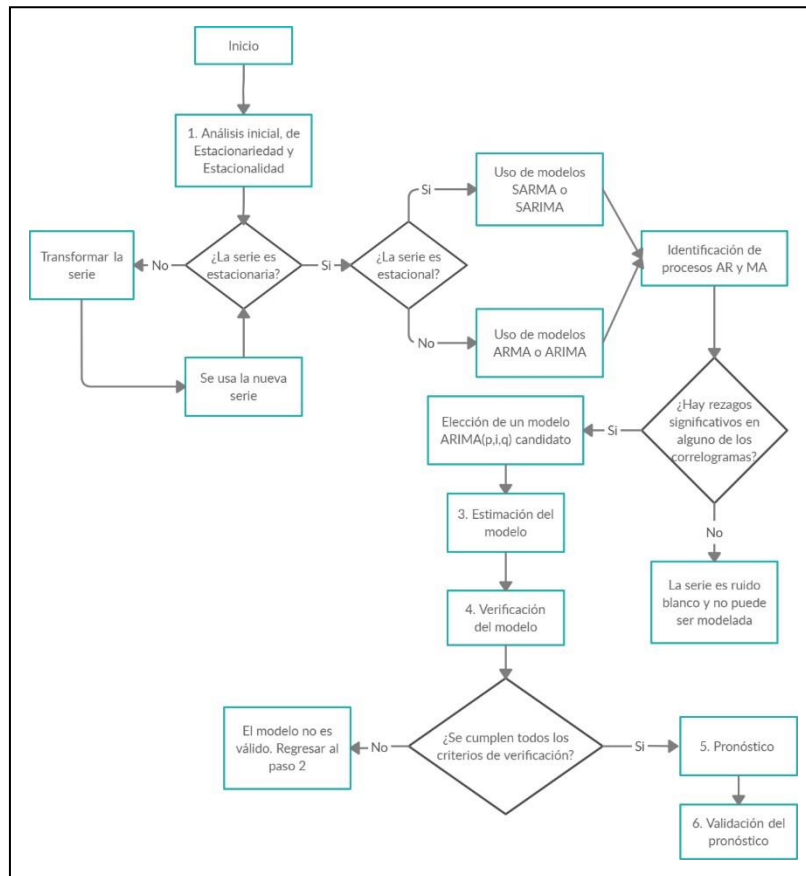


**Fuente:** elaboración propia con el programa R-project 3.6.1

Se empleará la metodología Box-Jenkins, la cual se basa en dos grandes principios; 1) el principio de parsimonia que consiste en elegir siempre el modelo más sencillo que sea suficientemente representativo respecto a los datos; 2) el principio del mejoramiento iterativo que consiste en partir de un modelo sencillo y factible, al cual se harán mejoramientos sucesivos hasta llegar a un modelo satisfactorio. (Videgaray, 2011). De acuerdo con estos dos principios, no es necesario que se identifique un modelo adecuado desde el primer momento, ya que la metodología ofrece recursos para evaluar y mejorar los modelos tentativos.

Para proceder con dicha metodología, se debe tener una serie de tiempo estacionaria por naturaleza o una serie de tiempo que sea estacionaria después de haber realizado una o más diferenciaciones; la **Figura 12** muestra el procedimiento a seguir para evaluar y mejorar los modelos posibles para nuestra serie de tiempo, iniciando siempre con un modelo sencillo que poco a poco se irá mejorando.

**Figura 12.** Diagrama de flujo Metodología de Box Jenkins



**Fuente:** Elaboración propia

Una serie de tiempo se caracteriza por su función de media (Videgaray, 2011) el cual es el valor esperado de la serie de tiempo en puntos distintos a lo largo del tiempo; si la serie es constante, entonces nuestros datos no muestran tendencia, y por lo tanto se estará en presencia de una serie estacionaria. Como se ha mencionado, se busca estimar un modelo parsimonioso que explique de la mejor forma a las variables con las que se trabaja. Sin embargo, muchas de las series financieras, y específicamente las utilizadas en este trabajo, inflación y crecimiento económico, presentan volatilidad; es decir, inestabilidad en su estructura en nivel, esto no necesariamente en el promedio sino en una notable dispersión alrededor de él. Para la correcta estimación de este tipo de datos existen modelos de heterocedasticidad condicional que se ajustan mejor que los modelos de heterocedasticidad no condicional, esto debido a que al realizar un pronóstico no condicional se tendrá una



mayor varianza que el condicional y ya que el modelo condicional toma en cuenta las observaciones actuales y pasadas conocidas, será preferible. (Brooks, 2008)

Este tipo de procedimientos, complejos y laboriosos, se pueden desarrollar en paquetes estadísticos como son R, Eviews, SAS, GAUSS, TSP, Matlab, RATS, que realizan un análisis estadístico y econométrico de los datos. Se puede trabajar con series de tiempo, datos de secciones transversales y datos de panel, incluyendo gráficos. Su lenguaje de programación permite la creación de códigos limpios que facilitan la gestión de datos debido a que su interfaz es orientada a objetos, con la ventaja que R es un programa gratuito. Para este estudio se trabajará con el programa estadístico Econometric Views, versión 10, ya que se trata de un software comercial y de fácil acceso, además de ser un programa más intuitivo, ya que no es necesario el uso de códigos de programación, se puede trabajar con series de tiempo y secciones transversales con el fin de realizar análisis econométricos y estadísticos.

## **2.4 Conclusión**

En este capítulo se ha buscado explicar la importancia que tiene la teoría de series de tiempo estocásticas para la modelación de su media condicional. Se tiene como objetivo explicar las relaciones causales de la inflación y su incertidumbre y su interacción con el crecimiento económico. Además, se busca analizar mediante la técnica de series de tiempo el comportamiento de las variables de interés, es decir, encontrar primeramente un proceso generador de datos que se adecue a nuestra información a partir de los principales componentes de un proceso estocástico (tendencia, variación estacional, ciclo y fluctuación aleatoria) que ayudarán a identificar y facilitar la elección de un modelo para el valor promedio.

A través de la metodología Box-Jenkins se buscará identificar el mejor modelo de series de tiempo (proceso AR, MA, ARMA). Para la implementación de dicha metodología en el análisis de cualquier tipo de serie es de vital importancia detectar, mediante distintas pruebas, si se cuenta o no con la propiedad de estacionariedad. Para tal fin se describen las principales pruebas formales e informales para la detección de esta propiedad. Primeramente, se explica una prueba informal, como lo es la gráfica de la serie de tiempo de interés; posteriormente, se explica la estructura de las funciones de autocorrelación simple y parcial (correlogramas), que constituyen una prueba estadística formal para la identificación de la

estacionariedad y, en la tercera forma de comprobación, se desarrolla la prueba de raíz unitaria, que consiste en comprobar la hipótesis nula sobre la existencia de no estacionariedad.

Finalmente, se explica como a través de la aplicación de una ecuación en diferencias, es decir la aplicación de una transformación algebraica, particularmente, mediante las técnicas de diferenciación logarítmica o tasas de crecimiento, se puede obtener la propiedad de estacionariedad para la serie analizada. Una vez, que se ha podido modelar el comportamiento estacionario de la serie de tiempo, a través de un proceso AR(p), MA(q) o ARMA(p,q), y sabiendo que uno de los principales hechos estilizados de las series de tiempo financieras, es el comportamiento volátil; es decir, de varianzas heterocedásticas, se debe proceder a la identificación del posible agrupamiento de volatilidad en diferentes periodos, mediante la modelación de estructuras heterocedásticas condicionales autorregresivas generalizadas (Modelos GARCH), como se expone en el siguiente capítulo.

## Capítulo 3. Modelos de Series de Tiempo para estimar la varianza condicional

### 3.1 Introducción

Como se ha mencionado, el objetivo principal de este estudio es explicar la relación entre la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico. En el capítulo 1, se explicó que los países en estudio han presentado altas y bajas tasas de inflación que han resultado en niveles bajos de bienestar para la población; el interés en conocer el impacto que tienen las tasas de inflación en el crecimiento económico ha ido en aumento; sin embargo, las series utilizadas presentan volatilidad condicional, por lo que las estructuras descritas durante el capítulo 2 de este trabajo de investigación no logran capturar dicho efecto, para ello, es necesario emplear Modelos de Heteroscedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada (GARCH).

Esta volatilidad no es directamente observable, por lo que se podría dificultar su evaluación, además que puede ser agrupada, alta para algunos periodos y baja para otros; evolucionar con el tiempo y variar dentro de un rango fijo. Dentro de las familias GARCH, existen, además, modelos que permiten capturar posibles efectos asimétricos en las varianzas, es decir, la magnitud de los choques positivos y negativos tendrán un impacto diferente en la volatilidad. Entre las estructuras más destacadas se encuentran: TGARCH, GJR-GARCH y EGARCH. Estos modelos permiten la estimación conjunta de la media y la varianza de las series, además de analizar su comportamiento, que puede ser volátil, con variaciones no constantes y distribuciones no normales, pues presentan distribuciones más leptocúrticas.

Existen variaciones del modelo GARCH que permiten realizar el análisis de dos o más series. Este tipo de modelos son llamados GARCH multivariantes y toman en cuenta los choques contemporáneos de las variables que puedan correlacionarse entre sí; sin embargo, las relaciones entre múltiples series pueden ser complicada, por lo que son necesarios los modelos *vech*, BEKK y CCC-GARCH, que permitan estructurar de manera eficiente esta relación.

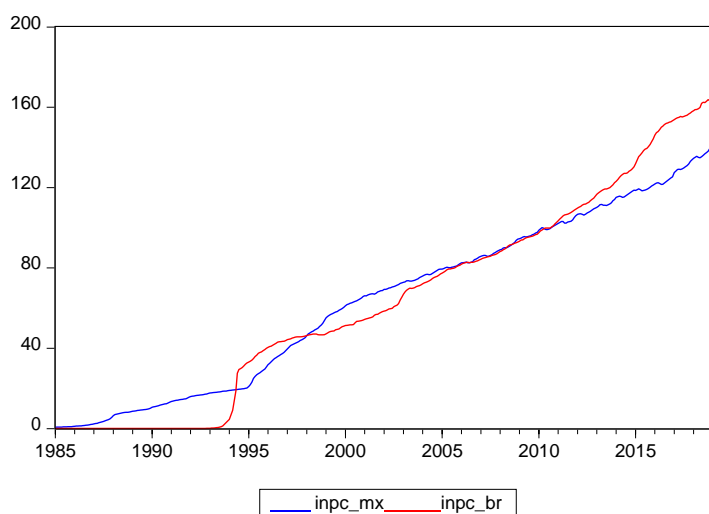
La inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico se pueden ver afectadas por factores externos que provocan un cambio drástico en su comportamiento por un periodo determinado, a estos cambios se les conoce como cambios estructurales. En el análisis de series de tiempo financieras, saber si los datos analizados presentan estos efectos

es de suma importancia para su correcta modelación. Por último, para la explicación de la relación causal entre las variables mencionadas se emplean las pruebas de Causalidad de Granger con modificación Toda-Yamamoto, que suponen una relación unidireccional o bidireccional, además de no importar el orden de integración, por lo que se considera una prueba más robusta. Modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada (GARCH)

Las series de tiempo económicas, especialmente las financieras son heterocedásticas, pues presentan periodos de volatilidad grande seguidos de periodos de relativa tranquilidad; es decir, se tiene varianza condicional de la serie subyacente. Debido a que la volatilidad varía en el tiempo los modelos clásicos para series de tiempo no son útiles para explicar su comportamiento, modelarlo y poder realizar pronósticos, ya que la suposición de una varianza constante (homocedasticidad) es inapropiada. Las series de tiempo suelen tener ciertas características claves, los hechos estilizados en las series de tiempo permite ver estas características particulares. (Enders, 2015)

Muchas de las series contienen una tendencia clara. El índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC) de México y Brasil de 1985 a 2019 exhibe una tendencia ascendente como se puede mostrar en la siguiente gráfica.

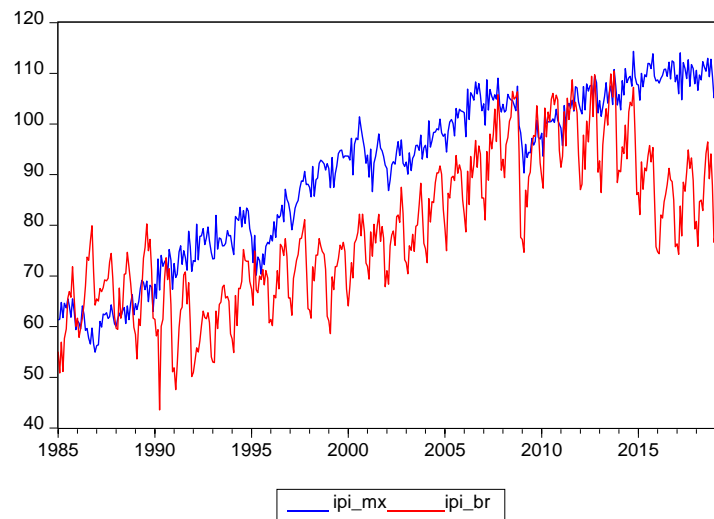
**Figura 13.** INPC de México y Brasil



**Fuente:** elaboración propia con el programa Eviews 10

La volatilidad de las series no es constante en el tiempo. Como se puede observar también en la Figura 14, la variable es inestable pues ha tenido cambios con grandes aumentos o disminuciones.

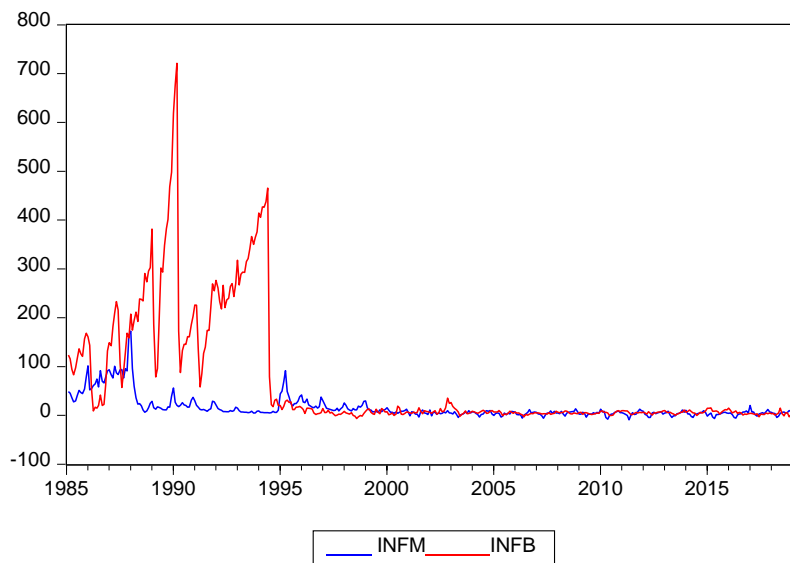
**Figura 14. IPI de México y Brasil**



Algunas series parecen serpentearse, tal y como se puede observar en la gráfica del IPI de México se ve este fenómeno ya que hay una tendencia ligera al alza, no obstante, en el corto plazo hay periodos sostenidos a la baja y al alza. Los choques en las series de tiempo suelen tener un alto grado de persistencia. En la gráfica del IPI de Brasil se puede observar una clara tendencia al alza; con un alto grado de persistencia. Algunas de las series presentan cambios estructurales. Como se sabe la crisis económica de México de 1994 fue una crisis iniciada en México provocada por la falta de reservas internacionales, causando la devaluación del peso mexicano, permitiendo experimentar rupturas estructurales como se muestra en la gráfica de la inflación en México de 1985 a 2019. Para el caso de Brasil en ese mismo año el gobierno puso en marcha el plan real el cual tenía como objetivo principal controlar la hiperinflación que se tenía. (Sáinz y Calcagno, 1999)

Algunas de las series comparten co-movimientos con otras series. Como se muestra en la siguiente gráfica la inflación para el caso de México y Brasil son similares ya que estas dos economías además de compartir la zona geográfica han implementado metas de Inflación en sus políticas monetarias. En el caso de México la adopción de metas de inflación inicio en 1995, pero no fue hasta 2001 que el Banco de México aprobó dichas políticas, de igual forma Brasil en 1999 adopto un régimen de metas de inflación.

**Figura 15.** Inflación de México y Brasil



**Fuente:** elaboración propia con el programa E. views 10

Una característica importante de la volatilidad de los datos es que no es directamente observable lo cual dificulta la evaluación de modelos heterocedásticos condicionales, la volatilidad tiene ciertas características. Primero existen grupos de volatilidad (es decir, la volatilidad puede ser alta para ciertos períodos de tiempo y baja para otros períodos). En segundo lugar, la volatilidad evoluciona con el tiempo de manera continua, es decir, los saltos de volatilidad son raros. En tercer lugar, la volatilidad no diverge hasta el infinito, es decir, la volatilidad varía dentro de un rango fijo. Estadísticamente hablando, esto significa que la volatilidad suele ser estacionaria. En cuarto lugar, la volatilidad parece reaccionar de manera diferente a un gran aumento de precio o una gran caída de precio, lo que se conoce como efecto de apalancamiento. (Tsay, 2005)

Existen dos tipos de prueba para encontrar evidencia de la no linealidad: las pruebas generales y las específicas. Las pruebas generales, también denominadas a veces pruebas de "combinación", suelen estar diseñadas para detectar muchas desviaciones de la aleatoriedad en los datos. La prueba general más simple de no linealidad es la prueba RESET de Ramsey (1969), ya que esta prueba mide la linealidad en los parámetros, básicamente, el método funciona utilizando términos de orden superior de los valores ajustados en una regresión auxiliar. La regresión auxiliar es, por lo tanto, una en la que  $y_t$ , la variable dependiente de la

regresión original se regresa en las potencias de los valores ajustados junto con las variables explicativas originales.

$$y_t = a_1 + a_2 \hat{y}_t^2 + a_3 \hat{y}_t^3 + \dots + a_p \hat{y}_t^p + \sum \beta_i x_{it} + v_t$$

Las potencias de orden superior de los valores ajustados de  $y$  pueden capturar una variedad de relaciones no lineales, ya que incorporan potencias de orden superior y productos cruzados de las variables explicativas originales. Si el valor del estadístico de prueba es mayor que el valor crítico de 2, rechaza la hipótesis nula de que la forma funcional es correcta. (Brooks, 2008).

Sin embargo, esto no es suficiente para saber si una serie de tiempo presenta heterocedasticidad condicional o un comportamiento no estacionario, pues se tendría que hacer una prueba formal. Ante esta situación, fue necesaria la creación de modelos que capaces de capturar el proceso de volatilidad condicional. Hay un número infinito de modelos no lineales, sin embargo, solo algunos han podido modelar de mejor manera datos financieros. Los modelos financieros no lineales más populares son los ARCH y GARCH utilizados para modelar la volatilidad. Engle (1982) introdujo una serie de procesos estocásticos llamados modelos ARCH (autorregresivo condicional heterocedástico), en los que muestra que es posible modelar simultáneamente la media y la varianza de una serie, en estos modelos, la varianza condicionada a la información pasada de las observaciones no es constante y depende del cuadrado de las innovaciones pasadas.

Dado una serie temporal de observaciones obtenido con base a un procedimiento del tipo Box- Jenkins para estimar modelos autorregresivos. Primero, para poder comprender como funciona el modelo ARCH se define la varianza condicional de la siguiente forma:

$$\sigma_t^2 = \text{var}(u_t | u_{t-1}, u_{t-2}, \dots) = E\{(u_t - E(u_t))^2 | u_{t-1}, u_{t-2}, \dots\}$$

Se asume que  $E(u_t) = 0$ , entonces:

$$\sigma_t^2 = \text{var}(u_t | u_{t-1}, u_{t-2}, \dots) = E\{u_t^2 | u_{t-1}, u_{t-2}, \dots\}$$

La ecuación establece que la varianza condicional de una variable aleatoria distribuida normalmente de media cero  $u_t$  es igual al valor condicional esperado del cuadrado

de  $u_t$ . Bajo el modelo ARCH, la "autocorrelación en volatilidad" se modela permitiendo que la varianza condicional del término de error,  $\sigma_t^2$ , dependa del valor inmediatamente anterior del error al cuadrado. (Brooks, 2008)

Suponga un modelo ARMA estacionario  $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$  y se desea pronosticar  $y_{t+1}$  la media condicional de  $y_{t+1}$  es

$$E_t y_{t+1} = a_0 + a_1 y_t$$

Suponga que la varianza de  $\varepsilon_t$  no es constante, se puede estimar cualquier tendencia a movimientos sostenidos en la varianza utilizando un modelo ARMA, para que la varianza condicional de  $y_{t+1}$  sea

$$\text{var}(y_{t+1}|y_t) = E_t[(y_{t+1} - a_0 - a_1 y_t)^2] = E_t(\varepsilon_{t+1})^2$$

Hasta el momento, se ha establecido que  $E_t(\varepsilon_{t+1})^2$  es igual a  $\sigma^2$ , ahora suponga que la varianza condicional no es constante, para poder modelar este comportamiento se utiliza un proceso autorregresivo AR ( $p$ ) utilizando cuadrados de los residuos estimados:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = a_0 + a_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + a_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + a_q \hat{\varepsilon}_{t-q}^2 + v_t$$

Donde  $v_t$  es un proceso ruido blanco.

Si  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n = 0$ , la varianza estimada es simplemente la constante  $a_0$ . De lo contrario, la varianza condicional de  $y_t$  evoluciona de acuerdo con el proceso autorregresivo. Utilizando el proceso AR ( $p$ ) se tiene para  $y_{t+1}$ :

$$\hat{\varepsilon}_{t+1}^2 = a_0 + a_1 \hat{\varepsilon}_t^2 + a_2 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \dots + a_q \hat{\varepsilon}_{t+1-q}^2$$

Por esta razón, el proceso anterior puede ser llamado modelo heterocedástico condicional autorregresivo (ARCH), este tipo de modelos también son conocidos como "agrupación de volatilidad", es decir, el nivel actual de volatilidad tiende a correlacionarse positivamente con su nivel durante los períodos inmediatamente anteriores. Para un modelo ARCH todos los coeficientes deben ser no negativos:  $a_i \geq 0 \forall i = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Sin embargo, esto no es lo más conveniente ya que la estimación de  $y_t$  y la varianza condicional se obtiene de mejor manera y simultáneamente bajo técnicas de verosimilitud. Además, para  $v_t$  es más manejable especificarla como una perturbación multiplicativa. El ejemplo más simple de la



clase de modelos multiplicativos condicionalmente heterocedásticos propuestos por Engle (1982) es:

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2}$$

Donde  $v_t$  = proceso de ruido blanco tal que  $\sigma_v^2 = 1$ ,  $v_t$  y  $\varepsilon_{t-1}$  son independientes entre sí, y  $a_0$  y  $a_1$  son constantes de manera que  $a_0 > 0$  y  $0 \leq a_1 \leq 1$ . Como  $v_t$  es un ruido blanco y es independiente de  $\varepsilon_{t-1}$ , para  $\varepsilon_t$  se tienen una media de cero y no están correlacionados. Si  $E v_t = 0$ , entonces:

$$\begin{aligned} E \varepsilon_t &= E[v_t(a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2)^{1/2}] \\ &= E v_t E(a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2)^{1/2} = 0 \end{aligned}$$

Si  $E v_t v_{t-1} = 0$ , entonces:

$$E \varepsilon_t \varepsilon_{t-1} = 0 \quad i \neq 0$$

La derivación de la varianza incondicional de  $\varepsilon_t$  también es sencilla. Ajusta  $\varepsilon_t$  y toma la expectativa incondicional para formar:

$$\begin{aligned} E \varepsilon_t^2 &= E[v_t^2(a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2)] \\ E v_t^2 E(a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2) \end{aligned}$$

Como  $\sigma_v^2 = 1$  y la varianza incondicional de  $\varepsilon_t$  es igual a  $\varepsilon_{t-1}$ , la varianza incondicional

$$E \varepsilon_t^2 = \frac{a_0}{1 - a_1}$$

Por lo tanto, la media incondicional y la varianza no se ven afectados por la presencia de error en el proceso. Similarmente es sencillo demostrar que la media condicional de  $\varepsilon_t$  es igual a cero dado que  $v_t$  y  $\varepsilon_{t-1}$  son independientes y que  $E v_t = 0$ , la media condicional de  $\varepsilon_t$  es:

$$E(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) = E_{t-1} v_t E_{t-1}(a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2)^{1/2} = 0$$

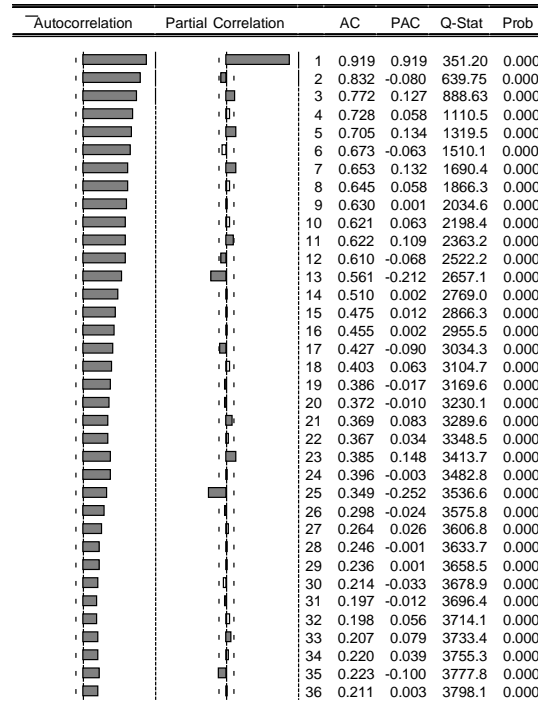
Debido a que  $E v_t^2 = 1$  la varianza de  $\varepsilon_t$  condiona el pasado de ella misma  $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$ , se tiene que:

$$E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

La varianza condicional de  $\varepsilon_t$  dependerá del valor en  $\varepsilon_{t-1}$  si el valor en  $\varepsilon_{t-1}$  es grande

también lo será la varianza condicional, lo anterior es un proceso autorregresivo condicional heterocedástico de primer orden denotado como ARCH (1).

**Figura 16.** Correlograma de la inflación en México



**Fuente:** elaboración propia con el programa E. views 10

Los efectos ARCH se pueden ver en las funciones de autocorrelación. Como se puede observar en la figura anterior hay grandes picos en el PACF (función de autocorrelación parcial). Tales picos sugieren que los cambios porcentuales no son independientes en serie y tienen algunos efectos ARCH.

Las desventajas de utilizar un modelo ARCH es que supone que los choques positivos y negativos tienen el mismo impacto sobre la volatilidad porque depende del cuadro de los choques anteriores, en la práctica, limita la capacidad de los modelos ARCH con innovaciones gaussianas para capturar el exceso de curtosis, además no proporciona una

nueva perspectiva para comprender el origen de las variaciones de una serie temporal financiera. (Tsay, 2005)

Posteriormente, se desarrolló el modelo GARCH (Modelos Generalizados Autorregresivos Condicional Heterocedásticos) propuesto por Bollerslev (1986) y Engle en los que la varianza condicional depende no solo del cuadrado de las perturbaciones, sino además de las varianzas condicionales de periodos anteriores usando un proceso de media móvil autorregresiva (ARMA), el modelo GARCH (1,1) se ha convertido en la especificación más utilizada en aplicaciones empíricas. Bollerslev muestra que cualquier modelo ARCH arbitrario puede ser aproximado por la especificación GARCH (1,1). Un modelo GARCH está dado por:

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t}$$

Donde  $\sigma_t^2 = 1$  y

$$h_t = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$$

Donde  $v_t$  es un ruido blanco y la media incondicional y condicional es  $0$ , es importante señalar que  $\varepsilon_t$  este dado por  $E_{t-1} \varepsilon_t^2 = h_t$  así la varianza condicional de  $\varepsilon_t$  es un proceso ARMA. Usando el modelo GARCH es posible interpretar la varianza ajustada actual,  $h_t$ , como una función ponderada de un valor promedio a largo plazo, también se puede obtener información sobre la volatilidad del periodo anterior, así como la varianza ajustada.

Este modelo generalizado de ARCH ( $p, q$ ), llamado GARCH ( $p, q$ ), permite tener componentes autorregresivos y de medias móviles en la varianza heterocedástica. Si se establece  $p = 0$  y  $q = 1$ , está claro que el modelo ARCH de primer orden es simplemente un modelo GARCH (0, 1). De manera similar, si todos los valores de  $\beta_i$  son iguales a cero, el modelo GARCH ( $p, q$ ) es equivalente a un modelo ARCH ( $q$ ). Los beneficios del modelo GARCH deben ser claros; un modelo ARCH de alto orden puede tener una representación GARCH más parsimoniosa que es mucho más fácil de identificar y estimar. Esto es particularmente cierto ya que todos los coeficientes deben ser positivos. Claramente, el modelo más parsimonioso conllevará menos restricciones de coeficientes. (Enders, 2015).

En la estimación de un modelo GARCH no se puede utilizar MCO ya que minimiza la suma de residuos al cuadrado lo cual resulta inapropiado, no obstante, se emplea otra técnica conocida como máxima verosimilitud, esencialmente, se forma una función logarítmica de verosimilitud y se buscan los valores de los parámetros que los maximizan (Brooks, 2008).

La característica clave de los modelos GARCH es que la varianza condicional de las perturbaciones de la secuencia  $y_t$  actúa como un proceso ARMA. Por lo tanto, es de esperar que los residuos de un modelo ARMA ajustado muestren este patrón característico. Suponga que se estima  $y_t$  como un proceso ARMA. Si su modelo de  $y_t$  es adecuado, el ACF y PACF de los residuales deberían ser indicativos de un proceso de ruido blanco. Sin embargo, el ACF de los residuos cuadrados puede ayudar a identificar el orden del proceso GARCH. (Enders, 2015)

Sin embargo, una prueba más formal para saber si hay efectos ARCH o GARCH es la prueba de McLeod y Li (1983) mediante el multiplicar de Lagrange. La metodología implica los siguientes pasos

PASO 1: Usando MCO para estimar la ecuación de regresión o modelo ARMA más apropiado donde  $\varepsilon_t^2$  son los cuadrados de los errores ajustados.

PASO 2: Haciendo la regresión de estos residuos cuadrados en una constante y en los  $q$  valores rezagados  $\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \varepsilon_{t-3}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2$

$$\varepsilon_t^2 = a_0 + a_1\varepsilon_{t-1}^2 + a_2\varepsilon_{t-2}^2 + \dots + a_q\varepsilon_{t-q}^2$$

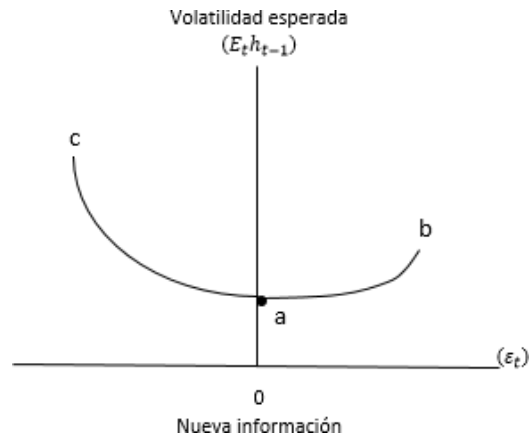
Si no hay efectos ARCH o GARCH, los valores estimados de  $\alpha_1$  a  $\alpha_q$  deben ser cero. Por tanto, esta regresión tendrá poco poder explicativo, de modo que el coeficiente de determinación, es decir,  $R^2$  será bajo. Utilizando una muestra de  $T$  residuales, bajo la hipótesis nula de ningún error ARCH el estadístico de prueba  $TR^2$  converge a una distribución  $X^2$ . Si  $TR^2$  es suficientemente grande, el rechazo de la hipótesis nula de que  $\alpha_1$  a  $\alpha_q$  son conjuntamente iguales a cero es equivalente al rechazo de la hipótesis nula de que no hay errores ARCH. Por otro lado, si  $TR^2$  es suficientemente bajo, es posible concluir que no hay efectos ARCH. (Enders, 2015)

Finalmente, las condiciones de no negatividad para los parámetros son iguales a un modelo ARCH,  $a_i \geq 0 \forall i = 0,1,2,3$ . A partir de los desarrollos de Engle (1982) y Bollerslev (1986) se han utilizado esquemas de este tipo para poder medir la interacción entre la incertidumbre del producto y la inflación. Existen dos grandes enfoques en la literatura empírica, uno que utiliza modelos “GARCH-M Bivariados”, y tienen como sustento empíricos los trabajos de: Grier y Perry (2000); Grier et al. (2004); Wilson (2006); Grier y Grier (2006); Hartmann y Roestel (2013) y Conrad y Karanasos (2015); mientras que el otro enfoque, que es el que se seguía en la investigación, es el denominado “método de dos pasos” desarrollado empíricamente por Fountas et al. (2006), Fountas y Karanasos (2007), Ozdemir (2010), Jiranyakul y Opiela (2011) y Mohd et al. (2013), que implica desarrollar un modelo GARCH Bivariado con correlación condicional constante (CCC-GARCH Bivariado) y posteriormente se emplean las técnicas de causalidad de Ganger con ajustes de Toda-Yamamoto para las relaciones de retroalimentación.

### 3.2 Familias de modelos GARCH

Una característica importante en algunas series del tipo financieras es el efecto apalancamiento, el razonamiento es que un choque negativo que afecte al modelo no tendrá el mismo impacto ante un choque positivo. Según Enders (2015) la idea del efecto de apalancamiento se captura en la "nueva información" que es medida por el tamaño de  $\varepsilon_t$ . Si  $\varepsilon_t = 0$ , la volatilidad esperada ( $E_t h_{t-1}$ ) es la distancia  $0a$ . Cualquier noticia aumenta la volatilidad; sin embargo, si las noticias son buenas ( $\varepsilon_t$  positivo), la volatilidad aumenta a lo largo de  $ab$ . Si la noticia es mala, la volatilidad aumenta a lo largo de  $ac$ . Como se muestra en la figura el segmento  $ac$  es más pronunciado que  $ab$ , por lo que un choque en  $\varepsilon_t$  positivo tiene un efecto menor en la volatilidad que un choque negativo de la misma magnitud.

**Figura 17.** Efecto apalancamiento



**Fuente:** Tomado de Enders (2015)

Según Brooks (2008) para poder saber si existe presencia de efectos de asimetría y determinar si se requiere de un modelo GARCH asimétrico o bien si el modelo GARCH simétrico puede considerarse adecuado, se procede a desarrollar la prueba de asimetría de sesgo y magnitud, propuesta por Engle y Ng (1993). Esta prueba se suele aplicar a los residuos del modelo GARCH. Defina  $S_{t-1}^-$  como una variable ficticia que toma el valor de 1 si  $\hat{u}_{t-1} < 0$  y cero en cualquier otro caso. La prueba de asimetría de sesgo se basa en la significancia de  $\phi_1$  en

$$\hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + v_t$$

Donde  $v_t$  es un término de error estocástico, si los choques positivos y negativos de  $\hat{u}_{t-1}$  impactan de manera diferente sobre la varianza condicional entonces  $\phi_1$  será estadísticamente significativo. Ahora bien, la magnitud del choque puede afectar si la respuesta de la volatilidad a los choques es simétrica o no. En este caso se realiza una prueba de sesgo de magnitud negativo, basado en una regresión en la que  $S_{t-1}^-$  se usa como una variable ficticia de pendiente. Se dice que existe un sesgo de magnitud negativo si  $\phi_1$  es estadísticamente significativo.

$$\hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- u_{t-1} + v_t$$

Ahora definiendo  $S_{t-1}^+ = 1 - S_{t-1}^-$  de modo que  $S_{t-1}^-$  escoja las observaciones con innovaciones positivas. Sin embargo, Engle y Ng proponen una prueba conjunta para el sesgo de signo y magnitud basada en la regresión.

$$\hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + \phi_2 S_{t-1}^- u_{t-1} + \phi_3 S_{t-1}^+ u_{t-1} + v_t$$

La significancia de  $\phi_1$  indica la presencia de sesgo de signo, donde los choques positivos y negativos tienen impactos diferentes sobre la volatilidad futura, en comparación con la respuesta simétrica representada en la estructura estándar GARCH. Por otro lado, la significancia de  $\phi_2$  o  $\phi_3$  sugeriría la presencia de sesgo de tamaño, donde no solo el signo sino la magnitud del choque es importante.

Entre las principales investigaciones sobre inflación, incertidumbre inflacionaria y crecimiento económico se encuentran las de Grier y Perry (2000); Grier et al. (2004); Wilson (2006); Grier y Grier (2006); Hartmann y Roestel (2013) y Conrad y Karanasos (2015). El enfoque que se seguirá en la investigación es el denominado “método de dos pasos” desarrollado empíricamente por Fountas et al. (2006), Fountas y Karanasos (2007), Ozdemir (2010), Jiranyakul y Opiela (2011) y Mohd et al. (2013)), en este se observa la implementación de modelos GARCH asimétricos. Basados en la teoría financiera se sabe que la inflación por su naturaleza tiene como componente principal la volatilidad, por ello se analiza de manera detallada este tipo de modelos GARCH con componente asimétrico.

### **3.2.1 TGARCH (Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)**

Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) mostraron cómo permitir que los efectos de las buenas y malas noticias tengan diferentes efectos sobre la volatilidad. Threshold model, un modelo de umbral; ha sido utilizado para analizar volatilidades asimétricas, vistas principalmente en series de tiempo financieras. Considere el proceso threshold-GARCH (TARCH):

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \lambda_1 d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

En esencia,  $\varepsilon_{t-1} = 0$  es un umbral tal que los choques mayores a éste tienen diferentes efectos que los choques por debajo del umbral. Este modelo es usado para describir los

efectos en la volatilidad de las series de tiempo cuando hay choques informacionales (perturbaciones).

Donde  $h_t$  es para nuestro estudio la volatilidad de la inflación y  $d_{t-1}$  es una variable binaria que es igual a 1, si  $\varepsilon_{t-1} < 0$  y es igual a cero si  $\varepsilon_{t-1} > 0$ . La intuición detrás del modelo TARARCH es que los valores positivos de  $\varepsilon_{t-1}$  están asociados con un valor cero de  $d_{t-1}$ . Por lo tanto, si  $\varepsilon_{t-1} \geq 0$ , el efecto de un choque  $\varepsilon_{t-1}$  en  $h_t$  es  $\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ . Cuando  $\varepsilon_{t-1} < 0$ ,  $d_{t-1} = 1$ , y el efecto de un choque  $\varepsilon_{t-1}$  en  $h_t$  es  $(\alpha_1 + \lambda_1) \varepsilon_{t-1}^2$ . Si  $\lambda_1 > 0$ , los choques negativos tendrán mayores efectos sobre la volatilidad que los choques positivos. Se puede crear una variable ficticia  $d_t$  y el producto  $d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2$ . Si el coeficiente  $\lambda_1$  es estadísticamente diferente de cero, se puede concluir que los datos contienen un efecto umbral.

El modelo TGARCH también es conocido como el modelo GJR y el modelo EGARCH, no obstante, tienen algunas modificaciones en su estructura que los diferencia uno de otro.

### 3.2.2 GJR-GARCH

El modelo GJR (Glosten, Jagannathan y Runkle, 1993) es una extensión simple de GARCH con un término adicional agregado para tener en cuenta las posibles asimetrías. La varianza condicional (es decir, la volatilidad de la inflación) ahora viene dada por

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \gamma u_{t-1}^2 I_{t-1}$$

Donde  $I_{t-1} = 1$  si  $u_{t-1} < 0$  y  $= 0$  en otro caso

Para un efecto de apalancamiento, se vería  $\gamma > 0$ . Observe ahora que la condición para la no negatividad será  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 > 0$ ,  $\beta \geq 0$  y  $\alpha_1 + \gamma \geq 0$ . Es decir, el modelo aún es admisible, incluso si  $\gamma < 0$ , siempre que  $\alpha_1 + \gamma \geq 0$ .

Para la especificación T-GARCH se supone una distribución de error generalizada con parámetro sesgado. GJR-GARCH difiere de la versión T-GARCH por que incluye la distribución de error generalizada sesgada, los resultados de ambos no son diferentes en términos de números de variables exógenas significativas. Los modelos TGARCH y GJR-GARCH también relajan la restricción lineal en la dinámica de la varianza condicional. Al cuestionar el hallazgo común de un alto grado de persistencia en la volatilidad inflacionaria en el modelo GARCH, Lamoureux y Lastrapes (1990) sugieren que un nivel de persistencia



tan alto puede ser espurio si hay cambios de régimen en el proceso de la volatilidad inflacionaria.

### 3.2.3 EGARCH

En 1991 Nelson presentó los modelos EGARCH (Modelos en Regresión Exponencial Generalizado Condicionalmente Heterocedástico), en los que formula para la varianza condicional un modelo que no se comporta de manera simétrica para innovaciones positivas y negativas como lo hacen los modelos GARCH, ya que para un modelo GARCH estándar es necesario asegurarse de que todos los coeficientes estimados sean positivos. Considere el siguiente modelo

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \alpha_1(\varepsilon_{t-1}/h_{t-1}^{0.5}) + \lambda_1|\varepsilon_{t-1}/h_{t-1}^{0.5}| + \beta_1\ln(h_{t-1})$$

Según Enders (2015) hay tres características sobre el modelo EGARCH:

1. La ecuación para la varianza condicional (volatilidad de la inflación) está en forma logarítmica lineal. Independientemente de la magnitud de  $\ln(h_t)$ , el valor implícito de  $h_t$  nunca puede ser negativo. Por lo tanto, es permisible que los coeficientes sean negativos.
2. En lugar de usar el valor de  $\varepsilon_{t-1}^2$  el modelo EGARCH usa el nivel de valor estandarizado de  $\varepsilon_{t-1}$  (es decir,  $\varepsilon_{t-1}$  dividido por  $h_{t-1}^{0.5}$ ). Nelson argumenta que esta estandarización permite una interpretación más natural del tamaño y la persistencia de los choques, el valor estandarizado de  $\varepsilon_{t-1}$  es una medida libre de unidades.
3. El modelo EGARCH permite efectos de apalancamiento. Si  $\varepsilon_{t-1}/h_{t-1}^{0.5}$  es positivo, el efecto del choque en el registro de la varianza condicional es  $\alpha_1 + \lambda_1$ . Si  $\varepsilon_{t-1}/h_{t-1}^{0.5}$  es negativo, el efecto del choque en el registro de la varianza condicional es  $-\alpha_1 + \lambda_1$ .

Aunque el modelo EGARCH tiene algunas ventajas sobre el modelo TARARCH, es difícil pronosticar la varianza condicional de un modelo EGARCH.

Analizando los modelos anteriores se puede concluir que este tipo de modelos univariados tienen una limitación potencialmente importante, ya que como se sabe, solo modelan la varianza condicional de una serie de tiempo totalmente independiente de otras series. Esto representa una gran limitación ya que no se podría obtener la relación de inflación y su incertidumbre hacia el crecimiento económico; por ello, se propone otra estructura que

sea capaz de modelar de manera simultánea estas relaciones, y así superan las deficiencias de un modelo univariado. Tales modelos se denominan GARCH multivariantes, los cuales nos permiten tener una estructura más dinámica (Brooks, 2008).

### 3.3 Modelo GARCH multivariante

Los modelos GARCH multivariados toman en cuenta el hecho de que los choques contemporáneos de las variables pueden correlacionarse entre sí. Además, permiten derrames de volatilidad, es decir, que la volatilidad en una variable podría afectar la volatilidad de otras variables relacionadas. (Enders, 2015). Sin embargo, en muchas ocasiones se necesitan de nuevos modelos que permitan estructurar de mejor manera un modelo multivariante, ya que las relaciones entre múltiples series pueden ser complicadas.

Para estudios en los que se analizan datos con varias variables, resulta mejor estimar sus volatilidades condicionales simultáneamente. Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988) presentan el modelo GARCH multivariante donde la matriz de covarianza condicional (volatilidad inflacionaria)  $H_t$  en el tiempo  $t$  (para el caso GARCH (1,1)) se define como:

$$vech(H_t) = C + Avech(\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}) + Bvech(H_{t-1})$$

Donde *vech* se refiere al operador de apilamiento de columnas de la porción inferior de una matriz simétrica,  $\varepsilon_{t-1}$  es el vector de errores en el tiempo  $t - 1$ , y  $A$ ,  $B$  y  $C$  son matrices de coeficientes. En el caso de tres variables, esta estructura de covarianza requiere estimar 78 coeficientes. Para simplificar, Bollerslev, Engle y Wooldridge suponen que las matrices  $A$  y  $B$  son diagonales, lo que en el caso trivariado reduce el número de coeficientes que se estimarán a 18. Bollerslev (1990) introduce una simplificación adicional, el modelo de correlación constante, reduciendo aún más los parámetros estimados en el caso trivariante a 12. Dado el gran número de coeficientes a estimar, incluso empleando supuestos de simplificación extrema, los modelos empíricos GARCH multivariados existentes consideran solo un pequeño número de variables (Cermeño y Grier, 2001).

Estos modelos aprovechan el hecho de que los choques contemporáneos a las variables pueden relacionarse entre sí (Enders, 2015). Se plantea el escenario en que se tienen únicamente dos variables para las que sus procesos de error son:

$$\varepsilon_{1t} = v_{1t}(h_{11t})^{0.5}$$

$$\varepsilon_{2t} = v_{2t}(h_{22t})^{0.5}$$

Debido a que se permite la posibilidad de que los choques estén correlacionados, se denotará  $h_{12t}$  como la covarianza condicional entre los dos choques. Un proceso GARCH multivariante (1,1) en el que todos los términos de volatilidad interactúan entre si se escribe de la siguiente manera:

Modelo Vech

$$\begin{aligned} h_{11} &= c_{10} + a_{11}\varepsilon_{1t-1}^2 + a_{12}\varepsilon_{1t-1}\varepsilon_{2t-1} + a_{13}\varepsilon_{2t-1}^2 + \beta_{11}h_{11t-1} + \beta_{12}h_{12t-1} + \beta_{13}h_{22t-1} \\ h_{12} &= c_{20} + a_{21}\varepsilon_{1t-1}^2 + a_{22}\varepsilon_{1t-1}\varepsilon_{2t-1} + a_{23}\varepsilon_{2t-1}^2 + \beta_{21}h_{11t-1} + \beta_{22}h_{12t-1} + \beta_{23}h_{22t-1} \\ h_{22} &= c_{30} + a_{31}\varepsilon_{1t-1}^2 + a_{32}\varepsilon_{1t-1}\varepsilon_{2t-1} + a_{33}\varepsilon_{2t-1}^2 + \beta_{31}h_{11t-1} + \beta_{32}h_{12t-1} + \beta_{33}h_{22t-1} \end{aligned}$$

En este modelo, la varianza condicional de cada variable  $h_{11t}$  y  $h_{22t}$  depende de su propio pasado, el pasado de otra variable, la covarianza condicional entre las dos variables  $h_{12}$ , los errores al cuadrado rezagados  $\varepsilon_{1t-1}^2$  y  $\varepsilon_{2t-1}^2$  y el producto de los errores rezagados  $\varepsilon_{1t-1}^2$  y  $\varepsilon_{2t-1}^2$ . Estimar este tipo de modelos puede resultar complicado, pues el número de parámetros es grande, a medida que se agregan variables al modelo, aumenta el número de variables y el orden del proceso GARCH. Aunado a esto se presentan condiciones más estrictas que en el caso univariante; un conjunto de restricciones popular es el llamado *modelo vech*. Para el que se tiene:

$$\begin{aligned} h_{11t} &= c_{10} + \alpha_{11}\varepsilon_{1t-1}^2 + \beta_{11}h_{11t-1} \\ h_{12t} &= c_{20} + \alpha_{22}\varepsilon_{1t-1}\varepsilon_{2t-1} + \beta_{22}h_{12t-1} \\ h_{22t} &= c_{30} + \alpha_{33}\varepsilon_{2t-1}^2 + \beta_{33}h_{22t-1} \end{aligned}$$

En el que cada varianza condicional es equivalente a la de un proceso GARCH univariante y la covarianza condicional es bastante parsimoniosa.

Baba, Engle, Kraft y Kroner (1991) y Engle y Kroner (1995) popularizaron el modelo llamado BEKK, que asegura que las variaciones condicionales sean positivas. En él, se forzó a todos los parámetros a ingresar al modelo a través de formas cuadráticas, asegurando así que todas las variaciones sean positivas. Se tiene la siguiente especificación:

$$H_t = C'C + A'\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}'A + B'H_{t-1}B$$

Para el caso de dos variables:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11t} & h_{12t} \\ h_{12t} & h_{22t} \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{12} & \beta_{22} \end{bmatrix}$$

Si se realizan las multiplicaciones de matrices se obtiene:

$$h_{11t} = (c_{11}^2 + c_{12}^2) + (\alpha_{11}^2 \varepsilon_{1t-1}^2 + 2\alpha_{11}\alpha_{21}\varepsilon_{1t-1}\varepsilon_{2t-1} + \alpha_{21}^2 \varepsilon_{1t-1}^2) + (\beta_{11}^2 h_{11t-1} + 2\beta_{11}\beta_{21}h_{12t-1} + \beta_{21}^2 h_{22t-1})$$

$h_{ijt}$  dependerá de los residuos al cuadrado, los productos cruzados de los residuos y las varianzas y covarianzas condicionales de todas las variables en el sistema. Este modelo permite choques de las varianzas de una de las variables a las otras, si se cambian los signos de  $A$ ,  $B$  o  $C$  tendrá efecto sobre el valor de la función de probabilidad.

Otra de las especificaciones de un modelo GARCH multivariante es el modelo de Correlación Condicional Constante; este modelo restringe los coeficientes de correlación para que sean constantes. Para cada  $i \neq j$  el modelo CCC asume que  $h_{ijt} = \rho_{ij} (h_{iit} h_{jtt})^{0.5}$ , aquí los términos de covarianza son siempre proporcionales a  $(h_{iit} h_{jtt})^{0.5}$ . Siguiendo con dos variables se tendría:  $h_{12t} = \rho_{12}(h_{11t} h_{22t})^{0.5}$ , así se reduce a un solo parámetro, a diferencia de los siete que se tenían en el modelo vech.

A partir de los desarrollos de Engle (1982) y Bollerslev (1986) se han utilizado esquemas de este tipo para poder medir la interacción entre la incertidumbre del producto y la inflación. Existen dos grandes enfoques en la literatura empírica, uno que utiliza modelos “GARCH-M Bivariados”, y tienen como sustento empíricos los trabajos de: Grier y Perry (2000); Grier et al. (2004); Wilson (2006); Grier y Grier (2006); Hartmann y Roestel (2013) y Conrad y Karanasos (2015); mientras que, el otro enfoque, que es el que se seguirá en la investigación, es el denominado “método de dos pasos” desarrollado empíricamente por Fountas et al. (2006), Fountas y Karanasos (2007), Ozdemir (2010), Jiranyakul y Opiela (2011) y Mohd et al. (2013), que implica desarrollar un modelo GARCH Bivariado con correlación condicional constante (CCC-GARCH Bivariado) y posteriormente se emplean las técnicas de causalidad de Ganger con ajustes de Toda- Yamamoto para las relaciones de retroalimentación.

Las series financieras se pueden ver afectadas la mayoría de las veces por sucesos ocurridos dentro de la misma economía o bien por problemas mundiales como consecuencia de las diferentes políticas monetarias que se han implementado para la estabilización de precios. Estas afectaciones se conocen como cambios estructurales, que gráficamente se muestran como un quiebre en la tendencia de la serie temporal; es decir, un cambio en su estructura durante determinado periodo de tiempo.

### 3.4 Componentes de cambios estructurales

Algunas de las series económicas suelen sufrir episodios en los que su comportamiento cambia de forma drástica que suelen ser causados por factores externos, como cambios en las políticas, como se sabe las metas de inflación en América Latina han sido un cambio importante en los países en los que se han adoptado, teniendo así cambios importantes a lo largo del tiempo. De acuerdo con Gujarati (2010) se entiende por cambio estructural que los valores de los parámetros del modelo no permanecen constantes a lo largo del tiempo, en una regresión esto se puede ver en las diferencias en el intercepto o en el coeficiente de la pendiente, o ambos. Para saber esto se utiliza la prueba de Chow que supone que:

1.  $u_{1t} \sim N(0, \sigma^2)$  y  $u_{2t} \sim N(0, \sigma^2)$ , es decir, los términos de error en las regresiones de los subperiodos están normalmente distribuidos con la misma varianza (homocedástica)  $\sigma^2$ .
2. Los dos términos de error  $u_{1t}$  y  $u_{2t}$  están independientemente distribuidas.

La prueba de Chow se puede hacer fácilmente mediante el programa estadístico Econometric Views, sin embargo, existe otra alternativa a esta prueba mediante variables ficticias (Dummy) que detectan el cambio estructural en una o más coeficientes, por ejemplo, se sospecha de un cambio antes del periodo  $t_m$  se puede crear una variable  $D_t$  donde  $D_t = 0$  para todo  $t_m \geq t$  y  $D_t = 1$  para todo  $t_m < t$ .

Dado un proceso AR(1), se observa la significancia de  $D_t$  en la regresión

$$y_t = a_0 + \alpha_0 D_t + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

En el caso de que se sospeche un cambio en ambos coeficientes se tendrá que

$$y_t = a_0 + \alpha_0 D_t + a_1 y_{t-1} + \alpha_1 D_t y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Se puede examinar si existe cambio estructural analizando individualmente el estadístico  $t$  de  $\alpha_0$  y  $\alpha_1$  y el estadístico  $F$  para la hipótesis nula de que  $\alpha_0 = 0$  y  $\alpha_1 = 0$ .

La identificación de los posibles cambios estructurales que afecten a la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el producto es de suma importancia, pues como se sabe, estas variables han sido afectadas por factores internos y externos, como son la hiperinflación hablando específicamente de la economía brasileña, crisis mundiales, la implementación de políticas expansivas y contractivas; ignorar estos eventos en la estructura del modelo podrían llevarnos a una mala interpretación de los resultados.

### 3.5 Prueba de causalidad de Granger con ajustes Toda-Yamamoto

Para este estudio se pretende explicar la relación causal entre inflación, incertidumbre inflacionaria y crecimiento económico; esta, es una duda que ha estado presente desde hace algunos años y que fue planteada por Granger en 1969, quien pretendía responder a esta simple pregunta buscando una correlación entre el valor actual de la variable y los valores pasados de otras; sin embargo, esto no significa que los movimientos de una variable provoquen los movimientos de otra (Brooks, 2008). Las pruebas de causalidad de Granger suponen que la información relevante para la predicción de dos variables,  $A$  y  $B$ , está contenida únicamente en la información de series de tiempo sobre estas variables (Gujarati, 2010).

La prueba implica realizar las siguientes regresiones:

$$A_t = \sum_{i=1}^n \alpha_i B_{t-i} + \sum_{j=1}^n \beta_j A_{t-j} + u_{1t}$$

$$B_t = \sum_{i=1}^n \lambda_i B_{t-i} + \sum_{j=1}^n \delta_j A_{t-j} + u_{2t}$$

Se presentan cuatro casos:

1. *Causalidad unidireccional de B hacia A.* Si  $B$  causa a  $A$ , los rezagos de  $B$  deberían ser significativos en la ecuación para  $B$ .
2. *Caso contrario. Causalidad unidireccional de A hacia B.*
3. *Retroalimentación o causalidad bidireccional.* Si ambos conjuntos de rezagos fueran significativos.

4. *Independencia*. Si ningún conjunto de rezagos es estadísticamente significativo.

Toda y Yamamoto (1995) desarrollaron un método basado en el modelo de vectores autorregresivos (VAR) aumentado ( $k + d_{max}$ ) donde  $k$  es el rezago de tiempo óptimo en el primer modelo VAR y  $d_{max}$  es el máximo orden de integración de las variables del sistema. Este enfoque sigue los siguientes pasos (Dritsaki, 2017):

1. Encontrar el orden de integración para cada serie.
2. Crear un modelo VAR en niveles de serie independientemente del orden de integración encontrado en el paso 1.
3. Definir el orden del modelo VAR( $k$ ) a partir de la longitud del rezago tomado mediante el criterio de Error de Predicción Final (FPE)
4. Probar si el modelo VAR ajustado está correctamente especificado.
5. Si las series tienen el mismo orden de cointegración, se continúa con la prueba de cointegración.
6. Continuar con la prueba de causalidad.
7. Obtener el modelo VAR ( $k + d_{max}$ ) utilizando los rezagos adecuados para la ecuación del sistema.
8. Aplicar pruebas de causalidad de Granger para la no causalidad y la prueba de Wald modificada para determinar la significancia de los parámetros de las ecuaciones examinadas en los rezagos ( $k + d_{max}$ ). La prueba de Wald sigue una distribución chi cuadrada ( $X^2$ ) en la que los grados de libertad son iguales al número de rezagos de tiempo  $k + d_{max}$ .
9. Comprobar si existe causalidad en el modelo VAR. Si dos o más series están cointegradas, entonces existe una relación de causalidad unidireccional o bidireccional.

El modelo VAR de la causalidad de Toda y Yamamoto se representa como sigue:





$$A_t = \mu_0 + \left( \sum_{i=1}^k \alpha_{1t} A_{t-i} + \sum_{i=k+1}^{d_{max}} \alpha_{2t} A_{t-i} \right) + \left( \sum_{i=1}^k \beta_{1i} B_{t-i} + \sum_{i=k+1}^{d_{max}} \beta_{2t} B_{t-i} \right) + u_{1t}$$

$$B_t = \phi_0 + \left( \sum_{i=1}^k \lambda_{1t} B_{t-i} + \sum_{i=k+1}^{d_{max}} \lambda_{2t} B_{t-i} \right) + \left( \sum_{i=1}^k \delta_{1t} A_{t-i} + \sum_{i=k+1}^{d_{max}} \delta_{2t} A_{t-i} \right) + u_{2t}$$

Dado que las pruebas de causalidad de Granger (1988) proponen una prueba mediante un modelo VAR con variables estacionarias se pueden tener conclusiones causales espurias, además el hecho de que las variables estén cointegradas invalida esta aplicación. De esta manera, Toda y Yamamoto (1995) proponen una aproximación para evaluar la relación de causalidad independientemente del orden de integración y/o del rango de cointegración, es decir, esta prueba es robusta con respecto a las propiedades de integración y cointegración.

### 3.6 Conclusión

Uno de los supuestos de una serie de tiempo es que se tenga varianza constante, las variables empleadas en este trabajo presentan volatilidad, es decir, variaciones altas seguidas por periodos de relativa tranquilidad, a este hecho se le llama asimetría que se debe a la presencia de buenas y malas noticias. La volatilidad presenta distintas características, una de ellas es el efecto apalancamiento, que nos dice que un choque negativo (malas noticias) no tendrá el mismo efecto que un choque positivo (buenas noticias) sobre el modelo; para lograr capturar este efecto y que nuestro modelo sea más robusto, es necesaria la implementación de modelos asimétricos como el EGARCH, TGARCH Y GJR-GARCH. Por ello se realiza un modelo GARCH que captura la media y la varianza de una serie para finalmente extraerla incertidumbre de las variables. Se encuentra además que el modelo que nos permitirá explicar de mejor manera la relación entre inflación, incertidumbre inflacionaria y crecimiento económico será un modelo GARCH multivariante, el cual nos permitirá trabajar en un modelo conjunto.

Como se mencionó la complejidad de este tipo de modelos dificulta la modelación, sin embargo existe diferentes modelos como lo son el Modelo *vech* aprovecha el hecho de que los choques contemporáneos a las variables pueden relacionarse entre sí, el modelo BEKK en esencia asegura que las variaciones condicionales sean positivas, es decir, todos los parámetros al ingresar al modelo a través de formas cuadráticas, se asegura que todas las variaciones sean positiva y finalmente el modelo CCC que se utilizara en este estudio

restringe los coeficientes de correlación para que sean constantes. Aunado a esto nuestras series pueden presentar cambios estructurales ocasionados por la aplicación o modificación de una política, ya sea de manera interna o externa. Finalmente, aplicar a él pruebas de causalidad de Granger con una modificación de Toda y Yamamoto (1995), ya que es una prueba más robusta que nos dirá si se tiene causalidad unilateral o bilateral entre las variables y demostrar las hipótesis que se han planteado en el capítulo 1 independientemente del orden de integración y/o del rango de cointegración.

## **Capítulo 4. Modelación de los efectos asimétricos para la inflación, el producto y sus incertidumbres**

### **4.1 Introducción**

Este último capítulo contiene la modelación de los efectos asimétricos para la inflación, la incertidumbre inflacionaria, el crecimiento económico y la incertidumbre del producto, para las economías de México y Brasil con una muestra de enero de 1985 a junio de 2019. El objetivo de esta investigación es analizar las relaciones causales de las variables mencionadas. Para ello, se estima un modelo autorregresivo y de medias móviles que permita encontrar la ecuación de la inflación y el crecimiento económico; posteriormente, se procede a capturar la volatilidad de la inflación y el producto, mediante un modelo GARCH bivariado con correlación condicional constante (ccc-GARCH), con el fin de extraer la varianza condicional de la inflación y del producto.

Adicionalmente, se consideran los posibles cambios estructurales y la autocorrelación en el modelo propuesto. De igual forma, se desarrolla una prueba de sesgo de signo y magnitud que permita identificar la presencia de asimetría en la incertidumbre de la inflación y el crecimiento económico. Una vez que se comprueba la asimetría se emplea un modelo GJR-GARCH con correlación condicional constante para obtener un modelo más robusto y preciso. Finalmente, se procede a demostrar las hipótesis planteadas: 1) Inflación no causa Granger incertidumbre inflacionaria 2) Incertidumbre inflacionaria no causa Granger Inflación 3) Inflación no causa Granger Crecimiento económico y 4) Incertidumbre inflacionaria no causa Granger Crecimiento económico, mediante pruebas de causalidad de Granger con una modificación propuesta por Toda y Yamamoto (1995).

En consenso con Thorton (2007), Perrotini y Rodriguez (2012), Grier y Grier (1998), Solera (2003), se encuentra evidencia del cumplimiento de la primera hipótesis, de Friedman-Ball para ambos países. Para la segunda hipótesis, para México se cumple la hipótesis de Holland que habla de un banco central estabilizador, se tienen los mismos resultados que Grier y Grier (1998) y Perrotini (2012); mientras que para Brasil se sostiene una postura del banco central de tipo oportunista, tal como lo indica la hipótesis de Cukierman y Meltzer, en congruencia con los resultados obtenidos por Rosas (2018), Bojanic (2013), Mohd et al. (2013) y Ozdemir (2010). Para ambos países se cumple a largo plazo la tercera hipótesis de

Cukierman y Meltzer en consenso con Fischer (1993), Acevedo (2006), De Gregorio (1993), Gillman y Kejak (2005) y; Risso y Sánchez (2009). Por último, para la cuarta hipótesis los resultados para México son nulos como demuestran Sidrauski (1967), Lucas (1973) y Alberro (1981). Por el contrario, para Brasil se encuentra evidencia del cumplimiento de las hipótesis de Cukierman y Meltzer y la segunda parte de la hipótesis de Friedman.

#### **4.2 Objetivos e hipótesis de la investigación**

Para las economías en desarrollo es fundamental la implementación de políticas que con el tiempo mejoren los indicadores económicos y sociales, principalmente reflejados en el crecimiento económico y la inflación. Los países seleccionados para este estudio han registrado periodos de altas y bajas tasas de inflación, además que han implementado el régimen de Metas de Inflación, a partir del cual se ha registrado una disminución de las tasas de inflación; sin embargo, se tuvieron también considerables limitaciones en el crecimiento del producto.

Teniendo como objetivo el análisis de la relación de retroalimentación de la inflación y su incertidumbre inflacionaria y de estas sobre el crecimiento económico se procede a una investigación del tipo cuantitativa mediante modelos autorregresivos y de medias móviles que permitirán obtener las ecuaciones de inflación y producto que mejor se ajusten a los procesos estocásticos, y posteriormente estimar un modelo de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada GARCH que capture la incertidumbre inflacionaria, a través de una metodología que permite medir la varianza de innovaciones impredecibles del proceso ya que, como demuestra Engle (1982), cuando la variable de interés exhibe volatilidad condicional significativa, los beneficios de utilizar este modelo son considerables<sup>5</sup>.

Posteriormente, se calibra un modelo GARCH bivariado con correlación condicional constante (CCC-GARCH Bivariado) tomando en cuenta los quiebres estructurales y la asimetría que por naturaleza tienen las variables de estudio. Finalmente, se estiman pruebas de causalidad de Granger con la modificación de Toda y Yamamoto (1995); mediante las que se analizarán de mejor manera las hipótesis propuestas acerca de la relación de la

---

<sup>5</sup> El modelo ARCH encuentra el comportamiento de las variables omitidas por un modelo de series de tiempo y busca determinar la naturaleza de los cambios estructurales existentes en los datos.

inflación y su incertidumbre inflacionaria (incertidumbre real) con el crecimiento económico.

Se demuestran empíricamente las siguientes hipótesis: La propuesta por Friedman-Ball que afirman que altas tasas de inflación causan una mayor incertidumbre inflacionaria en el futuro y en contraposición la propuesta por Pourgerami y Maskus (1987), quienes señalan que existe una relación negativa entre estas variables, rechazando que la alta inflación dañe la previsibilidad de los precios. De igual manera, se busca comprobar la hipótesis respecto a la presencia de una relación causal positiva/negativa de la incertidumbre inflacionaria (nominal) sobre la inflación lo cual comprobaría la postura de los Bancos Centrales de América Latina; por un lado, la hipótesis de Cukierman y Meltzer (1986) para un Banco Central oportunista y, por otro lado, la hipótesis de Holland (1995) para un Banco Central estabilizador.

También se busca comprobar las hipótesis de Friedman (1977) y de Dotsey y Sarte (2000) respecto a que la incertidumbre inflacionaria causa al crecimiento económico con efectos negativos y positivos, respectivamente. Finalmente, se busca comprobar la hipótesis de Tobin (1965) y Mundell (1963) quienes establecen una relación positiva entre la inflación y el crecimiento económico. A su vez, Sidrauski (1967) no encuentra ningún efecto entre las variables; mientras que, Stockman (1981), encuentra una relación de causalidad negativa. Finalmente, se busca identificar la presencia del efecto asimétrico de los choques positivos y negativos (buenas y malas noticias) sobre la varianza condicional de la inflación para su inclusión en la estructura del sistema de ecuaciones.

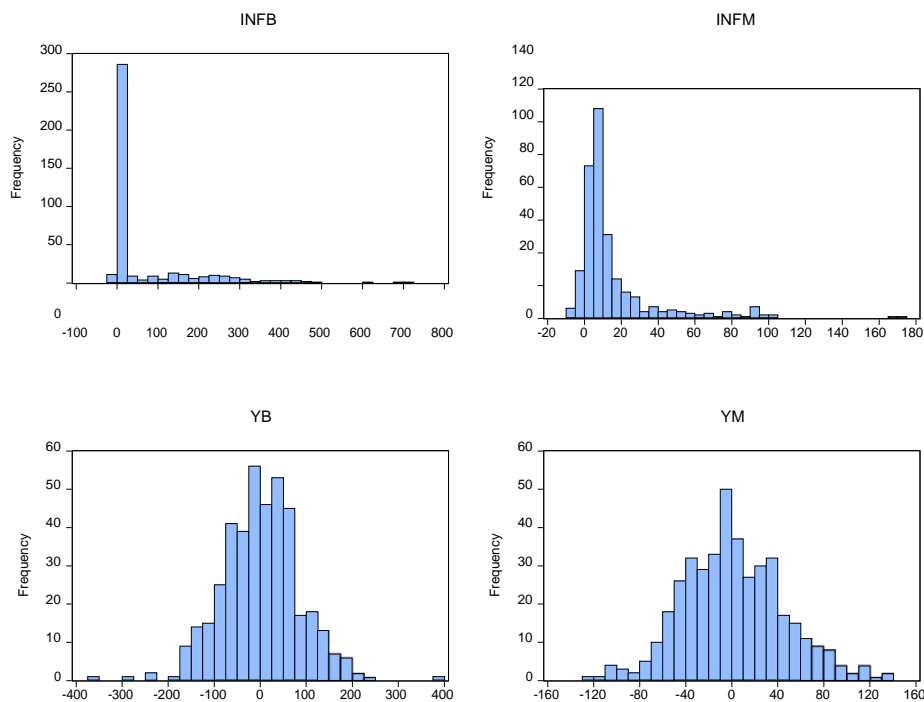
La investigación aborda las dos principales economías de Latinoamérica: México y Brasil las cuales fueron seleccionadas con base a la mayor disponibilidad de datos para garantizar una estimación más robusta. Además, otro criterio importante para la selección de esta muestra radica en que, ambas naciones han implementado el mecanismo de metas de inflación; y que según Brito y Bystedt (2010) han sido exitosas, pues se ha logrado una disminución en la inflación real respecto a la esperada.

#### **4.3 La inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico en México y Brasil. Un análisis descriptivo.**

La adopción del régimen de metas de inflación ha sido de las principales características de política económica en países emergentes. En el caso de México y Brasil, principalmente después de las crisis monetarias y cambiarias de los años 1994-1995 y 1998-1999, respectivamente. Este régimen se convirtió en una referencia monetaria para

economías emergentes, especialmente para países de América Latina, que buscaban asegurar el control inflacionario. En trabajos empíricos se había supuesto que una vez implementado dicho régimen se obtendría una reducción considerable en las tasas de inflación y que se tendría un desempeño macroeconómico semejante a los países desarrollados (Bernake *et al.* 1999). Sin embargo, no se consideró que dicho régimen funciona de manera distinta en países desarrollados y países emergentes; pues, de acuerdo con Fraga *et al.* (2003), las economías emergentes presentan mayor volatilidad del Producto Interno Bruto (PIB) y mayor variabilidad del nivel de precios; además de que las variaciones respecto a la meta son mayores.

**Figura 18.** Resumen descriptivo de la inflación y crecimiento económico en México y Brasil



**Fuente:** elaboración propia con el programa E. views 10

**Tabla 2.** Análisis descriptivo inflación y crecimiento económico de México

	$\mu$	$\sigma$	$\kappa$	$s$	$JB$
Inflación	15.47322	23.43011	14.24849	3.011144	2801.457 (0.000000)
Producto	1.645103	44.6507	3.174451	0.224436	3.990948 (0.135949)

**Fuente:** elaboración propia**Tabla 3.** Análisis descriptivo inflación y crecimiento económico de Brasil

	$\mu$	$\sigma$	$\kappa$	$s$	$JB$
Inflación	66.66653	119.8087	8.58956	2.290363	898.7263 (0.000000)
Producto	1.234623	85.36667	4.516212	-0.003258	39.56092 (0.000000)

**Fuente:** elaboración propia

Para ambas economías se observa tanto en la Figura 18 como en las Tablas 2 y 3 que para la inflación y el crecimiento económico el estadístico de curtosis es mayor a 3; es decir, existe un grado de concentración alto (leptocúrtica) como indicativo de una serie que presenta volatilidad. El estadístico de sesgo, para el caso de México es mayor a 0, lo que indica una distribución con asimetría positiva; mientras que, para Brasil, es menor a 0, indica una curva de asimetría negativa moderadamente sesgada; en ambos casos se pretende hacer una prueba más formal que permita obtener un modelo que capture dicha asimetría.

Para la inflación, en ambos casos el valor obtenido para el estadístico de Jarque-Bera es mayor que el valor crítico tabulado ( $\chi_2^2 = 5.99$  para un nivel de significación del 5%), se rechaza la hipótesis nula de normalidad de los residuos. Por lo tanto, los intervalos de confianza, los contrastes de significancia y las pruebas estadísticas ( $t$  y  $F$ ) dejan de ser válidos; debido a ello se utilizará la distribución *t-student* en lugar de una distribución normal, pues como se mencionó anteriormente las gráficas muestran una distribución leptocúrtica.

#### **4.4 Pruebas de raíz unitaria y orden de integración de la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico.**

Para ambas economías, se utilizan datos mensuales de enero de 1985 a junio de 2019 del Índice de Precios al Consumidor (IPC), o como es llamado en México Índice Nacional de Precios al Consumidor con el objetivo de construir las tasas de inflación, como sigue:

$\pi_t = \log(IPC_t/IPC_{t-1}) * 1200$ ; mientras que, las tasas de crecimiento se calculan

utilizando el Índice de Producción Industrial (IPI) como variable *proxy*<sup>6</sup> del PIB, ya que esta última solo proporciona datos trimestrales y anuales, lo que nos daría una muestra más pequeña, de igual forma se calcula  $y_t = \log(IPI_t/IPI_{t-1}) * 1200$ ; teniendo con ello el estudio de lo mismo, pero con el triple de observaciones. Varias investigaciones en este tema utilizan el IPI para construir la variable de crecimiento económico, entre las más representativas se encuentran los trabajos de: Jiranyakul y Opiela (2011) para Tailandia; Mohd et. al. (2013) para las cinco economías del ASEAN; Fountas y Karanasos (2007) para Estados Unidos y Hartmann y Roestel (2013) para 34 economías desarrolladas y emergentes.

Las variables se recabaron de las Estadísticas Financieras Internacionales (IFS, por sus siglas en inglés) del fondo monetario internacional, que estuvieron disponibles a partir del año 1948 para países miembros del Fondo; contiene datos de 194 países; dentro de los cuales se encuentran: la balanza de pagos, tipos de cambio, finanzas del gobierno, producción industrial, tasas de interés, etc. Esta cuenta con una estandarización para el cálculo de algunas variables, además de algunos totales mundiales.

Se examina en primer lugar si las dos series son estacionarias mediante una prueba de raíz unitaria ADF con el criterio de información de Schwarz con un máximo de 17 rezagos con tendencia e intercepto, no obstante, se presentan las tres categorías: con intercepto, con tendencia e intercepto y sin tendencia e intercepto. Los resultados para la inflación y el crecimiento económico son los siguientes:

**Tabla 4.** Pruebas ADF para México y Brasil

		INPC MEXICO	INPC BRASIL	IPI MEXICO	IPI BRASIL	INFLACION MEXI	INFLACION BRA	PRODUCTO MEXI	PRODUCTO BRASIL
4 rezagos	Intercepto	1.24	1.306	-1.32	-3.11	2.97*	3.08*	-.10.76*	-.11.91*
	Tendencia e intercepto	-2.2	-2.46	-2.556	-5.1017	-.3.92*	-.4.06*	-.10.78*	-.11.91*
	Sin tendencia e intercepto	4.869	3.51	1.432	-0.17554	-.2.54*	-.2.71*	-.10.61*	-.11.92*
8 rezagos	Intercepto	0.978	1.154	-1.33	-1.66	-2.58	-2.43	-.9.91*	-.16.58*
	Tendencia e intercepto	-2.08	-2.52	-1.988	-2.0699	-3.26	-3.28	-.9.99*	-.16.62*
	Sin tendencia e intercepto	3.101	3.01	1.811	0.38653	-2.31	-2.17	-.9.57*	-.16.55*
12 rezagos	Intercepto	-0.154	0.99	-1.5	-1.35	-0.154	-2.03	-.5.37*	-.6.3*
	Tendencia e intercepto	-3.31	0.265	-1.69	-1.3297	-3.58	-2.71	-.5.51*	-.6.34*
	Sin tendencia e intercepto	0.903	0.99	2.011	0.55285	-3.15	-1.89	-.4.99*	-.6.26*

**Nota.** Los estadísticos reportados \*\*\*, \*\* y \* denotan significancia al nivel 0.01, 0.05 y 0.10 respectivamente

**Fuente:** elaboración propia

<sup>6</sup> Es una variable utilizada en lugar de la variable de interés cuando no es posible su medición, a través de una correlación con el valor inferido.



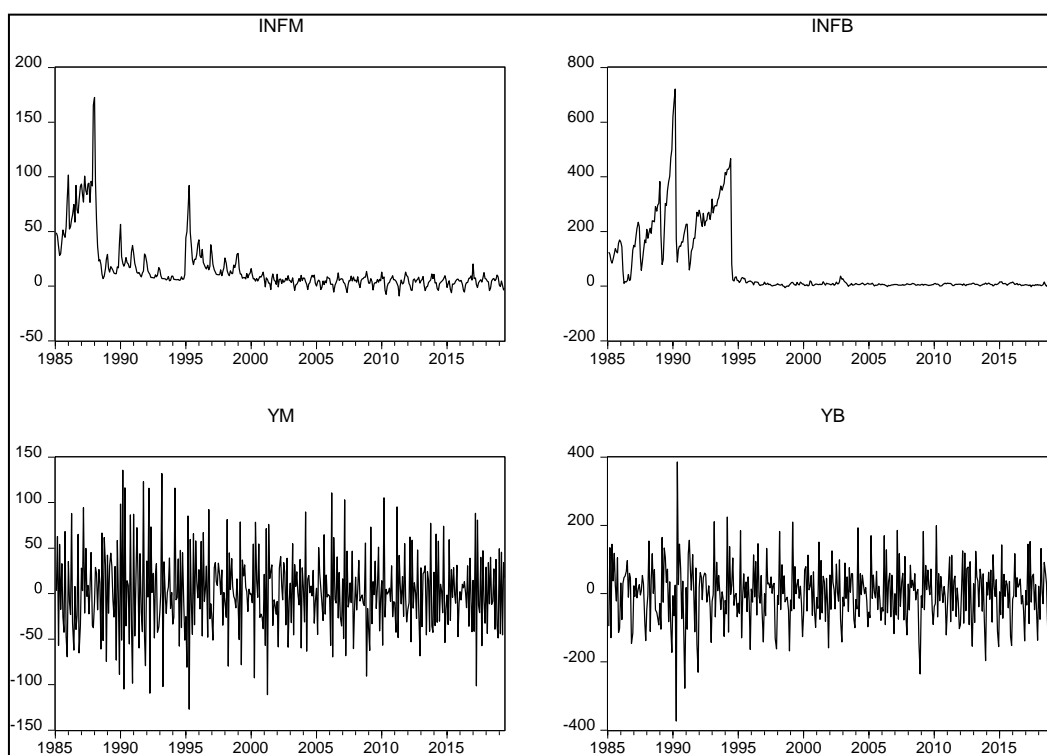
**Tabla 5.** Pruebas PP para México y Brasil

	INPC MEXICO	INPC BRASIL	IPI MEXICO	IPI BRASIL	INFLACION MEXI	INFLACION BRA	PRODUCTO MEXI	PRODUCTO BRASIL
Intercepto	0.436	1.06	-3.91	-.25.6*	-.30.3*	-.40.2*	-.609*	-.471*
Tendencia e intercepto	-5.86	-5.71	-75.1	-.73.7*	-.54.3*	-.24*	-.608*	-.472*
Sin tendencia e intercepto	1.63	1.99	0.394	-0.34	-.19.6*	-.17.8*	-.611*	-.472*

**Nota.** Los estadísticos reportados \*\*\*, \*\* y \* denotan significancia al nivel 0.01, 0.05 y 0.10 respectivamente

**Fuente:** elaboración propia

**Figura 19.** Tasas de inflación y crecimiento económico para México y Brasil



**Fuente:** elaboración propia con el programa E. views 10

Como se puede observar en las Tablas 4 y 5, los resultados obtenidos en las pruebas de ADF y PP muestran que en niveles las series de tiempo del Índice Nacional de Precios al Consumidor y el Índice de Producción Industrial de las dos economías no son estacionarias, por lo que se transforman en tasas de crecimiento; se realiza de nuevo la prueba y como se muestra, ahora las series son estacionarias a un nivel de confianza del 95%, por ello, no es necesario hacer alguna otra transformación de las variables.

Se procede al desarrollo de la metodología de Box Jenkins para identificar el mejor proceso autorregresivo. Se comienza por realizar un análisis para conocer si las serie son estacionarias, en caso de que no lo serlo, se de aplicar una transformación para obtener la propiedad de estacionariedad; posteriormente, se identifica el proceso (AR, MA o ARMA) que explique de mejor manera el comportamiento del proceso estocástico; con lo que se descarta la posible existencia de un proceso de medias móviles ya que la revisión de la literatura sugiere emplear, exclusivamente el pasado de las variables analizadas para explicar el fenómeno de interés. Mediante el correlograma de los procesos obtenidos se verifica la existencia de rezagos estadísticamente significativos, mismos que darán paso a la elección de un proceso ARMA que cumpla con los criterios requeridos.

Para la elección óptima del proceso se utiliza el programa estadístico Eviews10, y se ejecuta el algoritmo “*automatic arima forecasting*” a cada una de las variables para identificar el número de rezagos óptimos. Adicionalmente, para obtener los rezagos más significado se aplicó el método “*Stepwise*”<sup>7</sup>, que consiste en utilizar el coeficiente de determinación ajustado mas grande como criterio para identificar el modelo que presente la menor suma de residuos cuadráticos y, en consecuencia, identifique los mejores estimadores.

Cabe mencionar que se detectó, mediante la prueba de Breusch-Godfrey, la presencia de autocorrelación, debido a que se está trabajando con series de tiempo, las observaciones en este tipo de datos siguen un ordenamiento natural respecto al tiempo lo que sugiere que los datos se intercorrelacionan, violando el supuesto de MCRL<sup>8</sup> (Gujarati, 2010).

A continuación, se presentan los resultados de la prueba de Breusch-Godfrey sobre los modelos en media de la inflación y el crecimiento económico con uno y dos rezagos.

---

<sup>7</sup> Toma en cuenta las variables explicativas del modelo, agregando o quitando algunas de ellas, esto mediante su significancia estadística, para finalmente llegar al modelo óptimo.

<sup>8</sup> 1. El modelo de regresión es lineal en los parámetros, 2. Valores de X independientes del término de error, 3. El valor medio de la perturbación  $u_i$  es igual a cero, 4. Homoscedasticidad, 5. No hay autocorrelación entre las perturbaciones, 6. El número de observaciones debe ser mayor al número de parámetros por estimar y 7. No todos los valores de X deben ser iguales

**Tabla 6.** Prueba Breusch-Godfrey

		México	Brasil
<b>Inflación</b>	1 rezago	2241.135*** (0.000)	3291.513*** (0.000)
	2 rezagos	1125.933*** (0.000)	1686.034*** (0.000)
<b>Crecimiento económico</b>	1 rezago	192.4346*** (0.000)	12.58125*** (0.000)
	2 rezagos	103.7705*** (0.000)	11.72757*** (0.000)

Nota: los estadísticos reportados \*\*\*, \*\* y \* denotan significancia al nivel 0.01, 0.05 y 0.10 respectivamente

**Fuente:** elaboración propia

La tabla 6 muestra los resultados obtenidos, la prueba nos indica la existencia de Autocorrelación, es decir, un modelo en media no es eficiente para pruebas de hipótesis y pronóstico. Por consiguiente, se utilizará un modelo que permita emplear datos con autocorrelación, como lo son los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada.

#### **4.5 Estimación del modelo econométrico. Modelo CCC-GARCH Bivariado asimétrico**

Una vez que se ha comprobado que las series de tiempo son estacionarias y se han identificado los posibles quiebres estructurales; además de saber que los datos están correlacionados, se puede aplicar el enfoque de dos pasos propuesto por Jiranyakul y Opiela, (2011) y Mohd *et al.* (2013). El primer paso consiste en la estimación de la incertidumbre inflacionaria y del crecimiento económico, a través de un modelo de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada con correlación condicional constante (CCC-GARCH Bivariado); mientras que, en el segundo paso se implementan las pruebas de causalidad de Granger considerando la modificación desarrollada por Toda y Yamamoto.

Se procede a la especificación del modelo GARCH Bivariado con Correlación Condicional Constante, también conocido como ccc-GARCH bivalente. Este tipo de modelos restringe los coeficientes de correlación para que sean constantes, es decir, para cada  $i \neq j$  el modelo CCC asume que  $h_{ijt} = \rho_{ij}(h_{iit} h_{jjt})^{0.5}$ . Con el fin de modelar la interacción de la inflación y el crecimiento económico, el modelo se construye con las siguientes cinco ecuaciones:

$$\pi_t = \phi_{\pi 0} + \sum_{i=1}^p \phi_{\pi\pi,i} \pi_{t-i} + \sum_{i=0}^p \phi_{\pi y,i} y_{t-i} + \varepsilon_{\pi t} \quad (1)$$

$$h_{\pi,t} = \mu_{\pi} + \alpha_{\pi} \varepsilon_{\pi,t-1}^2 + \beta_{\pi} h_{\pi,t-1} \quad (2)$$

$$y_t = \phi_{y0} + \sum_{i=1}^p \phi_{y\pi,i} \pi_{t-i} + \sum_{i=1}^p \phi_{yy,i} y_{t-i} + \varepsilon_{yt} \quad (3)$$

$$h_{y,t} = \mu_y + \alpha_y \varepsilon_{y,t-1}^2 + \beta_y h_{y,t-1} \quad (4)$$

$$h_{\pi y,t} = \rho (h_{\pi,t})^{1/2} (h_{y,t})^{1/2} \quad (5)$$

Donde  $\pi_t$  representa la tasa de inflación,  $y_t$  la tasa de crecimiento económico,  $h_{\pi,t}$ ,  $h_{y,t}$  representan la varianza condicional de la inflación y el crecimiento respectivamente, mientras que  $h_{\pi y,t}$  es la covarianza condicional entre  $s_{\pi t}$  y  $s_{y t}$ . Se asume que los coeficientes

son estacionarios, con  $E_t(\varepsilon_{\pi t}) = E_t(\varepsilon_{y t}) = 0$ ,  $Var(\varepsilon_{\pi t}) = \phi_{\pi 0} (1 - \phi_{\pi\pi}(1) - \phi_{\pi y}(1))^{-1}$ ,  $Var(\varepsilon_{y t}) = \phi_{y 0} (1 - \phi_{y\pi}(1) - \phi_{yy}(1))^{-1}$  y  $Cov(\varepsilon_{\pi t} \varepsilon_{\pi s}) = Cov(\varepsilon_{y t} \varepsilon_{y s}) = 0$  para  $t \neq s$  si y solo si  $\alpha + \beta < 1$ .

También se asume que los términos de error de las ecuaciones (1) y (3) están distribuidos como una normal; además de que la correlación constante representada por  $\rho$  presenta un valor entre -1 y 1. La ecuación (1) representa la tasa de inflación promedio en función de sus rezagos y los rezagos de la tasa de crecimiento económico. La ecuación (2) modela la varianza condicional de la inflación (la incertidumbre inflacionaria) con un rezago del residuo cuadrado y un rezago de la varianza. La ecuación (3) estima la tasa de crecimiento económico en función de sus rezagos y los rezagos de la tasa de inflación. La ecuación (4) calcula la varianza condicional de la tasa de crecimiento económico con un rezago del residuo cuadrado y un rezago de la varianza. Finalmente, la ecuación (5) representa el modelo de correlación condicional constante de la varianza de  $\varepsilon_y$  y  $\varepsilon_{\pi}$ .

En el presente trabajo de investigación, la justificación teórica y metodológica para la utilización de dicho modelo, obedece a que en investigaciones anteriores solo se utiliza una estructura GARCH (1,1) simple para generar series de incertidumbre inflacionaria y con ello estimar pruebas de causalidad de Granger para analizar las relaciones que existen entre inflación, incertidumbre inflacionaria y crecimiento económico, por ejemplo, Grier y Perry, (1998) y Thornton, (2007). Sin embargo, el problema de los regresores generados de esta manera no considera la posible presencia de efectos asimétricos, ni tampoco la de cambios estructurales.

Por otro lado, se debe mencionar que existen algunos estudios que estiman las ecuaciones de producción e inflación simultáneamente en un modelo bivariado con estructura GARCH en media (GARCH-M) por ejemplo, Baillie et al., (1996); Grier y Perry, (2000). Esta técnica evita el problema de los regresores generados, pero no permite retrasos en las pruebas de causalidad, lo cual representa una seria restricción; ya que, como se sabe el efecto de la inflación hacia la incertidumbre inflacionaria, al igual que el de la producción respecto a su incertidumbre, requieren de varios periodos para explicar sus respectivas influencias.

#### 4.5.1 Prueba de cambio estructural

Debido a la naturaleza de las variables, resulta altamente probable la presencia de quiebres estructurales; es decir, hay un cambio único en la media de una secuencia, que, de otro modo, sería estacionaria. Perron (1989) obtiene un procedimiento formal para probar las raíces unitarias en presencia de un cambio estructural en el período de tiempo  $t = r + 1$ . Considera la hipótesis nula de un salto único en el nivel de un proceso de raíz unitaria contra la alternativa de un cambio único en la intersección de un proceso de tendencia estacionaria.

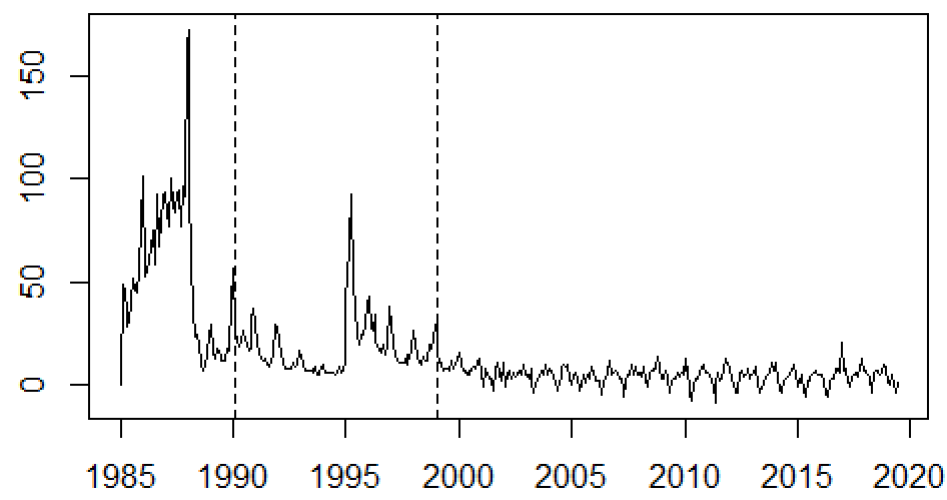
$$H_0: y_t = a_0 + y_{t-1} + \mu_1 D_p + \varepsilon_t$$

$$H_A: y_t = a_0 + a_2 y_{t-1} + \mu_2 D_L + \varepsilon_t$$

Donde  $D_p$  representa una variable dummy si  $D_p = 1$  si  $t = r + 1$  y cero en caso contrario y  $D_L$  una variable dummy de nivel si  $D_L = 1$  si  $t < r + 1$  y cero en cualquier otro caso. Para este estudio se construyeron variables dicótomas, dando valor de cero a las observaciones previas al año de quiebre estructural y 1 a las posteriores. Sin embargo, la inclusión de las variables que representan estos quiebres estructurales en el sistema de

ecuaciones arrojó coeficientes estadísticamente no significativos, y dado que no aportan mejoras significativas en el modelo planteado, se omitieron. No obstante, es importante dejar constancia de que dichas pruebas de cambio estructural, realizadas mediante un algoritmo programado en R-studio, generaron resultados importantes que debieran ser considerados para futuras investigaciones. En este sentido, se presentan los principales resultados y la evidencia gráfica que muestra la presencia de este hecho estilizado. Para el caso mexicano se estimó una F de 695.33 y un p-value de 0.0000, lo que significa que se rechaza la hipótesis nula de que existe un salto único; con ello se sabe que existen dos cambios estructurales en nuestra serie, como se observa en la siguiente gráfica.

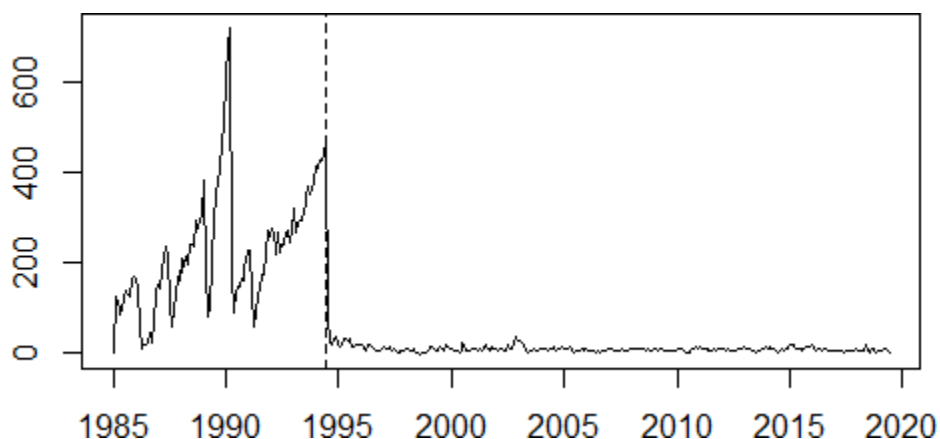
**Figura 20.** Inflación de México



**Fuente:** elaboración propia con el programa R-proyect 20

Como se puede observar en la gráfica anterior existen dos quiebres estructurales uno en 1990 cuando se implementó políticas de estabilización macroeconómica, se abandonó el modelo industrialización por sustitución de importaciones (ISI) y posteriormente se implementó el modelo de crecimiento impulsado por las exportaciones. Para 1999 la presencia del quiebre estructural se puede atribuir a la adopción del modelo NCM (Nuevo Consejo Macroeconómico), se fundamenta en los siguientes preceptos: neutralidad del dinero; tendencia automática hacia el equilibrio económico representado por la hipótesis NAIRU, y la inflación guarda una relación lineal con el crecimiento económico (Cerezo et. al, 2020).

**Figura 21.** Inflación de Brasil



**Fuente:** elaboración propia con el programa R-proyect 20

Para el caso brasileño se presenta un quiebre estructural en el año 1994, con un estadístico F de 780.87 y un p-value de 0.0000, en ese año se implementó el Plan Real; que fue diseñado como un programa de cambios profundos en la economía brasileña, restauró el sistema bancario, aceleró el crecimiento económico y se registraron tasas de inflación bajas a partir del 2º trimestre de este año. Esto a través de la introducción de una nueva unidad monetaria, implementación de políticas monetarias restrictivas y un tipo de cambio controlado.

#### 4.5.2 Prueba de sesgo en signo y magnitud

Engle y Ng (1993) proponen un conjunto de pruebas de asimetría en la volatilidad, conocidas como pruebas de sesgo de signo y magnitud. De acuerdo con esta metodología, se puede identificar si los choques positivos y negativos (del pasado) tienen un impacto diferente sobre la volatilidad actual. Estas pruebas se aplican sobre los residuos del modelo construido para la media y la varianza condicional; para ello se define  $S_{t-1}^-$  como una variable *dicótoma* que toma el valor de 1 si  $\hat{\varepsilon}_{t-1} < 0$  y cero en caso contrario; es decir,  $S_{t-1}^+ = 1 - S_{t-1}^-$ , para capturar las observaciones con choques negativos y positivos. La prueba de sesgo de signo se basa en la significancia o no de  $\phi_1$  en:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + u_t$$

donde  $u_t$  es un término de error independiente e idénticamente distribuido. Si los choques positivos y negativos para  $\hat{\varepsilon}_{t-1}$  presentan impactos diferentes en la varianza condicional, entonces el coeficiente  $\phi_1$  deberá ser estadísticamente significativo.

Así mismo podría darse el caso de que la magnitud del choque afecte si la respuesta de la volatilidad a los choques es simétrica o no. En este caso se desarrolla una prueba de magnitud negativa, basada en una regresión donde  $S^-_{t-1}$  ahora se utiliza con una variable ficticia dependiente, se argumenta que existe un sesgo de magnitud negativa si  $\phi_1$  es estadísticamente significativo en la regresión

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S^-_{t-1} * \hat{\varepsilon}_{t-1} + u_t$$

Finalmente se deriva una prueba de hipótesis conjunta para medir el sesgo de signo y magnitud tomando en cuenta que  $S^+_{t-1} = 1 - S^-_{t-1}$ , donde  $S^+_{t-1}$  toma las observaciones con innovaciones positivas:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S^-_{t-1} + \phi_2 S^-_{t-1} * \hat{\varepsilon}_{t-1} + \phi_3 S^+_{t-1} * \hat{\varepsilon}_{t-1} + u_t$$

Si los choques positivos y negativos para  $\hat{\varepsilon}_{t-1}$  presentan impactos diferentes en la varianza condicional, entonces el coeficiente  $\phi_1$  deberá ser estadísticamente significativo. A su vez, la magnitud de los choques tendrá un impacto en la volatilidad, siempre que  $\phi_2$  o  $\phi_3$  presenten significancia estadística; esto quiere decir que, no sólo el signo sino la magnitud de los choques es importante.

**Tabla 7** Prueba de sesgo en signo y magnitud para la inflación.

País	Especificación de Engle y Ng (1993)
<b>México</b>	$\hat{\varepsilon}_t^2 = 74.5437 + 20.5008S^-_{t-1} + 13.9706S^-_{t-1} * \hat{\varepsilon}_{t-1} + 6.8557S^+_{t-1} * \hat{\varepsilon}_{t-1} + u_t$ <i>t. stat</i> = (2.1399) (0.3861) (4.2941) (1.7673)
<b>Brasil</b>	$\hat{\varepsilon}_t^2 = -1534.913 + 1583.66S^-_{t-1} - 11.88267S^-_{t-1} * \hat{\varepsilon}_{t-1} + 197.6139S^+_{t-1} * \hat{\varepsilon}_{t-1} + u_t$ <i>t. stat</i> = (-2.1975) (1.5675) (-0.7251) (11.9051)

Nota: los valores en paréntesis representan los valores estadísticos de la t de student

**Fuente:** elaboración propia

Como se puede observar en la tabla anterior, existe un marcado efecto asimétrico en la inflación de cada país, cabe mencionar que la prueba se hizo también en el crecimiento económico, pero no se observó algún efecto de asimetría, por ello no se observa en la tabla 7; para el caso de la inflación  $\pi_t$  los choques positivos se entienden como malas noticias, por



ejemplo: el aumento de precios representado por un choque positivo indica que aumenta la inflación, pero se considera una mala noticia ya que para un país una inflación alta causa un efecto negativo a la estabilidad económica, el coeficiente de intersección de la ecuación de la tabla 8 captura dichos choques, es decir, la magnitud con la cual las malas y buenas noticias impactan la inflación, para ambas economías resulta significativo a un nivel del 10% ; sin embargo, para  $Y_t$ , el producto, un choque positivo es una buena noticia, es decir, se considera que hay una mejora en la economía, las malas y buenas noticias impactan de forma diferente la volatilidad de la varianza.

Para el caso de México y Brasil las “malas noticias” macroeconómicas parecen ser más relevantes que las buenas noticias ya que muchos de los países latinoamericanos tienen un comercio a nivel internacional, además se considera que un país en desarrollo es más vulnerable a algún cambio macroeconómico por sus características como lo son una inestabilidad política, un marco institucional débil, crecimiento del PIB inestable.

#### 4.5.3 Especificación del modelo CCC-GARCH-GJR Bivariado

Una vez identificada la presencia de efectos asimétricos, se procede a especificar el modelo ccc-GARCH bivariado bajo un esquema GJR (Glosten et al., 1993) que permite capturar e identificar los diferentes impactos (positivos y negativos) en el modelo:

$$h_{\pi,t} = \mu_{\pi} + a_{\pi}\varepsilon_{\pi,t-1}^2 + \gamma_{\pi}\varepsilon_{\pi,t-1}^2 + \beta_{\pi}h_{\pi,t-1} \quad (2a)$$

$$h_{y,t} = \mu_y + a_y\varepsilon_{y,t-1}^2 + \gamma_y\varepsilon_{y,t-1}^2 + \beta_y h_{y,t-1} \quad (4a)$$

De acuerdo con Glosten et. al. (1993), la estructura GJR permite que tanto las buenas y las malas noticias tengan un efecto diferente sobre la varianza condicional de la inflación y el crecimiento económico. En este mismo sentido, Brooks (2008) establece que si  $\gamma_{\pi}<0$  y es estadísticamente significativo los choques positivos (malas noticias) implican una mayor varianza condicional (incertidumbre inflacionaria) en el siguiente periodo respecto a choques negativos (buenas noticias) de la misma magnitud. De igual forma si  $\gamma_y>0$  existe un efecto de apalancamiento, es decir, que los choques negativos (malas noticias) tienen mayor impacto en la volatilidad del producto en el siguiente periodo si se les compara con choques positivos (buenas noticias). Si existe una inflación más alta de lo esperado y hay una disminución en la tasa de crecimiento económico se considera como malas noticias.

La estimación del modelo ccc-GARCH-GJR Bivariado se calcula mediante una distribución t-tudent, debido a que los datos presentan una distribución leptocúrtica con esta estructura se logra identificar la magnitud de los choques positivos y negativos, lo que permite medir la posible asimetría del modelo. La utilización de estas estructuras permite identificar la presencia de correlación entre los términos de error en los procesos de inflación y crecimiento económico. Las ecuaciones estimadas se muestran en la tabla 9 para ambas economías; tanto para la tasa de inflación, como para la tasa de crecimiento económico. Los paneles A y B contienen los resultados del valor esperado y la varianza condicional de la inflación y el crecimiento económico, respectivamente. Mientras que el panel C contiene la ecuación del coeficiente de correlación condicional.

En la tabla 8 se observa para la ecuación que estima el valor promedio de la inflación en México se implementaron once de sus rezagos cuyos coeficientes resultaron estadísticamente significativos en su mayoría y la suma de los coeficientes no excede la unidad, es decir, se cumple con las condiciones de estabilidad para un sistema de orden superior, se requiere que todo  $\alpha_i$  con valor real sea menor que la unidad en valor absoluto. De igual forma para números complejos las raíces vendrán necesariamente en pares. La estabilidad requiere que todas las raíces se encuentren dentro del círculo unitario, por lo que se garantiza la estabilidad del modelo, y también se agregaron siete rezagos del producto que de igual forma cumplen con condiciones de estabilidad, mientras que para el valor medio del crecimiento económico se consideran doce de sus rezagos, la gran mayoría significativos, y 3 rezagos de la inflación. Se observa que la ecuación de la varianza condicional para ambas variables cumple con las características para considerarse como un modelo óptimo y estable, ya que, los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  suman menos que la unidad, además de ser estadísticamente significativos.

**Tabla 8** Modelo CCC-GARCH para México

**Panel A. Ecuación de la inflación**

$$\begin{aligned} \pi_t = & 0.945 + 0.743\pi_{t-1} - 0.201\pi_{t-2} + 0.129\pi_{t-3} - 0.027\pi_{t-4} + 0.089\pi_{t-5} - 0.119\pi_{t-6} \\ & (0.000) \quad (0.000) \quad (0.000) \quad (0.021) \quad (0.573) \quad (0.000) \quad (0.004) \\ & + 0.058\pi_{t-7} - 0.010\pi_{t-8} + 0.051\pi_{t-9} - 0.019\pi_{t-10} + 0.114\pi_{t-11} + 0.006y_{t-1} \\ & (0.262) \quad (0.844) \quad (0.298) \quad (0.673) \quad (0.000) \quad (0.261) \\ & + 0.005y_{t-2} + 0.029y_{t-3} - 0.014y_{t-4} + 0.015y_{t-5} + 0.019y_{t-6} - 0.009y_{t-7} \\ & (0.416) \quad (0.000) \quad (0.043) \quad (0.046) \quad (0.008) \quad (0.106) \end{aligned}$$

$$h_t = 3.318 + 0.237s^2_{\pi,t-1} - 0.326 s^2_{\pi,t-1} * D_{t-1} + 0.728h_{\pi,t-1}$$

(0.000) (0.001) (0.000) (0.000)

**Panel B. Crecimiento económico**

$$\begin{aligned} y_t = & 3.198 - 0.470y_{t-1} - 0.107y_{t-2} - 0.033y_{t-3} - 0.166y_{t-4} - 0.076y_{t-5} - 0.085y_{t-6} \\ & (0.042) \quad (0.000) \quad (0.028) \quad (0.496) \quad (0.000) \quad (0.087) \quad (0.058) \\ & - 0.088y_{t-7} - 0.100y_{t-8} - 0.129y_{t-9} - 0.158y_{t-10} - 0.094y_{t-11} + 0.444y_{t-12} \\ & (0.040) \quad (0.024) \quad (0.002) \quad (0.000) \quad (0.024) \quad (0.000) \\ & - 0.1777\pi_{t-1} + 0.302\pi_{t-2} - 0.084\pi_{t-3} \\ & (0.194) \quad (0.123) \quad (0.623) \end{aligned}$$

$$h_t = 308.98 + 0.282y_{t-1} - 0.183 s^2_{y,t-1} * D_{t-1} + 0.431h_{y,t-1}$$

(0.039) (0.073) (0.405) (0.014)

**Panel C. Coeficiente de correlación**

$$h_{\pi,y,t} = -0.013z(h_{\pi,t})^{1/2} (h_{y,t})^{1/2}$$

(0.845)

**Nota:** los valores en paréntesis representan el p-value de los estimadores

**Fuente:** elaboración propia

Mientras que la Tabla 9 muestra que para el caso de Brasil para la ecuación que estima el valor promedio de la inflación se presentan diez coeficientes autorregresivos y tres

rezagos del producto, siendo estos en su mayoría estadísticamente significativos. Mientras que para el valor medio del crecimiento económico se incluye doce coeficientes autorregresivos y 3 rezagos de la inflación.

Se observa que la ecuación de la varianza condicional *no* cumple con las características para considerarse como un modelo óptimo y estable, ya que, los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  suman más que la unidad, sin embargo, son estadísticamente significativos. Para el modelo obtenido para Brasil se encontró una limitación que posiblemente pueda eliminarse con el aumento de la muestra o bien mediante la utilización de la variable original, el PIB, con datos trimestrales, que finalmente mejoren los resultados obtenidos.

**Tabla 9** Modelo CCC-GARCH para Brasil

**Panel A. Ecuación de la inflación**

$$\begin{aligned} \pi_t = & \mathbf{0.556} + \mathbf{0.252}\pi_{t-4} + \mathbf{0.021}\pi_{t-5} + \mathbf{0.149}\pi_{t-6} - \mathbf{0.026}\pi_{t-7} + \mathbf{0.122}\pi_{t-8} - \mathbf{0.240}\pi_{t-9} \\ & (0.0736) \quad (0.000) \quad (0.7439) \quad (0.0128) \quad (0.6687) \quad (0.1506) \quad (0.0026) \\ & - \mathbf{0.092}\pi_{t-10} + \mathbf{0.008}y_{t-1} + \mathbf{0.014}y_{t-2} + \mathbf{0.005}y_{t-3} \\ & (0.0593) \quad (0.0063) \quad (0.000) \quad (0.0549) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_t = & \mathbf{4.502} + \mathbf{0.796}s^2\pi_{t-1} - \mathbf{0.217}s^2\pi_{t-1} * D_{t-1} + \mathbf{0.308}h_{\pi,t-1} \\ & (0.000) \quad (0.000) \quad (0.2980) \quad (0.000) \end{aligned}$$

**Panel B. Crecimiento económico**

$$\begin{aligned} y_t = & -\mathbf{0.155} - \mathbf{0.299}y_{t-1} - \mathbf{0.128}y_{t-2} - \mathbf{0.183}y_{t-3} - \mathbf{0.234}y_{t-4} - \mathbf{0.082}y_{t-5} - \mathbf{0.188}y_{t-6} \\ & (0.9575) \quad (0.000) \quad (0.0129) \quad (0.000) \quad (0.000) \quad (0.0984) \quad (0.000) \\ & - \mathbf{0.212}y_{t-7} - \mathbf{0.141}y_{t-8} - \mathbf{0.200}y_{t-9} - \mathbf{0.189}y_{t-10} - \mathbf{0.091}y_{t-11} + \mathbf{0.615}y_{t-12} \\ & (0.000) \quad (0.0019) \quad (0.000) \quad (0.000) \quad (0.0322) \quad (0.000) \\ & + \mathbf{0.166}\pi_{t-1} - \mathbf{0.506}\pi_{t-2} + \mathbf{0.397}\pi_{t-3} \\ & (0.0158) \quad (0.000) \quad (0.000) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_t = & \mathbf{785.6941} + \mathbf{0.096}y_{t-1} - \mathbf{0.797}s^2y_{t-1} * D_{t-1} + \mathbf{0.304}h_{y,t-1} \\ & (0.000) \quad (0.0927) \quad (0.0001) \quad (0.0015) \end{aligned}$$

**Panel C. Coeficiente de correlación**

$$h_{\pi y,t} = -\mathbf{0.070}z(h_{\pi,t})^{1/2} (h_{y,t})^{1/2}$$

(0.2671)

Nota: los valores en paréntesis representan el p-value de los estimadores

**Fuente:** elaboración propia

Como se ha mencionado el trabajo se realiza mediante un enfoque de dos pasos, una vez obtenidas las ecuaciones anteriores, correspondientes al primer paso; que ha sido la estimación de la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico. Se continua con el segundo paso que presenta la relación de causalidad entre ellas; teniendo al final evidencia del cumplimiento de las cuatro hipótesis mencionadas durante el capítulo.

#### 4.6. Pruebas de causalidad de Granger basadas en el enfoque de Toda-Yamamoto

Una vez que se obtuvo el mejor modelo para ambas economías, se procede a extraer la varianza condicional de la inflación y del producto, es decir, la incertidumbre inflacionaria y la incertidumbre del producto y así poder estimar las pruebas de causalidad de Granger con una modificación propuesta por Toda-Yamamoto (1993). Con este procedimiento se puede identificar cuál de las hipótesis propuestas en el apartado 4.2 de este capítulo se cumple en cada una de las economías. Se utiliza este tipo de prueba ya que es robusta con respecto a las propiedades de integración y cointegración. En la siguiente tabla se muestran los resultados de dicha prueba para 4, 8 y 12 rezagos.

**Tabla 10.** Pruebas de causalidad de Granger basadas en el enfoque Toda- Yamamoto

	México	Brasil
<b>Panel A. Inflación no causa Granger Incertidumbre Inflacionaria</b>		
4 Rezagos	603.4526 *** (+)	39.07013 *** (-)
8 Rezagos	560.1576 *** (-)	60.71273 *** (-)
12 Rezagos	626.6514 *** (+)	70.91022 *** (+)
<b>Panel B. Incertidumbre Inflacionaria no causa Granger Inflación</b>		
4 Rezagos	94.0423 *** (-)	331.2637 *** (+)
8 Rezagos	89.8081 *** (-)	370.4896 *** (+)
12 Rezagos	100.7302 *** (-)	408.4072 *** (+)
<b>Panel C. Inflación no causa Granger Crecimiento Económico</b>		
4 Rezagos	33.4229 *** (-)	8.166554 * (+)
8 Rezagos	33.0819 *** (+)	12.15217
12 Rezagos	25.7225 *** (+)	63.58227 *** (+)
<b>Panel D. Incertidumbre Inflacionaria no causa Granger Crecimiento Económico</b>		
4 Rezagos	2.7312	39.88380 *** (+)
8 Rezagos	5.1937	27.47985 *** (+)
12 Rezagos	17.588	59.70290 *** (-)

Nota: Un signo +/- indica que la suma de los coeficientes rezagos de la variable causante es positiva (negativa); \*\*\*, \*\* y \* denotan significancia en los niveles 0.01, 0.05 y 0.1 respectivamente

**Fuente:** elaboración propia

#### **4.7. Resultados empíricos**

Adicionalmente se buscará explicar los efectos causales de la inflación hacia el crecimiento económico, para la que teóricos monetaristas han argumentado mayormente una relación negativa, entre ellos, Cooley y Hansen (1991), encuentran un efecto negativo al igual que Dabús et. al (1998) para países de América Latina. En el caso de México, Acevedo (2006) estima, a través de un modelo no lineal, la forma en que la inflación moderada incide sobre el crecimiento económico en México. Conciben la posible existencia de un umbral de inflación a partir del cual la relación entre crecimiento económico e inflación se invierte, pasando de positiva para niveles relativamente bajos de inflación a negativa para niveles mayores de inflación.

Los resultados presentados tienen una gran importancia a nivel macroeconómico y en las políticas monetarias que cada uno de los países adoptan, se muestra evidencia acerca de la hipótesis de Friedman-Ball para ambos países; en el caso de México para el cuarto y el décimo segundo rezago, mientras que, para Brasil, únicamente en el rezago doce, se asevera que, como resultados de incrementos en los precios, hay una mayor volatilidad inflacionaria en el futuro, con lo que se tiene consenso con los trabajos desarrollados por Thornton (2007); Perrotini y Rodríguez (2012); Grier y Grier (1998); Solera (2003). Sin embargo, existe un contraste en el rezago ocho para el caso de México y los rezagos cuatro y ocho para Brasil, el signo de afectación resulta negativo lo que apoyaría a la hipótesis de Pourgerami y Maskus (1987), no existiendo evidencia de algún otro autor a favor de estos resultados.

Las estadísticas de la segunda hipótesis referida a la relación causal de la incertidumbre inflacionaria hacia la inflación son significativas con signo negativo para todos los rezagos en el caso de la economía mexicana; es decir, que se comprueba que el comportamiento del banco central de México es del tipo estabilizador como lo indica Holland (1995). Empíricamente estos resultados coinciden con los trabajos desarrollados por Grier y Grier (1998) que encuentran, para el caso mexicano, con una muestra de 1960 a 1997 que existe un costo potencial real de la inflación en México. Por su parte, Perrotini (2012) encuentra resultados en el mismo sentido para México, con una muestra de 1929 a 2009, con resultados sólidos del cumplimiento de dicha hipótesis.

Mientras que, en el caso de Brasil, en todos los rezagos se presenta significancia estadística, además de presentar un signo positivo, lo que sugiere una postura del Banco Central del tipo oportunista, tal como lo indican Cukierman y Meltzer (1986), quienes

sostienen que la relación de causalidad va de la inflación a la incertidumbre inflacionaria dando como resultado final un aumento en el crecimiento del producto. En consenso con el cumplimiento de dicha hipótesis se encuentran los trabajos realizados por Rosas (2018) para Bolivia, México y Paraguay, Bojanic (2013) para Bolivia, Mohd et. al. (2013) para economías del sureste asiático y Ozdemir (2010) quien encuentra resultados sólidos para el Reino Unido.

La tercera hipótesis expone la relación causal de la inflación hacia el crecimiento económico, donde los resultados son variados para ambos países, para México en los primeros cuatro rezagos existe una relación negativa que sustenta la hipótesis de Stockman (1981), no obstante, en los siguientes rezagos el signo de afectación se vuelve positivo como lo demuestran Tobin (1965), cumpliéndose de igual manera para la economía brasileña, en la que para cuatro y doce rezagos se tiene un signo positivo; mientras que con ocho rezagos no existe significancia estadística.

Empíricamente, Fischer (1993) identificó una relación positiva cuando la tasa de inflación es baja y negativa cuando es alta, el trabajo de Acevedo (2006) muestra que existe un umbral de inflación donde la relación pasa de ser positiva para niveles relativamente bajos de inflación a negativa para niveles de inflación altos. De Gregorio (1993) encontró para 12 países latinoamericanos una relación negativa; mientras que, Gillman y Kejak (2005) formalizan un modelo donde los efectos negativos de la inflación en el crecimiento del producto son más severos en un entorno de baja inflación que en entornos de mayor inflación. Risso y Sánchez (2009) encuentran que existe una relación negativa significativa entre ambas variables. De manera similar Gylfason y Herbertsson (2001) postulan que, en los países con baja inflación, el crecimiento es más sensible a los cambios inflacionarios que en los países con alta inflación.

Finalmente, para la hipótesis referida a la relación causal de la incertidumbre inflacionaria hacia el crecimiento económico los resultados para México son nulos, es decir, no existe una relación causal entre las variables de estudio como lo demuestran Lucas (1973) y Alberro (1981). Para Brasil, por el contrario, se obtuvieron ambos signos. Primeramente, se tiene que con cuatro y ocho rezagos existe afectación positiva lo cual coincide con la hipótesis de Dotsey y Sarte (2000), mientras que el segundo resultado para esta prueba muestra que con doce rezagos se cumplen la segunda parte de la hipótesis de Friedman (1977), teniendo signo negativo, él señala que la incertidumbre afecta la asignación de



recursos al modificar las tasas de interés, que resultan finalmente en una disminución de la tasa de crecimiento.

#### **4.8. Conclusión**

Mediante un análisis descriptivo para ambas economías se observa que tanto la inflación como el crecimiento económico presentan una distribución leptocurtica; por ello se realiza el análisis mediante una distribución *t-student*. Se utilizan datos mensuales de enero de 1985 a junio de 2019 del Índice Nacional de Precios al Consumidor (IPC) para la inflación; mientras que para el crecimiento se utiliza el Índice de Producción Industrial como variable proxy del PIB; dichos datos fueron recabados de las Estadísticas Financieras Internacionales del Fondo Monetario Internacional. Se realizó en primera instancia una prueba de raíz unitaria, los resultados arrojan que tanto para INPC como para el IPI son series noestacionarias, por lo que se realiza una modificación en tasas de crecimiento.

Una vez que las series son estacionarias se procede con el desarrollo de la metodología Box-Jenkins que dará como resultado el mejor modelo autorregresivo; mediante la prueba de Breusch-Godfrey se observa la presencia de autocorrelacion por lo que dicho modelo no es eficiente para realizar pruebas de hipótesis; por tal motivo se utiliza un modelo que logre capturar dicha autocorrelacion que es el modelo de Heteroscedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada (GARCH).

Una vez realizadas las modificaciones necesarias a las series de tiempo se procede a realizar el análisis econométrico mediante un enfoque de dos pasos en el que; primeramente, se estiman las incertidumbre de inflación y crecimiento mediante un modelo con Correlación Condicional Constante (CCC-GARCH Bivariado); debido a la naturaleza de las variables en estudio se realiza una prueba de cambio estructural, en la que se obtienen para México dos quiebres estructurales y para Brasil, un cambio estructural; mismos que fueron incluidos en el modelo pero los resultados arrojaron coeficientes estadísticamente no significativos. Con la prueba de sesgo en signo y magnitud se encontró que las “malas noticias” son más relevantes que las buenas noticias. Para los modelos CCC-GARCH-GJR Bivariado, se tiene para la ecuación del valor medio de la inflación once rezagos de inflación y siete de producto y; diez rezagos de inflación y tres de producto para México y Brasil respectivamente.

En el segundo paso se aplican pruebas de causalidad de Granger basadas en el enfoque de

Toda-Yamamoto. Se extrae la varianza condicional de la inflación y el producto, se identifica que para ambos países se tiene el cumplimiento de las hipótesis planteadas en los capítulos anteriores, mismas que respaldan los distintos resultados encontrados en investigaciones realizadas en los años previos.

## Conclusión General

Las economías latinoamericanas que en su mayoría han adoptado un régimen de metas de inflación, han buscado mantener el nivel de crecimiento en los precios dentro de un umbral que permita finalmente registrar mayores tasas de crecimiento del producto. Por ello conocer la relación causal entre estas variables se ha convertido en uno de los objetivos principales de los tomadores de decisiones, particularmente en el gobierno; y así poder aplicar políticas que estimulen o desincentiven el crecimiento económico. Esta investigación tiene como finalidad encontrar para México y Brasil, la relación causal entre inflación, incertidumbre inflacionaria y crecimiento económico, mediante un análisis teórico y econométrico, utilizando datos mensuales de enero de 1985 a junio de 2019.

Se busca comprobar las siguientes hipótesis. Primero, la hipótesis de Friedman-Ball que describen una relación causal positiva de la inflación hacia la incertidumbre inflacionaria. La segunda relación que va de incertidumbre inflacionaria hacia inflación se explica por la hipótesis de Holland de manera negativa con un comportamiento estabilizador del Banco Central; en contraposición la hipótesis propuesta por Cukierman y Meltzer que habla de un comportamiento oportunista por parte del Banco Central. La tercera relación referida a la relación causal entre inflación y crecimiento económico, para un efecto negativo se tiene la hipótesis de Stockman, para un efecto positivo la hipótesis de Tobin y Mundell y la hipótesis de Sidrauski para un efecto nulo. Finalmente, el impacto de la incertidumbre inflacionaria hacia el crecimiento económico para las que hay efectos positivos y negativos son explicados por la hipótesis de Dotsey y Sarte y la segunda parte de la hipótesis de Friedman, respectivamente.

Finalmente, se utiliza la teoría de series de tiempo para la modelación financiera empleando la metodología de Box–Jenkins que nos ayuda de forma iterativa a encontrar el modelo óptimo que explique de mejor manera las variables mediante el análisis de estacionariedad y estacionalidad de los datos, una vez realizadas las modificaciones necesarias se identifica el modelo, se estiman sus coeficientes a los que se realizan pruebas de diagnóstico en los residuos. Posteriormente, por la naturaleza de los datos empleados para este estudio, resulta ineficiente utilizar únicamente modelos para la estimación de la media, pues no logran capturar uno de los principales hechos estilizados, como lo es la volatilidad, presente en la mayoría de las variables financieras. Por ello es necesario incorporar un modelo de varianza

condicional en el que se considere un posible efecto asimétrico, es decir; las buenas y malas noticias afectan de manera diferente a dicha varianza (efecto apalancamiento).

Para el modelo de la economía mexicana se consideró una distribución *t-student*, mientras que, para Brasil, una distribución normal. Se observó que, aunque la prueba de cambio estructural resulta significativa en ambos casos; la inclusión de una variable *dummy*, que capture los periodos en que el quiebre divide la muestra, no mejora sustancialmente los resultados de ambos modelos, además de presentar poca o nula significancia estadística en sus coeficientes. Respecto a la prueba de sesgo en signo y magnitud los resultados obtenidos fueron significativos, esto permite establecer que existe un efecto asimétrico, es decir, las malas y buenas noticias, efectivamente, impactan de forma diferente a la volatilidad de la varianza. En este sentido, el incremento en los precios y la caída en el producto exhiben un mayor impacto en la evolución de sus respectivas varianzas condicionales.

En el planteamiento de la metodología, que aporte una correcta medición de las variables estudiadas, se identifica que un modelo univariado presenta una considerable limitación; pues únicamente modela la varianza condicional de una serie de tiempo que es independiente de demás variables en el estudio, en cambio, un modelo multivariante considera que la volatilidad de una variable puede presentar correlación con las demás; por esta razón se modifica la estructura del modelo, hacía un sistema de ecuaciones del tipo CCC-GARCH-GJR Bivariado asimétrico. Y mediante esta construcción se obtiene la varianza condicional de cada una de las economías, permitiendo capturar la correlación entre la inflación y el crecimiento económico y, con ello, una estimación más precisa de la incertidumbre inflacionaria y del producto.

Finalmente, se calibran las pruebas de causalidad de Granger con una modificación propuesta por Toda y Yamamoto (1995). El análisis econométrico muestra evidencia del cumplimiento de la hipótesis de Friedman-Ball para ambos países, en la mayoría de los rezagos. En lo que respecta a la segunda hipótesis se comprueba que el comportamiento del banco central de México es del tipo estabilizador como lo indica Holland; mientras que, en el caso de Brasil, los resultados sugieren la implementación de una postura del Banco Central del tipo oportunista, tal como lo indican Cukierman y Meltzer. La tercera hipótesis presenta, para el caso mexicano, el cumplimiento de la hipótesis de Stockman y Tobin; mientras que,

para la economía brasileña la relación que se comprueba es la de Tobin. En lo referente a la cuarta hipótesis, para la economía de México, la relación causal de la incertidumbre inflacionaria hacia el crecimiento económico es nula, es decir no existe evidencia estadística. Para Brasil, por el contrario, primero se cumple la hipótesis de Dotsey y Sarte (2000), y posteriormente, la hipótesis de Friedman (1977). En este sentido, la presente investigación abona a la literatura, que aún es escasa, sobre el estudio de las relaciones de causalidad entre la inflación, su incertidumbre y el crecimiento económico para el caso de las dos principales economías de América Latina.

## Bibliografía

- Acevedo, E. F. (2006). Inflación y crecimiento económico en México: una relación no lineal. *Economía mexicana. Nueva época*, XV(2), 199-249.
- Aguirre Jaime, A. (1994). *Introducción al tratamiento de series temporales: aplicación a las Ciencias de la Salud*. Madrid, España: Diaz de Santos.
- Alberro, J. (1981). The Lucas hypothesis on the Phillips Curve: Further international evidence. *Journal of Monetary Economics*, 7(2), 239-250.
- Angeriz, A., & Arestis, P. (Noviembre de 2008). Monetary Policy in the UK. *Cambridge Journal of Economics*, 31(6), 863-884.
- Baba, Y., Engle, R., Kraft, D., & Kroner, K. F. (1990). *ARCH multivariado simultáneo generalizado*. Universidad de California: Departamento de Economía.
- Baillie, R. T., Bollerslev, T., & Mikkelsen, H. O. (1996). Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 3-30.
- Ball, L. (Junio de 1992). Why does high inflation raise inflation uncertainty? *Journal of Monetary Economics*, 29(3), 371-388.
- Ball, W. J. (1995). Policy Analysis Methods: Two alternative Approaches and One Polemic. *Policy Studies Journal*, 23(4), 712-715.
- Baltagi, B. (2005). *Econometric Analysis of Panel Data* (Tercera ed.). England: John Wiley & Sons Ltd.
- Banco de México. (2018). *Banxico*. Recuperado el 2020, de Banxico: <https://www.banxico.org.mx/politica-monetaria/d/%7BE0B64CFA-4903-B643-978E-AA348BC3C2CD%7D.pdf>
- Barro, R. (2013). Inflation and economic growth. *Annals of Economics and Finance*, 14(1), 121-144.
- Bauwens, L., Laurent, S., & Rombouts, J. (2006). Multivariate GARCH models: a survey. *Journal of applied econometrics*, 21(1), 79-109.
- Bernanke, B. S., Gertler, M., & Gilchrist, S. (1999). The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework. *Handbook of Macroeconomics*, 15(1), 1341-93.
- Bojanic, A. N. (Junio de 2013). Inflación e incertidumbre inflacionaria en Bolivia. *El trimestre económico*, 80(318), 401-426.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327.
- Bollerslev, T., Engle, R., & Wooldridge, J. (1988). A Capital Asset Pricing Model with Time-varying Covariances. *Journal of Political Economic*, 96, 116-131.
- Bomfim, A. N., & Rudebusch, G. D. (1997). Opportunistic and Deliberate Disinflation Under Imperfect Credibility. *Journal of Money, Credit and Bank*, 32(4), 707-721.

- Brito, R. D., & Bystedt, B. (2010). Inflation targeting in emerging economies: Panel evidence. *Journal of Development Economics*, 91(2), 198-210.
- Brooks, C. (2008). *Econometría introductoria para las finanzas* (2 ed.). Cambridge: Cambridge University.
- Brunner, A. D., & Gregory, H. D. (1993). Are higher levels of Inflation less predictable? A State-Dependent Conditional Heteroscedasticity Approach. *Journal of Business & Economic Statistics*, 11(2), 187-197.
- Caballero Claire, B., & Caballero Martínez, R. (2015). Efectos asimétricos de shocks de inflación e incertidumbre inflacionaria en Bolivia 1990-2013. *Economía Informa*, 394, 68-99.
- Capistrán, C., & Ramos-Francia, M. (2009). Inflation Dynamics in Latin America. *Contemporary Economic Policy*, 27(3), 349-362.
- Carrière-Swallow, Y., Jácome, L., Magud, N., & Werner, A. (2016). Banca Central en América Latina: El camino hacia adelante. *International Monetary Found.*
- Casas Monsegny, M., & Cepeda Cuervo, E. (2008). Modelos ARCH, GARCH y EGARCH: Aplicaciones a series financieras. *Cuentos de economía.*, 287-320.
- Cerezo Garcia, V., López González, T. S., & López Herrera, F. (2020). Crecimiento economico e inflacion en México, 1993-2018 , ¿una investigacion lineal o no lineal? *Investigacion economica*, 80(316), 83-109.
- Cermeño, R., & Grier, K. B. (2001). *Modeling GARCH processes in Panel Data: Theory, Simulations and Examples.*
- Choi, S., Smith, B. D., & Boyd, J. H. (1996). Inflation, Financial Markets, and Capital Formation. *Federal Reserve Bank of St. Louis*, 78, 41-58.
- Conrad, C., & Karanosos, M. (Agosto de 2005). On the inflation-uncertainty hypothesis in the USA, Japan and the UK: a dual long memory approach. *Japan and the World Economy*, 17(3), 327-343.
- Conrad, C., & Karanosos, M. (2015). Modelling the Link Between US Inflation and Output: The Importance of the Uncertainty Channel. *Scottish Journal of Political Economy*, 62(5), 431-453.
- Cooley, T., & Hansen, G. D. (Agosto de 1991). The Welfare Costs of Moderate Inflation. *Journal of Money, Credit and Banking*, 23(3), 483-503.
- Cottani, J., & Rosen, E. O. (2016). *Metas de inflación en América Latina: ¿Qué hemos aprendido?* S & P Global Ratings.
- Cukierman, A., & Meltzer, A. H. (Septiembre de 1986). A Theory of Ambiguity, Credibility, and Inflation under Discretion and Asymmetric Information. *Econometrica*, 54(5), 1099-1128.

- Daal, E., Naka, A., & Sanchez, B. (2005). Re-examining inflation and inflation uncertainty in developed and emerging countries emerging countries . *Department of Economics and Finance Working Papers*, 180-186.
- Dabus, C., & Viego, V. (Abril de 2003). Inflación, Precios Relativos y Crecimiento: Evidencia de América Latina. *Estudios de Economía Aplicada*, 21(1), 91-107.
- De Gregorio, J. (Junio de 1993). Inflation, taxation, and long-run growth. *Journal of Monetary Economics*, 31(3), 271-298.
- Devereux, M. (1989). A Positive Theory of Inflation and Inflation Variance. *Economic Inquiry*, 27(1), 105-116.
- Dotsey, M., & Sarte, P. (Junio de 2000). Inflation uncertainty and growth in a cash-in-advance economy. *Journal of Monetary Economics*, 45(3), 631-655.
- Enders, W. (2015). *Applied Econometric Time Series*. (Fourth ed.). United States of America: Wiley.
- Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1007.
- Engle, R. F., & NG, V. K. (1993). Measuring and Testing the Impact of News on Volatility. *the journal of finance*, 48(5), 1749-1778.
- Engle, R., & Kroner, K. (1995). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11(1), 122-150.
- Engle, R., Lilien, D., & Robins, R. (1987). Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH model. *Econometrica*, 55(2), 391-407.
- Fischer, S. (Diciembre de 1993). The role of macroeconomic factors in growth. *Journal of Monetary Economics*, 32(3), 485-512.
- Fountas, S. (20 de Diciembre de 2001). The relationship between inflation and inflation uncertainty in the UK. *Economic Letters*, 74(1), 77-83.
- Fountas, S. (Septiembre de 2010). Inflation, inflation uncertainty and growth: Are they related? *Economic Modelling*, 27(5), 896-899.
- Fountas, S., & Karanasos, M. (Marzo de 2007). Inflation, output growth, and nominal and real uncertainty: Empirical evidence for the G7. *Journal of International Money and Finance*, 26(2), 229-250.
- Fountas, S., Ioannidis, A., & Karanasos, M. (Marzo de 2004). Inflation, inflation uncertainty, and common European monetary policy. *The Manchester School*, 77(2), 221-242.
- Fountas, S., Karanasos, M., & Kim, J. (Mayo de 2002). Inflation and output growth uncertainty and their relationship with inflation and output growth. *Economic Letters*, 75(3), 293-301.
- Fountas, S., Karanasos, M., & Kim, J. (2006). Inflation uncertainty, output growth uncertainty and macroeconomic performance. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 68(3), 319-343.



- Fraga, L., Gutiérrez, M., Fernández, L., & Fundora, O. &. (2003). Estudio preliminar de las curvas de. *Cubana Ciencia*, 5(1), 37-151.
- Friedman, M. (Junio de 1977). *Nobel lecture: Inflation and unemployment*, 85(3), 451-472.
- Galindo, L. M., & ROS, J. (2006). Banco de México: política monetaria de metas de inflación. *Economía UNAM*, 3(9), 82-88.
- Ghulam, A. (2013). EGARCH, GJR-GARCH, TGARCH, AVGARCH, NGARCH, IGARCH and APARCH Models for Pathogens at Marine Recreational Sites. *Journal of Statistical and Econometric Methods.*, 2(3), 57-73.
- Gillman, M., & Kejak, M. (2005). Contrasting Models of the Effect of Inflation on Growth. *Journal of Economic Surveys*, 19(1), 113-136.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (December de 1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *The Journal of Finance*, 48(5), 1779-1801.
- Glosten, L., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (Diciembre de 1993). One the relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *The journal of finance*, 1779-1801.
- Gonçalves, C., & Salles, J. M. (Febrero de 2008). Inflation targeting in emerging economies: What do the data say? *Journal of Development Economics*, 85(1-2), 312-318.
- Greene, W. H. (2003). *ECONOMETRIC ANALYSIS* (5 ed.). New York: Pearson Education.
- Grier, K. B., & Grier, R. M. (1998). El papel de la estrategia cambiaria en el comportamiento económico de países en desarrollo: evidencia para 1997. *Economía Mexicana Nueva Época*, 0(1), 115-139.
- Grier, K. B., & Perry, M. J. (Agosto de 1998). On inflation and inflation uncertainty in the G7 countries. *Journal of International Money and Finance*, 17(4), 671-689.
- Grier, K. B., & Perry, M. J. (2000). The effects of real and nominal uncertainty on inflation and output growth: Some GARCH-M evidence. *Journal of Applied Econometrics*, 15(1), 45-58.
- Grier, K. B., Henry, Ó. T., Olekalns, N., & Shields, K. (2004). The asymmetric effects of uncertainty on inflation and output growth. *Journal of Applied Econometrics*, 19(5), 551-565.
- Grier, R., & Grier, K. B. (Agosto de 2006). On the real effects of inflation and inflation uncertainty in Mexico. *Journal of Development Economics*, 80(2), 478-500.
- Gujarati, D. N. (2010). *Econometría* (Quinta ed.). United States: Mc Graw Hill.
- Gylfason, T., & Herbertsson, T. T. (Diciembre de 2001). Does inflation matter for growth? *Japan and the World Economy*, 13(4), 405-428.
- Hartmann, M., & Roestel, J. (2013). Inflation, output and uncertainty in the era of inflation targeting: A multi-economy view on causal linkages. *Journal of International Money and Finance*, 37(C), 98-112.

- Heath, J. (2012). *Lo que indican los indicadores : cómo utilizar la información estadística para entender la realidad económica de México* (Vol. xx). México: INEGI.
- Holland, S. (Agosto de 1995). Inflation and Uncertainty: Tests for Temporal Ordering. *Journal of Money, Credit and Banking*, 27(3), 827-837.
- Jácome , L. (2016). A Historical Perspective on Central Banking in Latin America. En Fondo Monetario Internacional, Y. Carrière-Swallow, H. Faruquee, L. Jácome , & K. Srinivasan (Edits.), *Challenges for Central Banking: Perspectives from Latin America* (págs. 11-40). Washington: Washington, D.C. : IMF.
- Jácome , L., & Vazquez, F. (Diciembre de 2008). Any Link between Legal Central Bank Independence and Inflation? Evidence from Latin America and the Caribbean. *European Journal of Political Economy*, 24(4), 788-801.
- Jiranyakul, K., & Opiela, T. P. (Septiembre de 2011). The Impact of Inflation Uncertainty on Output Growth and Inflation Thailand. *Asian Economic Journal*, 25(3), 291-307.
- Judson, R., & Orphanides, A. (Abril de 1999). Inflation, Volatility and Growth. *Internacional Finance*, 2(1), 117-138.
- Kasaï, N., & Naraidoo, R. (2013). The opportunistic approach to monetary policy and financial market conditions. *Applied Economics*, 45(18), 2537-2545.
- King, R. G., & Watson, M. W. (Diciembre de 1994). The post-war U.S. Phillips curve: a revisionist econometric history. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 41, 157-219.
- Kontonikas, A. (Mayo de 2004). Inflation and inflation uncertainty in the United Kingdom, evidence from GARCH modelling. *Economic Modelling*, 21(3), 525-543.
- Lamoureux, C. G., & Lastrapes, W. D. (Marzo de 1990). Heteroskedasticity in Stock Return Data: Volume versus GARCH Effects. *The journal of finance*, XLV(1), 221-229.
- Lucas, R. E. (Junio de 1973). Some International Evidence on Output-Inflation Tradeoffs. *The American Economic Review*, 63(3), 326-334.
- McLeod, A., & Li, W. (1983). Diagnostic Checking ARMA Time Series Models using Squared-Residual Autocorrelations. *Journal of Time Series Analysis*, 4(4), 269-273.
- Mendoza, M. A. (1998). Inflación y crecimiento económico en México. *Monetaria*, 21(2), 139-162.
- Mohd, S. H., Baharumshah, A. Z., & Fountas, S. (2013). Inflation, Inflation Uncertainty and Output Growth: Recent Evidence from ASEAN-5 Countries. *The Singapore Economic Review*, 58(4), 1-17.
- Montero Granados, R. (2011). Efectos fijos o aleatorios: test de especificación. . *Documentos de trabajo en economía aplicada.*, 1-5.

- Mundell, R. (1963). Capital Mobility and Stabilization Policy under Fixed and Flexible Exchange Rates. *The Canadian Journal of Economics and Political Science / Revue Canadienne D'Economique Et De Science Politique*, 29(4), 475-485. doi:10.2307/139336
- Nelson, D. B. (Marzo de 1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A new approach. *Econometrica*, 59(2), 347-370.
- Orphanides, A., & Wilcox, D. (2002). The Opportunistic Approach to Disinflation. *International Finance*, 5(1), 47-71.
- Ozdemir, Z. (2010). Dinámica De La Inflación, Crecimiento Del Producto Y Su Incertidumbre En El Reino Unido: Un Análisis empírico. *The Manchester School*, 78, 511-537. Obtenido de <https://doi.org/10.1111/j.1467-9957.2009.02153.x>
- Perron, P. (1989). The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis. *Econometrica*, 57(6), 1361-1401.
- Perrotini Hernández, I., & Rodríguez Benavides, D. (2012). INFLACIÓN, INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA Y CRECIMIENTO ECONÓMICO EN MÉXICO: 1929-2009. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*, 7(1), 1-26.
- Pindyck, R. (1991). Irreversibility, uncertainty, and investment . *Journal of Economic Literature*, 29(3), 1110-1148.
- Pourgerami, A., & Maskus, K. (1987). The effects of inflation on the predictability of price changes in Latin America: Some estimates and policy implications. *World Development*, 15(2), 287-290. Obtenido de [http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0305-750X\(87\)90083-0](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0305-750X(87)90083-0)
- Risso, A., & Sánchez, E. (2010). Análisis de cointegración y valores umbrales entre la inflación y el crecimiento económico en México: 1970-2007. *Ensayos revista de economía*, 29(2), 77-98.
- Rocabado, P. A. (2009). *Inflacion e Incertidumbre Inflacionaria: un analisis para la economia boliviana 1937-2009*. Obtenido de tesis para la optencion del grado de licenciado en economia: <https://repositorio.umsa.bo/bitstream/handle/123456789/2116/T-1093.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Romero, L. Q., & Mendoza, M. Á. (2017). *Econometría aplicada utilizando R* (Primera ed.). Ciudad de México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Rosas Rojas, E. (16 de noviembre de 2019). Inflación e incertidumbre inflacionaria en países selectos de América Latina. *Problemas del desarrollo*, 50(198), 113-144. Obtenido de <https://doi.org/10.22201/iiec.20078951e.2019.198.64822>
- Rosas Rojas, E. (Septiembre-Diciembre de 2020). Los efectos asimétricos de la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico en México. *Análisis Económico*, 35(90), 45-66.
- Rosas Rojas, E., & López González, T. (2018). Inflación e incertidumbre inflacionaria: la postura del Banco de México, 1969-2017. *Finanzas y Política Económica*, 10(2), 349-372.

- Sánchez Vargas, A., & Reyes Martínez, O. (Julio-Octubre de 2006). Regularidades probabilísticas de las series financieras y la familia de modelos GARCH. *Ciencia Ergo Sum*, 13(2), 149-156.
- Sarel, M. (Marzo de 1996). Non-linear effects of inflation on economic growth. *IMF Staff*, 43, 199-215. doi:10.2307/3867357
- Sidrauski, M. (1967). Inflation and Economic Growth. *Journal of Political Economy*, 75(6), 796-810. Obtenido de <http://www.jstor.org/stable/1829572>
- Solera Ramírez, Á. (2003). Inflación e Incertidumbre Inflacionaria: Evidencia para Costa Rica. *Economía y Sociedad*, 8(22-23), 31-50.
- Stockman, A. C. (1981). Anticipate inflation and the capital stock in cash-in-advance economy. *Journal of Monetary Economics*, 8(3), 387-393. Obtenido de [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(81\)90018-0](https://doi.org/10.1016/0304-3932(81)90018-0)
- Thornton, J. (2007). The Relationship between Inflation and Inflation Uncertainty in Emerging Market Economies. *Southern Economic Journal*, 73(4), 858-870. doi:10.2307/20111932
- Tobin, J. (1965). Money and Economic Growth. *Econometrica*, 33, 671-684.
- Toda, H. Y., & Yamamoto, T. (1995). Statistical Inference in Vector Autoregressions with Possibly Integrated Processes. *Journal of Econometrics*, 66(1 y 2), 225-250.
- Toda, H., & Phillips, P. C. (1993). Vector Autoregressions and Causality. *Econometrica*, 61(6), 1367-1393. doi:10.2307/2951647
- Tsay, R. S. (2005). *Analysis of Financial Time Series* (Second ed.). Chicago: John Wiley & Sons.
- Ungar, M., & Zilberfarb, B. (1993). Inflation and Its Unpredictability--Theory and Empirical Evidence. *Journal of Money, Credit and Banking*, 25(4), 709-720. doi:10.2307/2077800
- Videgaray, M. C. (2011). *Pronosticos: Metodología De Box-Jenkins*. México, Distrito federal: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Wilson, B. K. (Septiembre de 2006). The links between inflation, inflation uncertainty and output growth: New time series evidence from Japan. *Journal of Macroeconomics*, 28(3), 609-620.