



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

CENTRO UNIVERSITARIO UAEM VALLE DE MÉXICO

**Estimación del crecimiento del Producto Interno
Bruto de México mediante un Modelo de
Ecuaciones en Diferencias Estocásticas
Simultáneas**

TESIS

Que para obtener el Título de

LICENCIADO EN ACTUARÍA

Presenta

C. Ximena Alexandra Sesma Huitrón

Asesor: D. en E. Eduardo Rosas Rojas

Atizapán de Zaragoza, Edo. de Méx. Septiembre 2021



Resumen

La presente investigación expone los principales problemas de estimación para un modelo econométrico uniecuacional, y porqué bajo ciertas condiciones un modelo de ecuaciones simultáneas estimaría con mayor precisión los coeficientes de pendiente de las variables que describen la naturaleza del fenómeno económico. Todo ello fundamentado en un planteamiento adecuado de la teoría y en la correcta aplicación de la metodología estadística.

El objetivo de este trabajo de investigación es determinar a través de un sistema de ecuaciones en diferencias estocásticas la simultaneidad de la inflación y la incertidumbre inflacionaria, así como el efecto causal en la dinámica del Producto Interno Bruto. Para ello se presenta la evidencia empírica del caso mexicano que corrobora el cumplimiento de algunas de las principales hipótesis planteadas en la revisión teórica del fenómeno económico. Los datos empleados fueron extraídos de las Estadísticas Financieras Internacionales (IFS) del Fondo Monetario Internacional para el tercer trimestre de 1981 al primer trimestre de 2018.

El documento aborda la importancia de una correcta implementación de un sistema de ecuaciones simultáneas para generar estimadores consistentes, eficientes y robustos. De igual forma se debe garantizar una correcta especificación de las ecuaciones, lo que permitirá identificar y modelar las relaciones de causalidad existentes entre las variables que son el objeto de estudio. Para ello se exponen diferentes métodos de estimación como: Mínimos cuadrados Ordinarios (MCO), Mínimos Cuadrados Indirectos (MCI) y Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E). Adicionalmente, se desarrollan modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada (GARCH) para identificar el comportamiento volátil de los precios, es decir, la incertidumbre inflacionaria.

Los principales resultados muestran que la inflación es un determinante del crecimiento del producto, es decir, se ha comprobado que ante un crecimiento de los precios se genera un crecimiento del producto. En tal sentido, se puede establecer que se acepta la hipótesis de Tobin (1965). Por otro lado, se ha comprobado el cumplimiento de la hipótesis de Cukierman y Meltzer (1986), esto se traduce en que la incertidumbre inflacionaria y la inflación tienen una relación positiva, lo que explicaría cómo la autoridad monetaria genera incertidumbre

inflacionaria en un esfuerzo por estimular el crecimiento económico, sin embargo, esto a su vez genera aumentos en el nivel de inflación. Finalmente, se pudo comprobar el cumplimiento de la hipótesis desarrollada por Ball (1992) y Friedman (1977) que mencionan una relación positiva entre la incertidumbre inflacionaria y la inflación.

Abstract

This research exposes the main estimation problems for a single equation economic model, and the reasons why, under certain conditions, a simultaneous equations model would be more precise to estimate the slope coefficients for variables describing the nature of the economic phenomenon. The latter is based on an adequate approach to the theory and the correct application of statistical methodology.

This research purposes to determine through an equations system in stochastic differences the simultaneity of inflation and inflationary uncertainty, as well as the causal effect on the gross domestic product. For this, the empirical evidence of Mexican economy is presented to corroborate the fulfillment of some of the main hypothesis raised in the theoretical review of the economic phenomenon. The data used was extracted from the International Financial Statistics (IFS) of the International Monetary Fund for the third quarter of 1981 to the first quarter of 2018.

This document addresses the correct implementation importance of simultaneous equations system to generate consistent, efficient, and robust estimators. Likewise, the correct specification of the equations must be guaranteed, to allow the identification and modeling of the causal relationships between the variables under study. Therefore, different estimation methods are exposed, such as: Ordinary Least Squares (OLS), Indirect Least Squares (ILS) and Two Stages Least Squares (2SLS). In addition, Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) models are developed to identify the volatile behavior of prices, also called, inflationary uncertainty.

The main results show that inflation is a determinant of product growth, this means that it has been proven that when prices are raised, product growth is generated; therefore, Tobin's

(1965) hypothesis is accepted. Moreover, Cukierman and Meltzer (1986) hypothesis is accepted, since there is evidence that inflationary uncertainty and inflation has a positive relationship; that is, that the monetary authority generates inflationary uncertainty to stimulate economic growth, but as consequence, the level of inflation increases. Finally, the fulfillment of the hypothesis developed by Ball (1992) and Friedman (1977) which declares a positive relationship between inflationary uncertainty and inflation is proved.

ÍNDICE

Agradecimientos	<i>I</i>
Resumen	<i>II</i>
Abstract	<i>III</i>
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. La econometría y el análisis unidireccional	5
1.1 Introducción	5
1.2 Historia de la econometría	5
1.3 Tipos de Modelos	7
1.4 Análisis de regresión uniecuacional multivariable	10
1.4.1 Supuestos del modelo de regresión lineal.....	11
Supuesto 1: Linealidad del modelo de regresión	11
Supuesto 2: Rango completo	13
Supuesto 3: Regresión	13
Supuesto 4: Perturbaciones esféricas.....	14
Supuesto 5: Regresores no estocásticos.....	15
Supuesto 6: Normalidad	16
1.4.2 Regresión por mínimos cuadrados	17
1.5 Conclusión	24
CAPÍTULO 2. Endogeneidad, Mínimos cuadrados indirectos (MCI) y Mínimos cuadrados en dos etapas (MC2E)	26
2.1 Introducción	26
2.2 Especificación errónea de un modelo	26
2.2.1 Omisión de variables relevantes	27
2.2.2 Forma funcional incorrecta.....	28
2.2.3 Adición de variables independientes redundantes.....	28
2.3 Soluciones para problemas de especificación errónea	29
2.3.1 Uso de la teoría económica.....	29
2.3.2 Variables proxy.....	30
2.4 Endogeneidad y sus causas	31
2.4.1 Variable omitida	31
2.4.2 Simultaneidad	32
2.4.3 Error de medición en las variables independientes	32

2.4.4 Sesgo de selección	33
2.5 Prueba de simultaneidad de Hausman y variables instrumentales	33
2.6 Prueba de Sargan	34
2.7 Prueba de causalidad de Granger.....	35
2.8 Pruebas de estacionariedad (raíz unitaria)	37
2.8.1 Prueba Dickey–Fuller (DF)	38
2.8.2 Prueba Dickey–Fuller Aumentada (DFA).....	39
2.8.3 Las pruebas de raíz unitaria Phillips-Perron (PP).....	39
2.9 Modelos de Ecuaciones Simultáneas.....	40
2.10 Problema de identificación	43
2.11 Condiciones de orden y de rango para la identificación.....	43
2.11.1 Condición de orden para la identificación	44
2.11.2 Condición de rango para la identificación.....	45
2.12 Mínimos Cuadrados Indirectos (MCI)	47
2.13 Método de Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E)	50
2.14 Conclusión	54
CAPÍTULO 3. Revisión teórica de la relación entre crecimiento económico, la inflación y su incertidumbre.....	55
3.1 Introducción.....	55
3.2 Revisión teórica de la relación inflación e incertidumbre inflacionaria	56
3.3 Relaciones de causalidad entre la inflación, la incertidumbre inflacionaria y su impacto en el crecimiento económico	58
3.4 Variables auxiliares para complementar la relación de la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico.....	63
3.5 Estimación de la incertidumbre inflacionaria.....	64
3.6 Comportamiento asimétrico de la incertidumbre inflacionaria	73
3.8 Repercusiones de los choques estructurales	77
3.9 Conclusiones.....	78
CAPÍTULO 4. Estimación de la relación de retroalimentación entre la inflación, su incertidumbre y el crecimiento económico mediante series de tiempo simultáneas	79
1.1 Introducción.....	79
4.1 Análisis de las series de tiempo	79

4.2 Análisis del modelo de crecimiento del Producto Interno Bruto.....	92
4.3 Resultados.....	92
CONCLUSIONES	98
ANEXOS	103
BIBLIOGRAFÍA	105

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Resumen de los supuestos del modelo clásico de regresión lineal.....	16
Tabla 2. Hipótesis investigadas y sus principales contribuciones teóricas.....	59
Tabla 3. Prueba de raíz unitaria para el INPC de México	80
Tabla 4. Prueba de raíz unitaria para el PIB de México	81
Tabla 5. Prueba de sesgo y signo (Engle y Ng) para la inflación.....	84
Tabla 6. Modelo EGARCH para definir la incertidumbre inflacionaria	85
Tabla 7. Prueba de raíz unitaria para la Incertidumbre de México.....	88
Tabla 8. Causalidad de Granger: INCERTIDUMBRE \leftrightarrow INPCg.....	89
Tabla 9. Causalidad de Granger: INPCg \leftrightarrow PIBg	89
Tabla 10. Causalidad de Granger: PIBg \leftrightarrow ht	90
Tabla 11. Resultados del Sistema de ecuaciones.....	92
Tabla 12. Resultados de la estimación del PIB (Ecuación 1).....	93
Tabla 13. Resultados de la estimación de la inflación (Ecuación 2)	94
Tabla 14. Resultados de la estimación de la incertidumbre inflacionaria (Ecuación 3).....	94
Tabla 15. Hipótesis y resultados.....	95

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. INPC y PIB en niveles y en diferencias logarítmicas	80
Figura 2. Cambio estructural del INPCg	82
Figura 3. Cambio estructural del PIBg	83
Figura 4. Incertidumbre en niveles	88

INTRODUCCIÓN

A través de los años se ha buscado comprender el mecanismo de interacción que relaciona los precios y su incertidumbre con el crecimiento del producto, ya que esta última variable es clave para la población puesto que se traduce en acceso a una mejor calidad de vida, pues su capacidad económica se ve incrementada. El crecimiento del producto se mide como la suma del valor monetario de todos los bienes y servicios finales producidos en el interior de un país para un periodo de tiempo determinado. Por su parte, la estabilidad de la inflación permite que los agentes económicos preserven el poder adquisitivo de su dinero y puedan tener certeza sobre el comportamiento de los precios en el futuro.

La inflación es un aumento generalizado en los precios de los bienes y servicios de una economía durante un periodo de tiempo. Se dice que existe inflación cuando aumentan de forma sostenida los precios del conjunto de bienes y servicios de una economía. Es decir, cuando la media de los precios de todos los bienes y servicios de un país sube. En las décadas previas las principales economías del orbe transitaron por periodos de elevada inflación y algunas experimentaron episodios de hiperinflación. Lo anterior se reflejó en efectos perjudiciales tanto para las economías desarrolladas como para las economías en desarrollo. Ante tal escenario, se propuso la adopción del régimen de metas de inflación, dicho régimen trata un enfoque que permite a los responsables de la política monetaria tener un amplio margen de maniobra para responder a las crisis económicas, las perturbaciones financieras y otros acontecimientos imprevistos.

El régimen de metas de inflación es un marco que se caracteriza por reconocer la estabilidad de los precios como objetivo principal de los Bancos Centrales y así anunciar un objetivo explícito de la inflación (normalmente se encuentra en 3%). También promueve la transparencia y una comunicación clara con el público. No obstante, aunque existen metas de inflación, aún existe la expectativa de los precios (también conocida como incertidumbre inflacionaria).

En este contexto, cabe mencionar que existen múltiples enfoques teóricos y autores que afirman que la relación causal va de la inflación a la incertidumbre inflacionaria de manera

positiva, mientras que otros autores aseguran que tiene una relación negativa. De manera contraria, existe literatura que aboga por una relación inversa, es decir, de la incertidumbre inflacionaria a la inflación. A su vez, existen evidencias empíricas que muestran que tanto la inflación como la incertidumbre inflacionaria causan y afectan al crecimiento del producto en sentido positivo o negativo. No obstante, lo que parece tener consenso es que la mayoría de las investigaciones concuerdan en que existe un ciclo de retroalimentación entre estas variables.

La presente investigación tiene como principal objetivo demostrar la relación que existe entre la inflación, la incertidumbre inflacionaria y estas a su vez con el crecimiento del producto a través de un modelo de ecuaciones simultáneas; asimismo, se utiliza un modelo de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada (GARCH) para cuantificar la incertidumbre inflacionaria, que técnicamente se traduce como la varianza condicional de la inflación.

A través de la metodología mencionada, se busca probar tres hipótesis para la economía mexicana desde el año 1988 hasta el 2018. La primera hipótesis consiste en definir la relación causal entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria la cual hace alusión a lo presentado en relación positiva a Friedman (1977) y Ball (1992), mientras que del lado opuesto se encuentra Pourgerami y Maskus (1987), Ungar y Zilberfarb (1993). La segunda hipótesis infiere una relación inversa a la primera, es decir, una relación causal entre la incertidumbre inflacionaria a la inflación; Cukierman y Meltzer (1986) argumentan una relación positiva con el comportamiento del Banco Central como oportunista, mientras que Holland (1995) sostiene una relación negativa y que el Banco Central se comporta de manera estabilizadora. La tercera hipótesis consiste en definir la relación causal entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria hacia el crecimiento del producto; Tobin (1965) argumenta que la inflación tiene una relación positiva al crecimiento económico, mientras que Judson y Orphanides(1996) y Barro (1995) sostienen una hipótesis en sentido negativa; No obstante, Dotsey y Sarte (2000) exponen que la incertidumbre inflacionaria causa a la inflación, mientras que en el lado opuesto se encuentra Friedman (1977) con una causalidad negativa.

Esta investigación se divide en cuatro capítulos. En el primer capítulo se expone la historia de la econometría, los tipos y evolución de modelos que se han utilizado a través de los años. De igual manera, se presentan los supuestos en los que se encuentra sustentada la metodología de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) y las deficiencias que presenta una regresión uniecuacional multivariante ante la presencia de simultaneidad.

El segundo capítulo muestra los supuestos y la forma correcta de utilizar ecuaciones simultáneas en presencia de endogeneidad, así como las metodologías para su adecuada resolución (Mínimos Cuadrados Indirectos (MCI) y Mínimos Cuadrados en 2 Etapas (MC2E)); del mismo modo, se exponen los problemas que pueden provocar una especificación errónea del modelo, tales como: la omisión de variables relevantes, la especificación de una forma funcional incorrecta, o la adición de variables que sean redundantes. En caso de identificar algunos de estos problemas, a través de las pruebas de simultaneidad de Hausman y de Sargan, se expone como pueden solucionarse empleado los modelos de ecuaciones simultáneas.

El tercer capítulo aborda la principal literatura entre la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento del producto presentada por los principales referentes teóricos y las principales evidencias empíricas. Se exponen las 3 hipótesis planteadas que busca probar la presente tesis. Posteriormente, se describe los fundamentos teóricos para el tratamiento de las series de tiempo, sus características esenciales y las transformaciones matemáticas que deben usarse para su correcta estimación. También se aborda el tema de las variables auxiliares que servirán para complementar los sistemas de ecuaciones simultáneas y permitir su resolución. Y, se muestra el desarrollo de la metodología de los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada (GARCH), que permite estimar la incertidumbre inflacionaria, así como su comportamiento asimétrico.

En el cuarto capítulo se presenta la evidencia empírica para la economía mexicana mediante un modelo de ecuaciones simultáneas y se muestra la utilización de un modelo E-GARCH para el cálculo de la incertidumbre inflacionaria mediante el uso de Eviews. Los principales resultados muestran que la inflación es un determinante del crecimiento del producto, es

decir, se ha comprobado que ante un crecimiento de los precios se genera un crecimiento del producto. En tal sentido, se puede establecer que se acepta la hipótesis de Tobin (1965). Por otro lado, se ha comprobado el cumplimiento de la hipótesis de Cukierman y Meltzer (1986), esto se traduce en que la incertidumbre inflacionaria y la inflación tienen una relación positiva. Finalmente, se pudo comprobar el cumplimiento de la hipótesis desarrollada por Ball (1992) y Friedman (1977) que mencionan una relación positiva entre la incertidumbre inflacionaria y la inflación.

Finalmente, se incluye un apartado para mostrar las conclusiones y las recomendaciones para generar un crecimiento del producto.

CAPÍTULO 1. La econometría y el análisis unidireccional

1.1 Introducción

La econometría es una disciplina científica que explica una variable en función de otras (especialmente económicas), mediante el uso de modelos matemáticos y estadísticos para examinar, interpretar y predecir. Etimológicamente, el término «econometría» significa «medición económica» y manifiesta su carácter esencialmente cuantitativo, si bien, el alcance de esta disciplina es mucho más amplio. No obstante, esta ciencia siempre se encuentra en movimiento entre las teorías económicas y estadísticas; sin embargo, la interacción de estos dos campos del conocimiento no ha sido ni directa ni sencilla.

Es primordial entender el principio y la evolución de la econometría, los tipos de modelos que se han utilizado durante la historia y los principales autores que han aportado a la evolución de estos. De igual manera, en este capítulo se presentará la importancia del análisis de regresión, el método de mínimos cuadrados ordinarios, sus supuestos y limitaciones.

No obstante, es primordial contar con análisis robustos y confiables para disminuir la vulnerabilidad de la economía a eventos económicos que ocasionan incertidumbre y volatilidad. En la ciencia económica se aplican modelos econométricos, así como el manejo de programas estadísticos avanzados, ya que resultan muy convenientes para nuevas investigaciones y aportaciones a la economía.

1.2 Historia de la econometría

El término 'econometría' fue utilizado por primera vez por Pawel Ciompa en 1910, siendo rescatado por Frisch en su artículo de 1936 titulado «Note on term 'Econometrics'». Sin embargo, Bodkin (1991), Barbancho (1976) y Morgan (1990), mencionan que los fundamentos de la macroeconometría se originan en las investigaciones aplicadas del siglo XIX con los trabajos desarrollados por Von Thunen, Cournot, Walras, Jevons, Edgeworth, Pareto y Wicksell.

A lo largo de la historia se han propuesto diferentes definiciones que coinciden e integran los mismos elementos que son: matemáticas, estadística y datos económicos. Samuelson,

Koopmans y Stone (1954) definen la Econometría como el análisis cuantitativo de fenómenos económicos actuales, basado en el desarrollo congruente de teoría y observaciones, y relacionado por métodos apropiados de inferencia; Goldemberg (1964) la define como la ciencia social en la cual las herramientas de la teoría económica, las matemáticas y la inferencia estadística se aplican al análisis de los fenómenos económicos.

Intriligator (1978) menciona que es la rama de la economía relacionada con la estimación empírica de las relaciones económicas. Chow (1983) la determina como el arte y ciencia de usar métodos para la medida de relaciones económicas. Stewart y Wallis (1984) la definen como la ciencia que se ocupa de la medición de las relaciones entre las variables económicas y de la confrontación de la teoría con la evidencia empírica. Greene (1993) apuntó que es el campo de la Economía que se refiere a ésta como aplicación de la Estadística Matemáticas y los instrumentos de la Estadística Inferencial a la medición empírica de las relaciones postuladas por la Teoría Económica. Y finalmente T. Haavelmo señaló que el método de la investigación econométrica busca en esencia una conjunción entre la teoría económica y la medición real, con la teoría y la técnica de la inferencia estadística como puente.

En el siglo XIX comenzó a desarrollarse la teoría económica, la economía matemática y la estadística. Uno de esos grandes avances fue el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) introducido por el matemático Legendre en 1806. Laplace, Gauss, Galton, Pearson y Fisher lo generalizaron y aplicaron al análisis de regresión. Posteriormente, ya en la primera mitad del siglo XX, los antecedentes más directos se pueden ubicar en autores como Tinbergen, Polak, Colin Clark, Haavelmo, Kalecki y Frisch” (Loría, 2007, p.37). Cabe mencionar que Tinbergen construyó por primera vez un modelo de ecuaciones simultáneas en 1939. Y en 1969 Tinbergen y Frisch fueron los primeros en adquirir el Premio Nobel de Economía siendo pioneros de la construcción de los modelos estructurales.

Los principales antecedentes teóricos de los modelos de ecuaciones simultáneas según Bodkin, son:

- a) La serie de modelos de equilibrio general que se inició con Walras y luego con Pareto.

- b) Los modelos de ciclo económico desarrollados a principios de la década de 1930 por Frisch y Kalecki.
- c) La teoría de Keynes y, más aún, la línea keynesiana que se desarrolló posteriormente, que derivó en toda una serie de productos teóricos, formales y empíricos, que se concretarían en las décadas siguientes en la Comisión Cowles.

Para Loría (2007), los sistemas de ecuaciones simultáneas que se desarrollaron inicialmente en la Comisión Cowles integraron conceptos básicos de esta teoría como: elementos, organización, flujos de energía, información, relación causa-efecto, retroalimentación estática y dinámica, totalidad, función, eficiencia, entradas, salidas, entorno y procesos. Todos estos factores dieron a la vez especificidad y fuerza a los modelos estructurales o multiecuacionales de la Tradición Cowles (p.38).

Sin embargo, fue hasta después de la Segunda Guerra Mundial que se desarrollaron los modelos estructurales con los trabajos de Jacob Marshack, quien formó un equipo de trabajo entre 1943 y 1948 e instituyó la Comisión Cowles en la Universidad de Chicago. Como resultado de la comisión, se estableció un marco académico institucional que creó las condiciones para desarrollar los modelos estructurales, ya que incrementó la investigación de la teoría económica y las técnicas econométricas para estimarlos.

1.3 Tipos de Modelos

De acuerdo con Intriligator (1996) la modelación puede clasificarse en varios niveles de acuerdo con el grado de abstracción, uso de lenguaje matemático y exteriorización. En el nivel más simple se encuentran aquellos modelos que Pulido y Pérez (2001) llaman mentales. Estos modelos consisten en una primera representación ordenada de la realidad, con muy baja abstracción de los fenómenos y variables que caracterizan a un sistema. Así mismo, hay una elaboración, aunque sea primitiva, de una realidad económica. En otros términos, este nivel correspondería al sentido común. En el siguiente nivel se encuentran los modelos verbales, cuya característica principal es que ya hacen elaboraciones congruentes de las relaciones causales que existen entre los elementos que constituyen el sistema.

Todas las relaciones generales e interacciones del sistema con su entorno, ya se manifiestan con palabras y escritura de texto, mediante un sistema de conceptos y categorías. Este es el tipo de modelación que hicieron los clásicos de la economía (Smith, Say, Ricardo y Marx, entre otros). Su rasgo distintivo es que pueden explicar el comportamiento del pasado, el presente y el futuro de un sistema económico, pero no utilizan lenguaje matemático para fundamentar sus ideas. Cabe resaltar que los pensamientos de los grandes pensadores que utilizaron este modelo eran sumamente ordenados y congruentes entre sí, al grado que sus modelos se formalizaron tiempo después. La economía comenzó a formalizarse a medida que la realidad económica se tornaba más compleja; sin embargo, los avances matemáticos también comenzaban a evolucionar gracias a los aportes de Newton en siglo XIX.

Fue en ese mismo siglo cuando se creó el positivismo para incluir las ciencias exactas a las disciplinas sociales. Comte (1853) realizó gran aporte para entender a la sociedad y a la economía como sistemas basados en hechos y sus datos podían ser observados para ser comprendidos, observó que estos hechos se repetían y con el tiempo podían convertirse en leyes. Fue entonces cuando comenzaron a utilizarse los modelos lógicos o verbales a través de símbolos y figuras abstractas, con el fin de plantear nuevos argumentos.

De acuerdo con Pulido y Pérez (2001), los modelos matemáticos constituyen la forma más estricta de conocimiento científico de la realidad, sin que ello deba suponer que su utilización indiscriminada asfixie toda elaboración teórica no directamente matematizable o encubra bajo su halo protector un conocimiento falso de la realidad, aunque estrictamente bien planteado. En la ciencia en general, y en la economía en particular, siempre hay un límite a lo que se puede hacer con números, así como hay un límite a lo que no se puede hacer sin ellos (Loria E., 2007, p. 29 y 30).

Los modelos físicos no se utilizan con frecuencia en la economía ya que reproducen objetos, fenómenos y procesos a escala; también llamados prototipos. Estos modelos sirven para mostrar a nivel de los sentidos la naturaleza de fenómenos específicos y su interacción con otros fenómenos y sistemas. A su vez los modelos geométricos se utilizan con regularidad en

la economía, ya que utilizan curvas y rectas en espacios cartesianos para representar comportamientos y relaciones causales. También existen los modelos algebraicos, estos utilizan símbolos matemáticos para representar argumentos teóricos que originalmente se expresaron en los modelos verbales.

Intriligator (1996) menciona que los modelos econométricos son una variante de los modelos algebraicos que, en su versión clásica o estructural, utilizan tres tipos de relaciones o ecuaciones:

- 1) Ecuaciones de comportamiento: son las que establecen causalidades de las variables exógenas y endógenas rezagadas o predeterminadas $\{x_i\}$ sobre las endógenas $\{y_i\}$.

$$y = f(x); i = 1, 2, \dots, n \text{ variables exógenas y/o predeterminadas.}$$

Las variables endógenas (también llamadas como variables dependientes o explicadas) se determinan o resuelven en el modelo; las exógenas son las variables explicativas y se determinan fuera del sistema, por lo que tienen valores dados o predeterminados. Loría (2007) menciona que, este tipo de ecuaciones es el que le da el carácter y razón de ser a la econometría porque concentra el esfuerzo de la inferencia estadística (con el trabajo de especificación, identificación y validación de los supuestos estadísticos).

Las ecuaciones de comportamiento tienen fundamento en cualquier teoría económica, estas ecuaciones tendrán un sesgo adicional que el modelador le dará en la incorporación o exclusión de variables y de la manera que éste crea conveniente para explicar el comportamiento del fenómeno de interés.

- 2) Identidades contables: Los modelos estructurales utilizan este tipo de ecuaciones, ya que son relaciones que se cumplen necesariamente porque así lo determina la teoría. Un claro ejemplo es el Producto Interno Bruto.

PIB= salarios + excedente bruto de explotación + impuestos indirectos netos + depreciación = consumo privado + inversión privada + gasto público + exportaciones netas + variación de existencias

- 3) Condiciones de equilibrio: son aquellas expresiones que tienen como función principal balancear las cuentas de variables agregadas y también cerrar bloques de ecuaciones. Según Loría (2007, p. 34), regularmente se emplea un componente para igualarlas. Por ejemplo, para saldar la oferta y la demanda agregadas en algunos modelos se emplea el rubro denominado cambio de inventarios (o variación de existencias), mientras que en otros modelos se utiliza la balanza comercial. El hecho de que un modelo utilice una u otra forma de cierre, refleja una manera particular y, por ello, distinta de interpretar al sistema económico, no obstante que se trata de una condición de equilibrio y no de una ecuación de comportamiento.

Para una base sólida de un modelo completo se utiliza la combinación de los tres modelos anteriores.

1.4 Análisis de regresión uniecuacional multivariable

El modelo de regresión lineal múltiple se utiliza para estudiar la relación que existe entre una variable dependiente y varias variables independientes. La forma genérica del modelo de regresión lineal es

$$\begin{aligned} y_i &= f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}) + \varepsilon_i \\ &= \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad [1.1]$$

Donde y es la variable dependiente o explicada, x_1, x_2, \dots, x_k son las variables independientes o explicativas y el subíndice i indica las n observaciones muestrales. Una teoría especificará la función $f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik})$. Esto es lo que comúnmente se conoce como ecuación de regresión poblacional de y sobre x_1, x_2, \dots, x_k . Siendo y el regresando y $x_k, k = 1 \dots K$, son los regresores. El término ε_i se le denomina perturbación aleatoria, ya que “perturba” la que

sería una relación determinística estable. Dicha perturbación aleatoria aparece por varias razones. La principal razón consiste en que no se puede esperar captar toda la influencia de una variable económica en un modelo, por muy elaborado que éste sea. El efecto neto, que puede ser positivo o negativo, de estos factores omitidos es captado por la perturbación aleatoria.

1.4.1 Supuestos del modelo de regresión lineal

El modelo clásico de regresión lineal se basa en un conjunto de supuestos; que describen la forma del modelo y las relaciones entre sus partes y disponen los procedimientos de estimación e inferencia adecuada. Dichos supuestos hacen referencia a las siguientes cuestiones (Wooldridge, 2009, p. 69).

1. Forma funcional lineal de la relación,
2. Identificable de los parámetros del modelo,
3. Valor esperado de la perturbación dada la información observada,
4. Varianzas y covarianzas de las perturbaciones,
5. Naturaleza de la muestra de los datos sobre las variables independientes, y
6. Distribución de probabilidad de la parte estocástica del modelo.

Supuesto 1: Linealidad del modelo de regresión

Sea el vector columna x_k que contiene n observaciones de la variable $x_k, k = 1 \dots K$, y se añada este vector columna a la matriz X de tamaño $n \times k$. La primera columna de X corresponderá a una columna de unos, por lo que β_1 será el término constante del modelo. Llámese y a las n observaciones, y_1, \dots, y_n , y ε al vector columna que contiene las n perturbaciones. Ahora el modelo puede escribirse como

$$Y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad [1.2]$$

o en otra forma,

$$y = X\beta + \varepsilon \quad [1.3]$$

El principal interés consiste en la estimación y la inferencia de los parámetros del vector β . El supuesto de linealidad del modelo de regresión incluye una perturbación en forma aditiva. Para que la regresión sea lineal, debe ser de la forma [1.1] ya sea en sus variables originales o después de alguna transformación adecuada. Por ejemplo, el modelo $y = Ax^\beta + e^\varepsilon$ es lineal (después de tomar logaritmos a ambos lados de la ecuación) mientras que $y = Ax^\beta + \varepsilon$ no lo es. Dentro del contexto de la regresión, la linealidad hace referencia a la manera en que los parámetros y la perturbación entran a formar parte de una ecuación y no necesariamente a la relación entre variables. Es decir, la variedad de funciones es ilimitada. El modelo logarítmico-lineal se encuentra en esta categoría,

$$\ln y = \beta_1 + \beta_2 \ln x_2 + \beta_3 \ln x_3 + \dots + \beta_k \ln x_k \quad [1.4]$$

Esta expresión también es conocida como de elasticidad constante, ya que, en esta ecuación, la elasticidad de y ante cambios de x es

$$\eta_k = \frac{\delta \ln y}{\delta \ln x_k} = \beta_k \quad [1.5]$$

Al igual, existen los modelos con forma logarítmico-lineal, que son principalmente utilizados para modelos de producción, demanda y crecimiento económico.

$$\ln y = x'_t \beta + \delta_t + \varepsilon_t \quad [1.6]$$

Otras variaciones de la forma general son

$$f(y_i) = g(x'_t \beta + \varepsilon_i) \quad [1.7]$$

y dentro de la definición de modelo lineal, esto puede permitir tener variedad de formas funcionales.

Supuesto 2: Rango completo

Es muy importante hacer un supuesto sobre los regresores. Considerando que no existe una relación lineal exacta entre las variables, entonces, X es una matriz $n \times K$ con rango K . Eso significa que X tiene un rango de columna completo; las columnas de X son linealmente independientes, y hay al menos K observaciones. Este supuesto también es llamado como condición de identificación.

Supuesto 3: Regresión

Considere que el valor esperado de la perturbación aleatoria debe ser cero para cualquier observación, lo cual se puede representar de la siguiente manera

$$E[\varepsilon_i|X] = 0 \quad [1.8]$$

Para todo el conjunto de observaciones, se puede escribir lo siguiente

$$E[\varepsilon_i|X] = \begin{bmatrix} E[\varepsilon_1|X] \\ E[\varepsilon_2|X] \\ \vdots \\ E[\varepsilon_n|X] \end{bmatrix} \quad [1.9]$$

En la parte izquierda de la ecuación afirma que la media de cada ε_i condicionada a todas las observaciones x_i es cero. En otras palabras, explica que las observaciones en x no conllevan información sobre el valor esperado de la perturbación. También se puede suponer que las perturbaciones no contienen información sobre las otras. Es decir, $E[\varepsilon_i|\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{i-1}, \dots, \varepsilon_n] = 0$. Por consecuente, se considera que las perturbaciones siguen un camino aleatorio puro. Que la media condicionada sea cero implica que la media no condicionada sea también cero y así $E[\varepsilon_i] = E_x[E[\varepsilon_i|x_i]] = E_x[0] = 0$. Ya que, $Cov[x, \varepsilon] = Cov[x, E[\varepsilon|x]]$, el supuesto 3 implica que $Cov[X, \varepsilon] = 0$

Si el modelo original no contiene un término constante, suponer que la perturbación tiene media cero es esencial; esto significa que pueden aparecer problemas en aquellos modelos que no contengan un término constante. Por regla general, los modelos de regresión no

deberían especificarse sin término constante a menos que así lo indique la teoría subyacente. Si existe alguna razón para especificar que la media de las perturbaciones es diferente de cero, se deben incluirla dentro de la parte sistemática de la regresión, dejando como perturbación sólo la parte desconocida de ε . El supuesto tres también implica,

$$E[y|X] = X\beta \quad [1.10]$$

Es decir, la regresión de y sobre X es la esperanza condicionada, $E[y|X]$, por lo que sin el supuesto 3, $X\beta$ no es la función media condicionada. Sin embargo, el resto de los supuestos especificarán completamente las características de las perturbaciones en el modelo y especificarán las condiciones bajo las cuales se obtienen las observaciones muestrales de x .

Supuesto 4: Perturbaciones esféricas

El cuarto supuesto hace referencia a las varianzas y covarianzas de las perturbaciones.

$$\begin{aligned} \text{Var}[\varepsilon_j|X] &= \sigma^2 & \text{para } i = 1, 2, \dots, n \\ \text{Cov}[\varepsilon_i, \varepsilon_j|X] &= 0 & \text{para } i \neq j \end{aligned} \quad [1.11]$$

La varianza constante es conocida como homocedasticidad y la incorrelación entre observaciones es conocida genéricamente como no autocorrelación. Aunque el número de observaciones es limitado parece que, por término medio, cada perturbación tiende a ser seguida por otra del mismo signo. Esta inercia es precisamente la que se entiende por autocorrelación. Es importante tener en cuenta que la no autocorrelación no implica que las observaciones y_i e y_j estén incorrelacionadas.

Este supuesto consiste en que las desviaciones de las observaciones de su valor esperado están incorrelacionadas. Los dos supuestos implican que:

$$E[\varepsilon\varepsilon'|X] = \begin{bmatrix} E[\varepsilon_1\varepsilon_1|X] & E[\varepsilon_1\varepsilon_2|X] & \cdots & E[\varepsilon_1\varepsilon_n|X] \\ E[\varepsilon_2\varepsilon_1|X] & E[\varepsilon_2\varepsilon_2|X] & \cdots & E[\varepsilon_2\varepsilon_n|X] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[\varepsilon_n\varepsilon_1|X] & E[\varepsilon_n\varepsilon_2|X] & \cdots & E[\varepsilon_n\varepsilon_n|X] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix} \quad [1.12]$$

que se puede resumir en,

$$E[\varepsilon\varepsilon' | X] = \sigma^2 I \quad [1.13]$$

Mediante la descomposición de la varianza planteada en la fórmula, se obtiene:

$$Var[\varepsilon] = E[Var[\varepsilon | X]] + Var[E[\varepsilon | X]] = \sigma^2 I \quad [1.14]$$

Hay que resaltar que este supuesto describe la información sobre las varianzas y covarianzas entre perturbaciones que es proporcionada por las variables independientes; de momento, se supone que no hay. También se supone que las perturbaciones, por ellas mismas, no proporcionan información sobre las varianzas y covarianzas. Las perturbaciones que satisfacen los supuestos de homocedasticidad y no autocorrelación también son conocidas como perturbaciones esféricas.

Supuesto 5: Regresores no estocásticos

Normalmente se supone que x_i es no estocástico, como ocurriría en una situación experimental. Se eligen los valores de los regresores y entonces se observa y_i . Se utilizan los resultados estadísticos elementales para obtener un resultado general; el vector x_i es simplemente una constante conocida en la función de probabilidad de y_i . Con esta simplificación, los supuestos 3 y 4 pueden convertirse en incondicionales, aunque los equivalentes, simplemente afirman que la distribución de probabilidad de ε_i , no incluye ninguna de las constantes de X .

Dicho lo anterior, se puede decir que las observaciones de x_i son fijas en muestras repetidas, lo que equivale a realizar el análisis estadístico condicional en la muestra que se ha observado. De este modo sólo se supondría que la regresión y sus supuestos se aplican al conjunto particular de las x que se observaron. Es decir, X es una matriz conocida $n \times K$ de constantes.

Los científicos sociales raramente son capaces de analizar datos experimentales, y relativamente pocos de sus modelos están contruidos a partir de regresores no estocásticos. Ya que la naturaleza precisa del regresor y cómo se considera el proceso muestral será la determinante importante de la derivación de las propiedades estadísticas de los estimadores y contrastes estadísticos. Como se puede comprobar, se puede relajar el supuesto de regresores fijos, no estocásticos casi sin coste alguno. Al final, el supuesto crucial es el supuesto 3, la no correlación de X y ε .

Supuesto 6: Normalidad

Es conveniente suponer que las perturbaciones se encuentran normalmente distribuidas, con media cero y varianza constante. Es decir, se añade la normalidad de la distribución a los supuestos 3 y 4.

$$\varepsilon|X \sim N[0, \sigma^2 I] \quad [1.15]$$

Conociendo las fuentes de ε , las condiciones del teorema central del límite pueden generalmente aplicarse, al menos aproximadamente, y el supuesto de normalidad puede considerarse en la mayoría de los casos. Una aplicación útil de este supuesto es que implica que las observaciones de ε_i son estadísticamente independientes, así como no correlacionadas. La normalidad no es necesaria para obtener muchos de los resultados que se utilizan en el análisis de regresión múltiple, aunque permite obtener algunos resultados estadísticos exactos. Los supuestos del modelo clásico de regresión están resumidos en la siguiente tabla.

Tabla 1. Resumen de los supuestos del modelo clásico de regresión lineal

S1. $y = X\beta + \varepsilon$
S2. X es $n \times K$ con rango K
S3. $E[\varepsilon X] = 0$
S4. $E[\varepsilon\varepsilon' X] = \sigma^2 I$
S5. X es una matriz no estocástica
S6. $\varepsilon X \sim N[0, \sigma^2 I]$

Nota. Fuente: Elaboración propia

1.4.2 Regresión por mínimos cuadrados

Los mínimos cuadrados es el método más común para la estimación del modelo de regresión lineal. De acuerdo con William H. Greene (2002), el objetivo de la estimación son los parámetros desconocidos de la relación estocástica $y_i = x_i' \beta + \varepsilon_i$. Se debe diferenciar entre los valores poblacionales (β y ε_i) y la estimación que se realiza de ellos en la muestra (b y e). La regresión poblacional es $E[y_i|x_i] = x_i'\beta$, mientras que la estimación de $E[y_i|x_i]$ se define como

$$y_i = x_i' b \quad [1.16]$$

La perturbación aleatoria asociada al punto i -ésimo es:

$$\varepsilon_i = y_i - x_i' \beta \quad [1.17]$$

Para cada valor de b , se estima ε_i a partir de los residuos

$$e_i = y_i - x_i' b \quad [1.18]$$

a partir de las definiciones,

$$\begin{aligned} y_i &= x_i' \beta + \varepsilon_i \\ &= x_i' b + e_i \end{aligned} \quad [1.19]$$

El valor poblacional β es un vector de parámetros desconocidos de la distribución de probabilidad y_i , cuyos valores se espera estimar a partir de los datos de la muestra. Esto es un problema de inferencia estadística. La medida de este acercamiento constituye el criterio de ajuste y una serie de problemas algebraico.

Vector de coeficientes de mínimos cuadrados

El vector de coeficientes de mínimos cuadrados minimiza la suma de los cuadrados de los residuos:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_{i0}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0' x_i)^2 \quad [1.20]$$

donde β_0 es la elección arbitraria del vector de coeficientes. El problema de la minimización consiste en elegir un β_0 tal que:

$$\text{minimizar}_{\beta_0} S(\beta_0) = \varepsilon_0' \varepsilon_0 = (y - X\beta_0)'(y - X\beta_0) \quad [1.21]$$

Operando se obtiene:

$$\varepsilon_0' \varepsilon_0 = y'y - \beta_0' X'y - y' X\beta_0 + \beta_0' X' X\beta_0$$

o

$$\begin{aligned} S(\beta_0) &= y'y - 2\beta_0' X'y + \beta_0' X' X\beta_0 \\ &= y'y - 2y' X\beta_0 + \beta_0' X' X\beta_0 \end{aligned} \quad [1.22]$$

La condición necesaria de mínimo es

$$\frac{\delta S(\beta_0)}{\delta \beta_0} = -2X'y + 2X' X\beta_0 = 0 \quad [1.23]$$

Suponga que b sea la solución. Entonces b satisface las ecuaciones normales de mínimos cuadrados,

$$X' Xb = X'y \quad [1.24]$$

Si la inversa de $X' X$ existe, que se sigue del supuesto de rango completo, la solución es:

$$b = (X' X)^{-1} X'y \quad [1.25]$$

Para que esta solución minimice la suma de cuadrados

$$\frac{\delta^2 S(b)}{\delta b \delta b'} = 2X'X \quad [1.26]$$

debe ser una matriz definida positiva.

Cabe mencionar que si las variables en una regresión múltiple no están correlacionadas (por lo tanto, son ortogonales), entonces las pendientes de la regresión múltiple son las mismas que las pendientes de las regresiones simples individuales. En la práctica, difícilmente se calcula la regresión múltiple a mano o con una calculadora. Actualmente se encuentran ordenadores y softwares especializados y fácil de utilizar que han simplificado enormemente el cálculo. Sin embargo, todavía es útil conocer la metodología para entender la naturaleza de los cálculos que se realizan. Para una regresión de más de tres variables, el proceso de cálculo se realiza de forma similar, pero es complicado y es indispensable tener las herramientas del álgebra de matrices.

Aspectos algebraicos de la solución de mínimos cuadrados

Las ecuaciones normales son:

$$X'Xb - X'y = -X'(y - Xb) = -X'e = 0 \quad [1.27]$$

Esto significa que para cada columna de X_k de X , $X'_k e = 0$. Si la primera columna de X es una columna de unos, se deducen tres consecuencias:

1. La suma de los residuos de los mínimos cuadrados es cero. Esto se deduce de

$$x'_1 e = i' e = 0. \quad [1.28]$$

2. El hiperplano de la regresión pasa por el punto de las medias de los datos. La primera ecuación implica que:

$$\bar{y} = \bar{x}b \quad [1.29]$$

3. La media de los valores calculados por la regresión es igual a la media de los valores actuales. Esto se deduce del punto 1, ya que los valores ajustados son:

$$\hat{y} = Xb \quad [1.30]$$

Es importante destacar que ninguno de estos resultados tiene por qué mantenerse si la regresión no contiene un término constante. El vector de residuos de mínimos cuadrados es

$$e = y - Xb \quad [1.31]$$

Introduciendo en esta expresión el valor de b obtenido en el punto 2, nos da

$$\begin{aligned} e &= y - X(X'X)^{-1}X'y \\ &= (I - X(X'X)^{-1}X')y \\ &= My \end{aligned} \quad [1.32]$$

La matriz $n \times n$, M , es fundamental en el análisis de regresión. Se puede observar que la matriz M es simétrica. A la vista, se puede interpretar M como una matriz que produce el vector de los residuos de los mínimos cuadrados en la regresión de y sobre X cuando premultiplica cualquier vector y . Se deduce que

$$MX = 0 \quad [1.33]$$

Una manera de interpretar este resultado consiste en que, si se realiza la regresión de X sobre X , se obtendrá un ajuste perfecto y los residuos serían cero.

Ya que los coeficientes de regresión, los errores estándar y algunas de sus propiedades fueron calculadas, es necesario aplicarles una prueba de bondad de ajuste. Se aplica dicha prueba de la línea de regresión a un conjunto de datos; es decir, se verá qué tan “bien” se ajusta la línea de regresión a los datos. Es claro que, si todas las observaciones cayesen en la línea de regresión, se obtendría un ajuste “perfecto”, pero pocas veces se presenta este caso. Por lo

general hay algunas \hat{u}_j positivas y algunas \hat{u}_j negativas. Se tiene la esperanza de que estos residuos alrededor de la línea de regresión sean lo más pequeños posibles. El coeficiente de determinación r^2 (caso de dos variables) o R^2 (regresión múltiple) es una medida comprendida que muestra que tan bien se ajusta la línea de regresión muestral a los datos. Para calcular el coeficiente de determinación se tiene que:

$$y_i = \hat{y}_i + \hat{u}_i \quad [1.34]$$

Al elevar al cuadrado [1.34] en ambos lados y sumar sobre la muestra, se obtiene:

$$\begin{aligned} \sum y_i^2 &= \sum \hat{y}_i^2 + \sum \hat{u}_i^2 + 2 \sum \hat{y}_i \hat{u}_i \\ &= \sum \hat{y}_i^2 + \sum \hat{u}_i^2 \\ &= \hat{\beta}_2^2 \sum x_i^2 + \sum \hat{u}_i^2 \end{aligned} \quad [1.34.1]$$

Las diversas sumas de cuadrados anteriores se describen de la siguiente manera: $\sum y_i^2 = \sum (Y_i - \hat{Y})^2$ = variación total de los valores reales de Y respecto de su media muestral, que puede denominarse la suma de cuadrados total (SCT). $\sum \hat{y}_i^2 = \sum (\hat{Y}_i - \hat{Y})^2 = \hat{\beta}_2^2 \sum x_i^2$ = variación de los valores de Y estimados alrededor de su media ($\hat{Y} = \bar{Y}$), que apropiadamente puede llamarse la suma de cuadrados debida a la regresión [es decir, debida a la(s) variable(s) explicativa(s)], o explicada por ésta, o simplemente la suma de cuadrados explicada (SCE). $\sum \hat{u}_i^2$ = la variación residual o no explicada de los valores de Y alrededor de la línea de regresión, o sólo la suma de cuadrados de los residuos (SCR), (Gujarati, 2009, p.75).

$$SCT = SCE + SCR \quad [1.34.2]$$

La ecuación anterior muestra que la variación total en los valores Y observados alrededor del valor de su media puede dividirse en dos partes, una atribuible a la línea de regresión y la otra a fuerzas aleatorias, pues no todas las observaciones Y caen sobre la línea ajustada. Ahora, al dividir la ecuación [1.34.2] entre la SCT en ambos lados, se obtiene

$$\begin{aligned}
1 &= \frac{SCE}{SCT} + \frac{SCR}{SCT} \\
&= \frac{\sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum(Y_i - \bar{Y})^2} + \frac{\sum \hat{u}_i^2}{\sum(Y_i - \bar{Y})^2}
\end{aligned}
\tag{1.34.3}$$

Ahora, se define r^2 como

$$r^2 = \frac{\sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum(Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{SCE}{SCT}$$

o también como

$$\begin{aligned}
r^2 &= 1 - \frac{\sum \hat{u}_i^2}{\sum(Y_i - \bar{Y})^2} \\
&= 1 - \frac{SCR}{SCT}
\end{aligned}
\tag{1.34.4}$$

La cantidad r^2 también se conoce como coeficiente de determinación (maestral), y es la medida más común de bondad de ajuste de una línea de regresión. Se puede interpretar como la proporción de la variación muestral de Y que es explicada por X (Wooldridge, 2009, p. 40).

Pueden observarse dos propiedades de r^2 :

1. Es una cantidad no negativa.
2. Sus límites son $0 \leq r^2 \leq 1$. Un r de 1 significa un ajuste perfecto, es decir, $\hat{Y}_i = Y_i$ por cada i . Por otra parte, un r de cero significa que no hay relación alguna entre la variable regresada y la variable regresora. En este caso, $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 = \bar{Y}_i$ es decir, la mejor predicción de cualquier valor de Y es simplemente el valor de su media. En esta situación, la línea de regresión será horizontal al eje X .

El coeficiente de correlación es una cantidad estrechamente relacionada con r^2 pero conceptualmente diferente, ya que es una medida del grado de asociación entre dos variables. Se calcula a partir de

$$r = \pm\sqrt{r^2} \quad [1.35]$$

o de su definición

$$\begin{aligned} r &= \frac{\sum x_i y_i}{\sqrt{(\sum x_i^2)(\sum y_i^2)}} \\ &= \frac{n \sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{\sqrt{[n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2][n \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2]}} \end{aligned} \quad [1.36]$$

que se conoce como coeficiente de correlación muestral.

De acuerdo con Baltagi (1997), algunas propiedades de el coeficiente de correlación son las siguientes:

1. El coeficiente se encuentra dentro de los siguientes límites -1 y +1; es decir, $-1 \leq r \leq 1$.
2. Puede tener signo positivo o negativo. El signo lo determina el numerador de [1.6], el cual mide la covariación muestral de dos variables.
3. Es simétrico por naturaleza; es decir, el coeficiente de correlación entre X y Y (r_{XY}) es el mismo que entre Y y X (r_{YX}).
4. Una correlación igual a cero no es sinónimo de independencia; Si X y Y son estadísticamente independientes, el coeficiente de correlación entre ellas es cero, sin embargo, si $r = 0$, esto no significa que las dos variables sean independientes.
5. Es sólo una medida de asociación lineal ya que no describe la relación entre las variables ni implica relación causa-efecto.

Para hacer un correcto análisis con MCO no solo es necesario verificar que los estimadores sean eficientes e insesgados, si no, también se deben llevar a cabo pruebas de bondad de ajuste como los coeficientes de determinación y de correlación. No obstante, es importante considerar los supuestos antes mencionados para que el modelo sea válido; es decir, si existe simultaneidad entre varias variables, se deja de cumplir los supuestos y por consecuencia se generan resultados sesgados e ineficientes. En el siguiente capítulo se verá a detalle las pruebas para identificar simultaneidad, endogeneidad, la manera de resolverlo y métodos alternativos como MCI y MC2E.

1.5 Conclusión

En este primer capítulo se presenta una síntesis de los principales autores que han influenciado y aportado en el área de la econometría a través de los años. De igual manera, se presentan los diferentes tipos de modelos, así como su evolución; comenzando desde los más básicos (los mentales, los lógicos y verbales) hasta los prototipos, los modelos geométricos y modelos algebraicos, dando así lugar a las ecuaciones de comportamiento, identidades contables y condiciones de equilibrio. Gracias a los modelos anteriores surgieron los modelos econométricos que en la actualidad son de suma importancia para entender y modelar comportamientos entre diferentes variables y poder pronosticar valores futuros. Al final de la investigación se presentará un capítulo empírico utilizando dichos modelos.

Subsecuentemente, se expone que el modelo de regresión lineal se utiliza para estudiar la relación que existe entre una variable dependiente y una o varias independientes. De igual manera, se presentaron los elementos que fundamentan el modelo de regresión lineal múltiple que se pueden resumir en evitar multicolinealidad, heterocedasticidad y autocorrelación; en presencia de cualquiera de los términos anteriores, se viola los requisitos básicos de las hipótesis de los modelos lineales y se generan modelos espurios o falsos. Continuando con el método más común para la estimación de regresión lineal que es el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) aunado con su metodología y propiedades.

Cabe mencionar que existe el Método de Máxima Verosimilitud (MV) o también llamado el método de muestras grandes. La función de verosimilitud indica la probabilidad de que una muestra observada dependa de los posibles valores de los parámetros. Por lo tanto, cuando se maximiza la función de verosimilitud se determina los parámetros que tienen mayor probabilidad de producir los datos observados. Aparte de la metodología, las grandes diferencias radican en que el MV suele ser un método con mayor complejidad matemática y la varianza de las perturbaciones son diferentes. No obstante, si la muestra es grande, los dos estimadores convergen a los mismos valores.

Si bien, el método de MCO tiene ciertas bondades, también tiene ciertas desventajas. Al modelar variables macroeconómicas es común observar endogeneidad entre las variables, por lo tanto, MCO se invalida. Sin embargo, existen otras metodologías que permiten simultaneidad como es el caso del método de mínimos cuadrados indirectos y mínimos cuadrados en dos etapas.

CAPÍTULO 2. Endogeneidad, Mínimos cuadrados indirectos (MCI) y Mínimos cuadrados en dos etapas (MC2E)

2.1 Introducción

El contexto del capítulo anterior se abordaron los modelos uniecuacionales, por consiguiente, la relación causa-efecto en estos modelos van de las X (variables exógenas) a Y (variable endógena). Sin embargo, la economía muestra que gran parte de la teoría se construye en conjuntos, o sistemas de relaciones. Algunos ejemplos comunes son, el equilibrio de mercado, modelos de macroeconomía, y conjuntos de demanda de factores o mercancías. Dado lo anterior, surge la importancia de los modelos de ecuaciones simultáneas. Sin embargo, la interacción de las variables de dicho modelo tendrá implicaciones importantes, tanto para la interpretación como para la estimación de las ecuaciones del modelo. Dichos modelos o sistemas de ecuación son estructuras bidireccionales y no se pueden analizar con Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) ya que violan el supuesto de independencia condicional y serían modelos con resultados sesgados e inconsistentes.

El objetivo de este capítulo es conocer la especificación errónea de un modelo y su solución para poder encontrar coeficientes coherentes con la teoría económica y poder hacer inferencia estadística entre las variables. De igual manera, se expondrá la importancia y causas de la endogeneidad, ya que al existir el fenómeno se invalida el método de Mínimo Cuadrados Ordinarios, ya que viola el supuesto 3 y genera modelos ineficientes. Y, por la misma razón, es necesario conocer la importancia de los modelos de ecuaciones simultáneas, sus características, el problema de identificación para poder definir qué metodología es la correcta, las diferentes metodologías para su resolución como es el método de Mínimos Cuadrados Indirectos (MCI) y Mínimos Cuadrados en 2 Etapas (MC2E).

2.2 Especificación errónea de un modelo

De acuerdo con Baltagi (1997), el método MCO se vuelve ineficiente cuando se emiten variables independientes relevantes o se incluyen variables explicativas innecesarias, ya que se trabajan formas funcionales inadecuadas. Lo anterior ocasiona estimadores y varianzas sesgadas, causando una inapropiada relación entre las variables dependiente e

independientes. Se consideran las siguientes ecuaciones para estudiar las causas y consecuencias de especificar erróneamente un modelo.

$$Y_i = f(X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ik})$$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varpi_i \quad [2.1]$$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + e_i \quad [2.2]$$

En donde la ecuación [2.1] es la función de regresión poblacional (FRP) y ϖ_i corresponde a un elemento aleatorio. Los modelos econométricos pretenden estimar los coeficientes de la FRP a partir de una muestra representativa y una expresión equivalente.

2.2.1 Omisión de variables relevantes

La primera posible causa mencionada sobre la especificación errónea del modelo es omitir variables relevantes en una regresión muestral; esto puede ser consecuencia a una escasa disponibilidad de datos, incapacidad para su recolección o desconocimiento sobre el planteamiento teórico previo (Rosales R., Perdomo J., Morales C., Urrego J., 2010, p. 16). Para formalizar lo anterior, a partir de la ecuación [2.2] se concibe un nuevo modelo a estimar con $k - 1$ variables explicativas, es decir, omitiendo una variable independiente.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_{k-1} X_{ik-1} + u_i \quad [2.3]$$

En la ecuación [2.3] aparece un nuevo término de error u_i , que contiene la variable omitida. Como consecuencia, el intercepto y pendientes ($\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_{k-1}$) son sesgados e inconsistente, igualmente las varianzas estimadas de los coeficientes ($V(\hat{\beta}_0), V(\hat{\beta}_1), \dots, V(\hat{\beta}_k)$), invalidando sus intervalos de confianza, pruebas de significancia parcial y global (Gujarati, 2009, p. 491). Existe el caso en donde si la variable omitida está correlacionada con alguna variable independiente de la ecuación [2.3], se genera otro problema denominado endogeneidad.

2.2.2 Forma funcional incorrecta

Otra causa de especificación errónea sucede cuando se elige una forma funcional incorrecta para expresar las variables independientes. Para ejemplificar se considera el siguiente modelo lineal con dos variables explicativas X_{i1}, X_{i2} , donde X_{i1} explica a la variable dependiente como un polinomio de forma cuadrática. Si equivocadamente es planteada una relación lineal, conlleva a un problema de especificación (Rosales R., Perdomo J., Morales C., Urrego J., 2010, p. 17).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i1}^2 + \beta_3 X_{i2} + e_i \quad [2.4]$$

$$Y_i = \beta_{i0} + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + u_i \quad [2.5]$$

Aunque las estimaciones MCO calculan correctamente cada uno de los coeficientes, omitir la forma cuadrática conduce a interpretaciones erróneas del efecto que tiene la variable X_{i1} sobre la variable dependiente Y_i , generando un sesgo de especificación.

2.2.3 Adición de variables independientes redundantes

La última causa de especificación errónea es adicionar variables innecesarias como consecuencia de un planteamiento teórico incorrecto. También se puede entender cuando existe una o más variables independientes incluidas en un modelo aún cuando en la población no tiene ningún efecto parcial sobre la variable explicada (Wooldridge J., 2009, p. 89). Considerando un conjunto de regresoras adicionales,

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + e_i \quad [2.6]$$

cada uno de los estimadores de MCO (β_{i-MCO}) continúan insesgados, pero dejan de ser eficientes, lo que aumenta la probabilidad de cometer un error de tipo II. El error tipo II es declarar equivocadamente un coeficiente como estadísticamente no significativo. Los problemas de especificación por omisión o adición de términos innecesarios pueden conducir a obtener errores estándar equivocados para los parámetros. Dicho problema se debe al sesgo y pérdida de eficiencia en los estimadores por MCO, generando que los resultados obtenidos

no sean confiables. Una vez analizados los problemas de especificación incorrecta, a continuación, se expone la forma de solucionar dicho problema.

2.3 Soluciones para problemas de especificación errónea

Para encontrar coeficientes coherentes con la teoría económica y hacer inferencia estadística para las relaciones entre variables independientes y dependiente de la función estimada, es necesario que el modelo tenga una especificación correcta. Por esta razón, una vez que se detecta un problema de especificación, resulta necesario modificar el modelo econométrico inicial; para ello, se presentarán dos estrategias: el uso de la teoría económica y variables aproximadas o también llamadas *proxy*.

2.3.1 Uso de la teoría económica

La primera alternativa para corregir la especificación errónea consiste en retornar y revisar la teoría económica que originó el planteamiento del modelo econométrico; con el fin de identificar las variables independientes relevantes que se están omitiendo o si están siendo innecesarias y verificar la forma funcional adecuada. En el primer caso, es necesario recolectar los datos faltantes e involucrar al modelo las variables explicativas omitidas observables o cuantificables, igualmente excluir las innecesarias. En el segundo, los postulados económicos deben indicar cómo expresar la forma funcional del modelo econométrico o de cada una de las variables implicadas en el mismo y así obtener una regresión correctamente especificada (Rosales R., Perdomo J., Morales C., Urrego J., 2010, p. 25). Sin embargo, las variables independientes relevantes excluidas pueden tener las características de no ser observables y, por lo tanto, difícilmente cuantificables.

A pesar de su importancia desde el punto de vista económico, no deben ser excluidas en el análisis; ya que se incurre, de nuevo, en el problema de especificación incorrecta por variable explicativa omitida. Por esta condición, el tratamiento del problema corresponde al uso de variables aproximadas o *proxy*.

2.3.2 Variables proxy

Se utilizan las variables aproximadas exógenas ya que en algunas ocasiones el origen del problema de especificación radica en la existencia de variables omitidas no observables o cuantificables. Tomando en cuenta lo anterior y de acuerdo con Greene W. (2002), la variable *proxy* es una representación cuantificable y observable cuyo objetivo es aproximar a su determinante no perceptible. Dicha variable puede ser incluida dentro del modelo sustituyendo la variable independiente no observable y de esta manera capturar el efecto de la variable omitida solucionando la especificación errónea. Este método también puede resolver problemas de endogeneidad. Para la explicación de variables *proxy*, suponiendo que desde el punto de vista económico debe plantearse un modelo de regresión con cuatro variables independientes, donde se cuenta con dos cuantificables y dos omitidas por ser no observables.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + u_i \quad [2.7]$$

$$u_i = \pi_1 X_{i3} + \pi_2 X_{i4} + e_i \quad [2.8]$$

El método consiste en buscar dos variables aproximadas, que teóricamente tengan correlación alta con las variables omitidas. La relación entre la variable *proxy* y la no observada, no puede probarse empíricamente, entonces la cercanía entre X_{i3} y P_{i1} , y entre X_{i4} y P_{i2} debe ser argumentada teóricamente.

$$\text{corr}(P_{i1}, X_{i3}) = 1 \quad [2.9]$$

$$\text{corr}(P_{i2}, X_{i4}) = 1 \quad [2.10]$$

Una vez establecido las variables *proxy*, dicha variable se tiene que reemplazar por las no observables (X_{i3}, X_{i4}) en el modelo inicial y estimar la nueva especificación mediante MCO.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 P_{i1} + \beta_4 P_{i2} + v_i \quad [2.11]$$

Si no existen más variables independientes omitidas, se trabaja la forma funcional correcta considerando las variables *proxy* P_{i1}, P_{i2} , ya que es buenas aproximación de X_{i3}, X_{i4} ,

y así el modelo deberá encontrarse bien especificado. Sin embargo, se puede seguir violando el supuesto de independencia condicional ya que no corrige el problema de endogeneidad.

2.4 Endogeneidad y sus causas

No solo se deberá tener una especificación correcta en el modelo econométrico, sino, es necesario conocer y probar exogeneidad en sus variables independientes para garantizar el cumplimiento de independencia condicional para obtener estimadores insesgados y consistentes mediante MCO; en caso contrario, se estará violando el supuesto 3 de MCO. Cuando en un sistema de ecuaciones simultáneas presenta una variable omitida, el fenómeno de simultaneidad, un error de medición de las variables independientes o un sesgo de selección resulta altamente probable que se produzca endogeneidad. A continuación, se explicarán cada una de las causas.

2.4.1 Variable omitida

La primera fuente que origina endogeneidad es un caso particular de variables explicativas omitidas. Este problema normalmente surge cuando se quiere agregar una o más variables adicionales, pero generalmente hay falta de disponibilidad de datos y no se pueden incluir en el modelo (Wooldridge, 2002, p. 50). Considere un modelo con k variables independientes y una de ellas se omite.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_{k-1} X_{i(k-1)} + u_i \quad [2.12]$$

$$u_i = \beta_k X_{ik} + e_i \quad [2.13]$$

Se puede observar que en la ecuación [2.13] la variable independiente omitida forma parte del error, adicionalmente ella está relacionada con una de las explicativas (X_{ij}); este comportamiento es llamado endogeneidad. La endogeneidad implica dependencia condicional, que conduce a estimadores sesgados e inconsistentes. Cabe resaltar que al omitir variables independientes no necesariamente se genera endogeneidad; se requiere además correlación con otra variable exógena no excluida en el modelo.

2.4.2 Simultaneidad

La simultaneidad ocurre cuando el planteamiento económico a describir contiene variables dependientes tratadas como independientes y relacionadas entre sí o que se determinan conjuntamente en un proceso (Rosales R., Perdomo J., Morales C., Urrego J., 2010, p. 29). En caso de existir simultaneidad en un modelo econométrico, los estimadores calculados por MCO reflejan diferentes direcciones de causalidad para las variables interrelacionadas, es decir, bidireccionalidad. En caso de que el objetivo sea únicamente estudiar una de estas direcciones, se debe replantear el problema a un sistema de varias ecuaciones con el fin de lograr reflejar las diferentes relaciones que ligán las variables. Este caso se expondrá a detalle más adelante.

2.4.3 Error de medición en las variables independientes

Los problemas de endogeneidad también pueden ser ocasionados cuando existen errores de medición en alguna variable independiente, ya sea por responder equivocadamente encuestas o por la manipulación inadecuada de información (Rosales R., Perdomo J., Morales C., Urrego J., 2010, p. 29). Suponiendo un modelo de dos variables explicativas en donde X_{i2} contiene errores de medición,

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2}^* + e_i \quad [2.14]$$

$$X_{i2}^* = X_{i2} + v_i \quad [2.15]$$

Donde X_{i2}^* equivale a la suma de X_{i2} y el error de medición (v_i). Remplazando la ecuación [2.15] en [2.14] se observa endogeneidad para X_{i2} , dada su relación con v_i .

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + u_i \quad [2.16]$$

$$u_i = e_i + \beta_2 v_i \quad [2.17]$$

Analizando lo anterior, concluimos que cuando existe error de medición, los estimadores calculados por MCO están sesgados.

2.4.4 Sesgo de selección

La última causa para generar endogeneidad puede surgir por sesgo de selección. De acuerdo con Rosales R (2010), este problema surge cuando los datos no son aleatorios (ya sea para la variable independientes o explicativas) causado por errores en su recolección o error al contestar por parte de los encuestados. No obstante, la recolección inadecuada de la información puede ser ocasionada por la poca claridad de estas o la exclusión de algunas preguntas importantes. Por otra parte, la clasificación incorrecta de la muestra también conduce al sesgo de selección. Esto sucede cuando se genera una autoselección, es decir, que todos los individuos de la población no tienen la misma probabilidad de ser parte de la muestra. Al aplicar un análisis econométrico por MCO con presencia de alguna de las cuatro causas que generan endogeneidad (variables omitidas, simultaneidad, error de medición y sesgo de selección) mostrará estimadores sesgados e inconsistentes.

2.5 Prueba de simultaneidad de Hausman y variables instrumentales

Como se mencionó anteriormente, si existe un problema de simultaneidad y no hay ecuaciones simultáneas, MCO producirá estimadores inconsistentes y sesgados. En presencia de simultaneidad, los métodos de mínimos cuadrados en dos etapas, mínimos cuadrados indirectos y de variables instrumentales, producirán estimadores consistentes y eficientes. Sin embargo, esas metodologías serán detalladas más adelante. Todo el análisis anterior sugiere que se debe verificar la presencia del problema de la simultaneidad antes de descartar los MCO en favor de las alternativas.

Como se mostró, el problema de la simultaneidad surge porque algunas de las regresoras son endógenas y, por consiguiente, es probable que estén correlacionadas con el término de perturbación o de error (Greene W, 2002, p. 80). De esta manera, en una prueba de simultaneidad, se intenta averiguar si una regresora (una endógena) está correlacionada con el término de error. Si lo está, existe el problema de simultaneidad, en cuyo caso deben encontrarse alternativas a MCO; si no lo está, se pueden utilizar MCO. Para realizar dicho análisis se puede utilizar la prueba del error de especificación de Hausman o también conocida como prueba de endogeneidad de Hausman (cabe mencionar que esta prueba se encuentra programada en la mayoría de las rutinas de softwares especializados de

econometría). Hausman declara bajo la hipótesis nula que no hay simultaneidad y la correlación entre las regresoras y el término de error debe ser cero.

$$\begin{array}{ll} H_0: \beta_{i2} = 0 & \text{No existe endogeneidad} \\ H_1: \beta_{i2} \neq 0 & \text{Existe endogeneidad} \end{array}$$

En caso de que la hipótesis nula se rechace y se acepte la hipótesis alternativa, entonces existe endogeneidad y a su vez se tiene el problema de simultaneidad. Ya que la prueba de Hausman permite establecer si un modelo presenta el problema de endogeneidad, a continuación, se expondrá las medidas para remediarlo; el método que suele destacar es el de variables instrumentales.

Una variable instrumental es aquella que está relacionada con la explicativa que causa el problema de endogeneidad y es independiente al término del error en el modelo (Greene W. H., 2002, p. 75). El instrumento surge con la necesidad de encontrar una variable aproximada de la independiente no observable omitida; paralelamente relacionada con alguna de las otras en el modelo. Adicionalmente, la elección de un instrumento se realiza a partir del problema económico planteado económicamente. Las variables instrumentales son muy parecidas a las variables *proxy*, ya que ambas son una aproximación de la variable que genera un problema y su fin es obtener estimadores insesgados y consistentes. Sin embargo, la diferencia entre ambas es, que la variable instrumental es independiente al término de error y la variable *proxy* puede o no estarlo.

2.6 Prueba de Sargan

Una vez identificadas las variables instrumentales, es fundamental verificar la validez de los instrumentos con los que se cuentan y que serán utilizados. Sargan desarrolló un estadístico, llamado (SARG), para probar la validez de los instrumentos utilizados en variables instrumentales (VI) (Gujarati, 2009, p.669). La prueba supone una o varias variables instrumentales para sustituir variables explicativas correlacionadas con el término de error.

Se declara bajo la hipótesis nula que los instrumentos son exógenos (válidos) y se demuestra que la prueba SARG asintóticamente sigue la distribución χ^2_{s-q} con $(s - q)$ grados de libertad, donde "s" es el número de instrumentos y "q" es el número de regresoras en la ecuación original. Si el valor calculado de χ^2_{s-q} en una aplicación es significativo estadísticamente, rechazamos la validez de los instrumentos. Si no es estadísticamente significativo, se acepta como válido el instrumento elegido. Cabe mencionar que se debe cumplir que $s > q$, es decir, el número de instrumentos debe ser mayor que las variables regresoras. En caso de lo contrario (es decir, $s \leq q$), la prueba SARG no es válida. Si la χ^2_{s-q} calculada excede el valor χ^2_{s-q} crítico, rechazamos la hipótesis nula, lo cual significa que al menos un instrumento está correlacionado con el término de error y, por tanto, las estimaciones de la(s) VI con base en los instrumentos elegidos no son válidas. Al igual que la prueba de Hausman, esta prueba también se encuentra programada en la mayoría de las rutinas de softwares especializados en econometría.

Una vez desarrollada la prueba de Sargan y verificando que las variables instrumentales son correctas, se utilizan para sustituir a las variables correlacionadas con el término de perturbación para con ello, generar estimadores eficientes e insesgados. Como se mencionó anteriormente, otra deficiencia que generan los estimadores ineficientes y sesgados es el problema de simultaneidad. Una solución ante ese problema es generar un sistema de ecuaciones simultáneas y resolverlo por Mínimos Cuadrados Indirectos (MCI) o por Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E). Sin embargo, es necesario identificar la causalidad de dichas variables para verificar si su relación es de tipo unidireccional o bidireccional, pues en este último caso se presenta la simultaneidad. Para dicho análisis, se desarrolla la prueba de causalidad de Granger.

2.7 Prueba de causalidad de Granger

La existencia de una relación entre las variables no prueba causalidad ni la dirección de la influencia. Pero en regresiones con datos de series de tiempo, la situación puede ser distinta. La causalidad definida por Granger (1969) y Sims (1972) infiere cuando los valores rezagados de una variable x_t , tienen poder explicativo en una regresión de una variable y_t

sobre valores rezagados de y_t y x_t (Greene W., 2002, p. 592). Cabe mencionar que existe la causalidad unidireccional, bidireccional y el caso de interdependencia (cuando no existe ninguna relación entre ellas). La causalidad unidireccional de x_t hacia y_t es la indicada si los coeficientes estimados sobre la x_t rezagada en y_t son estadísticamente diferentes de cero considerados como grupo y el conjunto de coeficientes estimados sobre el x_t rezagado no es estadísticamente diferente de cero. También existe la causalidad bilateral, que es cuando los conjuntos de coeficientes son estadísticamente significativos y diferentes de cero en ambas regresiones. Por último, se sugiere independencia cuando los conjuntos de coeficientes no son estadísticamente significativos en ambas regresiones.

Granger planteó las siguientes hipótesis para su prueba:

$$H_0: \beta_i = 0, i = 0, 1, 2 \dots, n$$

$$H_1: \beta_i \neq 0, i = 0, 1, 2 \dots, n$$

La hipótesis nula muestra que los términos rezagados de y_t no pertenecen a la regresión. Para probar la hipótesis se aplica la prueba F dada por [2.18]

$$F = \frac{(SCR_R - SCR_{NR})/m}{SCR_{NR}/(n-k)} \quad [2.18]$$

que sigue la distribución F con m y $(n - k)$ grados de libertad. En dicho caso, m es igual al número de términos rezagados de y_t , y k es el número de parámetros estimados en la regresión no restringida. Si el valor F calculado excede al valor F crítico en el nivel seleccionado de significancia, se rechaza la hipótesis nula, en cuyo caso los términos rezagados de y_t pertenecen a la regresión. Esta es otra forma de decir que x_t causa a y_t . Al realizar esta prueba se debe tomar en cuenta los siguientes puntos que son de suma importancia: se supone que las dos variables son estacionarias. A veces, al tomar las primeras diferencias de las variables, se convierten en estacionarias (si es que aún no son estacionarias en la forma de nivel). Se debe tomar en cuenta que el número de términos rezagados por introducir en las pruebas de causalidad es una cuestión práctica importante, ya que la dirección de la causalidad tal vez dependa de manera crítica del número de términos rezagados incluidos. Y, por último, se supone que los términos de error en la prueba de

causalidad no están correlacionados. De no ser así, quizá deba llevarse a cabo la transformación adecuada.

Es necesario tener cuidado con la causalidad “espuria”. Como se mencionó anteriormente, una forma de resolver esto es considerando un sistema de ecuaciones múltiples; sin embargo, antes de hacer un sistema de ecuaciones simultáneas es necesario verificar que las series de tiempo sean estacionarias. Para verificar el problema de estacionariedad se realiza la prueba de raíz unitaria.

2.8 Pruebas de estacionariedad (raíz unitaria)

Para construir modelos estocásticos con series de tiempo es indispensable garantizar la propiedad de estacionariedad. Al estimar regresiones con variables no estacionarias se puede presentar el fenómeno de regresiones espurias, esto es, que se generen estimadores sesgados que ocasionan un coeficiente de determinación elevado y altos t-estadísticos; pero en estos casos, el criterio convencional para juzgar si hay una relación causal entre las variables no es confiable y aunque dichos estadísticos sean significativos realmente no existe una relación.

Una raíz unitaria es una tendencia estocástica en la serie temporal aunque también se le conoce como pasea aleatorio con deriva (Loría E, 2007, p. 96). Entonces, una serie temporal es estacionaria si un cambio en el tiempo no modifica la forma de la distribución; y las raíces unitarias son una causa de no estacionariedad, esto significa que si la serie tiene raíz unitaria es porque presenta un patrón sistemático que es impredecible. Existen diferentes pruebas de raíces unitarias para analizar las propiedades de la estacionariedad, teniendo presente que cuando una serie o proceso tiene raíz unitaria, la serie no es estacionaria y los estimadores MCO no tienen distribución normal.

La distinción entre procesos estocásticos (o series de tiempo) estacionarios y no estacionarios tiene una importancia fundamental para saber si la tendencia (la lenta evolución de largo plazo de la serie de tiempo en consideración) es determinista o estocástica (Gujarati, 2009, p.745). En términos generales, si la tendencia de una serie de tiempo es del todo predecible

y no variable, se le llama tendencia determinista; si no es predecible, se le llama tendencia estocástica.

Sea

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \quad -1 \leq \rho \leq 1 \quad [2.19]$$

donde u_t es un término de error de ruido blanco. Si $\rho = 1$ se cumple el caso de la raíz unitaria, y [2.19] se convierte en un modelo de caminata aleatoria sin deriva, que es un proceso estocástico no estacionario. No se puede realizar la regresión de Y_t sobre su valor rezagado y averiguar si ρ es estadísticamente igual a 1; de ser así, Y_t es no estacionaria. Sin embargo, no podemos estimar la ecuación [2.19] por MCO y probar la hipótesis de que $\rho = 1$ por medio de la prueba t acostumbrada, porque esa prueba tiene un sesgo muy marcado en el caso de una raíz unitaria. Sin embargo, se realiza una transformación en diferencias.

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t \quad [2.19.1]$$

En la práctica, en vez de estimar [2.19], se calcula la transformación en diferencias [2.19.1] y se prueba la hipótesis (nula) de que $\delta = 0$, y la hipótesis alternativa es que $\delta < 0$. Si $\delta = 0$, entonces $\rho = 1$; es decir, tenemos una raíz unitaria, lo cual significa que la serie de tiempo en consideración es no estacionaria.

2.8.1 Prueba Dickey-Fuller (DF)

Dickey y Fuller (1979, p. 427-431) probaron que según la hipótesis nula de que $\delta = 0$ el valor estimado t del coeficiente Y_{t-1} en [2.19.1] sigue el estadístico τ (tau). Estos autores calcularon los valores críticos del estadístico tau con base en simulaciones Monte Carlo.

El estadístico o prueba tau se conoce como prueba Dickey-Fuller (DF), en honor a sus descubridores. Resulta interesante que si se rechaza la hipótesis de que $\delta = 0$ (es decir, la serie de tiempo es estacionaria), se puede utilizar la prueba t (de Student) usual. Se debe de tomar en cuenta que la prueba Dickey-Fuller es unidireccional porque la hipótesis alternativa es que $\delta < 0$ (o $\rho < 1$).

2.8.2 Prueba Dickey–Fuller Aumentada (DFA)

La prueba DF supone que el término de error u_t no está correlacionado. Pero los autores desarrollaron una prueba cuando dicho término sí está correlacionado, la cual se conoce como prueba Dickey-Fuller aumentada (DFA). Esta prueba implica incrementar las ecuaciones de DF mediante la adición de los valores rezagados de la variable dependiente Y_t (Baltagi B., 1997, p. 381). Para ejemplificar, suponga lo siguiente:

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad [2.19.2]$$

Donde ε_t es un término de error puro de ruido blanco y donde $\Delta Y_{t-1} = (Y_{t-1} - Y_{t-2})$, $\Delta Y_{t-2} = (Y_{t-2} - Y_{t-3})$, etc. El número de términos de diferencia rezagados que debemos incluir con frecuencia se determina de manera empírica, con la idea de incluir los términos suficientes para que el término de error en [2.19.2] no esté serialmente relacionado y sea posible obtener una estimación insesgada de δ , el coeficiente de Y_{t-1} rezagado.

2.8.3 Las pruebas de raíz unitaria Phillips-Perron (PP)

De acuerdo con Phillips y P. Perron (1988), un supuesto importante de la prueba DF es que los términos de error u_t están idéntica e independientemente distribuidos. La prueba DFA ajusta la prueba DF a fin de tener cuidado de una posible correlación serial en los términos de error al agregar los términos de diferencia rezagados de la regresada. Phillips y Perron utilizan métodos estadísticos no paramétricos para evitar la correlación serial en los términos de error, sin añadir términos de diferencia rezagados.

En caso de trabajar con series de tiempo es indispensable verificar que las series sean estacionarias, al no serlas, se deben realizar las transformaciones necesarias para volverlas. Una vez garantizado la solución al problema de estacionariedad en una serie de tiempo, se puede realizar un modelo adecuado. Recordando que, si existe endogeneidad y causalidad entre varias ecuaciones, es importante considerar un modelo de ecuaciones simultáneas para la explicación de este y metodologías que puedan resolverlo generando estimadores insesgados y eficientes.

2.9 Modelos de Ecuaciones Simultáneas

Los modelos de ecuaciones simultáneas reúnen un conjunto de variables que se determinan simultáneamente mediante un conjunto restante de variables. En el apartado anterior se analizó una relación unidireccional, ya que Y estaba determinado por las X . Sin embargo, en la economía, muchas veces Y está determinado por X y X , a su vez, están determinadas por Y . En otras palabras, hay una relación en dos sentidos, o simultánea, entre Y y algunas X , que genera dudar del valor de la distinción entre variables dependientes y explicativas. En tales modelos hay más de una ecuación: una para cada una de las variables mutuamente, o conjuntamente, dependientes o endógenas.

A diferencia de los modelos uniecuacionales, en los modelos de ecuaciones simultáneas no es posible estimar los parámetros de una ecuación aisladamente sin tener en cuenta la información proporcionada por las demás ecuaciones en el sistema. Es decir, el sistema de ecuaciones no se puede resolver por MCO ya ese método que no considera las demás ecuaciones del sistema. Es necesario recordar que un supuesto crucial del método de MCO es que las variables explicativas X son no estocásticas o, si lo son (aleatorias), están distribuidas independientemente del término de perturbación estocástico. En caso de que ninguna de estas condiciones se cumple, entonces, los estimadores de MCO no sólo serán sesgados, sino también inconsistentes; es decir, a medida que el tamaño de la muestra aumenta, los estimadores no convergen hacia sus verdaderos valores poblacionales (Maddala G., 1992, p.356).

Los estimadores obtenidos por MCO son inconsistentes si una o más de las variables explicativas están correlacionadas con el término de perturbación en esa ecuación. Ahora bien, se dice que un estimador es consistente si el límite de su probabilidad, o *plím* para abreviar, es igual a su verdadero valor (poblacional), (Gujarati, 2009, p.681). Para ejemplificar, se muestra el siguiente sistema hipotético de ecuaciones,

$$\begin{aligned} Y_{1i} &= \beta_{10} + \beta_{12}Y_{2i} + \gamma_{11}X_{1i} + u_{1i} \\ Y_{2i} &= \beta_{20} + \beta_{21}Y_{1i} + \gamma_{21}X_{1i} + u_{2i} \end{aligned} \quad [2.20]$$

donde Y_1 y Y_2 son variables mutuamente dependientes, o endógenas, X_{1i} , una variable exógena, y u_1 y u_2 , los términos de perturbación estocástica, ambas variables Y_1 y Y_2 son estocásticas. Por consiguiente, a menos que se demuestre que la variable explicativa estocástica Y_2 en la primera ecuación está distribuida independientemente de u_1 y que la variable explicativa estocástica Y_1 en la segunda ecuación está distribuida independientemente de u_2 , la aplicación de MCO clásicos a estas ecuaciones generará estimaciones inconsistentes. Para que un sistema de ecuaciones sea completo, se requiere que el número de ecuaciones iguale el número de variables endógenas. Como regla general, no es posible estimar los parámetros de un sistema incompleto.

En el contexto de ecuaciones simultáneas, se identifican dos tipos de variables. Las primeras son las variables endógenas y son aquellas determinadas (cuyos valores se encuentran) dentro del modelo; las segundas son las variables predeterminadas, es decir, aquellas determinadas (cuyos valores se encuentran) fuera del modelo. Las variables endógenas se consideran estocásticas, en tanto que las predeterminadas se consideran como no estocásticas. A su vez, las variables predeterminadas están divididas en dos categorías: exógenas, tanto actuales como rezagadas, y endógenas rezagadas (Gujarati 2009, p. 690).

De acuerdo con Greene (2002), sea X_{1t} una variable exógena actual (del tiempo presente), mientras que $X_{1(t-1)}$ es una variable exógena rezagada, con un rezago de un intervalo de tiempo. $Y_{(t-1)}$ es una variable endógena rezagada con rezago de un intervalo de tiempo, pero, puesto que el valor de $Y_{1(t-1)}$ es conocido en el periodo actual t , ésta es considerada como no estocástica y, por tanto, es llamada como variable predeterminada. En otras palabras, las variables exógenas en tiempo t , rezagadas y las endógenas rezagadas se consideran como predeterminadas, ya que sus valores no están determinados por el modelo en el periodo actual.

La forma estructural de un modelo de ecuaciones simultáneas es el siguiente:

$$\begin{aligned}
\gamma_{11}y_{t1} + \gamma_{21}y_{t2} + \cdots + \gamma_{M1}y_{tM} + \beta_{11}x_{t1} + \cdots + \beta_{K1}x_{tK} &= \varepsilon_{t1}, \\
\gamma_{12}y_{t1} + \gamma_{22}y_{t2} + \cdots + \gamma_{M2}y_{tM} + \beta_{12}x_{t1} + \cdots + \beta_{K2}x_{tK} &= \varepsilon_{t2}, \\
&\vdots \\
\gamma_{1M}y_{t1} + \gamma_{2M}y_{t2} + \cdots + \gamma_{MM}y_{tM} + \beta_{1M}x_{t1} + \cdots + \beta_{KM}x_{tK} &= \varepsilon_{tM}.
\end{aligned}
\tag{2.21}$$

Con M ecuaciones y M variables endógenas, designadas por y_1, y_2, \dots, y_M . Se tienen K variables exógenas, x_1, x_2, \dots, x_M , las cuales pueden incluir valores predeterminados de y_1, y_2, \dots, y_M también. El primer elemento de x_t será frecuentemente la constante 1. Finalmente, $\varepsilon_{t1}, \varepsilon_{t2}, \dots, \varepsilon_{tM}$ son las perturbaciones estructurales. El subíndice t se utilizará para indicar las observaciones, $t = 1, \dots, T$. El coeficiente γ indicará el coeficiente de las variables predeterminadas y β indicarán coeficientes de las variables endógenas (Greene W., 2002 p. 382).

Las ecuaciones dadas en [2.21] se conocen como ecuaciones estructurales o de comportamiento, ya que muestran la estructura de un modelo económico, de una economía o del comportamiento de un agente económico. Las β y las γ son conocidas como parámetros o coeficientes estructurales. A partir de las ecuaciones estructurales se pueden resolver para las M variables endógenas, derivar las ecuaciones en forma reducida y los correspondientes coeficientes en forma reducida. Una ecuación en forma reducida es aquella que expresa únicamente una variable endógena en términos de las variables predeterminadas y las perturbaciones estocásticas.

Los coeficientes en la forma reducida, también se conocen como multiplicadores de impacto o de corto plazo, porque miden el impacto inmediato sobre la variable endógena de un cambio unitario del valor de la variable exógena. Una característica interesante de las ecuaciones en forma reducida es que solamente las variables predeterminadas y las perturbaciones estocásticas aparecen al lado derecho de estas ecuaciones, y puesto que se ha presumido que las variables predeterminadas no están correlacionadas con los términos de perturbación, el método de MCO puede aplicarse para estimar los coeficientes de las ecuaciones en forma reducida (las Π). A partir de estos se pueden estimar los coeficientes estructurales (las β).

Este procedimiento se conoce como mínimos cuadrados indirectos (MCI), y los coeficientes estructurales estimados se denominan estimaciones por MCI (Gujarati, 2009, p.701). Sin embargo, este método se analizará más adelante.

2.10 Problema de identificación

Es importante definir el problema de identificación para continuar con la solución de los modelos estructurales. El problema de identificación busca establecer si las estimaciones numéricas de los parámetros de una ecuación estructural pueden obtenerse de los coeficientes en forma reducida estimados. Si puede hacerse, se dice que la ecuación particular está identificada; si no, se dice entonces que la ecuación se encuentra no identificada o subidentificada. Una ecuación identificada puede estar exactamente (total o precisamente) identificada o sobreidentificada. Se dice que está exactamente identificada si pueden obtenerse valores numéricos únicos de los parámetros estructurales. Se dice que está sobreidentificada si puede obtenerse más de un valor numérico para algunos de los parámetros de las ecuaciones estructurales (Maddala G, 1997, p. 360).

Los problemas de identificación surgen cuando una ecuación en su forma reducida puede ser conciliable con diferentes ecuaciones estructurales (ya sean hipótesis o modelos) y puede ser difícil descifrar a cuál corresponde. Cabe mencionar que el modelo como un todo está identificado si cada una de sus ecuaciones también lo está. Para asegurar la identificación, se acude a las ecuaciones en forma reducida. Sin embargo, existe un método alternativo y menos laborioso para determinar si una ecuación en un modelo de ecuaciones simultáneas está identificada o no; dicho método es el de condiciones de orden y rango para la identificación.

2.11 Condiciones de orden y de rango para la identificación

El método de condiciones de orden y de rango de identificación proporcionan una rutina sistemática útil para identificar las ecuaciones dentro de un modelo de ecuaciones simultáneas y así poder decidir qué método es adecuado utilizar para su resolución. Para entender las condiciones de orden y de rango, se introduce la siguiente notación:

M = número de variables endógenas en el modelo.

m = número de variables endógenas en una ecuación dada.

K = número de variables predeterminadas en el modelo, incluyendo el intercepto.

k = número de variables predeterminadas en una ecuación dada.

2.11.1 Condición de orden para la identificación

La condición de orden es una condición necesaria (pero no suficiente) para la identificación, y se puede expresar de dos maneras diferentes pero equivalentes (condiciones necesarias y suficientes para la identificación):

- En un modelo de M ecuaciones simultáneas, para que una ecuación esté identificada debe excluir al menos $M - 1$ variables (endógenas y predeterminadas) que aparecen en el modelo. Si excluye exactamente $M - 1$ variables, la ecuación está exactamente identificada. Si excluye más de $M - 1$ variables, estará sobreidentificada.
- En un modelo de M ecuaciones simultáneas, para que una ecuación esté identificada, el número de variables predeterminadas excluidas de esa ecuación no debe ser menor que el número de variables endógenas incluidas en la ecuación menos 1, es decir,

$$K - k \geq m - 1 \quad [2.22]$$

Si $K - k = m - 1$, la ecuación está exactamente identificada, pero si $K - k > m - 1$, estará sobreidentificada.

La identificación de una ecuación en un modelo de ecuaciones simultáneas es posible si dicha ecuación excluye una o más variables que están presentes en otras partes del modelo. Esta situación se conoce como criterio de exclusión (de variables), o criterio de cero restricciones (se supone que los coeficientes de las variables que no aparecen en una ecuación tienen valor de cero). El segundo criterio es el más utilizado para asegurar o determinar la identificación de una ecuación. En los casos de sobreidentificación el método de mínimos cuadrados indirectos no es apropiado y debe descartarse en favor de otros métodos; un método adecuado para ese caso es el de mínimos cuadrados en dos etapas, el cual se verá más adelante.

La condición de orden analizada anteriormente es una condición necesaria pero no suficiente para la identificación; es decir, aun si se cumple, puede suceder que una ecuación no esté identificada. En otras palabras, si una ecuación cumple la condición de orden $K - k \geq m - 1$, puede no estar identificada porque las variables predeterminadas excluidas de esa ecuación, pero presentes en el modelo, quizá no todas sean independientes de manera que tal vez no exista una correspondencia uno a uno entre los coeficientes estructurales (las β) y los coeficientes en forma reducida (las Π). O sea, probablemente no sea posible estimar los parámetros estructurales a partir de los coeficientes en la forma reducida. Por consiguiente, se requiere una condición que sea tanto necesaria como suficiente para la identificación. Dicha condición se le conoce como condición de rango para la identificación.

2.11.2 Condición de rango para la identificación

La condición de rango para la identificación consiste en un modelo que contiene M ecuaciones en M variables endógenas. Una ecuación está identificada si y sólo si puede construirse por lo menos un determinante diferente de cero, de orden $(M - 1)(M - 1)$, a partir de los coeficientes de las variables (endógenas y predeterminadas) excluidas de esa ecuación particular, pero incluidas en las otras ecuaciones del modelo.

Para ejemplificar, se considera un sistema hipotético de ecuaciones simultáneas, en el cual las variables Y son endógenas y las variables X son predeterminadas.

$$Y_{1t} - \beta_{10} - \beta_{12}Y_{2t} - \beta_{13}Y_{3t} - \gamma_{11}X_{1t} = u_{1t} \quad [2.23]$$

$$Y_{2t} - \beta_{20} - \beta_{23}Y_{3t} - \gamma_{21}X_{1t} - \gamma_{22}X_{2t} = u_{2t} \quad [2.24]$$

$$Y_{3t} - \beta_{30} - \beta_{31}Y_{1t} - \gamma_{31}X_{1t} - \gamma_{32}X_{2t} = u_{3t} \quad [2.25]$$

$$Y_{4t} - \beta_{40} - \beta_{41}Y_{1t} - \beta_{42}Y_{2t} - \gamma_{43}X_{3t} = u_{4t} \quad [2.26]$$

Cada ecuación está identificada por la condición de orden. Considerando la primera ecuación, que excluye las variables Y_4 , X_2 y X_3 , para que esta ecuación esté identificada se debe obtener por lo menos un determinante diferente de cero de orden 3×3 , a partir de los coeficientes de las variables excluidas de esta ecuación, pero incluidas en otras. Para conseguir el determinante, se obtiene primero la matriz relevante de los coeficientes de las variables Y_4 ,

X_2 y X_3 incluidas en las otras ecuaciones. En el presente caso, solamente hay una matriz como esa, llamada A , definida de la siguiente manera:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\gamma_{22} & 0 \\ 0 & -\gamma_{32} & 0 \\ 1 & 0 & -\gamma_{43} \end{bmatrix} \quad [2.27]$$

Se puede ver que el determinante de esta matriz es cero. Puesto que el determinante es cero, el rango de la matriz [2.27], denotado por $\rho(A)$, es menor que 3. Por consiguiente, la ecuación [2.23] no satisface la condición de rango y, por tanto, no está identificada.

Como se mencionó, la condición de rango es tanto necesaria como suficiente para la identificación. Por consiguiente, a pesar de que la condición de orden muestra que la ecuación [2.23] está identificada, la condición de rango muestra que no lo está. Se observa que las columnas o los renglones de la matriz A dadas en [2.27] no son (linealmente) independientes, lo que significa que hay alguna relación entre las variables Y_4 , X_2 y X_3 . Como resultado, puede no haber suficiente información para estimar los parámetros de la ecuación [2.23]; para el modelo anterior, sus ecuaciones en forma reducida mostrarán que no es posible obtener los coeficientes estructurales de esa ecuación a partir de los coeficientes en la forma reducida.

El análisis anterior muestra que, la condición de rango dice si la ecuación bajo consideración está identificada o no, en tanto que la condición de orden expresa si dicha ecuación está exactamente identificada o sobreidentificada. De acuerdo con Wooldridge (2002, p. 220), el estudio de las condiciones de orden y de rango para la identificación conduce a los siguientes principios generales de identificabilidad de una ecuación estructural en un sistema de M ecuaciones simultáneas:

1. Si $K - k > m - 1$ y el rango de matriz A es $M - 1$, la ecuación está sobreidentificada.
2. Si $K - k = m - 1$ y el rango de matriz A es $M - 1$, la ecuación está exactamente identificada.

3. Si $K - k \geq m - 1$ y el rango de la matriz A es menor que $M - 1$, la ecuación está subidentificada.
4. Si $K - k < m - 1$, la ecuación estructural no está identificada. El rango de la matriz A en este caso debe ser menor que $M - 1$.

Para concluir, no tiene sentido considerar ecuaciones no identificadas o subidentificada puesto que, no importa qué tan completa sea la información, los parámetros estructurales no pueden ser estimados.

2.12 Mínimos Cuadrados Indirectos (MCI)

El método de Mínimos Cuadrados Indirectos (MCI) se emplea para obtener las estimaciones de los coeficientes estructurales a partir de las estimaciones por MCO de los coeficientes en forma reducida para las ecuaciones estructurales precisas o exactamente identificadas (Rosales R., Perdomo J., Morales C., Urrego J., 2010, p.74). MCI comprende los tres pasos siguientes:

Paso 1. Se obtienen primero las ecuaciones en forma reducida. Éstas se obtienen de las ecuaciones estructurales de tal forma que la variable dependiente en cada ecuación es la única variable endógena y está en función únicamente de las variables predeterminadas (exógenas o endógenas rezagadas) y del (los) término(s) de error(es) estocástico(s).

Paso 2. Se aplica MCO individualmente a las ecuaciones en la forma reducida. Esta operación es permisible puesto que las variables explicativas en estas ecuaciones están predeterminadas y, por tanto, no están correlacionadas con las perturbaciones estocásticas (no violan el supuesto 3 de MCO). Las estimaciones así obtenidas son consistentes.

Paso 3. Se obtienen estimaciones de los coeficientes estructurales originales a partir de los coeficientes en forma reducida estimados, obtenidos en el paso 2. Si una ecuación está exactamente identificada, hay una correspondencia uno a uno entre los coeficientes estructurales y los coeficientes en la forma reducida; es decir, pueden derivarse estimaciones únicas de los primeros a partir de los últimos.

Mínimos Cuadrados Indirectos (MCI) se deriva del hecho de que los coeficientes estructurales se obtienen indirectamente a partir de las estimaciones por MCO de los coeficientes en forma reducida.

Para ejemplificar, considere el siguiente modelo de demanda y oferta:

$$\text{Función de demanda: } Q_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 X_t + u_{1t} \quad [2.28]$$

$$\text{Función de oferta: } Q_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + u_{2t} \quad [2.29]$$

en donde

Q = cantidad

P = precio

X = ingreso o gasto

Suponga que X es exógena. Como se mencionó antes, la función de oferta está exactamente identificada, en tanto que la función de demanda no lo está. Las ecuaciones en forma reducida correspondientes a las ecuaciones estructurales anteriores son:

$$P_t = \Pi_0 + \Pi_1 X_t + w_t \quad [2.30]$$

$$Q_t = \Pi_2 + \Pi_3 X_t + v_t \quad [2.31]$$

en donde las Π son los coeficientes en la forma reducida y son combinaciones (no lineales) de los coeficientes estructurales, como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \Pi_0 &= \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1}, & \Pi_1 &= -\frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \beta_1}, \\ \Pi_2 &= \frac{\alpha_1 \beta_0 - \alpha_0 \beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}, & \Pi_3 &= -\frac{\alpha_2 \beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}, \\ v_t &= \frac{u_{2t} - u_{1t}}{\alpha_1 - \beta_1}, & w_t &= \frac{\alpha_1 u_{2t} - \beta_1 u_{1t}}{\alpha_1 - \beta_1} \end{aligned} \quad [2.32]$$

y donde w y v son combinaciones lineales de las perturbaciones estructurales u_1 y u_2 . Es necesario observar que cada ecuación en la forma reducida contiene una sola variable endógena, que es la dependiente y está en función únicamente de la variable exógena X (el ingreso) y de las perturbaciones estocásticas. Por lo tanto, los parámetros de las ecuaciones en la forma reducida anteriores pueden ser estimados por MCO. Las estimaciones son:

$$\hat{\Pi}_1 = \frac{\sum p_t x_t}{\sum x_t^2} \quad [2.33]$$

$$\hat{\Pi}_0 = \bar{P} - \hat{\Pi}_1 \bar{X} \quad [2.34]$$

$$\hat{\Pi}_3 = \frac{\sum q_t x_t}{\sum x_t^2} \quad [2.35]$$

$$\hat{\Pi}_0 = \bar{Q} - \hat{\Pi}_3 \bar{X} \quad [2.36]$$

El objetivo principal es determinar los coeficientes estructurales, por lo tanto, se verá si es posible estimarlos a partir de los coeficientes en forma reducida. Como se vio anteriormente, la función de oferta está exactamente identificada. Por consiguiente, sus parámetros pueden estimarse de manera única a partir de los coeficientes en forma reducida del siguiente modo:

$$\beta_0 = \Pi_2 - \beta_1 \Pi_0 \quad y \quad \beta_1 = \frac{\Pi_3}{\Pi_1}$$

Por tanto, las estimaciones de estos parámetros pueden obtenerse a partir de las estimaciones de los coeficientes en forma reducida como:

$$\hat{\beta}_0 = \hat{\Pi}_2 - \hat{\beta}_1 \hat{\Pi}_0 \quad [2.37]$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\hat{\Pi}_3}{\hat{\Pi}_1} \quad [2.38]$$

que son los estimadores por MCI. Sin embargo, se observe que los parámetros de la función de demanda no pueden ser estimados de esta forma. Como se mencionó anteriormente, este método tiene la desventaja que sólo se puede utilizar con ecuaciones exactamente identificadas, por lo tanto, existe otra metodología que se puede utilizar para ecuaciones sobreidentificadas como es el método de Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E).

2.13 Método de Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E)

Como se ha mencionado durante este capítulo, el método de Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E) trata el problema de la endogeneidad de una o más variables explicativas en un modelo de regresión múltiple. Esta metodología sirve para realizar una estimación con garantías cuando una o más variables explicativas endógenas están correlacionadas con el término de error y hay exclusión de variables explicativas exógenas. Esta metodología fue desarrollada por Henri Theil (1953) y Robert Basmann (1957) y como su nombre lo indica, el método comprende dos aplicaciones sucesivas de MCO.

Para ejemplificar, se considera el siguiente modelo:

$$\text{Función de ingreso: } Y_{1t} = \beta_{10} + \beta_{11}Y_{2t} + \gamma_{11}X_{1t} + \gamma_{12}X_{2t} + u_{1t} \quad [2.39]$$

$$\text{Función de oferta monetaria: } Y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21}Y_{1t} + u_{2t} \quad [2.40]$$

en donde

Y_1 = ingreso

Y_2 = existencias de dinero

X_1 = gasto de inversión

X_2 =gasto del gobierno en bienes y servicios

Las variables X_1 y X_2 son exógenas.

La ecuación de ingreso, con los enfoques de las teorías cuantitativa y keynesiana de la determinación del ingreso, establece que el ingreso está determinado por la oferta monetaria, el gasto de inversión y el gasto del gobierno. La función de la oferta monetaria postula que las existencias de dinero están determinadas por el Sistema de la Reserva Federal, con base en el nivel del ingreso. Como se observa, se tiene un problema de ecuaciones simultáneas. Al aplicar la condición de orden para la identificación, puede verse que la ecuación del ingreso está subidentificada, en tanto que la ecuación de la oferta monetaria está sobreidentificada. La función de la oferta monetaria sobreidentificada no puede estimarse mediante MCI ya que hay dos estimaciones de β_{21} .

En caso de aplicar MCO a la ecuación de la oferta monetaria, las estimaciones serán inconsistentes, ya que se observa una probable correlación entre la variable explicativa estocástica Y_1 y el término de perturbación estocástico u_2 . No obstante, se puede utilizar una variable instrumental que represente a Y_1 y esté altamente correlacionada con dicha variable sin estar correlacionada con u_2 . Si se puede encontrar tal variable representante, puede utilizarse MCO directamente para estimar la función de oferta monetaria. Dicha variable instrumental está dada por el método de mínimos cuadrados en dos etapas (MC2E), y su proceso es el siguiente:

Etapa 1. Para eliminar la correlación probable entre Y_1 y u_2 , se realiza primero la regresión de Y_1 sobre las variables predeterminadas en el sistema completo. Esto significa efectuar la regresión de Y_1 , sobre X_1 y X_2 de la siguiente manera:

$$Y_{1t} = \hat{\Pi}_0 + \hat{\Pi}_1 X_{1t} + \hat{\Pi}_2 X_{2t} + \hat{u}_t \quad [2.41]$$

donde \hat{u}_t son los residuos de MCO tradicionales. De la ecuación [2.41] se obtiene

$$\hat{Y}_{1t} = \hat{\Pi}_0 + \hat{\Pi}_1 X_{1t} + \hat{\Pi}_2 X_{2t} \quad [2.42]$$

donde \hat{Y}_{1t} es una estimación del valor medio de Y condicional de las X fijas. Se puede observar que la ecuación [2.41] no es otra cosa que una regresión en forma reducida porque las variables exógenas o predeterminadas aparecen en el lado derecho. Sin embargo, la ecuación [2.41] puede expresarse como

$$Y_{1t} = \hat{Y}_{1t} + \hat{u}_t \quad [2.43]$$

lo cual muestra que la Y_1 estocástica consta de dos partes: \hat{Y}_{1t} , que es una combinación lineal de las X no estocásticas, y un componente aleatorio \hat{u}_t . Siguiendo la teoría de MCO, \hat{Y}_{1t} y \hat{u}_t no están correlacionadas.

Etapa 2. La ecuación sobreidentificada de la oferta monetaria puede escribirse de la siguiente manera

$$\begin{aligned} Y_{2t} &= \beta_{20} + \beta_{21}(\hat{Y}_{1t} + \hat{u}_t) + u_{2t} \\ &= \beta_{20} + \beta_{21}\hat{Y}_{1t} + (u_{2t} + \beta_{21}\hat{u}_t) \\ &= \beta_{20} + \beta_{21}\hat{Y}_{1t} + u_t^* \end{aligned} \quad [2.44]$$

en donde $u_t^* = u_{2t} + \beta_{21}\hat{u}_t$.

Al comparar la ecuación [2.44] con la ecuación [2.40], se puede observar que la única diferencia es que Y_1 ha sido reemplazada por \hat{Y}_1 . Se muestra que, aunque en la ecuación original de oferta monetaria Y_1 es probable que esté correlacionada con el término de perturbación u_{2t} , \hat{Y}_{1t} en la ecuación [2.44] no está correlacionada con u_t^* asintóticamente, es decir, en muestras grandes. Como resultado, puede aplicarse MCO a la ecuación [2.44], lo cual dará estimaciones consistentes de los parámetros de la función de oferta de dinero.

Para resumir el procedimiento, se efectúa la regresión en forma reducida de Y_1 sobre todas las variables predeterminadas en el sistema (etapa 1), obteniendo las estimaciones \hat{Y}_{1t} y reemplazando Y_{1t} en la ecuación original por las \hat{Y}_{1t} estimadas, para luego aplicar MCO a la ecuación así transformada (etapa 2). Los estimadores así obtenidos son consistentes, es decir, convergen hacia sus verdaderos valores a medida que el tamaño de la muestra aumenta indefinidamente. A continuación, se mencionarán una serie de características relevantes para MC2E de acuerdo con Wooldridge (2009). Lo único que se necesita saber es el número total de variables exógenas o predeterminadas en el sistema sin conocer ninguna otra variable en el mismo.

1. Puede aplicarse a una ecuación individual en el sistema sin tener en cuenta directamente ninguna otra ecuación o ecuaciones en el mismo. Por lo tanto, para resolver modelos econométricos que contienen un gran número de ecuaciones, MC2E ofrece un método económico.

2. MCI proporciona múltiples estimaciones de los parámetros en las ecuaciones sobreidentificadas, sin embargo, MC2E proporciona solamente una estimación por parámetro.
3. Es fácil de aplicar porque todo lo que se necesita saber es el número total de variables exógenas o predeterminadas en el sistema sin conocer ninguna otra variable en el mismo.
4. Aunque MC2E está diseñado para manejar ecuaciones sobreidentificadas, el método también puede ser aplicado a ecuaciones exactamente identificadas (MCI y MC2E darán estimaciones idénticas).
5. Si los valores de R^2 en las regresiones en forma reducida (es decir, regresiones de la primera etapa) son muy altos, por ejemplo, superan 0.8, las estimaciones clásicas por MCO y las de MC2E estarán muy cercanas. Dicho resultado no debe sorprender si el valor de R^2 en la primera etapa es muy alto, significa que los valores estimados de las variables endógenas están muy cercanos a sus valores observados y, por lo tanto, es menos probable que estas últimas estén correlacionadas con las perturbaciones estocásticas en las ecuaciones estructurales originales. Sin embargo, si los valores de R^2 en las regresiones de la primera etapa son muy bajos, las estimaciones por MC2E prácticamente no tendrán significado porque se estarán reemplazando las Y originales en las regresiones de la segunda etapa por las \hat{Y} estimadas en las regresiones de la primera etapa, las cuales representarán esencialmente las perturbaciones en las regresiones de esta etapa. En otras palabras, en este caso, las \hat{Y} serán “variables representantes” muy deficientes de las Y originales.
6. Al utilizar MC2E, se debe tener en mente las siguientes observaciones de Henri Theil: La justificación estadística de MC2E es del tipo de muestras grandes. Cuando no hay variables endógenas rezagadas, ... los estimadores de los coeficientes por MC2E son consistentes si las variables exógenas son constantes en muestras repetidas y si las perturbaciones [que aparecen en las diversas ecuaciones de comportamiento o estructurales] ... son independientes e idénticamente distribuidas con medias cero y varianzas finitas... Si estas dos condiciones se satisfacen, la distribución muestral de los estimadores de los coeficientes por MC2E se aproxima a la normal para muestras grandes...

Cuando el sistema de ecuaciones contiene variables endógenas rezagadas, la consistencia y la normalidad de muestras grandes de los estimadores de los coeficientes por MC2E requieren una condición adicional, que a medida que la muestra aumenta, el cuadrado de la media de los valores tomados por cada variable endógena rezagada converja en probabilidad hacia un límite positivo.

Si las perturbaciones que aparecen en las diversas ecuaciones estructurales no están distribuidas independientemente, las variables endógenas rezagadas no son independientes del funcionamiento actual del sistema de ecuaciones, lo que significa que estas variables no son realmente predeterminadas. Por consiguiente, si estas variables son consideradas como predeterminadas en el procedimiento de MC2E, los estimadores resultantes no son consistentes.

2.14 Conclusión

En este capítulo se presenta las especificaciones erróneas de un modelo, su detección, consecuencias y soluciones. De igual manera, se presentaron las causas y consecuencias de la endogeneidad, así como varias pruebas; la prueba de Hausman para detectar simultaneidad y la importancia de usar variables instrumentales, la prueba de Sargan para validar las variables instrumentales, la prueba de causalidad de Granger y pruebas de estacionariedad para conocer la tendencia de la serie de tiempo.

Asimismo, se expone la importancia de los modelos de ecuaciones simultáneas, la explicación de las variables que lo constituyen y la forma estructural que un modelo de esa naturaleza contiene. También se mencionan los problemas de identificación para continuar con la solución de los modelos y, por consiguiente, la metodología adecuada para utilizar en cada caso. Se estudian dos metodologías para resolverlos (Mínimos Cuadrados Indirectos y Mínimos Cuadrados en Dos Etapas) así como sus características y la metodología para su resolución. Cabe mencionar y recordar que MCI sirve únicamente para resolver ecuaciones exactamente identificadas, por lo que MC2E es más utilizado en la práctica y tiene mayores ventajas. En general, este capítulo sirve para mostrar una introducción a las técnicas econométricas que se utilizan para la estimación del modelo propuesto en esta investigación.

CAPÍTULO 3. Revisión teórica de la relación entre crecimiento económico, la inflación y su incertidumbre

3.1 Introducción

La inflación es un fenómeno que surge después de la Segunda Guerra Mundial y ha sido un caso de estudio desde entonces. Haslang (1997) menciona que en los países desarrollados este fenómeno se manifestó con mayor nitidez durante la década de 1970, mientras que las economías en desarrollo padecieron de forma severa los procesos inflacionarios crónicos en la década de 1980. A partir de la década de los ochenta, todos los países comenzaron a implementar políticas monetarias y en la década de los noventa, comenzó la puesta en marcha del esquema de inflación objetivo (IO).

A través de los años, la inflación ha sido explicada por una gran variedad de teorías con diferentes enfoques y perspectivas para mostrar su impacto en el crecimiento económico. No obstante, “la teoría económica predice que el efecto de la tendencia inflacionaria sobre el crecimiento económico puede ser negativo, nulo, o positivo dependiendo de los supuestos específicos del modelo” (Perrotini, 2012, p.2). Uno de los grandes motivos por lo que se desea conocer con precisión el comportamiento de la inflación es para comprender el diseño de la política monetaria de cada país e identificar qué tipo de políticas preservan el poder adquisitivo de las personas. A continuación, se analizarán varias teorías sobre la relación de la incertidumbre inflacionaria, la inflación y el crecimiento económico.

Para Taylor (1999), la inflación obstaculiza el crecimiento económico, ya que ésta y la inversión de capital están inversamente relacionadas. Al mencionar la incertidumbre inflacionaria nos referimos que es el comportamiento impredecible de los precios en el futuro. Por su parte, la incertidumbre inflacionaria hace más difícil la planeación de todos los agentes económicos —empresas, consumidores y gobierno—, ya que éstos no pueden predecir el valor real de los bienes y servicios, del dinero, de los préstamos y, en general, de ninguna de las obligaciones que deben cumplirse en el futuro (Antonio N. Bojanic, 2013, p.402). Existen varios autores que han demostrado que la incertidumbre inflacionaria se crea por altos niveles de inflación y a su vez, perjudica el desempeño económico creando una economía ineficiente.

A pesar de los numerosos estudios sobre el impacto de la tasa de inflación y la incertidumbre inflacionaria en el crecimiento económico, todavía existe cierta controversia sobre las relaciones de causalidad y el tipo de impacto existente entre estas variables. En un estudio de Kearney y Chowdhury (1997) en el que incluyeron 70 países durante el período 1960-1989 no encontraron una relación causal entre la inflación y el crecimiento económico en el 40% de los países, encuentran causalidad bidireccional en aproximadamente el 20% de los países y una relación unidireccional (ya sea de inflación al crecimiento o viceversa) en el resto. Sin embargo, la relación es positiva en algunos casos, pero negativa en otros. Por otro lado, Mallik y Chowdhury (2001) examinan la relación entre crecimiento e inflación en cuatro países del sur de Asia y encuentran que el crecimiento tiene un impacto positivo significativo (a corto plazo) sobre la inflación. A continuación, se presentará una revisión teórica que permita sentar las bases del trabajo empírico.

3.2 Revisión teórica de la relación inflación e incertidumbre inflacionaria

Como se mencionó anteriormente, existen diferentes teorías respecto a la relación entre la incertidumbre inflacionaria y la relación con la inflación. Artur Okun (1971) fue el primer autor en argumentar que la política monetaria es más impredecible en momentos de elevada inflación, lo que justificaría esa relación positiva desde inflación hacia incertidumbre inflacionaria. Años después, Milton Friedman (1977) en su discurso de premio Nobel, afirma que mayores niveles de inflación causan mayores niveles de incertidumbre sobre tasas de inflación futuros. Esto es, cuanto más elevada sea la inflación, mayor será la incertidumbre sobre la tasa de inflación en el próximo periodo. En otras palabras, quiere decir que, si en el momento “ t ” tenemos una inflación elevada, mayor será la incertidumbre en las tasas de inflación en el periodo “ $t+1$ ”.

Friedman establece un argumento informal de dos partes sobre los efectos reales de la inflación. La primera hipótesis es la que se mencionó anteriormente, y la segunda hipótesis al igual que Okun, sostiene que un incremento en la incertidumbre reduce la capacidad informativa de los precios e impide la negociación de contratos de largo plazo incidiendo de forma negativa en el crecimiento económico.

A su vez, Ball (1992) le da sustento teórico a la primera hipótesis de Friedman (1977) y presenta un modelo en el que introduce información asimétrica, mediante un modelo de juego repetido a la Barro-Gordon. Ball supone que hay dos tipos de hacedores de política económica, uno que estabilizará cuando el nivel de inflación sea alto, y otro que no lo hará. Así, cuando la inflación es alta, resulta que hay más incertidumbre sobre el nivel de la inflación porque los ciudadanos no saben cuándo ocurrirá la estabilización. Se observa que los cambios son aleatorios y los ciudadanos no saben cuándo el político estabilizador será elegido. En estos dos enfoques, la inflación es la fuente de incertidumbre en la economía, es decir, la dirección de causalidad va de la inflación a la incertidumbre. En el caso contrario, Pourgerami y Maskus (1987) y Ungar y Zilberfarb (1993) señalaron que un efecto negativo de la inflación en la incertidumbre puede ocurrir debido a que los agentes presentes en un entorno de inflación acelerada tienden a invertir más recursos en la predicción de la inflación, lo que reduce la incertidumbre.

Por ello, cuando hay más inflación, la gente no sabe si la inflación ha sido causada por las preferencias del Banco Central, o por un cambio en la oferta del dinero. Esta incertidumbre incentiva al Banco Central para crear inflación inesperada y así tener un comportamiento oportunista¹ ante la inflación (dichos autores, suponen que la causalidad va de la incertidumbre a la inflación). De acuerdo con Chowdhury (2018, p. 401) la definición de una política de tipo oportunista es que bajo el régimen de baja inflación, es decir, cuando la inflación está por debajo de su nivel de tendencia, la autoridad monetaria adopta un comportamiento de 'Banco Central Oportunista' donde una mayor incertidumbre inflacionaria incentiva a los formuladores de políticas para adoptar una política monetaria expansiva con el fin de crear una sorpresa inflacionaria a fin de lograr ganancias de producción.

En cuanto a la relación que guardan la incertidumbre inflacionaria y la inflación, Holland (1995) establece que la incertidumbre puede inducir al Banco Central a reducir la tasa de inflación para disminuir los costos de la incertidumbre; en otras palabras, el Banco Central

¹ La postura oportunista del Banco Central se refiere a las estrategias oportunistas macroeconómicas que buscan obtener beneficios mediante el análisis de la situación económica observada.

podría actuar como estabilizador ante la inflación, es decir, creando una causalidad negativa desde la incertidumbre inflacionaria hacia la inflación. Al igual que Grier y Perry (1998) discuten que, dado el hecho que la incertidumbre es costosa para la economía, el Banco Central podría actuar de una manera estabilizadora. Es decir, la incertidumbre puede incentivar al Banco Central a reducir la tasa de inflación para disminuir los costos de la primera. Del lado contrario, se encuentran Cukierman y Meltzer (1986) y Cukierman (1992) que proponen un modelo en el cual el Banco Central no acepta la inflación, pero a la vez se encuentra dispuesto a aprovechar la oportunidad de la incertidumbre para crear inflación inesperada, cabe mencionar que hacen el supuesto que la función objetivo de los políticos y el proceso de la oferta del dinero tienen componentes aleatorios.

La presente investigación busca comprobar las teorías antes mencionadas para la economía mexicana desde el periodo 1988 hasta el 2018; no obstante, en el siguiente apartado se encontrarán las hipótesis que señalan una relación de causalidad de la inflación y su incertidumbre sobre el crecimiento económico.

3.3 Relaciones de causalidad entre la inflación, la incertidumbre inflacionaria y su impacto en el crecimiento económico

En el apartado anterior se mostraron las principales teorías sobre la relación de inflación con la incertidumbre inflacionaria. La teoría menciona que estas dos variables tienen un impacto sobre el crecimiento económico. Sin embargo, los estudios teóricos generalmente encuentran que un aumento en la inflación resulta en un crecimiento más lento o no tiene impacto en la tasa de crecimiento. Algunos modelos han producido efectos de crecimiento de la inflación a largo plazo insignificantes (por ejemplo, Dotsey y Sarte, 2000), mientras que al menos un grupo igualmente diverso de modelos ha producido efectos de inflación-crecimiento significativos y negativos. A continuación, se mostrará una tabla con las principales teorías (hipótesis) que la presente investigación busca demostrar para la economía mexicana con información trimestral desde el año 1988 hasta el 2018.

Tabla 2. Hipótesis investigadas y sus principales contribuciones teóricas

Hipótesis (causalidad de Granger)	Signo de la relación causal
<hr/>	
H1: Inflación causa incertidumbre inflacionaria	
Ball (1992), Friedman (1977)	+
Pourgerami y Maskus (1987), Ungar y Zilberfarb (1993)	-
H2: Incertidumbre inflacionaria causa inflación	
Cukierman y Meltzer (1986)	+
Holland (1995)	-
H3: Inflación causa crecimiento económico e Incertidumbre Inflacionaria causa crecimiento económico	
Tobin (1965)	+
Judson y Orphanides(1996), Barro (1995)	-
Dotsey y Sarte (2000)	+
Friedman (1977)	-

Nota. Fuente: Elaboración propia adaptado de Fountas y Karanasos (2007).

Para todas las hipótesis probadas, hay dos tipos de relaciones causales: una positiva y una negativa. En la Tabla anterior, se observa las contribuciones más significativas realizadas para cada tipo de relación causal (causalidad de Granger).

Las primeras dos son las hipótesis más investigadas de las tres, ya que tienen los antecedentes teóricos y empíricos más sólidos, dados los debates en torno a la contribución de Friedman (1977) con el que obtuvo el premio Nobel. La tercera hipótesis prueba la causalidad entre las variables macroeconómicas. Las teorías y argumentos económicos más importantes se presentan para cada una de las tres hipótesis.

Hipótesis 1: Inflación causa incertidumbre inflacionaria

Ball (1992) y Friedman (1977) investigaron y encuentran evidencia de una relación positiva entre la incertidumbre inflacionaria e inflación. Afirman que cuando aumenta la tasa de inflación, la autoridad monetaria no tiene una respuesta predecible y confiable, y que, a su vez, genera incertidumbre sobre la tasa de inflación futura para el público porque el crecimiento de la oferta monetaria no puede predecirse. En el caso contrario, Pourgerami y Maskus (1987) y Ungar y Zilberfarb (1993) encuentran evidencia de que una alta inflación puede conducir a una menor incertidumbre inflacionaria ya que, en el caso de una mayor inflación, se invertirían más recursos para predecir con precisión la futura tasa inflacionaria, y eso reduciría el nivel de incertidumbre.

Hipótesis 2: Incertidumbre inflacionaria causa inflación

Cukierman y Meltzer (1986) encuentran apoyo para una relación positiva entre la incertidumbre inflacionaria y la inflación, argumentando que cuando aumenta la incertidumbre inflacionaria, la autoridad política exhibe un comportamiento oportunista; es decir, genera inflación sorpresiva para los agentes económicos aumentando la tasa de crecimiento de la oferta monetaria para obtener ganancias de producción. Sin embargo, Holland (1995) encuentra evidencia de una relación negativa, sugiriendo que, en el caso de una mayor incertidumbre inflacionaria, los diseñadores de políticas exhiben un comportamiento estabilizador, lo que significa que reducen la tasa de crecimiento de la oferta monetaria para reducir los efectos negativos del bienestar. Grier y Perry (1998) sugieren que el comportamiento oportunista o estabilizador de las autoridades monetarias está relacionado con el nivel de independencia del Banco Central. Cuanto mayor sea el nivel de independencia del Banco Central, menor será la tasa de inflación.

Hipótesis 3: Inflación e Incertidumbre inflacionaria causan crecimiento económico

Tobin (1965) demostró a partir de un modelo de crecimiento económico neoclásico que la inflación tiene un impacto positivo sobre la acumulación de capital, y que de esta manera conducía a la economía hacia un estado estacionario con un mayor nivel de capital per cápita;

en otras palabras, la inflación reduce la riqueza acumulada, la cual a su vez eleva el ahorro presente, y de esta manera a la inversión y como resultado genera crecimiento.

Los primeros autores fueron Fisher (1926) y Philips (1958) y establecieron una correlación negativa entre la variación de los precios y la tasa de desempleo, la cual se puede interpretar como una asociación positiva entre la inflación y el crecimiento de la economía empleando el postulado de Okun (1962). Años posteriores, Judson y Orphanides (1996) encuentran que para niveles de inflación superiores al 10 por ciento, la relación entre crecimiento económico e inflación es negativa y estadísticamente significativa, mientras que para países con inflaciones menores al 10 por ciento la relación entre estas dos variables es prácticamente inexistente, y en algunos casos inclusive resulta positiva, aunque no estadísticamente significativa.

Por su parte, Barro (1995) realizó un análisis con una muestra de 120 países y encontró que la inflación tiene un efecto negativo, aunque no muy grande, sobre el crecimiento a largo plazo, mientras que el efecto de la variabilidad de la inflación es invariante ante especificaciones alternativas. El impacto negativo de la inflación resulta especialmente desfavorable para niveles relativamente más elevados de inflación, indicando la presencia de alguna no linealidad en el efecto considerado.

Para el caso de que la incertidumbre inflacionaria causa crecimiento económico, Dotsey y Sarte (2000) construyeron un modelo que incluye como factor de influencia ahorros precautorios y encuentran evidencia de que una mayor incertidumbre inflacionaria tiene un efecto positivo en el crecimiento de la producción. Estos autores mencionan que cuando el crecimiento monetario es más variable, los agentes aumentan sus ahorros precautorios; por lo tanto, aumentan los fondos disponibles para inversiones, lo que lleva al crecimiento. Friedman (1977) argumenta que cuando aumenta la incertidumbre inflacionaria, afecta negativamente el mecanismo de precios al distorsionar su eficiencia asignada. La incertidumbre afecta la asignación de recursos al afectar las tasas de interés, el costo real de los factores de producción o los precios de los bienes finales; por lo tanto, tiene un efecto negativo en el crecimiento de la producción. Grier y Grier (2006) encuentran que la inflación

media tiene un efecto negativo sobre el crecimiento del producto, el cual proviene del impacto positivo que tiene la inflación promedio sobre la incertidumbre inflacionaria. Esto es, ellos encuentran que la incertidumbre inflacionaria reduce significativamente el crecimiento del producto.

En claro contraste, varias teorías económicas postulan la existencia de una asociación positiva o negativa entre la incertidumbre de la inflación, la inflación y el crecimiento. Desde luego, la posibilidad de que exista una interacción de cualquier signo entre las varianzas es una cuestión que pueda ser resuelta solamente con fundamentos teóricos. Si la inflación promedio está correlacionada con la incertidumbre inflacionaria, y ambas variables en teoría afectan el producto, entonces excluir una u otra tendería a estimar un coeficiente sesgado de la variable incluida.

Esta investigación tiene como objetivo comprobar las teorías anteriores y posteriormente explicar el crecimiento económico a través de un modelo de ecuaciones simultáneas. Se usará dicha metodología ya que la economía muestra que gran parte de la teoría se construye en conjuntos, o sistemas de relaciones. Algunos ejemplos comunes son, el equilibrio de mercado, modelos de macroeconomía, y conjuntos de demanda de factores o mercancías. Dicho anteriormente, surge la importancia de los modelos de ecuaciones simultáneas. Sin embargo, la interacción de las variables del modelo tendrá implicaciones importantes, tanto para la interpretación como para la estimación de las ecuaciones del modelo.

Los modelos o sistemas de ecuación son modelos bidireccionales y no se pueden analizar con MCO ya que violan el supuesto de independencia condicional y se tendrán que realizar con Mínimos Cuadrados Indirectos o Mínimos Cuadrados en dos Etapas. Cabe mencionar que los autores mencionados anteriormente utilizaron varias técnicas y modelos para probar sus teorías. Es de suma importancia resaltar que para los modelos que utilizaron, la incertidumbre inflacionaria es medida por la varianza condicional. A continuación, se explicarán los modelos.

3.4 Variables auxiliares para complementar la relación de la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico

Como se mencionó en el capítulo anterior, las variables instrumentales suelen ser importantes para los modelos de ecuaciones simultáneas, ya que ayudan a modelar variables aproximadas de las independientes no observables omitidas y se encuentran relacionadas con alguna de las otras variables en el modelo. En esta investigación se consideran las siguientes variables como variables independientes: Tipo de cambio y tasa de interés. Se ha observado durante las últimas dos décadas que un número creciente de Bancos Centrales ha adoptado esquemas de metas de inflación para conducir su política monetaria. La razón primordial a dicho comportamiento es para evitar el tipo de cambio como su ancla nominal, ya que en el pasado esto llevó a crisis financieras y cambiarias.

Cabe mencionar que gracias a la transparencia con que se aplica, resulta un medio para influir en las expectativas del público y aumentar la credibilidad del Banco Central. Aunque esas ventajas no se concretan en países como México, ya que el modelo teórico que sustenta el régimen de metas de inflación no representa adecuadamente el marco institucional.

El régimen de metas de inflación tiene dos componentes esenciales: i) un marco teórico para las decisiones de política monetaria y ii) una estrategia de comunicación con el público, explicando las decisiones de política en base a ese marco teórico (Bernanke 2003). El modelo para economías abiertas, en su forma más simple, consta de cuatro ecuaciones fundamentales (Svensson 2000; Ball 2000; Hüfner 2004). La primera define la brecha entre el producto actual y el potencial (Y), como una función de la tasa de interés y el tipo de cambio:

$$Y = f(i, e)$$

La segunda es una curva de Phillips, que describe el comportamiento de la inflación como función de la brecha de producto:

$$P = f(Y)$$

La tercera es una regla de Taylor, que explica la tasa de interés del Banco Central (i) en función de la brecha de producto (Y) y del diferencial entre la inflación previsible y la meta de inflación, ($P - P^*$):

$$i = f(Y, P - P^*)$$

La cuarta ecuación se basa en la hipótesis de paridad descubierta de tasas de interés, y explica el tipo de cambio como función del diferencial entre la tasa de interés interna y la tasa de interés externa:

$$e = f(i - i_{ext})$$

De acuerdo con varios supuestos de la economía, la tasa de interés es la variable de política que permite estabilizar el producto y así disminuir la inflación. Una inflación baja y estable indica que la economía opera a un nivel cercano al pleno empleo y, por lo tanto, es sinónimo de una economía eficiente. Sin embargo, este modelo teórico muestra dos importantes fallas. La primera es que no puede explicar el traspaso más que proporcional del tipo de cambio a la inflación, típico de economías emergentes (Reinhart y Calvo 2001), ya que este fenómeno no obedece a presiones de demanda, ni se da en una estructura de mercado competitiva; sino que se origina por conflictos en la distribución del producto, en condiciones de competencia monopólica (Noyola 1957; Pinto 1975; Hernández 2010).

Y la segunda falla es, dado que la cuarta ecuación del modelo no se cumple, las autoridades de los países emergentes pueden utilizar dos instrumentos de política; las operaciones de mercado abierto y la intervención esterilizada en el mercado de cambios, para lograr dos objetivos operacionales, la tasa de interés y el tipo de cambio. A través de esta política dual, el Banco Central cumple la meta de inflación y preserva su credibilidad (Mántey 2011). En conclusión, el comportamiento del tipo de cambio y la tasa de interés ejercen una influencia determinante sobre el nivel de precios y el crecimiento del producto.

3.5 Estimación de la incertidumbre inflacionaria

En los modelos econométricos convencionales, suponen que la varianza del término de perturbación es constante. Sin embargo, hay muchas series cronológicas económicas que

exhiben períodos de volatilidad inusualmente grande seguidos de períodos de relativa tranquilidad. En tales casos, la suposición de una varianza constante (homocedasticidad) es inapropiada.

Existen varias ocasiones en dónde se quiere pronosticar la varianza condicional, como es el caso de las series financieras ya que son altamente volátiles. Un ejemplo es para el titular de un activo, al poseedor le interesará las previsiones de la tasa de rendimiento y su varianza durante el período que posee dicho activo. La varianza incondicional (es decir, el pronóstico a largo plazo de la varianza) no sería importante si planea comprar el activo en t y venderlo en $t + 1$. Sin embargo, para este trabajo de investigación es esencial calcular la incertidumbre inflacionaria. Un enfoque para pronosticar la varianza es introducir explícitamente una variable independiente que ayude a predecir la volatilidad. Se considera el siguiente caso en el que

$$y_{t+1} = \varepsilon_{t+1}x_t \quad [3.1]$$

donde: y_{t+1} es la variable de interés

ε_{t+1} es el término de perturbación de ruido blanco con varianza σ^2

x_t es una variable independiente que se puede observar en el período t

Si $x_t = x_{t-1} = x_{t-2} = \dots = \text{constante}$, la secuencia $\{y_t\}$ es el proceso familiar de ruido blanco con una varianza constante. En el caso en el que $\{x_t\}$ no son todas iguales, la varianza de y_{t+1} condicional en el valor observable de x_t es

$$\text{var}(y_{t+1}|x_t) = x_t^2 \sigma^2 \quad [3.2]$$

Aquí la varianza condicional de y_{t+1} depende del valor realizado de x_t . Como se puede observar, x_t en el período de tiempo t puede formar la varianza de y_{t+1} condicionalmente en el valor realizado de x_t . Si la magnitud $(x_t)^2$ es grande (pequeña), la varianza de y_{t+1} también será grande (pequeña). Además, si los valores sucesivos de $\{x_t\}$ muestran una correlación serial positiva (de modo que un valor grande de x_t tiende a ser seguido por un

valor grande de x_{t+1}), la varianza condicional de la secuencia $\{y_t\}$ exhibirá una correlación serial positiva también. De esta forma, la introducción de la secuencia $\{x_t\}$ puede explicar períodos de volatilidad en la secuencia $\{y_t\}$. En la práctica normalmente se modifica el modelo básico introduciendo los coeficientes α_0 y α_1 , y se estima la ecuación de regresión en forma logarítmica como

$$\ln(y_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(x_{t-1}) + e_t \quad [3.3]$$

donde e_t es el término de error [formalmente, $e_t = \ln(\varepsilon_t)$]. La transformación logarítmica da como resultado una ecuación de regresión lineal; se puede usar MCO para estimar α_0 y α_1 directamente. Con esta estrategia se encuentra una gran dificultad, que es que asume una causa específica para la varianza cambiante. Además, la metodología también fuerza a $\{x_t\}$ a afectar la media de $\ln(y_t)$. No obstante, es posible que no exista una razón teórica para seleccionar un candidato para la secuencia $\{x_t\}$ en lugar de otras opciones razonables. Sin embargo, la técnica necesita una transformación de los datos de modo que la serie resultante tenga una variación constante. En el ejemplo anterior, se supone que la secuencia $\{\varepsilon_t\}$ tiene una varianza constante. En caso de no cumplir con esa suposición, se necesita otra transformación de los datos.

Engle (1982) muestra que es posible modelar simultáneamente la media y la varianza de una serie en lugar de utilizar variables ad hoc para x_t y/o transformaciones de datos. Se debe de tener en cuenta que los pronósticos condicionales son muy superiores a los pronósticos incondicionales. Para elaborar el modelo, se supone que estima el modelo ARMA estacionario $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ y se desea pronosticar y_{t+1} . La media condicional de y_{t+1} es

$$E_t y_{t+1} = \alpha_0 + \alpha_1 y_t \quad [3.4]$$

Si la media condicional para pronosticar y_{t+1} , el error en la varianza pronosticada es

$$E_t [(y_{t+1} - \alpha_0 - \alpha_1 y_t)^2] = E_t \varepsilon_{t+1}^2 = \sigma^2 \quad [3.4.1]$$

Sin embargo, si se utilizan previsiones incondicionales, las predicciones incondicionales siempre son la media a largo plazo de la secuencia $\{y_t\}$ igual a $\frac{\alpha_0}{(1-\alpha_1)}$. La variación de error del pronóstico incondicional es

$$E\left\{\left[y_{t+1} - \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1}\right]^2\right\} = E[(\varepsilon_{t+1} + \alpha_1\varepsilon_t + \alpha_1^2\varepsilon_{t-1} + \alpha_1^3\varepsilon_{t-2} + \dots)^2] \quad [3.5]$$

$$= \frac{\sigma^2}{(1-\alpha_1^2)}$$

Dado que $\frac{1}{(1-\alpha_1^2)} > 1$, el pronóstico incondicional tiene una varianza mayor que el pronóstico condicional. Por lo tanto, los pronósticos condicionales (ya que toman en cuenta las realizaciones actuales y pasadas conocidas de las series) son mayormente preferibles. De manera similar, si la varianza de $\{\varepsilon_t\}$ no es constante, se puede estimar cualquier tendencia de movimientos sostenidos en la varianza usando un modelo ARMA. Por ejemplo, si $\{\varepsilon_t\}$ denota los residuales estimados del modelo $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ de modo que la varianza condicional de y_{t+1} es

$$var(y_{t+1}|y_t) = E[(y_{t+1} - \alpha_0 - \alpha_1 y_t)^2] = E_t(\varepsilon_{t+1})^2 \quad [3.6]$$

Se ha establecido que $E_t(\varepsilon_{t+1})^2$ es igual a la constante σ^2 . Ahora se supone que la varianza condicional no es constante. Una estrategia simple es modelar la varianza condicional como un proceso AR(q) usando los residuos estimados cuadrados.

$$\hat{E}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \hat{\varepsilon}_{t-q}^2 + v_t \quad [3.7]$$

donde v_t es un proceso de ruido blanco. Si los valores de $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ son iguales a cero, la varianza estimada es simplemente la constante α_0 . De lo contrario, la varianza condicional de y_t evoluciona de acuerdo con el proceso autorregresivo dado por (3.1). Como tal, se puede utilizar la ecuación [3.7] para pronosticar la varianza condicional en $t + 1$ como

$$E_t \hat{E}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_t^2 + \alpha_2 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \hat{\varepsilon}_{t+1-q}^2 \quad [3.8]$$

Por esta razón, una ecuación como [3.7] se llama modelo autorregresivo heteroscedástico condicional (ARCH). Existen muchas aplicaciones posibles para los modelos ARCH, ya que los residuos en [3.7] pueden provenir de una autorregresión, un modelo ARMA o un modelo de regresión estándar. En realidad, la especificación lineal de [3.7] no es la más conveniente. La razón es que el modelo para $\{y_t\}$ y la varianza condicional se estiman mejor al mismo tiempo usando técnicas de máxima verosimilitud. Además, en lugar de la especificación dada por [3.7], es más conveniente especificar v_t como una perturbación multiplicativa. El ejemplo más simple de la clase de modelos heteroscedásticos condicionalmente multiplicativos fue propuestos por Engle en 1982 y es el siguiente

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2} \quad [3.9]$$

donde v_t es un proceso de ruido blanco tal que $\sigma_v^2 = 1$, v_t y ε_{t-1} son independientes entre sí, y α_0 y α_1 son constantes tales que $\alpha_0 > 0$ y $0 \leq \alpha_1 \leq 1$.

Considerando las propiedades de la secuencia $\{\varepsilon_t\}$ propuesta. Como v_t es un ruido blanco y es independiente de ε_{t-1} , se muestra que los elementos de la secuencia $\{\varepsilon_t\}$ tienen una media de cero y no están correlacionados. Para hacer la prueba se debe tomar la expectativa incondicional de ε_t . Dado que $E v_t = 0$, se deduce que

$$E \varepsilon_t = E \left[v_t (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)^{\frac{1}{2}} \right] = E v_t E (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)^{\frac{1}{2}} = 0 \quad [3.10]$$

Como $E v_t v_{t-i} = 0$, también se deduce que

$$E \varepsilon_t \varepsilon_{t-i} = 0 \quad i \neq 0 \quad [3.11]$$

La derivación de la varianza incondicional de ε_t también es directa. ε_t al cuadrado toma la expectativa incondicional de formar

$$E \varepsilon_t^2 = E [v_t^2 (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)] = E v_t^2 E (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2) \quad [3.12]$$

Como $\sigma_v^2 = 1$ y la varianza incondicional de ε_t es idéntica a la de ε_{t-1} (es decir, $E\varepsilon_t^2 = E\varepsilon_{t-1}^2$), la varianza incondicional es

$$E\varepsilon_t^2 = \frac{\alpha_0}{(1-\alpha_1)} \quad [3.13]$$

Por lo tanto, la media y la varianza incondicionales no se ven afectadas por la presencia del proceso de error dado por [3.9]. De manera similar, se puede demostrar que la media condicional de ε_t es igual a cero. Dado que v_t y ε_{t-1} son independientes y que $E v_t = 0$, la media condicional de ε_t es

$$E(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) = E_{t-1} v_t E_{t-1} E(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)^{\frac{1}{2}} = 0 \quad [3.14]$$

Se podría pensar que las propiedades de la secuencia $\{\varepsilon_t\}$ no se ven afectadas por [3.9] ya que la media es cero, la varianza es constante y todas las autocovarianzas son cero. Sin embargo, la influencia de [3.9] recae completamente en la varianza condicional. Debido a que $E v_t^2 = 1$, la variación de condición condicionada en la última historia de $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$ es

$$E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad [3.15]$$

En la ecuación anterior [3.15], la varianza condicional de ε_t depende del valor obtenido de ε_{t-1}^2 . Si el valor obtenido de ε_{t-1}^2 es grande, la varianza condicional en t también lo será. Se observa que la varianza condicional es un proceso Autorregresivo Condicionalmente Heteroscedástico de primer orden denotado por ARCH (1). A diferencia de una autorregresión habitual, los coeficientes α_0 y α_1 deben restringirse. Para garantizar que la varianza condicional nunca sea negativa, es necesario suponer que α_0 y α_1 son positivos. Después de todo, si α_0 es negativo, una realización suficientemente pequeña de ε_{t-1} significará que [3.15] es negativo.

De manera similar, si α_1 es negativo, una realización suficientemente grande de ε_{t-1} puede generar un valor negativo para la varianza condicional. Además, para garantizar la estabilidad

del proceso, se debe restringir α_1 de manera que $0 \leq \alpha_1 \leq 1$ (Enders W., 2015, p.126). De la ecuación [3.10] a la ecuación [3.15], se ilustran las características esenciales de cualquier proceso ARCH. En un modelo ARCH, las expectativas condicionales e incondicionales de los términos de error son iguales a cero. Además, la secuencia $\{\varepsilon_t\}$ no está correlacionada en serie porque, para todo $s \neq 0$, $E\varepsilon_t\varepsilon_{t-s} = 0$.

El punto clave es que los errores no son independientes, ya que están relacionados a través de su segundo momento (ya que la correlación es lineal). La varianza condicional en sí misma es un proceso autorregresivo que resulta en errores condicionalmente heteroscedásticos. Cuando el valor obtenido de ε_{t-1} está lejos de cero, de modo que $\alpha_1\varepsilon_{t-1}^2$ es relativamente grande, la varianza de ε_t tenderá a ser grande. La heterocedasticidad condicional en $\{\varepsilon_t\}$ dará como resultado que $\{y_t\}$ sea heteroscedástico en sí mismo. Por lo tanto, el modelo ARCH puede capturar períodos de tranquilidad y volatilidad en la serie $\{y_t\}$ (Enders W., 2015, p.126).

Años después, Tim Bollerslev (1986) amplió el trabajo original al desarrollar una técnica que permite que la varianza condicional sea un proceso ARMA. Ahora deja que el proceso de error sea tal que

$$\varepsilon_t = v_t\sqrt{h_t} \quad [3.16]$$

donde $\sigma_v^2 = 1$ y

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-1} \quad [3.17]$$

Dado que $\{v_t\}$ es un proceso de ruido blanco, la media condicional e incondicional de ε_t son iguales a cero. Tomando el valor esperado de ε_t , se puede verificar que

$$E\varepsilon_t = Ev_t(h_t)^{1/2} = 0 \quad [3.18]$$

Cabe resaltar que la varianza condicional de ε_t viene dada por $E_{t-1}\varepsilon_t^2 = h_t$. Por lo tanto, la varianza condicional de ε_t es el proceso ARMA dado por la expresión h_t en [3.17].

Este modelo generalizado de ARCH (p, q) - llamado GARCH (p, q) - permite que tanto los componentes autorregresivos como los promedios móviles tengan una varianza heteroscedástica. Si establecemos que $p = 0$ y $q = 1$, está claro que el modelo ARCH de primer orden dado por [3.9] es simplemente un modelo GARCH (0, 1). De forma similar, si todos los valores de β_i son iguales a cero, el modelo GARCH (p, q) es equivalente a un modelo ARCH (q). Los beneficios del modelo GARCH deben ser claros; un modelo ARCH de alto orden puede tener una representación GARCH más parsimoniosa que es mucho más fácil de identificar y estimar².

Esto es particularmente cierto ya que todos los coeficientes en [3.17] deben ser positivos. Claramente, el modelo más parsimonioso implicará menos restricciones de coeficientes. Además, para garantizar que la varianza sea finita, todas las raíces características de [3.17] deben implicar que el proceso es estable. En el contexto y enfoque de esta tesis, este modelo tiene la ventaja que permite modelar la variabilidad de la inflación a través del tiempo. La característica clave de los modelos GARCH es que la varianza condicional de las perturbaciones de la secuencia $\{y_t\}$ actúa como un proceso ARMA. Por lo tanto, es de esperar que los residuos de un modelo ARMA ajustado muestren este patrón característico.

Para ejemplificar, si se supone que la estimación de $\{y_t\}$ es un proceso ARMA y si el modelo de $\{y_t\}$ es adecuado, el FACS (Función de autocorrelación simple) y el FACP (Función de autocorrelación parcial) de los residuos deberían ser indicativos de un proceso de ruido blanco. No obstante, el FACS de los residuos cuadrados puede ayudar a identificar el orden

² Un proceso GARCH (1,1) puede ser escrito como un proceso ARCH (∞).

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta_1 \sigma_{t-2}^2) \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_0 \beta_1 + \alpha_1 \beta_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta_1^2 \sigma_{t-2}^2 \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_0 \beta_1 + \alpha_1 \beta_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta_1^2 (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-3}^2 + \beta_1 \sigma_{t-3}^2) \\ &\quad \vdots \\ \sigma_t^2 &= \frac{\alpha_0}{1 - \beta_1} + \alpha_1 \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon_{t-1-i}^2 \beta_1^i \end{aligned}$$

del proceso GARCH. La ecuación [3.17] se parece mucho a un proceso estándar ARMA (p, q). Como tal, si hay heterocedasticidad condicional, el correlograma debería ser sugestivo del proceso. La técnica para construir el correlograma de los residuos al cuadrado es la siguiente:

Paso 1: Estimar la secuencia $\{y_t\}$ utilizando el modelo ARMA "que mejor se ajuste" (o modelo de regresión) y obtenga los cuadrados de los errores ajustados $\{\hat{\varepsilon}_t^2\}$. Además, calcule la varianza muestral de los residuos ($\hat{\sigma}^2$) definidos como

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2 / T \quad [3.19]$$

donde T es el número de residuos.

Paso 2: Calcular y graficar las autocorrelaciones de los residuos al cuadrado como

$$\rho_i = \frac{\sum_{t=i+1}^T (\hat{\varepsilon}_t^2 - \hat{\sigma}^2)(\hat{\varepsilon}_{t-1}^2 - \hat{\sigma}^2)}{\sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_t^2 - \hat{\sigma}^2)^2} \quad [3.20]$$

Paso 3: Para este paso se debe recordar que, para muestras grandes, la desviación estándar de ρ_i puede ser aproximada por $\frac{1}{\sqrt{T}}$. Los valores individuales de ρ_i que son significativamente diferentes de cero son indicativos de errores GARCH. Las estadísticas-Q de Ljung-Box pueden usarse para evaluar grupos de coeficientes significativos. El estadístico

$$Q = T(T + 2) \sum_{i=1}^n \rho_i^2 / (T - i) \quad [3.21]$$

tiene una distribución asintótica χ^2 con n grados de libertad si la secuencia $\{\hat{\varepsilon}_t^2\}$ no está correlacionada en serie. Rechazar la hipótesis nula de que la secuencia $\{\hat{\varepsilon}_t^2\}$ está correlacionada en serie es equivalente a rechazar la hipótesis nula de errores ARCH o GARCH. En la práctica, debería considerar valores de n hasta $T/4$.

Una prueba más formal del multiplicador de Lagrange para errores ARCH es la prueba de McLeod y Li (1983). La metodología implica los dos pasos siguientes:

Paso 1: Use MCO para estimar la ecuación de regresión más apropiada o el modelo ARMA y deje que $\{\hat{\varepsilon}_t^2\}$ denote los cuadrados de los errores ajustados.

Paso 2: Regrese estos residuales al cuadrado en una constante y en los q valores rezagados $\hat{\varepsilon}_{t-1}^2, \hat{\varepsilon}_{t-2}^2, \hat{\varepsilon}_{t-3}^2, \dots, \hat{\varepsilon}_{t-q}^2$ es decir, estimar una regresión de la forma

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \hat{\varepsilon}_{t-q}^2 \quad [3.22]$$

De acuerdo con Enders W. (2015) si no hay efectos ARCH o GARCH, los valores estimados de α_1 a α_q deben ser cero. Por lo tanto, esta regresión tendrá poco poder explicativo, por lo que el coeficiente de determinación (es decir, el R^2 habitual) será bastante bajo. Usando una muestra de residuales T , bajo la hipótesis nula de ausencia de errores ARCH, el estadístico de prueba TR^2 converge a una distribución χ^2 con q grados de libertad. Si TR^2 es suficientemente grande, el rechazo de la hipótesis nula de que α_1 a α_q es conjuntamente igual a cero es equivalente al rechazo de la hipótesis nula de ausencia de errores ARCH. Por otro lado, si TR^2 es suficientemente bajo, es posible concluir que no hay efectos ARCH. En los tamaños de muestra pequeños que se suelen utilizar en el trabajo aplicado, se ha demostrado que una prueba F para la hipótesis nula $\alpha_1 = \dots = \alpha_q = 0$ es superior a una prueba χ^2 .

3.6 Comportamiento asimétrico de la incertidumbre inflacionaria

El modelo GARCH visto anteriormente, impone una respuesta simétrica de volatilidad a los choques positivos y negativos. Esto surge ya que la varianza condicional en ecuaciones como [3.17] es una función de las magnitudes de los residuos rezagados y no de sus signos (en otras palabras, al cuadrar el error rezagado en [3.17], el signo se pierde). Sin embargo, se ha estudiado y se ha argumentado que un impacto negativo en las series de tiempo financieras es probable que provoque un aumento de la volatilidad en más de un choque positivo de la

misma magnitud. Es decir, en las series volátiles las "malas"³ noticias parecen tener un efecto más pronunciado sobre la volatilidad que las "buenas" noticias; tales asimetrías se suelen atribuir a los efectos de apalancamiento.

Descubrieron dicho efecto en el rendimiento de las acciones. Ya que, para muchas acciones, existe una fuerte correlación negativa entre el rendimiento actual y la volatilidad futura. De igual manera, observaron que un choque negativo en el precio de las acciones reduce el valor del capital de una empresa en relación con su deuda. Y a medida que aumenta la relación deuda-capital (es decir, apalancamiento), el riesgo de mantener las acciones de la empresa también aumentará. Esta tendencia de la volatilidad a disminuir cuando los rendimientos aumentan y aumentar cuando los rendimientos caen, le denominaron efecto de apalancamiento.

Engle y Ng (1993) han propuesto un conjunto de pruebas para determinar si existe la asimetría en la volatilidad en una serie de tiempo. Esa prueba es conocida como prueba de sesgo de signo y tamaño. Las pruebas de Engle y Ng se utilizan para determinar si se requiere un modelo asimétrico para una determinada serie, o si el modelo GARCH simétrico puede considerarse adecuado. En la práctica, las pruebas de Engle-Ng generalmente se aplican a los residuos de un GARCH, y se ajusta a los datos de devoluciones. Se define S_{t-1}^- como una variable dicótoma que toma el valor 1 si $\hat{u}_{t-1} < 0$ y cero en caso contrario. La prueba de sesgo de signo se basa en la importancia o no de ϕ_1 en

$$\hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + v_t \quad [3.23]$$

donde v_t es un término de error independiente e idénticamente distribuido. Si los choques positivos y negativos impactan de manera diferente a \hat{u}_{t-1} sobre la varianza condicional, entonces ϕ_1 será estadísticamente significativo. También podría darse el caso de que la magnitud o el tamaño de la descarga afectará si la respuesta de la volatilidad a los choques

³ Para ejemplificar, una mala noticia en la serie de tiempo de la inflación sería un aumento en los precios, sin embargo, una mala noticia para el crecimiento del producto sería un decrecimiento del mismo. Caso contrario para las buenas noticias.

es simétrica o no. En este caso, se realizaría una prueba de sesgo de tamaño negativo, basada en una regresión donde S_{t-1}^- se usa ahora como variable dicótoma de pendiente. Se argumenta que el sesgo de tamaño negativo está presente si ϕ_1 es estadísticamente significativo en la regresión

$$\hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- u_{t-1} + v_t \quad [3.24]$$

Definiendo $S_{t-1}^+ = 1 - S_{t-1}^-$, para que S_{t-1}^+ seleccione las observaciones positivas, Engle y Ng proponen una prueba conjunta de sesgo de signo y tamaño basada en la regresión

$$\hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + \phi_2 S_{t-1}^- u_{t-1} + \phi_3 S_{t-1}^+ u_{t-1} + v_t \quad [3.25]$$

La significación de ϕ_1 indica la presencia de sesgo de signo, donde los choques positivos y negativos tienen diferentes impactos sobre la volatilidad futura, en comparación con la respuesta simétrica requerida por la formulación del GARCH estándar.

Sin embargo, la importancia de ϕ_2 y ϕ_3 muestra la presencia de un sesgo de tamaño, donde no sólo es importante el signo, sino también la magnitud del choque. La prueba TR^2 es un estadístico de prueba conjunta a partir de la regresión [3.25], que asintóticamente seguirá una distribución χ^2 con 3 grados de libertad bajo la hipótesis nula de ausencia de efectos asimétricos (Greene W., 2002, p. 244).

Una vez que se ha demostrado que existe asimetría, se debe emplear un modelo adecuado que capture correctamente dicho comportamiento. Posteriormente al modelo GARCH estándar, crearon extensiones que se han sugerido como una consecuencia de los problemas percibidos con los modelos estándar GARCH (p, q). La primera razón fue que las condiciones de no negatividad pueden ser violadas por el modelo estimado. La única forma de evitar esto con seguridad sería colocar restricciones artificiales sobre los coeficientes del modelo para forzarlos a ser no negativos. En segundo lugar, los modelos GARCH no pueden explicar los efectos de apalancamiento, aunque pueden explicar la agrupación de volatilidad y la leptocurtosis en una serie. Finalmente, el modelo no permite ninguna retroalimentación

directa entre la varianza y la media condicional. Estos pueden eliminar algunas de las restricciones o limitaciones del modelo básico. A continuación, se explicarán las extensiones del modelo GARCH.

3.7 Familia GARCH

Los autores Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) crearon el modelo GJR (también conocido como TGARCH), siendo una extensión simple de GARCH con un término adicional agregado para tener en cuenta posibles asimetrías. La varianza condicional ahora está dada por

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma u_{t-1}^2 I_{t-1} \quad [3.26]$$

donde $I_{t-1} = 1$ si $u_{t-1} < 0$ y $I_{t-1} = 0$ en el caso contrario. Para un efecto apalancamiento se verá que $\gamma > 0$. Sin embargo, la condición de no negatividad será $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 > 0$, $\beta \geq 0$, y $\alpha_1 + \gamma \geq 0$. El modelo seguirá siendo admisible incluso cuando $\gamma < 0$, siempre y cuando $\alpha_1 + \gamma \geq 0$.

Otra extensión del modelo GARCH fue creada por Nelson (1991) y es el GARCH exponencial (EGARCH). Nelson reconoció que la volatilidad podría responder de forma asimétrica a los errores de previsión pasados. Hay varias formas de expresar la ecuación de varianza condicional, pero una posible especificación está dada por

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \gamma \frac{u_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \alpha \left[\frac{|u_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] \quad [3.27]$$

El modelo tiene varias ventajas sobre la especificación GARCH pura. La primera ventaja es que, dado que el registro (σ_t^2) se modela, incluso si los parámetros son negativos, σ_t^2 será positiva. Por lo tanto, no es necesario imponer artificialmente restricciones no negativas en los parámetros del modelo. La segunda ventaja es que las asimetrías están permitidas bajo la formulación de EGARCH, ya que, si la relación entre volatilidad y devoluciones es negativa, γ , será negativa.

Nelson asumió una estructura de distribución de errores generalizados (DEG) para los errores. DEG es una familia muy amplia de distribuciones que se puede usar para muchos tipos de series. Sin embargo, debido a su facilidad computacional e interpretación intuitiva, casi todas las aplicaciones de EGARCH emplean errores condicionalmente normales en lugar de usar DEG.

Como se mencionó anteriormente, el objetivo es buscar un modelo óptimo para poder pronosticar de la mejor manera; no obstante, hay ciertas técnicas o variables que pueden ayudar a que eso suceda, como es el caso de incluir una variable *dummie* para considerar un fenómeno importante en una serie de tiempo, así como son los choques estructurales.

3.8 Repercusiones de los choques estructurales

Cuando se utiliza un modelo que implica series de tiempo, se puede dar un cambio estructural en la relación entre la variable dependiente y las variables independientes. Es decir, que los valores de los parámetros del modelo no permanecen constantes a lo largo de todo el periodo. A veces el cambio estructural se debe a fuerzas externas (cambio de precios de petróleo o guerras), o a cambios en las políticas (como la transformación de un sistema de tasa de cambio fija por otro sistema flexible) o por acciones tomadas por cuestiones políticas (como los cambios impositivos iniciados por el presidente en su periodo de gobierno, o por los cambios en los salarios mínimos), u otras causas diversas.

Perron (1989) desarrolló un procedimiento formal para probar las raíces unitarias en presencia de un cambio estructural en el período de tiempo $t = \tau + 1$. Considerando la hipótesis nula de un salto de una sola vez en el nivel de una unidad proceso de raíz contra la alternativa de un cambio de una sola vez en la intersección de un proceso estacionario de tendencia. Años más tarde, Perron (1989) utilizó su análisis del cambio estructural para desafiar los hallazgos de Nelson y Plosser (1982). estructurales. Otra cuestión que observó fue que la mayoría de las variables macroeconómicas parecen tener tendencia estacionaria. Por lo anteriormente expuesto, es importante que el modelo utilizado capture un cambio estructural para tener resultados insesgados y un buen análisis.

3.9 Conclusiones

En este capítulo se presenta la revisión teórica y las relaciones causales (positivas y negativas) entre la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico. De acuerdo con las hipótesis mencionadas en este capítulo, si la inflación promedio está correlacionada con la incertidumbre inflacionaria, y ambas variables en teoría afectan el producto, por lo que excluir una u otra tenderían a estimar un coeficiente sesgado de la variable incluida.

De igual manera, se exponen las hipótesis planteadas para la presente investigación con sus fundamentos teóricos y los principales autores. Así mismo, se mencionan las causas por las que el tipo de cambio y las tasas de interés son incluidas en esta investigación como variables instrumentales. Posteriormente, se mencionan los orígenes y la importancia de los modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva (ARCH), ARMA, ARIMA, GARCH, T-GARCH, E-GARCH y M-GARCH, así como la importancia de los choques estructurales, la prueba de sesgo y magnitud desarrollada por Engle y Ng (1993) y los pasos para realizar un correlograma de residuos para detectar heterocedasticidad condicional.

En el siguiente capítulo se desarrolla el modelo de crecimiento del producto explicado por la inflación, la incertidumbre inflacionaria y variables instrumentales con datos trimestrales de México del periodo 1981 hasta el primer trimestre del 2018. Así mismo, se mostrarán varias pruebas y técnicas para el análisis de series de tiempo de las variables utilizadas.

CAPÍTULO 4. Estimación de la relación de retroalimentación entre la inflación, su incertidumbre y el crecimiento económico mediante series de tiempo simultáneas

1.1 Introducción

El objetivo de este capítulo es presentar un modelo de ecuaciones simultáneas para explicar, analizar y comprobar las hipótesis planteadas del capítulo anterior. Para realizar un modelo econométrico se deben realizar diferentes pruebas en las series de tiempo utilizadas para asegurarse que sean estacionarias y así evitar generar resultados insesgados e ineficientes. Asimismo, es necesario realizar la prueba de cambios estructurales para después poder capturar ese comportamiento en el modelo a través de una variable dicótoma.

De igual manera, en el presente capítulo se encuentra la prueba de sesgo y signo de Engle y Ng para la inflación y así determinar el efecto de las “noticias” en la serie de tiempo. Una vez que se analizan los resultados de dicha prueba, se genera el modelo adecuado para extraer la incertidumbre inflacionaria y se realizan sus pruebas correspondientes.

Subsecuentemente, se presenta el modelo de ecuaciones simultáneas para explicar las relaciones entre el crecimiento del producto de México, la inflación y la incertidumbre inflacionaria acompañado con las variables instrumentales (tipo de cambio y tasa de interés). Las variables antes mencionadas fueron exportadas de la base de datos del Fondo Monetario Internacional, con datos trimestrales desde 1981 hasta el primer trimestre del 2018 para el caso de México.

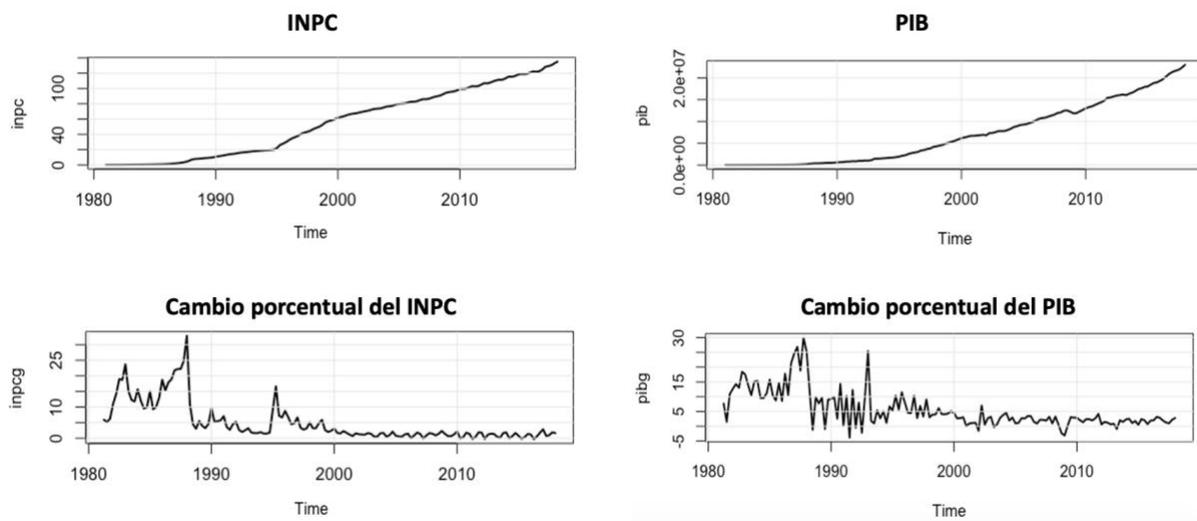
4.1 Análisis de las series de tiempo

Se verificará la estacionariedad del INPC y del PIB, en caso de que no sean estacionarias se realizará una transformación algebraica. La transformación algebraica se refiere al cambio porcentual de la inflación (π) y del PIB (λ) y se obtiene calculando las diferencias logarítmicas multiplicadas por cien. Como se mencionó antes, normalmente las series económicas y financieras presentan alta volatilidad y el INPC y el PIB no son la excepción (Figura 1).

$$\pi = \log\left(\frac{INPC_t}{INPC_{t-1}}\right) = \log\left(1 + \frac{INPC_t - INPC_{t-1}}{INPC_{t-1}}\right) = \log(INPC_t) - \log(INPC_{t-1})$$

$$\lambda = \log\left(\frac{PIB_t}{PIB_{t-1}}\right) = \log\left(1 + \frac{PIB_t - PIB_{t-1}}{PIB_{t-1}}\right) = \log(PIB_t) - \log(PIB_{t-1})$$

Figura 1. INPC y PIB en niveles y en diferencias logarítmicas



Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

En la figura 1 se observa que el comportamiento mensual del INPC y del PIB no parecen estacionarios, mientras que el cambio porcentual de la inflación (la diferencia logarítmica del INPC) sí parece serlo. Para determinar si las variables anteriores son estacionarias, se realiza un análisis formal; es decir, se analiza si poseen una raíz unitaria a través de la prueba Dickey-Fuller Aumentada y Phillips-Perron.

Tabla 3. Prueba de raíz unitaria para el INPC de México

INPC				
	DFA.	<i>p_value</i>	PP	<i>p_value</i>
Intercepto	0.8370	0.9944	1.9516	0.9999
Tendencia e intercepto	-2.7558	0.2163	-2.824	0.1911

Sin tendencia ni intercepto	1.7078	0.9786	5.3011	1.0000
-----------------------------	--------	--------	--------	--------

$\Delta \log (\text{INPC})$

(π)

	DFA	<i>p_value</i>	PP	<i>p_value</i>
Intercepto	-2.9647	0.0407	-2.7489	0.0684
Tendencia e intercepto	-4.3571	0.0034	-4.3789	0.0032
Sin tendencia ni intercepto	-2.378	0.0173	-2.1354	0.0319

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

Tabla 4. Prueba de raíz unitaria para el PIB de México

PIB

	DFA	<i>p_value</i>	PP	<i>p_value</i>
Intercepto	5.2941	1.0000	7.9934	1.0000
Tendencia e intercepto	0.0843	0.9969	0.1043	0.9971
Sin tendencia ni intercepto	6.7237	1.0000	11.9349	1.0000

$\Delta \log (\text{PIB})$

(λ)

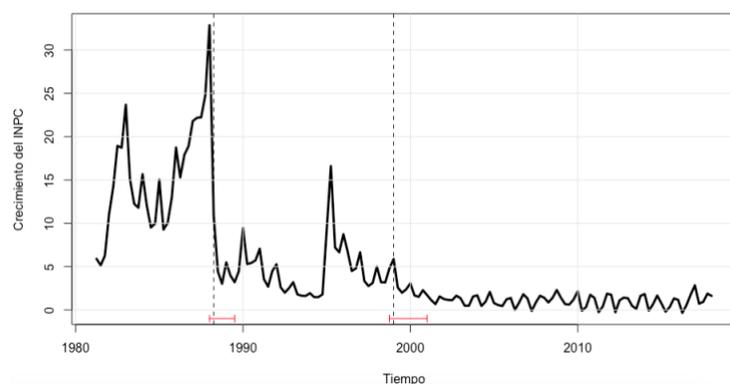
	DFA	<i>p_value</i>	PP	<i>p_value</i>
Intercepto	-2.1065	0.2425	-6.6469	0.0000
Tendencia e intercepto	-5.3063	0.0001	-9.0894	0.0000
Sin tendencia ni intercepto	-1.6914	0.0858	-4.213	0.0000

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

Con base en las estadísticas mostradas en la Tabla 3 y 4 para el caso de las variables en niveles del INPC y el PIB se observa que los estadísticos no son estadísticamente significativos, es decir, las series son no estacionarias. Al ser no estacionarias se realizaron las transformaciones algebraicas mencionadas, y posteriormente se generaron de nuevo los análisis y los resultados mostraron en los estadísticos que las series se convirtieron en series estacionarias y se podrán utilizar en el modelo sin generar resultados sesgados e ineficientes.

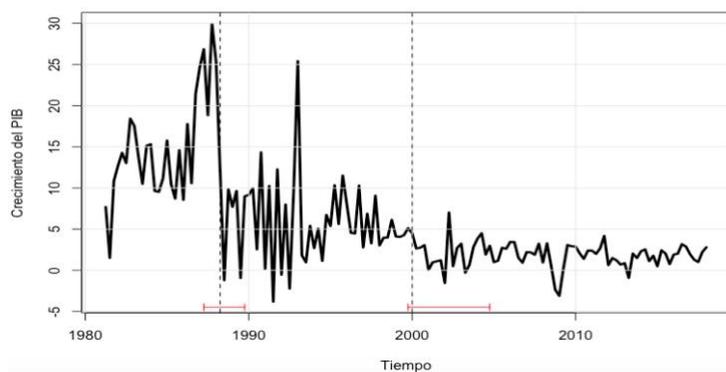
Entre las variables financieras es común que las series de tiempo presenten cambios estructurales en relación entre la regresada y las regresoras. El cambio estructural es cuando los valores de los parámetros del modelo no permanecen constantes a lo largo de todo el periodo. Con frecuencia el cambio estructural se debe a fuerzas externas (por ejemplo, el embargo petrolero impuesto por la OPEP en 1973 y 1979, o la Guerra del Golfo de 1990-1991), o a cambios en las políticas (como la transformación de un sistema de tasa de cambio fija por otro sistema flexible, alrededor de 1973) o por acciones tomadas por el Congreso estadounidense (por ejemplo, los cambios impositivos iniciados por el presidente Reagan durante sus dos periodos de gobierno, o por los cambios en los salarios mínimos), u otras causas diversas. Se realizó dicho análisis para el PIBg y el INPCg y los resultados fueron los siguientes:

Figura 2. Cambio estructural del INPCg



Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

Figura 3. Cambio estructural del PIBg



Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

Los cambios estructurales significativos para el PIBg fueron en los años 1988(Q2) y 2000(Q1) mientras que para el INPCg fueron en 1988(Q2) y 1991(Q1). Los cambios estructurales de 1988 tanto para la inflación y el crecimiento económico fueron causados por la crisis petrolera; mientras que, en el año 1999-2000 se debieron a una aplicación apropiada de la política económica (principalmente una política monetaria oportuna y preventiva orientada a alcanzar el objetivo de la inflación propuesto) coadyuvando a la estabilidad de los mercados financieros. Para la elaboración del modelo de ecuaciones simultáneas, se crearon variables dicótomas respectivamente para el INPCg (D1) y el PIBg (D2) para así capturar el efecto del cambio estructural.

Una vez que la serie de la inflación es estacionaria, se puede realizar el análisis para obtener la incertidumbre inflacionaria mediante un modelo GARCH. Ejecutando los algoritmos con los que cuentan los softwares especializados, se pudo encontrar el modelo E-GARCH óptimo, a través del algoritmo “*Automatic ARIMA Forecasting*” que como su nombre lo dice, es un procedimiento automático de series de predicción ARIMA que permite al usuario determinar rápidamente una especificación adecuada y utilizarla para pronosticar una serie de tiempo. Se pueden estimar a través de varios métodos diferentes, incluida la transformación del modelo en una especificación de mínimos cuadrados no lineal o el uso de GLS o estimación de máxima verosimilitud.

Dado que la estimación de máxima verosimilitud no requiere descartar observaciones desde el inicio de la muestra, o retroceder para crear observaciones, se presta muy bien a los algoritmos de selección y/o comparación de modelos. La especificación del modelo ARIMA utilizado para la previsión se puede dividir en cuatro pasos:

1. Seleccionar cualquier transformación de la variable dependiente, como tomar registros.
2. Selección del nivel de diferenciación de la variable dependiente.
3. Selección de regresoras exógenas.
4. Seleccionando el orden de los términos ARMA.

El procedimiento de pronóstico automático de EViews realiza automáticamente los pasos 1., 2. y 4. El procedimiento no selecciona un conjunto de regresoras exógenas automáticamente, aunque el usuario puede especificar qué regresoras incluir.

Una vez identificado el modelo óptimo para la media y para la varianza, se extrajeron sus residuos estandarizados para comprobar la existencia de un posible efecto asimétrico. Para ello se desarrolló la prueba de sesgo y signo de Engle y Ng explicada en el capítulo anterior. Suponiendo la siguiente ecuación para realizar la prueba, los resultados se muestran a continuación:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S^-_{t-1} + \phi_2 S^-_{t-1} * \hat{\varepsilon}_{t-1} + \phi_3 S^+_{t-1} * \hat{\varepsilon}_{t-1} + v_t$$

Tabla 5. Prueba de sesgo y signo (Engle y Ng) para la inflación

Dependent Variable: RESID_GARCH²

Method: Least Squares

Sample (adjusted): 1981Q3

2018Q1

Included observations: 147 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob
C	13.7877	14.3424	0.9613	0.3380
S(-1)	-29.1177	15.7593	-1.8476	0.0667
S(-1)*RESID_GARCH(-1)	-13.3339	1.8742	-7.1141	0.0000

(1-S(-1))*RESID_GARCH(-1)	9.5832	1.6881	5.6767	0.0000
R-squared	0.4445	Mean dependent var		26.0531
Adjusted R-squared	0.4329	S.D dependent var		75.0144
S.E. of regression	56.4880	Akaike info criterion		10.9327
Sum squared resid	456299.3	Schwarz criterion		11.0141
Log likelihood	-799.5586	Hannan-Quinn citer.		10.9658
F-statistic	38.1576	Durbin- Watson stat		2.3508
Prob(F-statistic)	0.0000			

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

Con base a la tabla anterior, se observa que los estadísticos son significativos y muestran que un impacto negativo en la inflación es mayor que un impacto de la misma magnitud, pero de signo positivo por 1.39 veces (en otras palabras, mientras que un impacto positivo impacta una unidad, un impacto negativo impacta 1.39, es decir, 39% más). Esto es, las “malas noticias” tienen un efecto más pronunciado sobre la volatilidad que las “buenas noticias”. Con base en lo anterior, se debe especificar una estructura E-GARCH para poder capturar el efecto asimétrico.

Tabla 6. Modelo EGARCH para definir la incertidumbre inflacionaria

Dependent Variable: INPCG

Method: ML-ARCH-Student t distribution

Sample (adjusted): 1984Q4 2018Q1

Included observations: 135 after adjustments

Convergence achieved after 377 iterations

LOG(GARCH)= C + ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + LOG(GARCH(-1)) + INPCG(-1) + INPCG(-1)*DMI +D1

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob
@SQRT(GARCH)	0.4440	0.0831	5.3464	0.0000
AR(1)	0.3600	0.0449	8.0216	0.0000
SAR(12)	0.8919	0.0181	49.4044	0.0000
SMA(12)	-0.9926	0.0040	-247.2493	0.0000

Variance Equation				
C	1.3406	0.3736	3.5882	0.0003
ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1)))	0.3246	0.1451	2.2365	0.0253
LOG(GARCH(-1))	0.5448	0.1066	5.1097	0.0000
INPCG(-1)	0.0903	0.0182	4.9486	0.0000
INPCG(-1)*DMI	-0.2457	0.0924	-2.6576	0.0079
D1	-5.5116	0.8628	-6.3879	0.0000
T-DIST.DOF	2.0201	0.0052	385.9155	0.0000
R-squared	0.9269	Mean dependent var	4.4052	
Adjusted R-squared	0.9252	S.D dependent var	6.4320	
S.E. of regression	1.7581	Akaike info criterion	3.0901	
Sum squared resid	404.9308	Schwarz criterion	3.3268	
Log likelihood	-197.5842	Hannan-Quinn citer.	3.1863	
Durbin- Watson stat	1.7134			
Inverted AR Roots	0.9900	.86-50i.	.86+50i	.50-186
	.50+86i	0.36	.00+99i	-.00+99i
	-.50+86i	-.50-186	.86-50i	-.86-50i

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

Para modelar el INPCg y así obtener la varianza condicional (incertidumbre inflacionaria), se utilizó la variable inflación rezagada un periodo INPCg(-1), una variable dicótoma para (DMI) para poder modelar y capturar el efecto de cuándo se empezó a utilizar un régimen de objetivos de inflación como marco para la conducción de la política monetaria para la economía mexicana (en el capítulo anterior se mencionó la importancia de considerar metas de inflación, tasas de interés y tipo de cambio como variables auxiliares) y otra variable dicótoma (D1) para capturar el choque estructural de la serie de tiempo de la inflación.

El algoritmo utilizado determinó el mejor modelo (EGARCH) detectando un efecto estacional y por consecuencia, calculó un modelo SARMA para la ecuación de media y la distribución de densidad de los rezagos que se postuló como “*t student*” asimétrica y

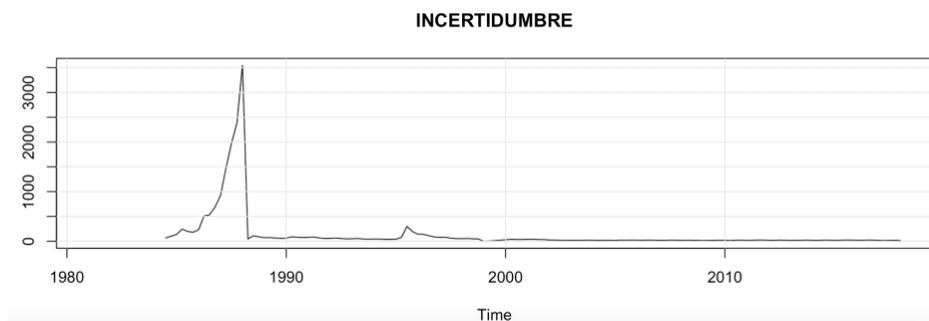
estandarizada, ya que mostró un mejor respecto a la distribución normal (permite colas menos pesadas) y estima de manera conjunta la media y volatilidad. Cabe mencionar que el modelo autorregresivo ordinario cumple con las condiciones de estabilidad, ya que es menor a la unidad y por esta razón se especifica un componente autorregresivo estacional SAR(12).

De igual manera, se observa que en caso de que el valor del primer rezago de la varianza condicional sea uno, una unidad que decrece en ε_{t-1} incrementará el logaritmo de la volatilidad condicional en 0.3246 unidades. Esto implica que las “malas noticias” tienen un mayor efecto mayor sobre la volatilidad condicional; este resultado también fue verificado con la prueba de sesgo y signo de Engle y Ng.

Como se ha establecido, una ventaja que tiene el modelo EGARCH es que no requiere ninguna restricción en los parámetros ya que la positividad de la varianza se satisface automáticamente. Y, en general, la maximización de la probabilidad sin restricciones da como resultado optimizaciones rápidas y confiables. Dicha especificación de la varianza condicional captura la asimetría existente entre los retornos positivos y los negativos (efecto apalancamiento).

Con base en los resultados estadísticos de la tabla 6 se puede observar que el modelo presenta estadísticos muy significativos ya que todos los coeficientes son estadísticamente significativos, presenta una R^2 elevada y el estimado DW es cercano a dos. Una vez que demostramos que el modelo anterior es correcto y coherente, se extrae la varianza condicional ya que es utilizada para representar la incertidumbre inflacionaria; dicha variable fue nombrada “INCERTIDUMBRE”. Cabe mencionar que se le realizaron pruebas de estacionariedad igual que las variables anteriores.

Figura 4. Incertidumbre en niveles



Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

Tabla 7. Prueba de raíz unitaria para la Incertidumbre de México

Incertidumbre Inflacionaria				
	DFA	<i>p_value</i>	PP	<i>p_value</i>
Intercepto	-4.8135	0.0001	-4.8135	0.0001
Tendencia e intercepto	-5.2351	0.0001	-5.1722	0.0002
Sin tendencia ni intercepto	-4.5751	0.0000	-4.5751	0.0000

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

Con base en los estadísticos de la tabla 7, se observa que la incertidumbre en niveles es una variable estacionaria y por lo tanto no requiere un tratamiento o una transformación algebraica.

Una vez identificadas todas las series estacionarias, se estimaron las pruebas de Granger para comprobar que existe una causalidad bidireccional ocasionando simultaneidad entre las tres principales variables. No obstante, las pruebas de Granger se mostrarán hasta el rezago 12, ya que el modelo GARCH muestra un efecto estacionario hasta el año 3, equivalente a 12 trimestres; en el capítulo 2 se explicó la importancia de las pruebas de Causalidad de Granger.

Tabla 8. Causalidad de Granger: INCERTIDUMBRE ↔ INPCg

Rezago	ht → INPCg		INPCg → ht	
1	2.9676	0.0873	11.7851	0.0008
2	4.3845	0.0144	7.3573	0.0009
3	10.8055	2.00E-06	7.4727	0.0001
4	12.7208	1.00E-08	6.6356	7.00E-05
5	9.5969	1.00E-07	5.5643	0.0001
6	7.6725	6.00E-07	4.9607	0.0001
7	5.7522	1.00E-05	4.5369	0.0002
8	5.5822	6.00E-06	4.4144	0.0001
9	4.4620	6.00E-05	5.2446	7.00E-06
10	3.7722	0.0002	4.5594	2.00E-05
11	3.1264	0.0012	4.1572	5.00E-05
12	3.1567	0.0008	4.5846	8.00E-06

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

En la tabla 8 se observa que la inflación sí causa la incertidumbre, y la incertidumbre sí causa la inflación. Es decir, existe una causalidad bidireccional entre incertidumbre inflacionaria y la inflación. La primera causalidad (ht → INPCg) el primer rezago no es significativo al 5%, sin embargo, es hasta el rezago 18 que deja de ser significativo al 10%. En la segunda causalidad (INPCg → ht) deja de ser significativo al 5% hasta el rezago 42.

Tabla 9. Causalidad de Granger: INPCg ↔ PIBg

Rezago	INPCg → PIBg		PIBg → INPCg	
1	63.2989	5.00E-13	16.9628	6.00E-05
2	14.2142	2.00E-06	8.7881	0.0003
3	16.4591	3.00E-09	6.9787	0.0002
4	4.5495	3.00E-06	4.5495	0.0018
5	6.6634	1.00E-05	3.3885	0.0065
6	5.6041	3.00E-05	3.3241	0.0045
7	5.1852	3.00E-05	3.2645	0.0032

8	4.0399	0.0003	2.5869	0.0120
9	4.0791	0.0001	5.2211	6.00E-06
10	3.6269	0.0003	4.4394	3.00E-05
11	3.6245	0.0002	3.9601	7.00E-05
12	3.3389	0.0004	3.2939	0.0004

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

En la tabla 9 se observa que la inflación sí causa el crecimiento del producto, y el crecimiento del producto sí causa la inflación. Es decir, existe una causalidad bidireccional entre inflación y crecimiento del producto.

Tabla 10. Causalidad de Granger: PIBg ↔ ht

Rezago	ht → PIBg		PIBg → ht	
1	12.0877	0.0007	18.9889	3.00E-05
2	66.5897	0.0019	9.7434	0.0001
3	5.5626	0.0013	8.6638	3.00E-05
4	5.8339	0.0002	7.2208	3.00E-05
5	4.3444	0.0011	6.3360	3.00E-05
6	3.5072	0.0032	5.9485	2.00E-05
7	3.1837	0.0041	5.2237	3.00E-05
8	2.5635	0.0133	4.8396	4.00E-05
9	2.6099	0.0092	4.2451	0.0001
10	2.3003	0.0175	3.6808	0.0003
11	2.2514	0.0171	3.2104	0.0009
12	3.5241	0.0002	2.8745	0.0020

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

En la tabla 10 se observa que la incertidumbre inflacionaria causa el crecimiento del producto, y el crecimiento del producto causa a la incertidumbre inflacionaria. Es decir, existe una causalidad bidireccional entre incertidumbre inflacionaria y el crecimiento del producto. En la primera causalidad (ht → PIBg) deja de ser significativo al 5% hasta el rezago 34 y en el rezago 35 deja de ser significativo al 10%. En la segunda causalidad (PIBg → ht)

deja de ser significativo al 5% hasta el rezago 38 y en el rezago 39 deja de ser significativo al 10%.

Como se mencionó y se observó en las tablas anteriores, se encontraron causalidades bidireccionales entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria, la inflación y el crecimiento económico y la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico. Considerando que las tres variables son bidireccionales, entonces excluir una u otra tendería a estimar un modelo sesgado. Dado que entre las tres variables muestran relaciones bidireccionales, entonces pueden ser tomadas como variables endógenas en el modelo de ecuaciones simultáneas y ser explicadas por las mismas variables exógenas rezagadas, las variables instrumentales mencionadas en el capítulo anterior (tipo de cambio (TC) y tasas de interés (TI)), las variables *dummies* para explicar el cambio estructural de las series de tiempo (D1 y D2) y variables rezagadas para la inflación, incertidumbre y crecimiento económico.

Variables Endógenas	Variables exógenas e instrumentales
PIB _g	D1
INPC _g	D2
INCERTIDUMBRE	TC
	TI
	INCERTIDUMBRE(-1)
	INPC _g (-1)
	PIB _g (-1)
	PIB _g (-2)
	PIB _g (-3)
	PIB _g (-4)

Cabe mencionar que múltiples autores que se encuentran en la revisión teórica del capítulo anterior (así como Grier y Grier (2006), Fountas Et Al (2006), Fountas y Karanasos (2007), Conrad y Karanasos (2015), Hartmann y Roestel (2013), entre otros) han empleado modelos de autorregresión que combinan estructuras de los rezagos de las variables en cuestión y los

rezagos de las variables que lo acompañan, es decir, estructural el modelo considerando rezagos en las variables exógenas tanto endógenas.

4.2 Análisis del modelo de crecimiento del Producto Interno Bruto

El sistema de ecuaciones propuesto es el siguiente, considerando de igual manera, las variables instrumentales y las variables *dummies*:

$$\begin{aligned} \text{PIBG} &= C(1) + C(2)*\text{INPCG} + C(3)*\text{INPCG}(-1) + C(4)*\text{PIBG}(-1) + C(5)*\text{PIBG}(-2) + C(6)*\text{TI}(-1) + \\ &C(7)*\text{INCERTIDUMBRE}(-2) \\ \text{INPCG} &= C(8) + C(9)*\text{PIBG} + C(10)*\text{PIBG}(-1) + C(11)*\text{INCERTIDUMBRE} + C(12)*\text{INCERTIDUMBRE}(-1) + \\ &C(13)*\text{TC} + C(14)*\text{TC}(-1) + C(15)*\text{TI} + C(16)*\text{TI}(-1) + C(17)*\text{TI}(-2) + C(18)*\text{INPCG}(-1) \\ \text{INCERTIDUMBRE} &= C(19) + C(20)*\text{INPCG} + C(21)*\text{INPCG}(-1) + C(22)*\text{INCERTIDUMBRE}(-1) + C(23)*\text{TI}(-1) + \\ &C(24)*\text{TI}(-2) + C(25)*\text{TI} + C(26)*\text{TC}(-1) \end{aligned}$$

INST C D1 D2 INPCG(-1) INPCG(-2) INCERTIDUMBRE(-1) INCERTIDUMBRE(-2) TC TC(-1) TC(-2) PIBG(-1) PIBG(-2) PIBG(-3) TI TI(-1) TI(-2)

4.3 Resultados

Para obtener los resultados de las estimaciones se utilizó el programa E-views 10, realizando la metodología de MC2E descrita en el segundo capítulo. A continuación, se presentarán los resultados obtenidos.

Tabla 11. Resultados del Sistema de ecuaciones

Estimation Method: Two-Stage Least Squares
 Sample: 1985Q2 - 2018Q1
 Included observations: 133
 Total system (balanced) observations 399

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob
----------	-------------	------------	-------------	------

C(1)	1.7350	0.4860	3.5701	0.0004
C(2)	0.6797	0.1291	5.2629	0.0000
C(3)	0.2643	0.1402	1.8858	0.0601
C(4)	-0.2145	0.0925	-2.3183	0.0210
C(5)	0.1819	0.0847	2.1463	0.0325
C(6)	-0.0461	0.0233	-1.9755	0.0489
C(7)	-0.0027	0.0010	-2.6759	0.0078
C(8)	-0.1032	0.3251	-0.3175	0.7511
C(9)	0.1452	0.1058	1.3713	0.1711
C(10)	0.1344	0.0440	3.0561	0.0024
C(11)	0.0067	0.0010	6.8751	0.0000
C(12)	-0.0013	0.0008	-1.6077	0.1087
C(13)	-0.0041	0.0017	-2.4267	0.0157
C(14)	0.0050	0.0016	3.0554	0.0024
C(15)	0.0760	0.0169	4.5086	0.0000
C(16)	0.0836	0.0198	4.2337	0.0000
C(17)	-0.1048	0.0166	-6.3248	0.0000
C(18)	0.2482	0.0895	2.7743	0.0058
C(19)	-35.9141	22.0400	-1.6295	0.1041
C(20)	103.4269	7.5860	13.6339	0.0000
C(21)	-42.4629	8.5632	-4.9588	0.0000
C(22)	0.2644	0.0815	3.2441	0.0013
C(23)	-8.0746	2.3463	-3.4414	0.0006
C(24)	11.9717	2.0847	5.7427	0.0000
C(25)	-9.2030	1.9693	-4.6732	0.0000
C(26)	-0.1278	0.0193	-6.6172	0.0000
Determinant residual covariance		631915.2		

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

Tabla 12. Resultados de la estimación del PIB (Ecuación 1)

$$\text{Equation 1: PIB} = C(1) + C(2)*INPCG + C(3)*INPCG(-1) + C(4)*PIBG(-1) + C(5)*PIBG(-2) + C(6)*TI(-1) + C(7)*INCERTIDUMBRE(-2)$$

Instruments: C D1 D2 INPCG(-1) INPCG(-2) INCERTIDUMBRE(-1) INCERTIDUMBRE(-2)

TC TC(-1) TC(-2) PIBG(-1) PIBG(-2) PIBG(-3) TI TI(-1) TI(-2)

Observations: 133

R-squared	0.7087	Mean dependent var	4.8963
Adjusted R-squared	0.6948	S.D. dependent var	6.1173
S.E. of regression	3.3796	Sum square resid	1439.1180
Durbin-Watson stat	1.9623		

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

Tabla 13. Resultados de la estimación de la inflación (Ecuación 2)

Equation 2: $INPCG = C(8) + C(9)*PIBG + C(10)*PIBG(-1) + C(11)*INCERTIDUMBRE + C(12)*INCERTIDUMBRE(-1) + C(13)*TC + C(14)*TC(-1) + C(15)*TI + C(16)*TI(-1) + C(17)*TI(-2) + C(18)*INPCG(-1)$

Instruments: C D1 D2 INPCG(-1) INPCG(-2) INCERTIDUMBRE(-1) INCERTIDUMBRE(-2)

TC TC(-1) TC(-2) PIBG(-1) PIBG(-2) PIBG(-3) TI TI(-1) TI(-2)

Observations: 133

R-squared	0.9530	Mean dependent var	4.3175
Adjusted R-squared	0.9492	S.D. dependent var	6.4400
S.E. of regression	1.4515	Sum square resid	257.0494
Durbin-Watson stat	1.8012		

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

Tabla 14. Resultados de la estimación de la incertidumbre inflacionaria (Ecuación 3)

Equation 3: $INCERTIDUMBRE = C(19) + C(20)*INPCG + C(21)*INPCG(-1) + C(22)*INCERTIDUMBRE(-1) + C(23)*TI(-1) + C(24)*TI(-2) + C(25)*TI + C(16)*TC(-1)$

Instruments: C D1 D2 INPCG(-1) INPCG(-2) INCERTIDUMBRE(-1) INCERTIDUMBRE(-2)

TC TC(-1) TC(-2) PIBG(-1) PIBG(-2) PIBG(-3) TI TI(-1) TI(-2)

Observations: 133

R-squared	0.8493	Mean dependent var	134.7751
Adjusted R-squared	0.8409	S.D. dependent var	429.5658
S.E. of regression	171.3640	Sum square resid	3670700

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

En la siguiente tabla se puede observar los resultados sintetizados y posteriormente se encuentran las explicaciones por ecuación.

Tabla 15. Hipótesis y resultados

Hipótesis	Signo de la causalidad	Resultado
H1: Inflación causa incertidumbre inflacionaria		
Ball (1992), Friedman (1977)	+	Aceptada
Pourgerami y Maskus (1987), Ungar y Zilberfarb (1993)	-	Rechazada
H2: Incertidumbre inflacionaria causa inflación		
Cukierman y Meltzer (1986)	+	Aceptada
Holland (1995)	-	Rechazada
H3: Inflación e incertidumbre inflacionaria causan crecimiento económico		
Tobin (1965)	+	Aceptada
Judson y Orphanides(1996), Barro (1995)	-	Rechazada
Dotsey y Sarte (2000)	+	Rechazada
Friedman (1977)	-	Aceptada

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

De acuerdo con los resultados de la primera ecuación del modelo de sistema de ecuaciones planteado se puede observar lo siguiente:

- La constante y los rezagos del producto en uno y dos periodos son estadísticamente significativos, sin embargo, la constante y el primer rezago mostró tener signo positivo y el segundo negativo.
- La evidencia empírica muestra que la inflación es un determinante del crecimiento del producto y tiene signo positivo al igual que el rezago de la inflación, sin embargo, este último no es significativo al 5%. No obstante, el resultado prueba que a mayor inflación hay un crecimiento del producto. En tal sentido, podemos probar y aceptar la hipótesis de Tobin (1965), ya que observamos que la inflación reduce la riqueza

acumulada produciendo una elevación en el ahorro y a su vez, generando crecimiento del producto.

- La incertidumbre inflacionaria y la tasa de interés también son estadísticamente significativas, pero ambas con signo negativo. Con estos resultados probamos y aceptamos la hipótesis de Friedman que menciona que la incertidumbre tiene un impacto directo en las tasas de interés y a su vez, tiene un efecto directo en los precios de los bienes afectando negativamente al crecimiento del producto.

De acuerdo con los resultados de la segunda ecuación del modelo de sistema de ecuaciones planteado se puede observar lo siguiente:

- El tipo de cambio, la tasa de interés y los rezago en 1 y 2 periodos del tipo de cambio y tasas de interés son significativas, aunque el tipo de cambio y el segundo rezago de la tasa de interés tienen signo negativo. La constante y el primer rezago de la incertidumbre son estadísticamente no significativos. El crecimiento del producto y su primer rezago son estadísticamente significativos y con signo positivo.
- La incertidumbre inflacionaria es estadísticamente significativa con signo positivo, por lo tanto, podemos apoyar y justificar la hipótesis de Cukierman y Meltzer (1986). Dicha hipótesis describe que la incertidumbre inflacionaria y la inflación tienen una relación positiva ya que los Bancos Centrales exhiben un comportamiento oportunista ya sea por su baja credibilidad de las políticas, la ambigüedad de los objetivos y/o la mala calidad del control monetario que caracteriza a los formuladores de políticas aumentar la tasa promedio de inflación. Y así, la autoridad monetaria genera incertidumbre inflacionaria en un esfuerzo por estimular el crecimiento económico, sin embargo, esto a su vez genera aumentos en el nivel de inflación.

De acuerdo con los resultados de la tercera ecuación del modelo de sistema de ecuaciones planteado se puede observar lo siguiente:

- La constante es la única variable que no es significativa de la ecuación.
- El coeficiente de la inflación es positivo y de la inflación pasada con signo negativo son estadísticamente significativos para la muestra seleccionada. Esto muestra

evidencia de que la incertidumbre inflacionaria se encuentra fuertemente determinada por la inflación actual y rezagada un periodo. De igual manera, la incertidumbre inflacionaria rezagada un periodo es estadísticamente significativo y con signo positivo. Con estos resultados podemos afirmar la teoría de Ball (1992) y Friedman (1977) que mencionan una relación positiva entre la incertidumbre inflacionaria e inflación y afirman que cuando aumenta la tasa de inflación, la autoridad monetaria no tiene una respuesta predecible y confiable, así generando incertidumbre sobre la tasa de inflación futura. Cabe mencionar que la política monetaria de México busca disminuir la inflación mediante un régimen de metas de inflación desde el 2001, ya que su objetivo es mantener la inflación en niveles del 3%.

No obstante, se realizaron pruebas de heterocedasticidad (prueba Durbin Watson) y los resultados mostraron que no se advierten problemas de este tipo para las tres ecuaciones, ya que los resultados de la prueba de bondad de ajuste son bastante altos.

CONCLUSIONES

En la presente investigación se busca dilucidar el mecanismo de operación que existe entre el crecimiento del Producto Interno Bruto de México y dos de sus principales determinantes, la inflación y la incertidumbre inflacionaria. Para la interpretación de las relaciones de retroalimentación, que explican el fenómeno, se propone la implementación de un sistema de ecuaciones en diferencias estocásticas simultáneas, empleando para ello la metodología de Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E), además de una batería de pruebas estadísticas que permitan la identificación de un sistema óptimo.

La econometría ha buscado desde sus inicios la posibilidad de examinar, interpretar y predecir el comportamiento de una variable endógena que se encuentra determinada por otro conjunto de variables, denominadas exógenas. Esto ha sido posible a través de la representación de diferentes modelos, desde los verbales, pasando por los geométricos, hasta llegar a los modelos econométricos. Son justamente estos últimos los que, a partir del cumplimiento de supuestos (homocedasticidad, no autocorrelación, independencia de las variables explicativas) y la aplicación de métodos estadísticos (Mínimos Cuadrados Ordinarios o Máxima Verosimilitud), permiten la obtención de los mejores estimadores lineales e insesgados, capaces de inferir el comportamiento de los verdaderos parámetros poblacionales.

Sin embargo, en la práctica muchos de los supuestos mencionados no se cumplen, lo que provoca un sesgo en los estimadores. Uno de los principales problemas al tratar con modelos macroeconómicos es que su funcionamiento exhibe relaciones de retroalimentación, identidades contables y/o condiciones de equilibrio, por lo que un modelo uniecuacional se verá limitado para interpretar el conjunto de relaciones de causalidad existentes. Este problema denominado “endogeneidad” es el que invalida el método de mínimos cuadrados ordinarios, y surge cuando se omiten variables relevantes en el estudio, cuando se presenta un error de medición en las variables independientes, cuando existe un sesgo de selección y, principalmente, cuando se encuentra presente el fenómeno de simultaneidad.

Para definir la correcta implementación de un modelo uniecuacional o multiecuacional y en consecuencia la metodología adecuada, se han desarrollado pruebas estadísticas que permiten la identificación del fenómeno de simultaneidad, así como la posible relación de causalidad bidireccional, además del cumplimiento de ciertas propiedades estadísticas como la estacionariedad, que entre otras bondades permite superar el problema de estimación de regresiones espurias. Mediante estos mecanismos se puede comprobar estadísticamente la idoneidad en el uso del método de Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E).

La problemática para solventar en esta investigación tiene que ver la estimación correcta de las relaciones de retroalimentación entre la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico. En el planteamiento teórico se identifican 3 hipótesis relevantes respecto a la causalidad de estas tres variables para el caso de México. Mediante la causalidad de Granger se comprueba que dichas variables están correlacionadas bidireccionalmente y por lo tanto, se debe implementar un sistema de ecuaciones simultáneas en diferencias para explicar sus funcionamiento.

La primera hipótesis es que la inflación causa a la incertidumbre inflacionaria de manera directamente proporcional (Friedman, 1977; Ball, 1992), e inversamente proporcional (Porgerami y Maskus, 1987 y Ungar y Zilberfarb, 1993). La segunda hipótesis es que la incertidumbre inflacionaria causa a la inflación de manera positiva (Cukierman y Meltzer, 1986), y negativa (Holland, 1995). La tercera hipótesis señala que la inflación y la incertidumbre inflacionaria causan el crecimiento económico. El principal autor respecto a la relación positiva entre la inflación y el crecimiento económico es Tobin (1965) y en caso contrario, es decir que encuentran una relación negativa, son Fisher (1926) y Philips (1958), Okun (1962), Judson y Orphanides (1996) y Barro (1995). Mientras que, los principales autores en argumentar evidencian la relación positiva de que la incertidumbre inflacionaria causa el crecimiento económico son Dotsey y Sarte (2000), y para el caso de una relación negativa son Friedman (1977) y Grier y Grier (2006)

Los resultados empíricos de este trabajo de investigación muestran que para el caso de México durante el periodo (1988 a 2018) se cumplen las siguientes hipótesis:

- Se acepta la hipótesis de Friedman (1977) y Ball (1992) ya que los resultados mostraron que la inflación en tiempo t y rezagada a un periodo causa la incertidumbre inflacionaria con signo positivo. La teoría menciona que al aumentar la inflación los Bancos Centrales no tienen una respuesta confiable y predecible y por lo tanto se genera incertidumbre hacia la inflación futura.
- Se acepta la hipótesis de Cukierman y Meltzer (1986) ya que se observa que la incertidumbre inflacionaria causa inflación. La hipótesis argumenta que los Bancos Centrales aprovechan la incertidumbre para ser oportunistas o miopes, ya sea por la ambigüedad de sus metas de inflación, su baja credibilidad de políticas, o mala gestión del control monetario que se caracteriza de aumentar la tasa promedio de inflación. Es decir, la autoridad monetaria busca generar incertidumbre inflacionaria mediante la aplicación de políticas monetarias de corte expansivo, en un esfuerzo por estimular el crecimiento económico lo cual deriva en aumentos en el nivel de inflación que generalmente se buscan compensar con una disminución en el tipo de cambio, es decir, mediante una apreciación cambiaria.
- Se acepta la hipótesis de Tobin (1965) ya que los resultados mostraron que la inflación causa crecimiento económico, no obstante, el resultado no es significativo al 5%. La hipótesis argumenta que al incrementar la inflación se reduce la riqueza acumulada así estimulando al ahorro, y a su vez, se genera crecimiento en el producto.
- Se acepta la hipótesis de Friedman (1977) y Grier y Grier (2006) ya que la incertidumbre inflacionaria y las tasas de interés mostraron una causalidad negativa hacia el crecimiento del producto. La hipótesis expone que la incertidumbre inflacionaria impacta a las tasas de interés y ambas afectan a los precios de los bienes y así afecta negativamente al crecimiento del producto.

En relación con las hipótesis planteadas en esta tesis, se concluye que existe un efecto simultáneo entre la inflación promedio con la incertidumbre inflacionaria, y ambas variables

con el crecimiento del producto; entonces no considerar una u otra tendería a estimar un coeficiente sesgado de la variable incluida. Así mismo, durante la investigación se mencionan las causas por las que el tipo de cambio y las tasas de interés son incluidas en el modelo como variables instrumentales.

Es de suma importancia conocer, entender y pronosticar el mecanismo de funcionamiento del crecimiento del producto, ya que es clave para que el grueso de la población acceda a una mejor calidad de vida, pues la capacidad económica incrementa (mayor capital para invertir y crear empleo). De igual manera, un mayor crecimiento del producto ayuda a mitigar el incremento y volatilidad de los precios (inflación e incertidumbre inflacionaria) y así preservar el poder adquisitivo de la población y poder mantener una estabilidad macroeconómica.

A través de los estimadores presentados en los resultados, se muestra evidencia empírica que la incertidumbre inflacionaria y la inflación sí son estadísticamente significativos y generan un impacto directo al crecimiento del producto. Sin embargo, también se demuestra que el mecanismo de metas de inflación que propone el modelo ortodoxo no funciona en su totalidad en países en desarrollo, ya que la teoría menciona que la inflación es el principal instrumento para incrementar el producto. No obstante, se observa que el crecimiento económico no ha aumentado significativamente para los países en desarrollo, si no, en caso contrario, ha mostrado ser estable con tendencia a la baja.

A partir de los resultados, se recomienda no eliminar el régimen de metas de inflación, si no, hacerlas compatibles con altas tasas de crecimiento del ingreso y con finanzas públicas más estables. Existen varios autores (Nelson Barbosa-Filho (2008), Joseph Lim (2008), Epsatein y Yieldan (2008)) que han estudiado economías con resultados similares y recomiendan ampliar el conjunto de políticas de los Bancos Centrales para impactar directamente el empleo, la pobreza y el crecimiento económico. Las recomendaciones de los autores antes mencionados son las siguientes, mismas que aplican para el caso de México:

1. Mantenimiento de un tipo de cambio real competitivo, ya sea fijando el tipo de cambio o de forma intensiva.
2. Implementación de técnicas de control de capital (como China, Malasia y Chile), para ayudar a administrar los tipos de cambio. Esto debería incluir una fuerte supervisión financiera para evitar la adopción excesiva de deuda externa a corto plazo y controles de capital basados en impuestos sobre los flujos de capital a corto plazo.
3. Declaración explícita de las metas de producción y empleo, a medida que el Banco Central pasa de un régimen puramente de metas de inflación.
4. Política de ingresos y antimonopólicos (ya que los monopolios suelen generar episodios recurrentes de inflación) para limitar la inflación a niveles moderados.
5. Programas de crédito focalizados, especialmente a empresas orientadas a la exportación y a pequeñas y medianas empresas que puedan contribuir al crecimiento de la productividad y el empleo.

En el caso del Sudeste Asiático, se ha llevado a cabo esta ampliación de las políticas y han generado muy buenos resultados en el incremento del producto.

ANEXOS

Causalidad de Granger: INCERTIDUMBRE ↔ INPCg

Rezago	ht → INPCg		INPCg → ht	
1	2.9676	0.0873	11.7851	0.0008
2	4.3845	0.0144	7.3573	0.0009
3	10.8055	2.00E-06	7.4727	0.0001
4	12.7208	1.00E-08	6.6356	7.00E-05
5	9.5969	1.00E-07	5.5643	0.0001
6	7.6725	6.00E-07	4.9607	0.0001
7	5.7522	1.00E-05	4.5369	0.0002
8	5.5822	6.00E-06	4.4144	0.0001
9	4.4620	6.00E-05	5.2446	7.00E-06
10	3.7722	0.0002	4.5594	2.00E-05
11	3.1264	0.0012	4.1572	5.00E-05
12	3.1567	0.0008	4.5846	8.00E-06
13	2.6257	0.0036	3.5343	0.0002
14	2.2134	0.0126	4.0983	2.00E-05
15	2.7840	0.0014	26.5329	2.00E-26
16	1.5684	0.0952	14.0450	1.00E-17
17	1.8079	0.0404	12.8628	1.00E-16
18	1.2948	0.214	13.3628	3.00E-17
⋮				
42			2.9862	0.0525
45			NA	NA

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

Causalidad de Granger: INPCg ↔ PIBg

Rezago	INPCg → PIBg		PIBg → INPCg	
1	63.2989	5.00E-13	16.9628	6.00E-05
2	14.2142	2.00E-06	8.7881	0.0003
3	16.4591	3.00E-09	6.9787	0.0002
4	4.5495	3.00E-06	4.5495	0.0018
5	6.6634	1.00E-05	3.3885	0.0065
6	5.6041	3.00E-05	3.3241	0.0045
7	5.1852	3.00E-05	3.2645	0.0032
8	4.0399	0.0003	2.5869	0.0120
9	4.0791	0.0001	5.2211	6.00E-06
10	3.6269	0.0003	4.4394	3.00E-05
11	3.6245	0.0002	3.9601	7.00E-05
12	3.3389	0.0004	3.2939	0.0004

13	3.3230	0.0003	3.9375	3.00E-05
14	3.1085	0.0005	3.5884	8.00E-05
15	3.2238	0.0002	3.6157	5.00E-05
:				
20	3.1058	0.0001	2.8941	0.0003
25	3.5339	1.00E-05	3.1099	9.00E-05
30	4.8988	1.00E-07	4.4972	5.00E-07
35	4.1236	9.00E-06	3.0057	0.0004
40	2.9353	0.0022	4.5555	5.00E-05
45	2.7064	0.0323	5.9864	0.0009
46	1.3755	0.3181	5.3298	0.0055

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

Causalidad de Granger: PIBg ↔ ht

Rezago	ht → PIBg		PIBg → ht	
1	12.0877	0.0007	18.9889	3.00E-05
2	66.5897	0.0019	9.7434	0.0001
3	5.5626	0.0013	8.6638	3.00E-05
4	5.8339	0.0002	7.2208	3.00E-05
5	4.3444	0.0011	6.3360	3.00E-05
6	3.5072	0.0032	5.9485	2.00E-05
7	3.1837	0.0041	5.2237	3.00E-05
8	2.5635	0.0133	4.8396	4.00E-05
9	2.6099	0.0092	4.2451	0.0001
10	2.3003	0.0175	3.6808	0.0003
11	2.2514	0.0171	3.2104	0.0009
12	3.5241	0.0002	2.8745	0.0020
13	2.8034	0.0020	2.3930	0.0079
14	2.8305	0.0015	2.2327	0.0118
15	2.2535	0.0098	5.5777	8.00E-08
:				
20	10.2986	3.00E-14	7.1602	1.00E-10
25	8.4901	1.00E-11	8.5066	9.00E-12
30	8.8482	1.00E-10	3.1437	0.0003
34	1.6059	0.0906	2.7054	0.0029
35	1.3827	0.1873	2.4368	0.0081
38			1.8545	0.0710
39			1.3589	0.2517

Nota. Fuente: Elaboración propia con base en datos de IFS del FMI

BIBLIOGRAFÍA

Abel, A., (1983). “Optimal investment under uncertainty”. *American Economic Review* 73, pp. 228–233.

Ball, L., (1992). “*Why does high inflation raise inflation uncertainty?*”. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 29(3), pp. 371– 388.

Bollerslev, T. (1986). “*Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*”. *Journal of Econometrics*, Vol. 31(3), pp. 307-328.

Bollerslev, T. and Wooldridge, J. M. (1992). “*Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariances*”. *Econometric Reviews* Vo. 11(2), pp. 72-143.

Brooks, C. (2008). “*Introductory econometrics for finance*”. Cambridge University Press.

Caballero C. B., y R. Caballero (2015). “*Efectos asimétricos de shocks de inflación e incertidumbre inflacionaria en Bolivia 1990-2013*”. *Economía Informa*, No. 394, pp. 68-99.

Chowdhury B. K, Kundu S. and Sarkar N. (2018). “*Regime- Dependent Effects of uncertainty on inflation and output growth: Evidence from the United Kingdom and the United States*”. *Scottish Journal of Political Economy* No. 4, Vol. 65, pp. 401.

Conrad, C. and Karanasos, M. (2005). “*On the inflation-uncertainty hypothesis in the USA, Japan and the UK: a dual long-memory approach*”. *Japan and the World Economy*, Vol. 17, pp. 327–343.

Cukierman, A. (1992). “*Central Bank strategy, credibility, and independence*”. MIT Press, Cambridge, MA.

Cukierman, A., S. Webb, and B. Neyapti (1992). “*Measuring th of Central Banks and its effect on policy outcomes.*” *World Bank Economic Review* , Vol. 6 (3), pp. 353–398.

Cukierman, A., y A. Meltzer (1986). “*A theory of ambiguity, credibility and inflation under discretion and asymmetric information*”. *Econometrica*, Vol. 54(5), pp. 1099-1128.

Dickey D.A y Fuller W.A., “*Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*”, en *Journal of the American Statistical Association*, vol. 74, 1979, pp. 427-431.

Dincer, N., and B. Eichengreen (2010). “*Central bank transparency: Causes, consequences and updates*”. Published Online: 2010-01-14|DOI:<https://doi.org/10.2202/1565-3404.1237>.

Dotsey, M., Sarte, P.D., (2000). “*Inflation uncertainty and growth in a cash-in-advance economy*”. *Journal of Monetary Economics*, pp. 45, 631–655.

Durbin J. & Watson G (1951). "Testing for Serial Correlation in Least-Squares Regression" *Biometrika*, vol. 38, pp. 159-171.

Enders, W. (2015). "*Applied econometric Time Series*". New York, John Wiley, pp. 126.

Engle R., F. (1982). "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation". *Econometrica*, Vol. 50(4), pp. 987–1007.

Engle, R. F. and Granger, C. W. J. (1987). "Co-Integration and Error Correction: representation, estimation and testing", *Econometrica*, Vol. 55(2), pp. 251-276.

Engle, R. F. and Ng, V. K. (1993). "Measuring and testing the impact of news on volatility, *Journal of Finance*", Vol. 48(5), pp. 1749-1778.

Fountas, S. (2001). "The relationship between inflation and inflation uncertainty in the UK: 1885–1998", *Economics Letters*, Vol. 74, pp. 77–83.

Fountas, S. (2010). "Inflation, inflation uncertainty and growth: are they related?". *Economic Modelling*, Vol. 27(5), pp. 896-899.

Fountas, S, A Ioannidis and M Karanasos (2004). "Inflation, inflation uncertainty and a Common European monetary policy": *The Manchester School*, Vol. 72(2), pp. 221-242.

Fountas, S., M. Karanasos, J. Kim (2006). "Inflation uncertainty, output growth uncertainty, and macroeconomic performance". *The Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 68(3), pp. 319-343.

Friedman, M., (1977). "Nobel lecture: inflation and unemployment". *Journal of Political Economy*, Vol. 85(3), pp. 451– 472.

Golob, J. (1994). "Does inflation uncertainty increases whit the inflation?". *Federal Reserve Bank of Kansas City Economic Review*, No. 3, pp. 27 38.

Granger C. (1969). "Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods". *Econometrica*, 37, pp. 424-438.

Greene W. H. (2002). "*Econometric Analysis – fifth edition*". New York University, pp. 80, pp. 382, 592.

Grier R., and K., B. Grier, (2006). "On the real effects of inflation and inflation uncertainty in México", *Journal of Development Economics*, Vol. 80(2), pp. 478-500.

Grier, K. B., and Perry, M., (1998). "On inflation and inflation uncertainty in the G-7 countries". *Journal of International Money and Finance*, Vol. 17(4), pp. 671–689.

Grier, K.B., (2000). “*The effects of real and nominal uncertainty on inflation and output growth: some GARCH-M evidence*”. Journal of Applied Econometrics, John Wiley & Sons, Ltd., Vol. 15(1), pp. 45-58.

Gujarati D. & Porter D. (2009). “*Econometría/ 5° Edición*”. México, D.F.: McGraw-Hill, pp.75, 681-745.

Holland, S. (1993a). “*Uncertain effects of money and the link between the inflation rate and inflation uncertainty*”. Economic Inquiry, No. 31, pp. 39-51.

Holland, S. (1993b). “*Comment on ‘inflation regimes and the sources of inflation uncertainty’*”, Journal of Money, Credit, and Banking, No. 25, pp. 20-514.

Holland, S. (1995). “*Inflation and uncertainty: tests of temporal ordering*”, Journal of Money, Credit and Banking, No. 27, pp. 827-837.

Kontonikas, A. (2004). “*Inflation and inflation uncertainty in the United Kingdom: Evidence from GARCH modeling*”. Economic Modelling, Vol. 21(3), pp. 387-618.

Loría E. (2007). “*Econometría con Aplicaciones*”. México, Edo. de México: Pearson Educación de México, pp. 37-96.

Maddala G. S. (1992). “*Introduction to econometrics – Second Edition* ”. University of Florida and Ohio State University, pp. 356-360.

Okun, A. (1971). “*The Mirage of Steady Inflation.*” Brookings Papers on Economic Activity, pp. 2, pp. 486–498.

P.C.B. Phillips y P. Perron, “*Testing for a Unit Root in Time Series Regression*”, en Biometrika, vol. 75, 1988, pp. 335-346.

Perrotini H. I., y D., Rodríguez B. (2012), “*Inflación, incertidumbre inflacionaria y crecimiento económico en México: 1929-2009*”. Revista Mexicana de Economía y Finanzas, Vol. 7(1), pp. 1-26.

Pourgerami, A., y K., Maskus (1987), “*The effects of inflation on the predictability of price changes in Latin America: Some estimates and policy implications*”. World Development, Vol. 15(2), pp. 287-290.

Rocabado P. (2009), “*Inflación e Incertidumbre Inflacionaria: Un Análisis para la Economía Boliviana 1937-2009*”, Documento de defensa de Tesis UMSA, pp. 5-15.

Rosales R., Perdomo J., Morales C., Urrego J. (2010). “*Fundamentos de Econometria intermedia: teoría y aplicaciones*”. Colombia, Bogotá: Apuntes de clase CEDE, Universidad de los Andes, pp. 16:29 -74.

Sargan J. (1958). "The Estimation of Economic Relationships Using Instrumental Variables". *Econometrica*. 26 (3), pp. 393–415.

Solow Robert Merton. (febrero, 1956). "A contribution to the Theory of Economic Growth". *Quarterly Journal of Economics*, pp. 71, 65-94.

Thornton, J., (2007), "*The relationship between inflation and inflation uncertainty in emerging market economies*", *Southern Economic Journal*, pp. 73, 858-870.

Thornton, J., (2008) "*Inflation and inflation uncertainty in Argentina*", 1810–2005. *Econ Lett* pp. 98:247–252.

Tobin, J., (1965). "*Money and economic growth*". *Econometrica* 33, pp. 671–810.

Ungar, M., y B. Zilberfarb (1993), "*Inflation and its Unpredictability – Theory and Empirical Evidence*", *Journal of Money, Credit, and Banking*, 25(4), pp. 709-720.

Valavanis S. (1959). "Econometrics". USA, Nueva York: McGraw-Hill, pp. 48.

Wooldridge J. (2009). "*Introducción a la econometría. Un enfoque Moderno/4a Edición*". México, D.F.: Cengage Learning, pp. 40-50, 89.

Wooldridge J. (2002). "*Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*". The MIT Press Cambridge, Massachusetts, pp. 50, 220.