

# MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LOS PROCESOS DE PRODUCCIÓN AGRÍCOLA

FRANCISCO PÉREZ SOTO  
RAQUEL SALAZAR MORENO  
ESTHER FIGUEROA HERNÁNDEZ  
DANIEL SEPÚLVEDA JIMÉNEZ

(Compiladores)





**MODELACIÓN MATEMÁTICA  
EN LOS PROCESOS DE  
PRODUCCIÓN AGRÍCOLA**



# **MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LOS PROCESOS DE PRODUCCIÓN AGRÍCOLA**

**Francisco Pérez Soto  
Raquel Salazar Moreno  
Esther Figueroa Hernández  
Daniel Sepúlveda Jiménez  
(Compiladores)**

*Modelación matemática en los procesos de producción agrícola*

D.R. ©Universidad Autónoma Chapingo

Carretera México - Texcoco, km 38.5

Texcoco, Edo. de México, C.P. 56230

Tel: 595 9521500, Ext. 5142

publicaciones@chapingo.mx

Primera edición, marzo de 2024

ISBN: 978-607-12-0664-0

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

Dr. Angel Garduño García  
Rector

M.C. Noé López Martínez  
Director General Académico

Dra. Consuelo Silvia Olivia Lobato Calleros  
Directora General de Investigación y Posgrado

Ing. Jorge Torres Bribiesca  
Director General de Administración

Mtra. Tania Jéssica Pérez Buendía  
Directora General de Difusión Cultural y Servicio

Dra. Viviana A. Carvajal Salazar  
Jefa del Departamento de Publicaciones





# ÍNDICE

## Capítulo I

Aplicaciones de ANFIS en sistemas controlados Raquel Salazar Moreno, Abraham Rojano Aguilar e Irineo Lorenzo López Cruz.....	13
---	----

## Capítulo II

Diseño de un prototipo de máquina enrolladora de alambre acerado María Victoria Gómez Águila, Clemente Pérez Gómez, Martín Enrique Mercado de la Cruz y Luis Tonatiuh Castellanos Serrano.....	24
--	----

## Capítulo III

Metodología para la evaluación de la eficiencia de equipos de agricultura de precisión para autoguiado universal JOHN DEERE María Victoria Gómez Águila, Héctor Ortiz Carrera, Luis Tonatiuh Castellanos Serrano y Raquel Salazar Moreno.....	38
--	----

## Capítulo IV

Bases conceptuales para implantar sistemas de cultivos en ambientes de interior y su modelación Jorge Flores Velazquez, Raquel Salazar Moreno y Abraham Rojano Aguilar.....	52
---	----

## Capítulo V

Un Sistema que simula colisiones en dos dimensiones entre dos cuerpos Guillermo Becerra Córdova.....	67
---	----

## Capítulo VI

Propuesta para un modelo de crecimiento de lechuga en un sistema acuapónico  
Ana Cristina Sánchez Martínez, Raquel Salazar Moreno y Joel Pineda Pineda.....82

## Capítulo VII

Predicción mediante modelos autorregresivos de la temperatura de plátano durante el proceso de secado  
Baltazar López Velasco, Agustín Ruíz García y Carlos Alberto Villaseñor Perea.....91

## Capítulo VIII

Las funciones matemáticas del crecimiento del sorgo y el efecto de la fertilización nitrogenada  
Arturo Chong Eslava.....107

## Capítulo IX

Integración de Funciones Vectoriales con el Método Montecarlo  
Abraham Rojano Aguilar, Raquel Salazar Moreno y Jorge Flores Velázquez.....114

## Capítulo X

Rendimiento y modelos matemáticos en especies de *Phaseolus trepador*  
José Alberto Salvador Escalante Estrada, Yolanda Isabel Escalante Estrada y  
Cid Aguilar Carpio.....124

## Capítulo XI

Evaluación Numérica De Un Invernadero Baticenital De Dos Naves:  
Ventilación y Perfiles De Temperatura  
José Luis Joven Yunda, Hernán Darío Chavarro Sánchez,  
L. H Martínez-Palmeth y Nadia Brigitte Sanabria Méndez.....132

## Capítulo XII

Modelación de velocidad de secado en guayaba usando redes neuronales artificiales  
Carlos Enrique Álvarez Moreno, Miguel Servín Palestina,  
Juan José Figueroa González y Jorge Artemio Zegbe Domínguez.....148

## Capítulo XIII

Estimación de evapotranspiración de referencia usando redes neuronales artificiales  
Jesús Antonio García Martínez, Miguel Servín Palestina,  
Guillermo Medina García y José Israel Casas Flores.....163

## Presentación

En este tomo se revisan los siguientes temas:

APLICACIONES DE ANFIS EN SISTEMAS CONTROLADOS, brinda un panorama general de la problemática existente en los sistemas acuapónicos.

DISEÑO DE UN PROTOTIPO DE MÁQUINA ENROLLADORA DE ALAMBRE ACERADO. Los objetivos planteados para este proyecto fueron: considerar las condiciones en las que desarrolla el proceso; mejorar el enrollado de alambre acerado y facilidad de trabajo; adaptar el prototipo al alcance económico de los productores; y, que se adaptara al medio ambiente.

METODOLOGÍA PARA LA EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA DE EQUIPOS DE AGRICULTURA DE PRECISIÓN PARA AUTOGUIADO UNIVERSAL JOHN DEERE, desarrolló una forma de procesamientos matemáticos a partir de parámetros que propiciaron el análisis del proceso de producción y su afectación en los rendimientos de los cultivos; en él se cuantificó el beneficio que tiene el uso del autoguiado en las distintas labores y así poder comparar los dos métodos de producción convencional y autoguiado.

BASES CONCEPTUALES PARA IMPLANTAR SISTEMAS DE CULTIVOS EN AMBIENTES DE INTERIOR Y SU MODELACIÓN, tuvo como objetivo es describir los factores críticos en un sistema de producción tipo en agricultura urbana.

UN SISTEMA QUE SIMULA COLISIONES EN DOS DIMENSIONES ENTRE DOS CUERPOS, es un trabajo que muestra el uso de un sistema que simula colisiones en dos dimensiones entre dos cuerpos. Las simulaciones consisten en mostrar cómo dos cuerpos chocan dadas sus masas, las velocidades con las que se moverán y el coeficiente de restitución entre ambos cuerpos.

PROPUESTA PARA UN MODELO DE CRECIMIENTO DE LECHUGA EN UN SISTEMA ACUAPÓNICO, desarrolla un modelo para el crecimiento de lechuga en un sistema acuapónico a pequeña escala.

PREDICCIÓN MEDIANTE MODELOS AUTORREGRESIVOS DE LA TEMPERATURA DE PLÁTANO DURANTE EL PROCESO DE SECADO, investiga la metodología de identificación de sistemas para obtener modelos autorregresivos con variables exógenas (ARX), para predecir un paso hacia adelante la temperatura del producto ( $T_p$ ) durante el proceso de deshidratado de plátano dominico (*Musa paradisiaca* var. *sapientum*) en un secador solar tipo invernadero.

LAS FUNCIONES MATEMÁTICAS DEL CRECIMIENTO DEL SORGO Y EL EFECTO DE LA FERTILIZACIÓN NITROGENADA, este trabajo define el crecimiento del sorgo a través de funciones matemáticas con respecto al tiempo para su utilización en la agricultura de precisión.

INTEGRACIÓN DE FUNCIONES VECTORIALES CON EL MÉTODO MONTECARLO, es una técnica estadística utilizada para aproximar soluciones numéricas a problemas complejos que involucran cálculos de integrales o probabilidades. En este enfoque se generan muestras aleatorias en la región de interés y se evalúa la función en esos puntos para estimar el valor deseado.

CALIDAD BACTERIOLÓGICA Y DEGRADABILIDAD *IN VITRO* DE HARINA DE CUCARACHA PARA ALIMENTACIÓN ANIMAL, su objetivo: realizar degradabilidad *in vitro* y análisis microbiológicos a las harinas de cucarachas *Nauphoeta cinerea* (NC) y *Shelfordella tartara* (ST), para determinar coliformes totales y así definir si es apta para consumo animal.

RENDIMIENTO Y MODELOS MATEMÁTICOS EN ESPECIES DE *PHASEOLUS TREPADOR*, tuvo como objetivos: conocer el comportamiento con base al rendimiento; la relación entre los componentes del rendimiento y el rendimiento mismo y conocer el mejor modelo de estimación del rendimiento de las especies en estudio con base a los componentes del rendimiento; así como conocer el rendimiento de la asociación.

EVALUACIÓN NUMÉRICA DE UN INVERNADERO BATICENITAL DE DOS NAVES: VENTILACIÓN Y PERFILES DE TEMPERATURA: evaluó numéricamente un invernadero utilizando simulaciones computacionales en la granja experimental de la Universidad Surcolombiana.

MODELACIÓN DE VELOCIDAD DE SECADO EN GUAYABA USANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES, su objetivo fue desarrollar un modelo de red neuronal artificial (RNA) para simular la velocidad de deshidratado de rodajas de guayaba en un deshidratador solar rústico tipo mixto utilizando variables climáticas y la razón de humedad del aire (RH) como variables de entrada en condiciones climáticas de Zacatecas.

ESTIMACIÓN DE EVAPOTRANSPIRACIÓN DE REFERENCIA USANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES, realizó un análisis exploratorio con diferentes topologías de variables de entrada más correlacionadas y número de neuronas de la capa oculta para desarrollar modelos de RNA.

Fraternalmente

Francisco Pérez Soto

## Capítulo I

Raquel Salazar Moreno<sup>1</sup>, Abraham Rojano Aguilar<sup>1</sup>  
e Irineo Lorenzo López Cruz<sup>1</sup>

# APLICACIONES DE ANFIS EN SISTEMAS CONTROLADOS

## RESUMEN

Las técnicas de inteligencia artificial hacen posible extraer información relevante para mejorar y optimizar sistemas productivos. El modelo “Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System” (ANFIS) combina redes neuronales con lógica difusa, y ha probado tener un excelente desempeño en diferentes áreas de la ciencia. En este trabajo se brinda un panorama general de la problemática existente en los sistemas acuapónicos y la aplicación de ANFIS para la predicción y control de aspectos de la acuaponía, siendo los más relevantes la predicción de variables de calidad del agua, como lo son el oxígeno disuelto, temperatura y niveles de amonio. Otros factores a considerar es la optimización del suministro de alimento a los peces y que tiene gran importancia en el incremento de costos de la empresa. Al respecto, algunos autores han obtenido excelentes resultados utilizando ANFIS en la toma de decisiones. Asimismo, la predicción de nutrimentos generados por los peces y la biomasa en peces y plantas son aspectos fundamentales para garantizar la rentabilidad y continuidad de los sistemas acuapónicos.

**Palabras clave:** neural networks, lógica difusa, sistemas acuapónicos, calidad de agua.

## ABSTRACT

Artificial intelligence techniques make it possible to extract relevant information to improve and optimize production systems. The Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) model combines neural networks with fuzzy logic, and it has proven to have excellent performance in different science fields. This paper provides an overview of the existing problems in aquaponic systems and the application of ANFIS for the prediction and control of various aspects of aquaponics, the most relevant being the prediction of water quality variables such as dissolved oxygen, temperature and ammonium levels. Other factors to consider is the optimization of the supply of food to the fish, which is of great importance in increasing the company’s costs. In this regard, some authors have obtained

<sup>1</sup>Universidad Autónoma Chapingo, Posgrado en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua. Carretera México-Texcoco km 38.5, Chapingo, Estado de México, C. P. 56230, México.  
Correo: rsalazarm@chapingo.mx; arojanoa@chapingo.mx; ilopez@correo.chapingo.mx

excellent results using ANFIS in decision-making. Likewise, the prediction of nutrients generated by fish and the biomass in fish and plants are fundamental aspects to guarantee the profitability and continuity of aquaponic systems.

**Keywords:** neural networks, fuzzy logic, aquaponic systems, water quality.

## INTRODUCCIÓN

El avance tecnológico genera volúmenes masivos de datos a ritmos, volúmenes y complejidades sin precedentes, como estos datos son dinámicos, heterogéneos y multidimensionales, necesitan ser organizados, integrados y visualizados para hacerlos útiles e informativos para el monitoreo ambiental y la aplicación de toma de decisiones (Gladju, *et al.*, 2022). Es aquí donde las técnicas de inteligencia artificial cobran relevancia haciendo posible la extracción de esta información en diferentes escalas -desde teléfonos móviles a supercomputadoras- para realizar una diversidad de tareas.

La traducción de datos disponibles en información efectiva y utilizable está limitada por el progreso de la capacidad de análisis de datos. De ahí que las herramientas computacionales tienen que abordar varios problemas relacionados a la selección de datos, preprocesamiento y velocidad, y al mismo tiempo extraer la información deseada para la gestión pesquera o la producción acuícola. La creciente necesidad de sistemas inteligentes adaptativos para resolver los problemas del mundo real como control automatizado, reconocimiento de patrones, sistema de expertos, diagnóstico médico, economía, etc., ha propiciado en las últimas dos décadas a la fusión de Redes Neuronales Artificiales (ANN) y de Fuzzy Inference Systems (FIS) dando como resultado el desarrollo de Sistemas Neuro-Fuzzy, específicamente el Sistema Adaptativo Neurodifuso (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System; ANFIS).

La aplicación de ANN y ANFIS en los campos de hidrología, gestión del agua, medio ambiente y agricultura y estimaciones de ET, ha aumentado en los últimos años. Tabari *et al.* (2013) estudiaron el sistema de inferencia neurodifuso adaptativo (ANFIS) y las máquinas de vectores de soporte (SVM) para modelar la evapotranspiración (ETc) en el cultivo de papa en el Noroeste de Irán. Los resultados demostraron que las técnicas ANFIS y SVM simulaban mejor la ETc de la papa que todos los métodos empíricos. Mokarram *et al.* (2019) utilizaron ANFIS y regresión lineal múltiple (MLR) para predecir el sabor a naranja cultivado en Darab, sureste de la provincia de Fars, Irán, ANFIS tuvo mayor poder predictivo que MRL.

En diferentes estudios como el de Taghavifar y Mardani (2013) y Mirzaei (2018) se ha demostrado que ANFIS supera a otros modelos como ANN y regresión múltiple en términos de criterios estadísticos como RMSE y  $R^2$ . Dokmen *et al.* (2023) utilizó los modelos ANN y ANFIS para estimar la evapotranspiración de la nuez. El mejor desempeño lo obtuvo con dos parámetros climáticos: luz solar y temperatura media. Ambos modelos pudieron predecir el uso de agua de los cultivos con alta correlación y el menor número de parámetros climáticos. Sin embargo, el modelo ANFIS superó al modelo ANN, con el MSE más pequeño (0.36 para entrenamiento y 0.29 para pruebas).

Diversos autores han tratado de implementar controles en las variables que afectan los rendimientos en hidroponía tales como pH, CE, temperatura e intensidad de la luz. Vito y Nico (2023) utilizan el algoritmo ANFIS para proporcionar acciones de control precisas, basadas en parámetros medidos en un sistema hidropónico para regular pH, y los niveles de nutrición. Existe gran variedad de estudios que demuestran el buen desempeño en la aplicación de los modelos ANN y ANFIS en actividades agrícolas. El algoritmo tiene varias ventajas para resolver complicaciones de optimización de ingeniería, como la agrupación de datos.

Específicamente, en acuaponía existen muchas aplicaciones potenciales para algoritmos de minería de datos y aprendizaje automático en todas las etapas de producción, desde el criadero hasta la cosecha de peces, como el procesamiento de imágenes e inspección basada en el reconocimiento de patrones de la calidad del huevo, el número de peces, tamaño, biomasa, género, especies, bienestar, incidencia de enfermedades y calidad del producto final.

El objetivo del presente trabajo es proveer de información científica actualizada sobre el uso de ANFIS en sistemas acuapónicos, a fin de visualizar los posibles retos y oportunidades para mejorar el desempeño de estos sistemas a través de técnicas de inteligencia artificial.

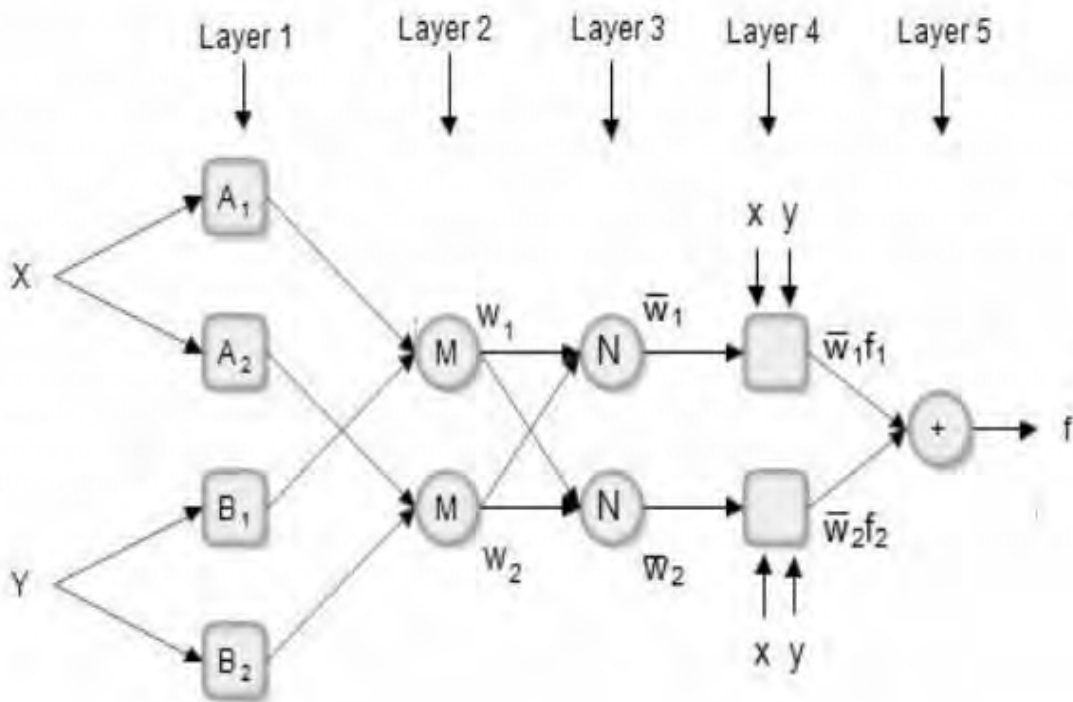


Figura 1. Arquitectura básica de ANFIS.

La arquitectura ANFIS generalizada propuesta por Jang se presenta en la Figura 1 y su descripción se describe a continuación:

### Capa 1

Los valores de entrada se convierten a sus respectivos valores de membresía utilizando las ecuaciones (1) y (2).

$$O_{1,i} = \mu_{A_i}(x) \text{ para } i = 1, 2 \quad (1)$$

$$O_{1,i} = \mu_{B_i}(x) \text{ para } i = 3, 4 \quad (2)$$

La función de membresía puede ser la función generalizada de campana como (3), en donde a, b, c es el conjunto de parámetros.

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}} \quad (3)$$

### Capa 2

Los valores de membresía obtenidos se multiplican para obtener la fuerza de las reglas difusas dada en la ecuación (4).

$$O_{2,i} = w_i = \mu_{A_i}(x)\mu_{B_i}(y) \text{ para } i = 1, 2 \quad (4)$$

### Capa 3

En esta capa se realiza la normalización de la fuerza de las reglas difusas dada en la ecuación (5)

$$O_{3,i} = \frac{w_i}{w_1 + w_2} \text{ para } i = 1, 2 \quad (5)$$

### Capa 4

Los valores de la capa 3 se multiplican por el conjunto de parámetros consecuentes

$$O_{4,i} = \overline{w}_i f_i = \overline{w}_i (d_i x + e_i y + g_i) \quad (6)$$

### Capa 5

Calcula la salida total como la suma de todas las señales entrantes

$$O_{5,i} = \sum_i \overline{w}_i f_i = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i} \quad (7)$$

El algoritmo de aprendizaje de ANFIS es un algoritmo híbrido que es una combinación de gradiente descendente y el método de mínimos cuadrados. En el paso hacia adelante del algoritmo de aprendizaje híbrido, las salidas del nodo utilizan el gradiente descendente hasta la capa 4 y los



parámetros de la capa 5 están determinados por los mínimos cuadrados. Las señales de error se propagan hacia atrás y los parámetros de la premisa se actualizan mediante gradiente descendente. El enfoque de aprendizaje híbrido converge mucho más rápido debido a la reducción de las dimensiones del espacio de búsqueda comparado con el método de retropropagación (Jang y Sun, 1995).

ANFIS usa el gradiente descendente que depende de los cálculos de parámetros utilizando retropropagación de errores de los nodos de salida hacia los nodos de entrada.

### Diseño arquitectónico digital de ANFIS

Se divide en cuatro subsistemas: fuzzificador, permutador, inferencia y defusificador como se muestra en la Figura 2. A continuación se describen los subsistemas.

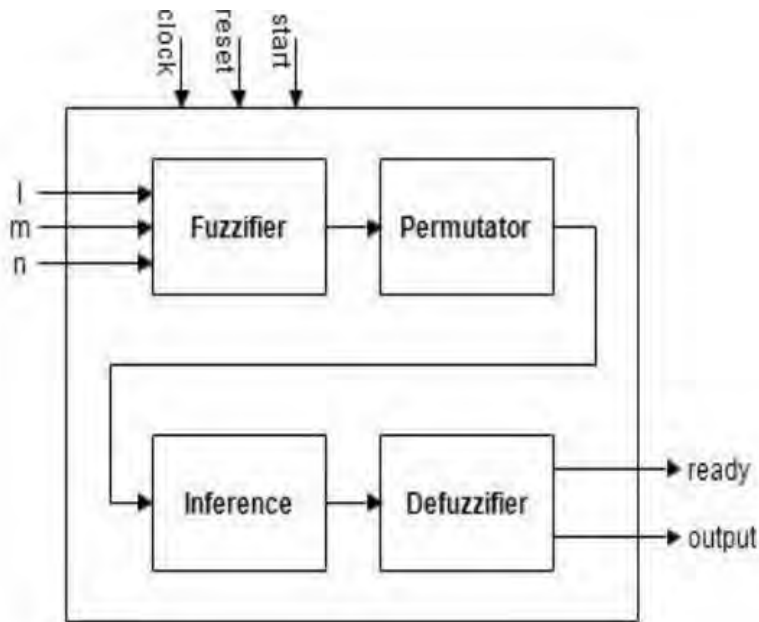


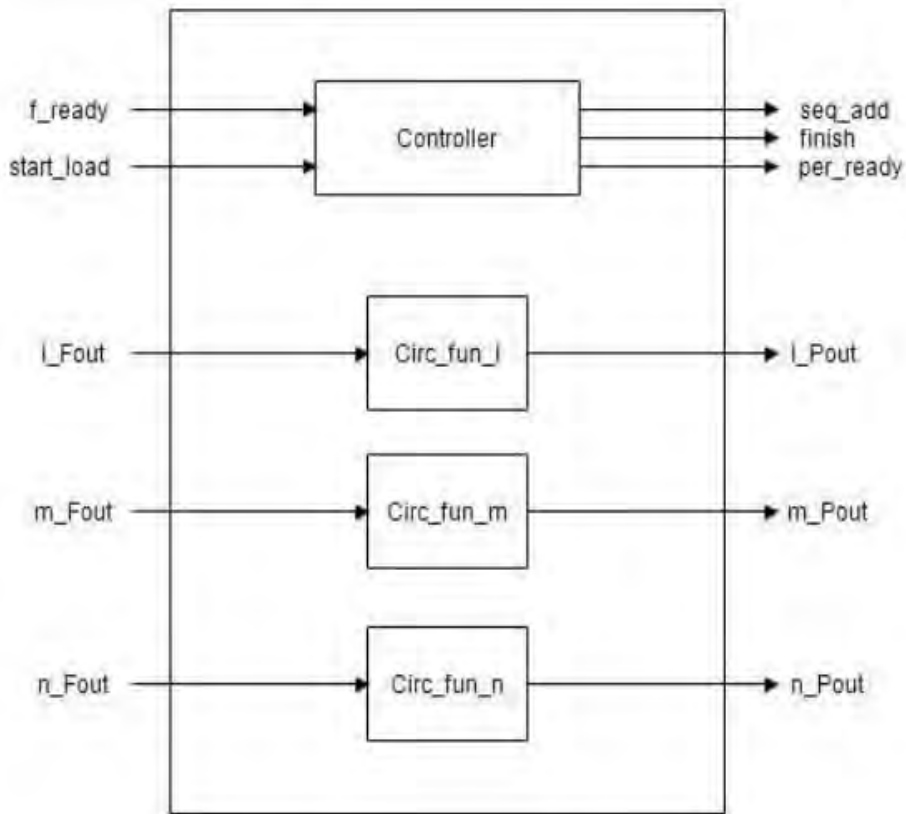
Figura 2. Arquitectura digital ANFIS.

#### *Fuzzificador*

Se refiere al mapeo de las variables de entrada y salida y su rango en el espacio difuso. Suponiendo tres entradas  $l$ ,  $m$  y  $n$ , de la Figura 2, cada una tendrá registros de almacenamiento iniciales ( $store\_l$ ,  $store\_m$ ,  $store\_n$ ). Memorias de solo lectura ( $param\_l$ ,  $param\_m$ ,  $param\_n$ ) se utiliza para almacenar los parámetros de las funciones de pertenencia. Los bloques de función de pertenencia ( $fun\_l$ ,  $fun\_m$ ,  $fun\_n$ ) para evaluar el valor de membresía. Todas las entradas se almacenan en los respectivos registros después del inicio señal dada a Fuzzifier. Con cada valor de membresía, se genera la señal  $f\_ready$  para indicar al Permutador que un valor está disponible para el almacenamiento.

## Permutador

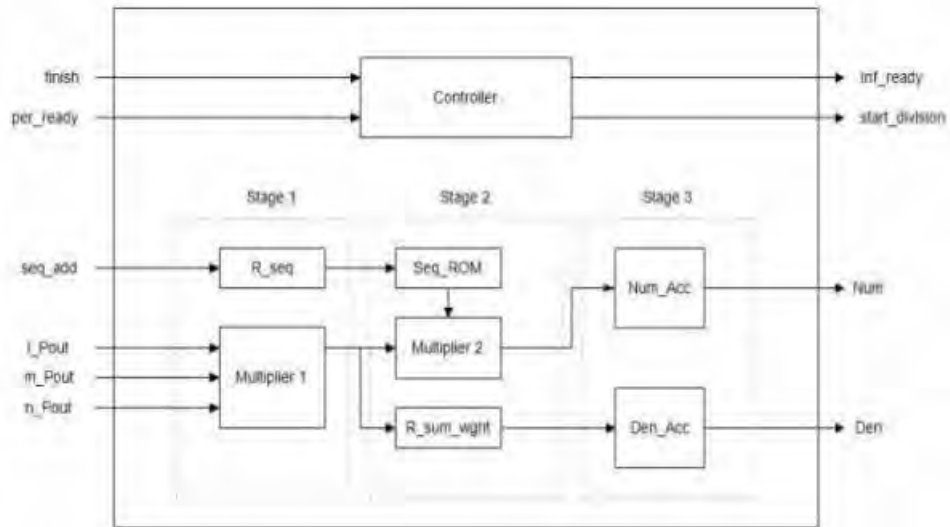
El segundo sistema llamado permutador almacena los valores de membresía que son calculados por el subsistema anterior. Cada posible permutación de estos valores se genera de modo que todos los valores de membresía se pueden multiplicar por el siguiente subsistema. El permutador está compuesto por tres registros de desplazamiento circular *Circ\_fun\_l*, *Circ\_fun\_m* y *Circ\_fun\_n*, donde en el almacenamiento se lleva a cabo el proceso de permutación, y un controlador como se muestra en la Figura 3. Para una operación más rápida del sistema, la función de pertenencia cuyo valor es cero se descarta y ya no se lleva a cabo el proceso de multiplicación adicional.



**Figura 3. Subsistema permutador.**

En el sistema de inferencia se calcula la ecuación 7 y cuenta con tres etapas y un controlador que se muestra en la Figura 4. La etapa 1 contiene un registro (*R\_seq*) y un multiplicador (Multiplicador 1). En esta etapa, los valores de membresía son multiplicados para obtener el peso de la regla. La etapa 2 contiene un multiplicador (Multiplicador 2), un registro (*R\_sum\_wght*) y una ROM (*seq\_ROM*). En la segunda etapa, el peso de la regla se multiplica por el parámetro de consecuencia

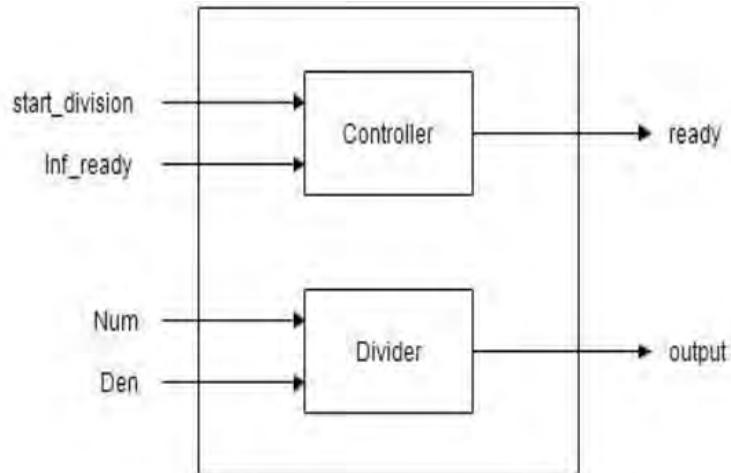
correspondiente. Al mismo tiempo, el peso se almacena en un registro. La etapa 3 consta de dos acumuladores (Num\_Acc, Den\_Acc) para almacenamiento.



**Figura 4. subsistema de inferencia**

### *Defusificador*

El subsistema Defusificador convierte el conjunto de valores difusos a un valor nítido. Contiene un divisor y un controlador como se muestra en Figura 5.



**Figura 5. Subsistema defuzificador.**

La función se describe mediante la siguiente ecuación:

$$Output = \frac{Num}{Den} = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i} \quad (8)$$

El sistema de inferencia neurodifuso adaptativo (ANFIS) se ha creado utilizando herramientas de interfaz gráfica de usuario (GUI) Fuzzy Logic Toolbox en MATLAB R2020a.

### **Aplicaciones de ANFIS en sistemas acuapónicos**

El sistema acuapónico integra sistemas acuícolas e hidropónicos e involucra tres seres vivos: peces, plantas y bacterias. Esta integración a menudo causa condiciones ambientales desfavorables, que pueden afectar directamente el crecimiento de las plantas, por esta razón es fundamental el mantener condiciones adecuadas de manera continua, lo cual requiere de toma de decisiones de manera inmediata. De acuerdo con Gladju *et al.* (2022) es indispensable el monitoreo y control de (1) parámetros de calidad del agua tales como temperatura, oxígeno disuelto, pH, amoníaco, nitrato, nitrito, salinidad y sólidos en suspensión; (2) nivel de agua, distribución y bombeo sistemas; (3) sistemas de gestión de efluentes y desechos; y (4) operación de las estructuras de contención física.

Muchas de las variables a medir requieren métodos de laboratorio intensivos en mano de obra, y costosos, ya que la calidad del agua y sus nutrientes dependen de variables microbiológicas y fisicoquímicas.

Matthew *et al.* (2022), realizó una búsqueda exhaustiva de los modelos de inteligencia artificial utilizados en tratamiento de agua y monitoreo y encontraron que, de 12 modelos probados, en promedio, los modelos ANFIS superan a las típicas redes neuronales artificiales (ANN) y support vector machine SVM logrando valores de  $R^2$  superiores a 0.999.

### **Predicción de biomasa**

La mayor parte del proceso de estimación de la biomasa de peces hasta ahora se basa en la intervención humana, lo que hace que el proceso requiera mucho tiempo y sea costoso, impreciso y laborioso. Además, no se han realizado estudios sobre la estimación de la biomasa de peces para sistemas de acuaponía. Asimismo, Debroy *et al.* (2021) estimaron dos modelos de predicción para la estimación del peso de los peces del sistema acuapónico utilizando la red neuronal artificial y su híbrido con lógica difusa, es decir, el sistema de inferencia neurodifuso adaptativo (ANFIS). Los autores encontraron que el modelo ANFIS tuvo un mejor desempeño en términos de MAE (0.3141) y  $R^2$  (0,9808) en comparación con el modelo ANN convencional. El modelo ayuda a predecir el crecimiento de los peces del sistema acuapónico de manera simple y rentable, ayudando a los agricultores a evitar desequilibrios en la oferta y demanda del mercado y la gestión económica. Debroy *et al.* 2022 estimó la biomasa de tomate en un sistema acuapónico utilizando una red neuronal retropropagada y el modelo ANFIS con funciones de membresía Gausianas, y como variables de entrada: oxígeno disuelto (OD, mg L<sup>-1</sup>), temperatura del agua (°C), nitrato (mg L<sup>-1</sup>) y pH, y como salida la biomasa de tomate. El modelo ANFIS tuvo un desempeño superior a una red neuronal, con base en los indicadores MAE y  $R^2$

## **Predicción de nutrientes**

Lauguico *et al.* (2020) realizó un estudio en una granja de acuaponía en Filipinas en donde se colocaron sensores de temperatura, potencial de hidrógeno (pH) y conductividad eléctrica (EC), la información anterior se utilizó como atributos para predecir Fosfato, Nitrato y Potasio los cuales fueron determinados por espectrometría. Los resultados mostraron que ANFIS produjo el mejor desempeño en la predicción de Fosfato, Nitrato y Potasio con valores de  $R^2$  de 0,8284, 0.9321 y 0.9961 respectivamente en comparación con otros métodos utilizados.

## **Estrategias de manejo de la alimentación de peces**

El uso de sistemas de alimentación inteligentes está cambiando las estrategias de alimentación de peces a un procedimiento basado en el conocimiento. Existen varios estudios centrados en el control inteligente de la alimentación, desde diferentes perspectivas como el reconocimiento automático de comportamiento de alimentación de los peces, seguimiento del alimento no consumido y control del alimento entrega.

Wu *et al.* (2015) desarrolló sistema de inferencia difuso (ANFIS) para capturar de manera óptima los cambios transitorios en los niveles de oxígeno disuelto asociados con los comportamientos de agrupamiento de los peces que buscan alimento, que ayude a la toma de decisiones relacionadas con la alimentación en el cultivo semi-intensivo de perca plateada en Taiwan.

Una aplicación similar del algoritmo ANFIS para la toma de decisiones de alimentación automática la desarrollaron Zhao *et al.* (2019) para el cultivo intensivo de carpas herbívoras en estanques al aire libre, en función de los cambios en la saturación de oxígeno disuelto y la temperatura.

## **Control de variables de calidad de agua**

Rozie *et al.* (2020) combinó sistemas de control de calidad de agua con inteligencia artificial y lógica difusa para controlar la temperatura y los niveles de amoníaco, en un sistema acuapónico en Indonesia a fin de llevar a cabo las medidas necesarias para el manejo en acuicultura en estanques de bagre y prevenir cambios en la calidad del estanque. Los autores pudieron controlar los niveles de temperatura y amonio dentro de los rangos apropiados.

Otra variable importante en sistemas acuapónicos es el oxígeno disuelto (OD), que refleja el cambio de la calidad del agua y capacidad de autopurificación, conociendo el OD se puede planificar la aireación artificial para ahorrar energía. El oxígeno disuelto tiene dinámicas complejas, debido a las actividades de los peces y de su metabolismo, así como los horarios y cantidad de alimento proporcionado por los acuicultores. Considerando que el OD es fundamental para el buen desarrollo de los peces, es importante modelar y predecir el OD.

Se han propuesto una serie de modelos para la predicción de OD, como como red neuronal de retropropagación (BPNN), vector support machine (SVM), modelos de regresión lineal múltiple (RLM) y ANFIS (Adaptive Neural Fuzzy Inference System). El resultado muestra que los modelos BPNN y RLM tienen mal desempeño en entrenamiento y pruebas mientras que el ANFIS puede obtener un mejor desempeño. Wuyan *et al.*, (2021) comparó los modelos ANFIS and BPNN para la predicción

de OD en un sistema de acuicultura en China, y encontraron que existe una relación compleja entre pH, y amonio en la concentración de OD. El modelo ANFIS superó al BPNN y pudo predecir un día adelante la concentración de oxígeno y eso permitió que los productores pudieran tomar acciones.

## CONCLUSIONES

El sistema acuapónico integra sistemas acuícolas e hidropónicos y se caracteriza por ser bastante complejo, ya que involucra la iteración de tres seres vivos, peces, plantas y bacterias, los cuales requieren de diferentes condiciones para su desarrollo. Dado el gran riesgo que existe en la producción de peces y plantas en sistemas acuapónicos, así como el costo elevado en el muestreo destructivo, se han desarrollado técnicas de inteligencia artificial para el control de diferentes aspectos dentro de este sistema de producción.

El Sistema Adaptativo Neurodifuso (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System; ANFIS) es un algoritmo híbrido que utiliza redes neuronales en combinación con lógica difusa y que ha probado ser muy eficiente en la predicción de variables de calidad de agua, nutrimentales, de alimentación y de producción en sistemas acuapónicos.

## LITERATURA CITADA

- Debroy P., Seban, L., Chen Joy., Iong-Zong. (2021). Machine learning and autonomous systems: proceedings of icmlas 2021. In A fish biomass prediction model for aquaponics system using machine learning algorithms (pp. 383–397). essay, Singapore: Springer Nature Singapore. [https://doi.org/10.1007/978-981-16-7996-4\\_27](https://doi.org/10.1007/978-981-16-7996-4_27)
- Debroy, P., & Seban, L. (2022). A tomato fruit biomass prediction model for aquaponics system using machine learning algorithms. *Ifac Papersonline*, 55(1), 709–714. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.04.116>
- Gladju J. Biju S.K., Kanagaraj A. (2022). Applications of data mining and machine learning framework in aquaculture and fisheries: a review, 2, 100061. <https://doi.org/10.1016/j.atech.2022.100061>
- Jang J. S. R., Sun C.T. (1995). Neuro-fuzzy modeling and control. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 83, No.3, pp 378-406, 1995. [8] Jang J. S. R., “ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference systems”, *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 23, No. 3, pp 665-685, 1993.
- Jang, J.S., Sun, C.T. and Mizutani, E. (1997), Neuro-fuzzy and soft computing-a computational approach to learning and machine intelligence [book review]”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 42 No. 10, pp. 1482-1484.
- Lauguico, S., Baldovino, R., Concepcion, R., Alejandrino, J., Tobias, R. R., Dadios, E. (2020). 12th International Conference on Information Technology and Electrical Engineering (ICITEE) Yogyakarta, Indonesia 2020 Oct. 6 - 2020 Oct. 8. (2020). 2020 12th international conference on information technology and electrical engineering (icitee). In Adaptive neuro-fuzzy

- inference system on aquaphotomics development for aquaponic water nutrient assessments and analyses (pp. 317–322). essay, IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICITEE49829.2020.9271736>
- Mirzaei, F., Delavar, M., Alzoubi, I., & Nadjar Arrabi, B. (2018). Modeling and predict environmental indicators for land leveling using adaptive neuro-fuzzy inference system (anfis), and regression. *International Journal of Energy Sector Management*, 12(4), 484–506. <https://doi.org/10.1108/IJESM-02-2017-0003>
- Mokarram, M., Amin, H., & Khosravi, M. R. (2019). Using adaptive neuro-fuzzy inference system and multiple linear regression to estimate orange taste. *Food Science & Nutrition*, 7(10), 3176–3184. <https://doi.org/10.1002/fsn3.1149>
- Matthew, L., Ruwen, Q., & Xinwei, M. (2022). A review on machine learning, artificial intelligence, and smart technology in water treatment and monitoring, 14(1384), 1384–1384. <https://doi.org/10.3390/w14091384>
- Rozie, F.; Syarif, I.; Al Rasyid, M.U. (2020). Design and implementation of Intelligent Aquaponics Monitoring System based on IOT. In *Proceedings of the 2020 International Electronics Symposium (IES)*, Surabaya, Indonesia, 29–30 September 2020.
- Tabari H, Martínez C, Ezani A, Talaee PH. (2013). Applicability of support vector machines and adaptive neuro fuzzy inference system for modeling potato crop evapotranspiration. *Irrigation Science* 31: 575-588. <https://doi.org/10.1007/s00271-012-0332-6>
- Vito, V., & Nico, S. (2023). Nutrient film technique-based hydroponic monitoring and controlling system using anfis, 12(1446), 1446–1446. <https://doi.org/10.3390/electronics12061446>
- Wu T.H. , Huang Y.I., Chen J.M. (2015). Development of an adaptive neural-based fuzzy inference system for feeding decision-making assessment in silver perch (*Bidyanus bidyanus*), *Culture Aquacult. Eng.* 66 41–51. [35] S. Zhao, W. Ding, S. Zhao, J. Gu, Adaptive neural fuzzy.
- Wuyan, L., Hao, W., Nanyang, Z., Yongnian, J., Jinglu, T., & Ya, G. (2021). Prediction of dissolved oxygen in a fishery pond based on gated recurrent unit (gru), 8(1), 185–193. <https://doi.org/10.1016/j.inpa.2020.02.002>
- Zhao S., Ding W. , Zhao S., Gu J. (2019). Adaptive neural fuzzy inference system for feeding decision-making of grass carp (*Ctenopharyngodon idellus*) in outdoor intensive culturing ponds, *Aquaculture* 498 (2019) 28–36.

## Capítulo II

María Victoria Gómez Águila<sup>1</sup>, Clemente Pérez Gómez<sup>2</sup>,  
Martín Enrique Mercado de la Cruz<sup>3</sup> y Luis Tonatiuh Castellanos Serrano<sup>4</sup>

# DISEÑO DE UN PROTOTIPO DE MÁQUINA ENROLLADORA DE ALAMBRE ACERADO

## RESUMEN

El presente trabajo surge como respuesta al problema del enrollado de alambre acerado, y se atiende mediante las líneas de investigación que se generan en la etapa de estancias pre profesionales de los alumnos de la generación de séptimo año de la carrera Ingeniería Mecánica Agrícola, de la Universidad Autónoma Chapingo, ubicada en Texcoco, Estado de México. Así mismo, el tema de investigación fue profundizar y retomado por parte de los alumnos pasantes, en su tesis profesional. El objetivo principal, fue el diseño y construcción de un prototipo de máquina enrolladora de alambre acerado. El enrollado de alambre acerado en el campo agrícola ha tenido su evolución, es una actividad que se realiza al terminar la cosecha de tomate a campo abierto en el municipio de San Quintín, Baja California.

Los objetivos planteados para este proyecto fueron: 1.- Considerar las condiciones en las que desarrolla el proceso. 2.- Mejorar el enrollado de alambre acerado y facilidad de trabajo. 3.- Adaptar el prototipo al alcance económico de los productores. 4.- Adaptable al medio ambiente. Teniendo en cuenta estas consideraciones se diseñó un prototipo de un mecanismo enrollador de alambre acerado, con tambor de diámetro mayor a 19 cm y diámetro menor a 15 cm, la forma de utilización es manual, sin uso de combustible y con su respectiva mesa de apoyo para el enrollado, ya que, el tambor debe estar girando en el eje central que se encuentra en el apoyo de la mesa.

**Palabras claves:** mecanismo, construcción, cable.

## ABSTRACT

The present work arises as a response to the problem of the coiling of steel wire, and is addressed through the lines of research that are carried out in the Department of Agricultural Mechanical

<sup>1</sup> MSc. Profesora-Investigadora del Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola (DIMA) de la Universidad Autónoma Chapingo (UACH), Carretera Federal México- Texcoco Km 38.5, C.P. 56230 Texcoco de Mora, Edo. Méx. México, e-mail: mgomeza@chapingo.mx;

<sup>2</sup> y <sup>3</sup> Tesistas del Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola, e-mail: cperezg@chapingo.mx; warriorthesoccer@gmail.com;

<sup>4</sup> M.C. Profesor-Investigador del Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola (DIMA), e-mail: lcastellanoss@chapingo.mx



Engineering (DIMA) belonging to the Autonomous University of Chapingo, located in Texcoco, State of Mexico and the main objective of the same was the design and construction of a prototype of a steel wire reel mechanism. The winding of steel wire in the agricultural field has had its evolution, it is an activity that is carried out at the end of the tomato harvest in the municipality of San Quintín, Baja California.

The demands raised for this project were: 1- Consider the conditions in which they develop the process. 2- Improve the winding of steel wire and ease of work. 3- Adapt the prototype to the economic scope of the producers. 4- Adaptable to the environment. Taking these considerations into account, a prototype of a steel wire winding mechanism was designed, with a drum with a diameter large than 19 cm and a diameter less than 15 cm, a form of manual use, no fuel use and with its respective support table for the winding, since, the drum must be rotating in the central axis that is in the support of the table.

**Key words:** mechanism, construction, rope.

## INTRODUCCIÓN

Durante la última década la producción y consumo de tomate (*Solanum Lycopersicum L.*) ha ido en crecimiento. China es el principal productor y consumidor de tomate, Estados Unidos de Norte América es el país importador y México ocupa el primer lugar en las exportaciones de este fruto. La producción de tomate ha aumentado debido a la productividad por unidad de superficie donde es sembrado el tomate (FIRA, 2019).

México cuenta con una participación en el mercado internacional del 25.11% de las exportaciones mundiales. Se ha tenido una reducción de la superficie sembrada durante los años 2003 al 2016 pero ha habido aumento en la producción acumulada del 54.25 %, así como las exportaciones en fresco que presentaron un 77.87%, siendo así uno de los cultivos con un alto incremento en la productividad ( SAGARPA, 2017).

En el año 2020 el principal estado productor de tomate en México fue Sinaloa con una producción de 684,333.47 toneladas, en modalidad de riego y en el ciclo otoño-invierno, con un área de 10,368.59 Ha, señalando que la producción es sembrada a campo abierto y también utilizando sistemas protegidos (SIACON, 2021).

El tomate es un cultivo de gran importancia ya que es generador de divisas para las diferentes empresas agrícolas en el país, mencionando la importancia de la exportación de este fruto.

Hay que mencionar que dentro de las labores de cultivo es necesario el uso de espalderas colgantes para la producción de tomate bola, ya que este genera un peso sobre las plantas, consiste en la colocación de postes o estacones de 3 pulgadas por 2.5 m de alto, los cuales son enterrados a 50 cm de profundidad y se unen en la parte superior con el uso de alambre galvanizado calibre 14. Las plantas se sostienen por medio de una rafia que es amarrada al alambre, y que se va guiando dependiendo el crecimiento (SAGARPA, 2015).

Es importante mencionar que en los diferentes ranchos donde se siembra el tomate a campo abierto y requieren de tutorado, se hacen mecanismos los cuales son denominados “hechizos” en la jerga dentro del campo que son para facilitar la actividad ya que por lo general se usan entre 50 y 100 metros de alambre acerado en los surcos de tomate y al trabajar de manera manual es muy difícil, además de tardado y peligroso para la salud del trabajador.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

Recopilación de las características que se requieren:

Para la obtención de las especificaciones fue necesario hacer entrevistas a personas que hacen el enrollado de alambre al finalizar la temporada de cosecha de tomate. Hay que mencionar que en los diferentes ranchos donde se siembra el tomate a campo abierto y requieren de tutorado, se hacen mecanismos, los cuales son denominados “hechizos” en la jerga dentro del campo que son para facilitar la actividad, ya que por lo general se usan entre 50 y 100 metros de alambre acerado en los surcos de tomate.

De las entrevistas realizadas se obtuvo la información necesaria para la elaboración del prototipo de enrollador de alambre acerado. Las cuales se enlistan a continuación:

- Debe de ser construido con materiales que sean económicos.
- Debe de tener una altura aproximada a la cintura de los jornaleros que usualmente miden entre 1.60 m y 1.70 m.
- Es requerido que tenga una manivela para facilitar el enrollado de alambre acerado.
- Que tenga forma de mesa y sea capaz de sostener el peso del rollo de alambre acerado.
- Es necesario que la máquina no sea tan grande, pero que no le sea restada la estabilidad.
- Es necesario que el enrollador tenga la forma adecuada para poder retirar los rollos de alambre.

Traducción de los requerimientos del cliente en términos mensurables o medibles:

Con las condiciones mínimas funcionales que se presentaron anteriormente, podemos transformarla en términos medibles o cuantificables y así realizar después una matriz de evaluación para nuestro futuro diseño.

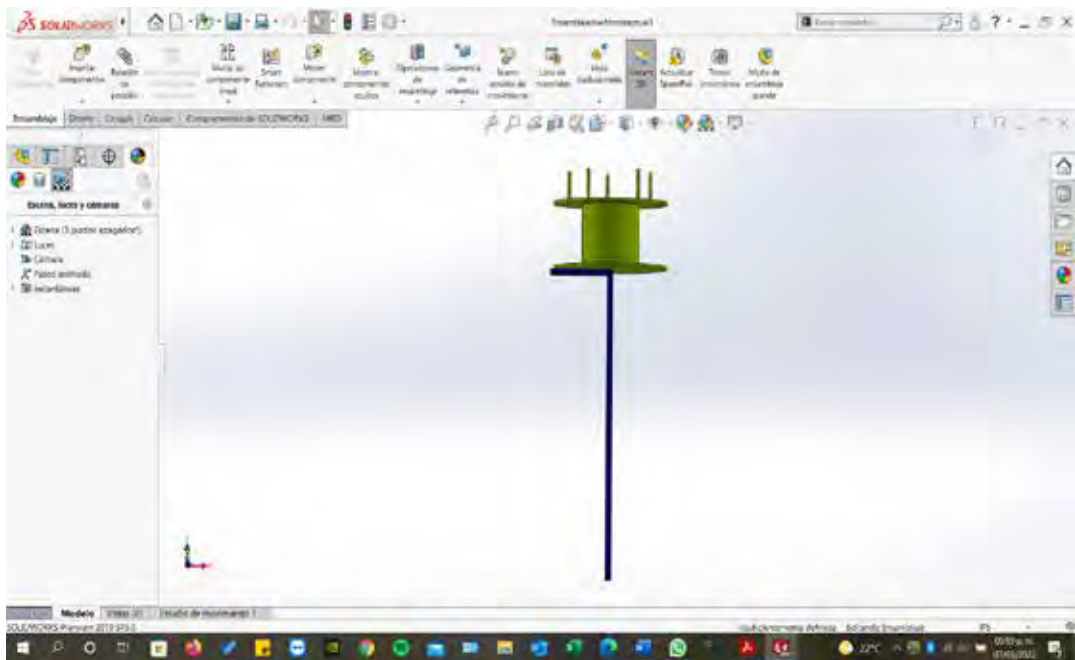
Requerimientos son:

- Que la máquina sea hecha con un perfil de acero.
- Que tenga una altura aproximada de 1.3 m.
- Que tenga espacio para el enrollador en el centro de esta.

Partiendo de estos parámetros, se realizaron los cálculos necesarios y posteriormente se dibujó el prototipo en un programa CAD por sus siglas en ingles que hace referencia al dibujo asistido por computadora llamado SOLIDWORKS en su versión 2019, donde se aplicó el diseño en su parte de diseño conceptual del prototipo.

Se buscó el diseño que fuera más fácil de usar y económico de fabricar; ya que es necesario mencionar que en varias empresas agrícolas se realizan trabajos para retirar el alambre acerado y muchas veces son utilizados mecanismos fabricados por los propios jornaleros que son denominados “hechizos” término que hace referencia a alguna herramienta o máquina que es elaborada por ensayo y error hasta obtener algo funcional.

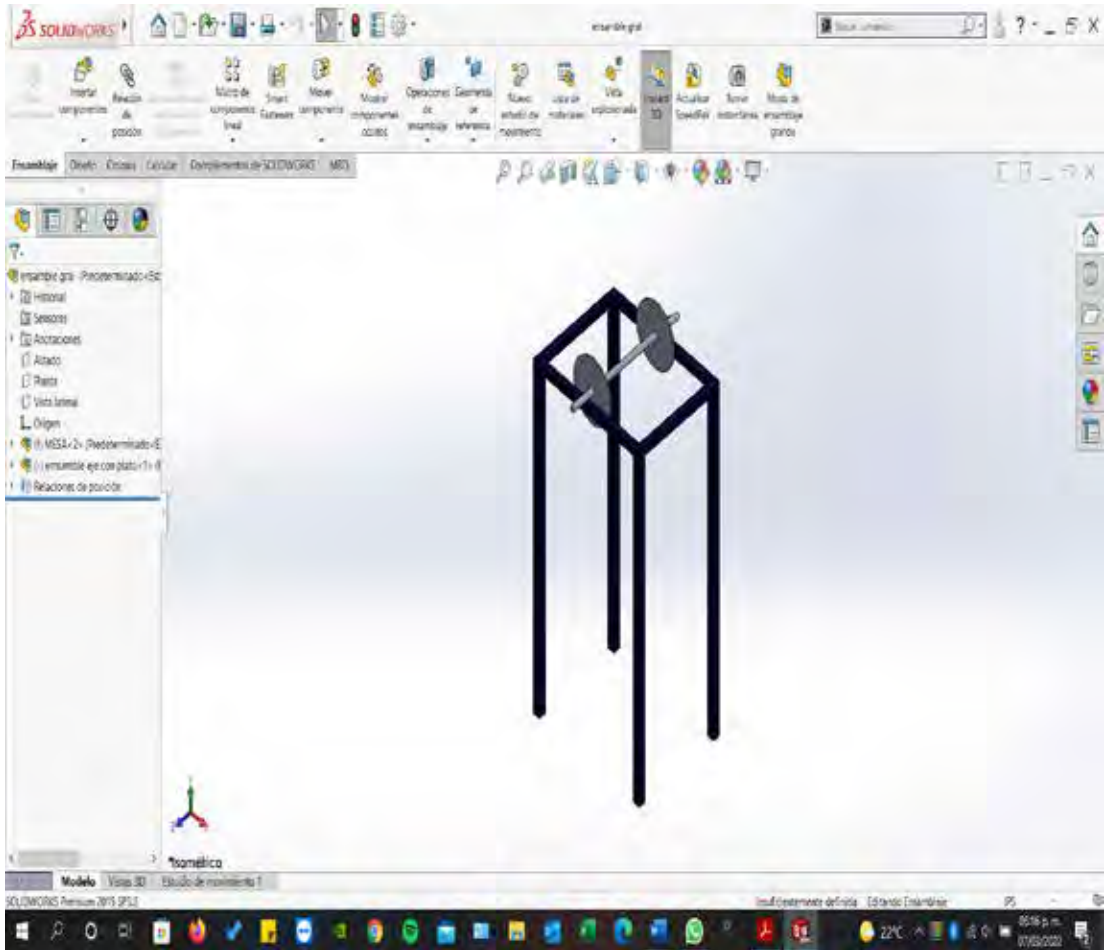
El segundo paso fue elaborar el mecanismo de manera física y realizar el ensamble de este. En este apartado se realizaron tres diseños de los que pudieran ser alternativas de enrollador de alambre y se eligió solo uno de acuerdo a las características buscadas.



**Figura 1. Enrollador vertical de alambre acerado.**

Variante 2.

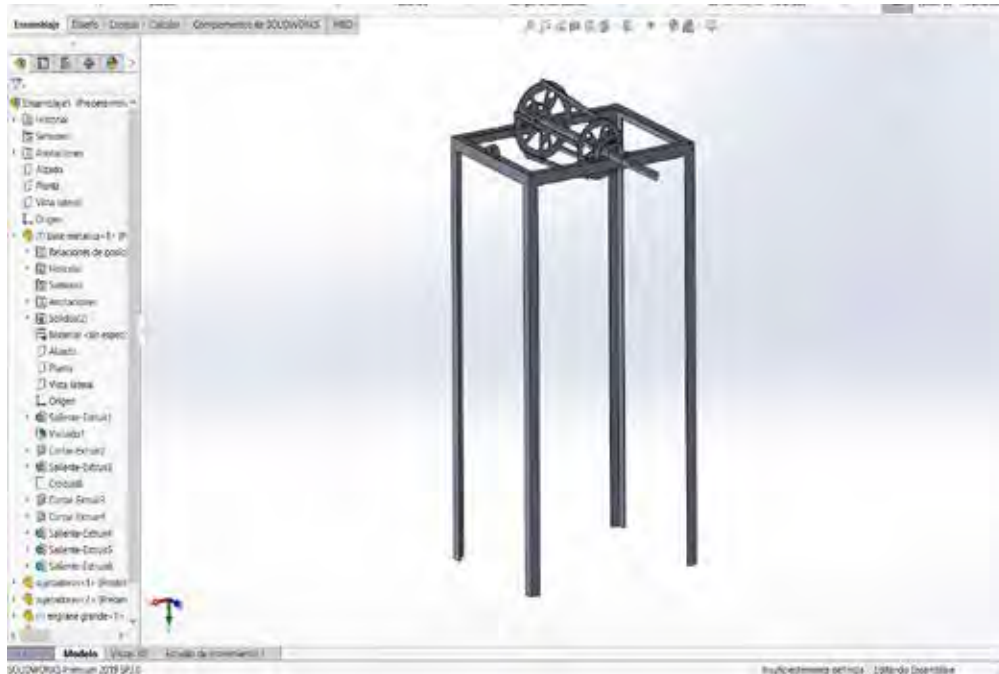
Este diseño cuenta con una base hecha con una varilla de manera vertical y también con una varilla soldada de manera horizontal para poder sostener el carrete del alambre en la parte superior.



**Figura 2. Enrollador de alambre acerado con mismos diámetros.**

La idea de este diseño es que al tener los platos con diámetros iguales, pueda conservar el alambre enrollado dentro y no haya forma de que se suelte cuando esté totalmente enrollado.

Este diseño se basa en la idea de realizar el carrete donde se enrollará el alambre con diámetros diferentes en cada extremo para que al momento en que se tenga el suficiente alambre envuelto, se pueda retirar con mayor facilidad.



**Figura 3. Enrollador de alambre acerado con diferentes diámetros en los extremos del carrete.**

El diseño conceptual del enrollador de alambre que se eligió fue la figura 3, ya que este cumplió con las características que se buscaban, y por su forma facilita la fabricación y ensamble.

### **Determinación de características de funcionamiento**

Se desea crear un mecanismo manual que enrolle alambres acerados. Para esto el principio de funcionamiento que se quiere desarrollar, es mediante un sistema manual que, al encontrarse en el campo sea fácil de utilizarlo y la hace autosustentable aprovechando así la manera en su efectividad y disminuyendo la contaminación sin requerimiento de combustible.

### **Velocidad de trabajo**

Según pruebas realizadas en el campo agrícola, la velocidad apropiada para enrollar que se consideró, está relacionada con el tiempo que se desea tardar en el alambre acerado, lo que permitiría un correcto enrollado y minimizar los riesgos de quienes realizan la operación de manipulación. Según pruebas realizadas, el tiempo promedio de enrollado es de 15 [min]. Con el mecanismo que se proyecta, se realizara los cálculos para un alambre de 2.1 [mm] de diámetro por 100 [m] de largo, lo que significa una velocidad promedio de enrollado de 6.7 [m/min]. Según pruebas realizadas, con este tiempo el enrollado se realiza a una velocidad que da la oportunidad de reaccionar al operador, debido a cualquier imprevisto en el proceso, además aumentará el rendimiento de trabajo y es determinado según la ecuación 1 (Budynas, 2008).

$$v = 6.7 \left[ \frac{m}{min} \right] = 0.1116 \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (1)$$

Donde:

$v$ : *velocidad tangencial*.

Para obtener la velocidad de giro en revoluciones por minuto es necesario aplicar el concepto físico de movimiento circular, usando la relación de velocidad angular y velocidad tangencial. Teniendo en cuenta que el diámetro del engrane mayor es de 19cm=190 [mm], es determinado según la ecuación 2 (Budynas, 2012).

$$v = \omega r \quad (2)$$

donde:

$v$ : *Velocidad de tangencial*,  $v = 0.1116 \left[ \frac{m}{s} \right]$ .

$\omega$ : *Velocidad angular*, [rpm].

$$\omega = \frac{0.1116 \left[ \frac{m}{s} \right] r_{\text{ane}}, r = 190 \text{mm}}{0.005 \left[ \frac{m}{mm} \right]}$$

$$\omega = 1.1747 \left[ \frac{rad}{s} \right] * \frac{1 [rev]}{2\pi} * \frac{60 [s]}{1 [min]}$$

$$\omega = 11.217 \approx 11.22 [rpm]$$

### Fuerza requerida

El peso máximo de un alambre acerado de 100[m] de largo y 2.1 [mm] de diámetro, es de 10 [kg]. Según los ensayos realizados en la zona agrícola de San Quintín, simulando las condiciones en las que trabajará el mecanismo (tipos de suelo como rocosos, tierra y asfalto, además de simular la velocidad de enrollado). Para efectos de cálculos y para garantizar un mejor funcionamiento se considerará la fuerza relacionada con el peso del alambre, es determinado según la ecuación 3 (Budynas, 2012).

$$F = mg \quad (3)$$

Donde:

$F$ : *Fuerza requerida*,  $F [N]$ .

$m$ : *Masa*,  $m = 10 [kg]$ .

$g$ : *Gravedad*  $g = 9.81 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$ .

$$F = 10 [kg] * 9.81 \left[ \frac{m}{s^2} \right] = 98.1 [N]$$

### Potencia requerida

Considerando la fuerza requerida y la velocidad, se determinó la potencia P necesaria y es determinado

según la ecuación 4 (Budynas, 2012).

$$P = F * v \tag{4}$$

Donde:

*P*: Potencia requerida,  $P[W]$ .

*F*: Fuerza requerida,  $F = 91.1[N]$ .

*v*: Velocidad de tangencial,  $v = 0.1116 \left[ \frac{m}{s} \right]$ .

$$P = (91.1[N])(0.1116 \left[ \frac{m}{s} \right])$$

### Par necesario para el eje del tambor

Teniendo la potencia en [W] y la velocidad angular en [rad/s], podemos determinar el par T necesario, y es determinado según la ecuación 5 (Budynas 2012)

$$P = T * \omega \rightarrow T = \frac{P}{\omega} \tag{5}$$

Donde:

*T*: Par necesario,  $T[Nm]$ .

*P*: Potencia requerida,  $P = 11[W]$ .

*ω*: Velocidad ang  $\omega = \frac{11}{11.22 \left( \frac{2\pi}{60} \right)} rpm$ .

$$T = 9.362 \approx 9.4[Nm]$$

### Cálculo de cargas sobre el eje del tambor

El eje del tambor está sujeto a cargas debido a que este es el que transmite el movimiento de rotación que hace que el alambre se enrolle.

La fuerza Fa es despreciable puesto que el eje del tambor debiese solo experimentar cargas radiales dadas su función de enrollar alambres alrededor del eje, dicha porción de alambre tiene un peso de 10 kg máximo.

$$(10Kg) \left( 9.81 \left[ \frac{m}{s^2} \right] \right) = 98.1[N]$$

Sin embargo, el catálogo ROLLON sugiere un factor de seguridad F.S. de 2 a 3,5 para condiciones adversas de trabajo en que este expuesto a vibraciones y movimientos constantes o deformaciones elásticas evidentes por lo que se considera un F.S. de 2 para la carga;  $(98.1)(2) = 196.2[N]$ .

El eje deberá soportar una carga tangencial de 196.2 N.

## RESULTADOS

Con ayuda del programa de diseño SOLIDWORKS Simulación, fue posible obtener la deformación debida al peso del rollo de alambre sobre la base metálica donde es apoyado. Para el análisis se seleccionó un acero A36 aplicado en todo el modelo, se procedió a colocar una carga de 5kg en cada apoyo donde se colocará el tambor, ya que se está tomando en cuenta que el peso máximo será de 10 kg de alambre acerado sobre la estructura, tendrá sujeciones fijas en las cuatro patas y la idea de realizar la simulación por elementos finitos ayudará a tomar mejores decisiones en cuanto al modelo diseñado y proceder con la construcción del mismo.

### Prueba realizada en SolidWorks

Se realizó el diseño en un croquis 3D (figura 4), con las siguientes medidas: 41 cm base, 54 cm ancho y 100 cm de altura, además de utilizar un perfil estructural de 1 x 1 x 0.125 pulg. Ver la siguiente figura:

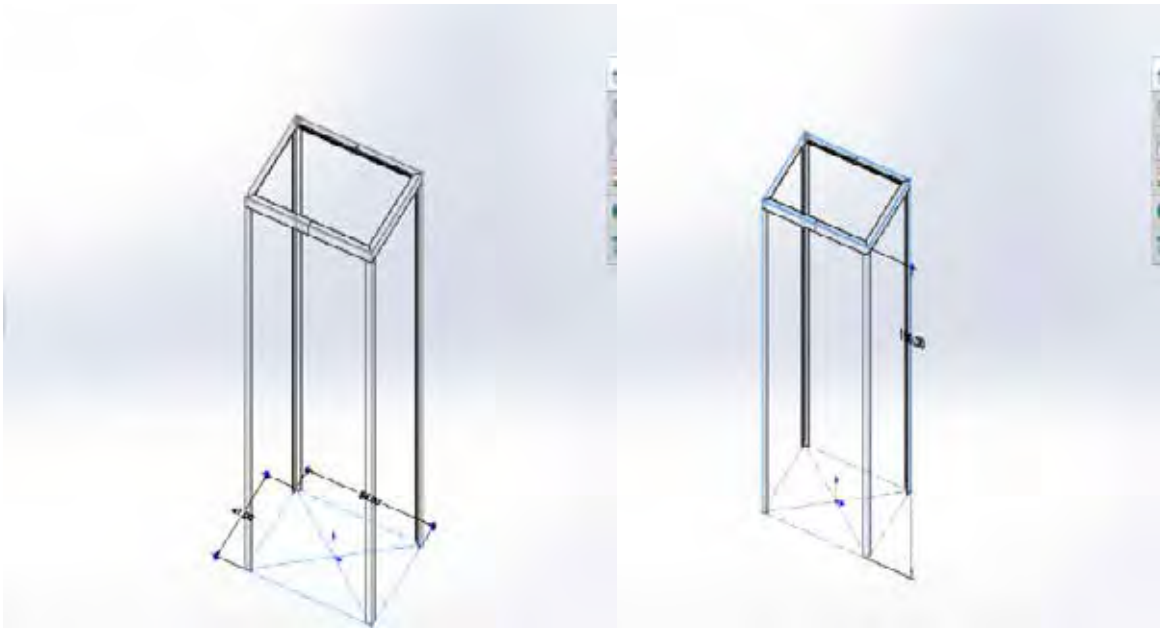
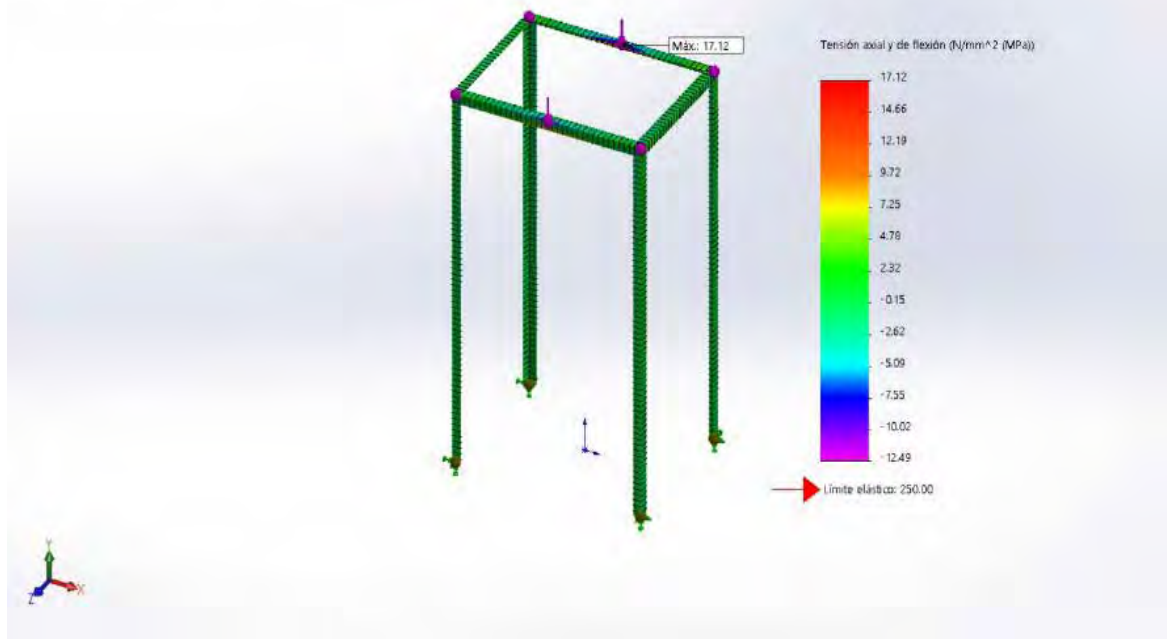


Figura 4. Croquis de la base y croquis 3D.

En la simulación, primero se debe definir la sujeción del tipo fijas en las 4 patas de la estructura, como se muestra en la imagen inferior, (ver figura 5). Para definir la carga que soportará la estructura elegimos la parte media entre las partes más anchas y por el tipo de estudio la carga será puntual la cual será de 10 kg dividida entre ambas partes lo que nos dará una carga de 5 kg. El material es acero A36, tiene un módulo elástico de  $250 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ , y un coeficiente de Poisson de 0.26.



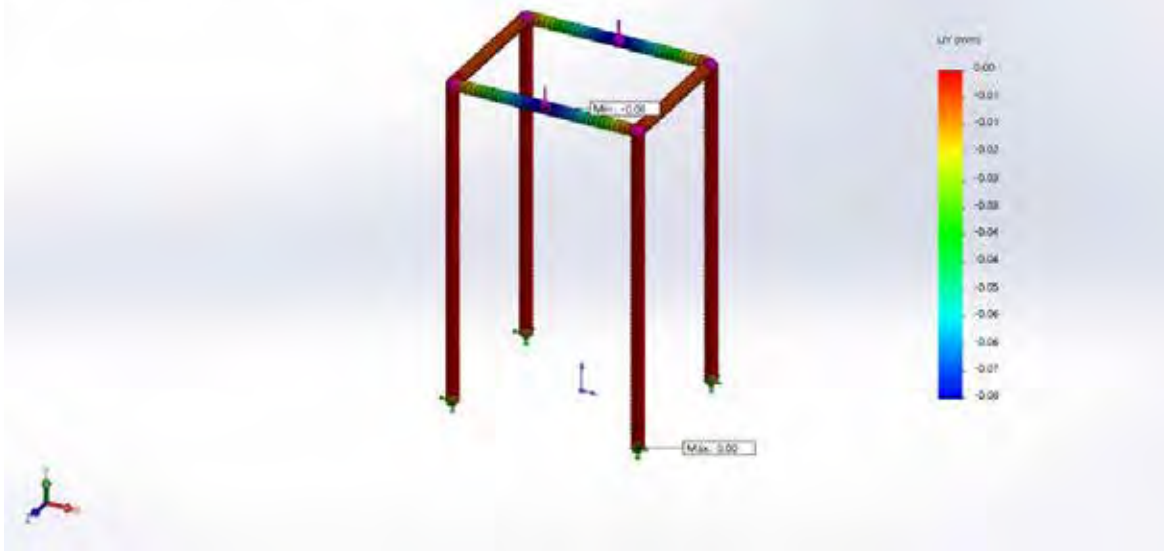
Nombre del modelo: EstructuraSoporte  
Nombre de estudio: Análisis estático 1 (-Predeterminado - Como mecanizada -)  
Tipo de resultado: Tensión axial y de flexión Tensiones1



**Figura 5. Esfuerzo máximo y mínimo.**

Al iniciar el análisis del elemento finito con los valores previamente definidos en la interfaz de SolidWorks Simulation como las restricciones y las fuerzas, se observan las deformaciones (figura 6). Las magnitudes de las deformaciones respecto al eje vertical Y, en el que actúan la carga de manera vertical son muy pequeñas, que para los efectos prácticos, se desprecian (figura 6). El esfuerzo máximo está indicada debajo de la barra de colores y es igual a 250 MPa, la que no es sobrepasada por los límites de Von Mises, que es máxima de 17.12 MPa y tiene un promedio de tensión de 2.32 MPa. De acuerdo a los valores máximos, la estructura tiene un margen aceptable y está por debajo del límite elástico por mucho, además la deformación muestra un comportamiento bueno (figura 6), deformación respecto al eje Y).

Nombre del modelo: Estructura de soporte  
Nombre de estudio: Análisis estático 1 (Predeterminado) (Como mecanización)  
Tipo de resultado: Desplazamiento estático (Desplazamiento)



**Figura 6. Deformación en el eje Y.**

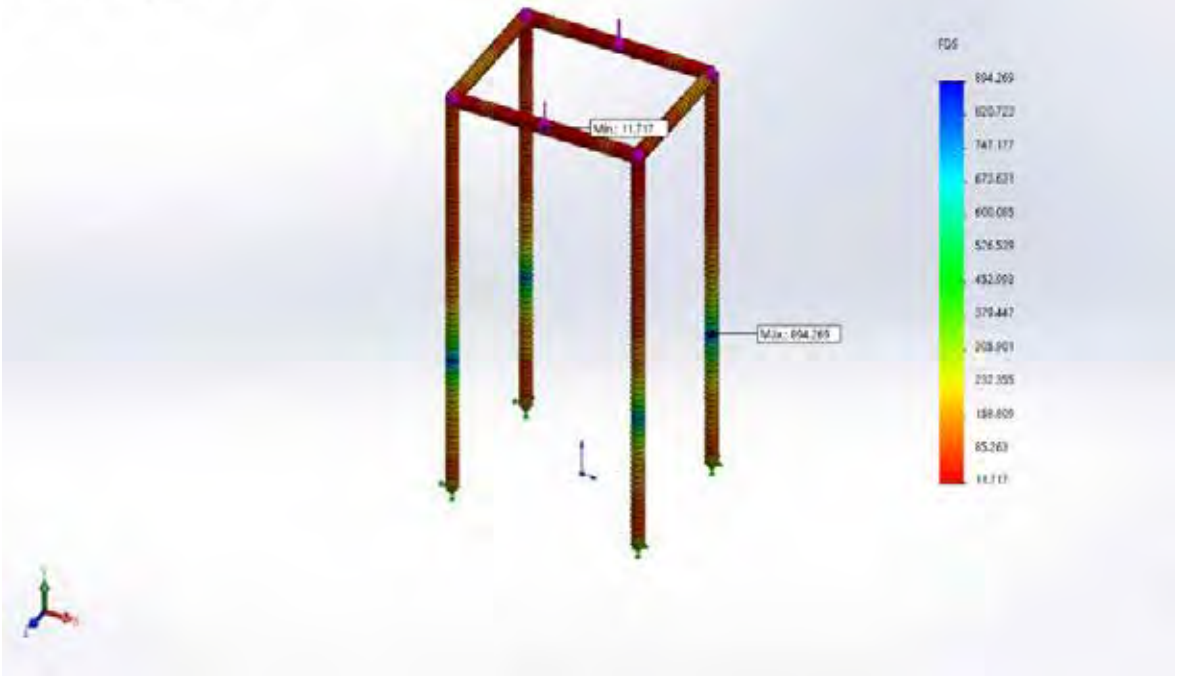
De la simulación por elementos finitos, se obtiene el factor de seguridad (figura 7).

De acuerdo a los resultados obtenidos empleando el Método de Análisis por Elementos Finitos, podemos asegurar que el modelo estructural soportará las cargas a las que se someterá, es probable que el material resista a las presiones.

### **Construcción del prototipo**

El prototipo de máquina (figura 8), se somete a pruebas preliminares. Para ellos se establece como requisito previo al proceso de enrollado, que se encuentre libre de impurezas y escombros, para así obtener un excelente enrollado. Una vez ensamblado, se da inicio al proceso de enrollado donde el alambre es enrollado una vez que se sujete al tambor principal de la estructura. Finalmente, se logró un adecuado funcionamiento y eficiencia del prototipo.

Nombre del modelo: Estructura Soporte  
Nombre de estado: Análisis estático 1 (Predefinido «Como mecinizador»)  
Tipo de resultado: Factor de seguridad Factor de seguridad 1  
Criterio: Automático  
Distribución de factor de seguridad: FDS min = 12



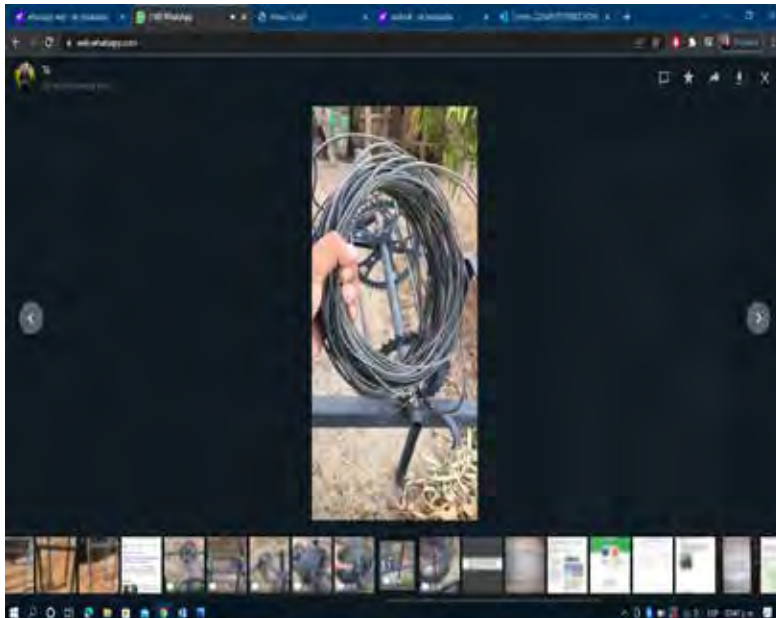
**Figura 7. Factor de seguridad.**

Finalizando el enrollado, se retira el rollo de alambre en el engrane de diámetro menor y así no tener dificultad al momento de retirar el rollo de alambre, también se observa el eje central que es retirado del factor de seguridad donde anteriormente estaba sujeto a la base metálica.

Se llevó acabo el proceso de enrollado y finalmente se obtuvo el rollo de alambre deseado (figura 9). El proceso fue satisfactorio, se observa que el rollo de alambre fue retirado de la máquina sin dificultades.



**Figura 8. Ensamblado del mecanismo de enrollador de alambre acerado.**



**Figura 9. Obtención de rollo de alambre acerado.**

## CONCLUSIONES

Se diseñó y construyó el prototipo de máquina de acuerdo a las especificaciones requeridas en campo para el enrollado de alambre acerado.

El análisis de las cargas, esfuerzos y desplazamientos fueron validados con el empleo del método de análisis por elementos finitos, lo que el diseño y construcción de máquina es confiable, con alto coeficiente de seguridad.

## LITERATURA CITADA

- Kalpakjian, Serope; Schmid, Steven R. (2002). *Manufactura, Ingeniería y Tecnología* (4 edición). México: Pearson Educación. p. 148. ISBN 970-26-0137-1. Consultado el 15 de septiembre del 2021.
- Pennsylvania Commercial Vegetable Production Recommendations* [Recomendaciones para la Producción Vegetal de Pensilvania] University Park: The Pennsylvania State University, 2006.
- Vilaseca J. 2007. *Papel biofumigante de los restos de cosecha en el control de ToMV, PepMV y O. brassicae*. Tesis doctoral. Departamento de Ecosistemas Agroforestales. Universidad Politécnica de Valencia. 478 pp.
- Rivard C, Louws F. 2006. *Grafting for disease resistance in heirloom tomatoes*. 8 pp. <<http://www4.ncsu.edu/clrivard/TubeGraftingTechnique.pdf>> (Consultado 23 de septiembre del 2021).
- Lamont, WJ Jr., JK Harper, AR Jarrett, MD Orzolek, RM Crassweller, K. Demchak y GL Greaser. (2001) *Riego para la Producción de Frutas y Hortalizas*. University Park: Universidad Estatal de Pensilvania.
- NORTON ROBERT, (2001). *Diseño de Máquinas*, Editorial McGraw-Hill, México C
- Baca Urbina, Gabriel. Evaluación de Proyectos. Cuarta edición, México, D.F., Mc Graw Hill, 2001.
- FIRA, (1994). *Elementos de Análisis de las Cadenas Productivas, Frijol. Documento técnico*,
- FAO (Food and Agriculture Organization of the United Nations) (2011), *FAO AT WORK, 2010–2011: Women – key to food security*, Roma.
- Tabares RJM, Álamo M (2007) *Viabilidad de Entutorado en Descuelgue en Cultivo de Pepino*. Granja Agrícola Experimental. Cabildo de Gran Canaria. España. [www.grancanaria.com/granja](http://www.grancanaria.com/granja) (Consultado 29 de septiembre del 2021).
- SAGARPA-FAO (2002) *Agricultura bajo Ambiente Controlado. Evaluación Nacional*. [http://sagarpa.gob.mx/subagri/desarrollo\\_agricola/fao/2001/nac/ABC](http://sagarpa.gob.mx/subagri/desarrollo_agricola/fao/2001/nac/ABC). PDF (Consultado 29 de septiembre del 2021).
- Budynas, G. R. y J. K. N. (2012). *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. In McGraw-Hill Interamericana.

## **Capítulo III**

**María Victoria Gómez Águila<sup>1</sup>, Héctor Ortiz Carrera<sup>2</sup>,  
Luis Tonatiuh Castellanos Serrano<sup>3</sup> y Raquel Salazar Moreno<sup>4</sup>**

# **METODOLOGÍA PARA LA EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA DE EQUIPOS DE AGRICULTURA DE PRECISIÓN PARA AUTOGUIADO UNIVERSAL JOHN DEERE**

## **RESUMEN**

La demanda de alimentos de origen agrícola en la actualidad va en aumento, ya sea para consumo directo o para la producción de cárnicos, esto a causa del crecimiento poblacional y del abandono del campo. Esto ha generado que la agricultura vaya evolucionando para poder abastecer dicha demanda, pero muchas veces las nuevas tecnologías son juzgadas erróneamente por no saber qué beneficios traen consigo. Lo anterior abre la puerta a la necesidad de metodologías que faciliten la identificación de nuevos instrumentos o procedimientos de los alcances logrados en la producción de los productos agrícolas.

En el presente trabajo se desarrolló una metodología de procesamientos matemáticos a partir de parámetros que propiciaron el análisis del proceso de producción y su afectación en los rendimientos de los cultivos; en él se cuantificó el beneficio que tiene el uso del autoguiado en las distintas labores y así poder comparar los dos métodos de producción convencional y autoguiado. Con los datos obtenidos, se realiza el cálculo de las eficiencias y su beneficio.

**Palabras clave:** autoguiado, superposición, carencia, capacidad.

## **ABSTRACT**

The demand for food of agricultural origin is currently increasing, either for direct consumption or for meat production, this because of population growth and the abandonment of the field. This has caused agriculture to evolve to supply this demand, but often new technologies are misjudged for not knowing what benefits they bring. This opens the door to the need for methodologies that facilitate

<sup>1</sup> MSc. Profesora-Investigadora del Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola (DIMA) de la Universidad Autónoma Chapingo (UACH), Carretera Federal México-Texcoco Km 38.5, C.P. 56230 Texcoco de Mora, Edo. Méx. México, e-mail: mgomeza@chapingo.mx;

<sup>2</sup> Tesistas del Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola, e-mail: tito.hoc28@gmail.com

<sup>3</sup> M.C. Profesor-Investigador del Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola (DIMA), e-mail: lcastellanoss@chapingo.mx

<sup>4</sup> Dra. Profesora- Investigadora del Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola (DIMA), e-mail: rsalazarm@chapingo.mx

the identification of new instruments or procedures of the achievements achieved in the production of agricultural products.

In the present work, the methodology was developed from mathematical processing based on parameters that led to the analysis of the production process and its impact on crop yields. It quantified the benefit of the use of self-guidance in the different tasks and thus be able to compare the two methods of conventional and self-guided production. With the data obtained, the calculation of efficiencies and their benefit is made.

**Key words:** self-guided, overlay, lack, capacity.

## **INTRODUCCIÓN**

Desde el siglo pasado, los sistemas de producción agrícola han evolucionado constantemente, con un importante aumento de los rendimientos. Estos pueden ser incrementados bien sea incorporando más tierras al cultivo o por medio de un aumento de la productividad de las que ya se encuentran utilizadas. La introducción de máquinas y equipos para efectuar los trabajos agrícolas son un factor importante para incrementar la productividad, especialmente en países no desarrollados donde existe la marcada necesidad de disponer de mayores cantidades de energía para realizar las distintas labores agrícolas (1).

La agricultura de precisión es un concepto agronómico de gestión de parcelas agrícolas, basado en la existencia de variabilidad en campo. Requiere el uso de las tecnologías de Sistemas de Posicionamiento Global (GPS), sensores, satélites e imágenes aéreas junto con Sistemas de Información Geográfica (SIG) para estimar, evaluar y entender dichas variaciones. La información recolectada se emplea para evaluar con mayor precisión la densidad óptima de siembra, estimar fertilizantes y otras entradas necesarias, y predecir con más exactitud la producción de los cultivos (2).

La puesta en marcha de nuevas tecnologías como es el caso de la agricultura de precisión continúa siendo compleja para los pequeños productores. De ello deriva la necesidad de establecer una metodología amigable, de fácil comprensión para los agricultores, que permita cuantificar los beneficios que traen consigo, en comparación a una agricultura convencional. Es por esta razón que el principal objetivo del presente trabajo, es de establecer la metodología para la evaluación de la eficiencia de equipos de agricultura de precisión autoguiado por medio de un análisis de cada proceso, los factores que intervienen y la comparación del método tradicional con respecto a la agricultura de precisión.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

Se comienza con la revisión bibliográfica y el análisis de las labores culturales de la preparación del terreno como son: barbecho, rastreo, encamado y/o surcado, preparación para la siembra, aplicación de agroquímicos (fertilización y control de plagas) y cosecha. Se realiza el estudio de las pérdidas en el caso de traslape y omisión, y la eficiencia en todo el proceso productivo. Así mismo, se determina que, a partir de las pérdidas de terreno, se obtienen los parámetros que se relacionan para cuantificar la variación en el consumo de insumos.

El traslape (figura 1), es el caso más común a la hora de realizar las labores agrícolas en el proceso productivo, y genera mayor gasto de combustible, reduce la eficiencia de la maquinaria al hacer las tareas más tardadas y llega a afectar el desarrollo del cultivo; pues al no estar a la distancia recomendada, se produce competencia entre plantas afectando directamente la producción (8).

Las pérdidas por superposición, se determina mediante la ecuación 1.

$$P_S = CT - CE \tag{1}$$

Donde:

$P_S$ : Pérdidas por superposición; ha/h

CT : Capacidad teórica de trabajo; ha/h

CE: Capacidad efectiva de trabajo; ha/h

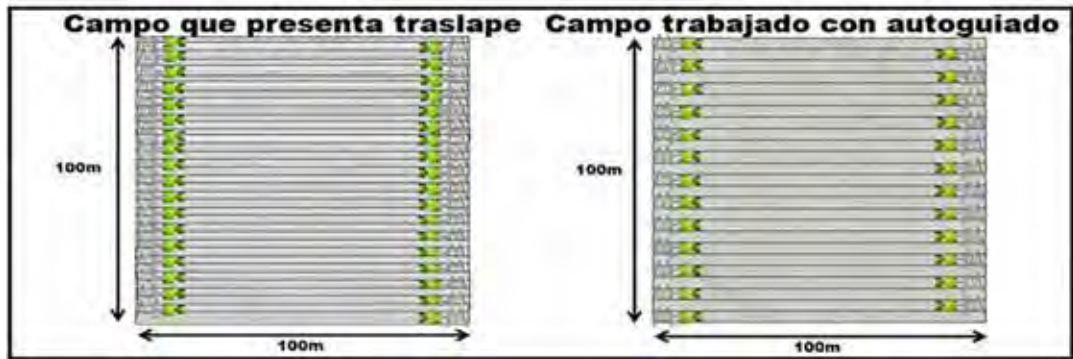


Figura 1. Comparación de número de pasadas por hectárea en traslape.

El terreno trabajado innecesariamente se obtiene mediante la ecuación 2.

$$A_T = P_S \cdot J \tag{2}$$

Donde:

$A_T$ : Ahorro de terreno; ha

Número de horas trabajadas por jornada [ $h$ ]

El tiempo que se ahorra por hectárea se determina mediante la ecuación 3.

$$A_t = \frac{1}{P_S} \tag{3}$$

Donde:

$A_t$ : ahorro de tiempo; h/ha



El ahorro de combustible se obtiene mediante la ecuación 4.

$$A_c = .A_t \quad (4)$$

Donde:

$A_c$  : Ahorro de combustible; L/ha

$g_c$  : Gasto de combustible; L/h

El ahorro de semillas o agroquímicos se obtiene mediante la ecuación 5.

$$A_s = P_e .D \quad (5)$$

Donde:

$A_s$  : Ahorro de semillas o agroquímicos; kg/ha o L/ha

$P_e$  : Número de pasadas extra;  $P_e = 1$

$D$  : Dosis de agroquímicos por pasadas; (kg/ha)\*pasadas, o (L/ ha)\* pasadas

### Omisión

La omisión (figura 2) es un caso muy poco común, pero que se llega a presentar y representa un problema grave. Al dejar espacio entre pasadas se está desaprovechando el terreno -aunque se ahorra combustible, semillas y agroquímicos-, la producción se ve reducida significativamente y no se obtienen los rendimientos óptimos que tiene capacidad el terreno.

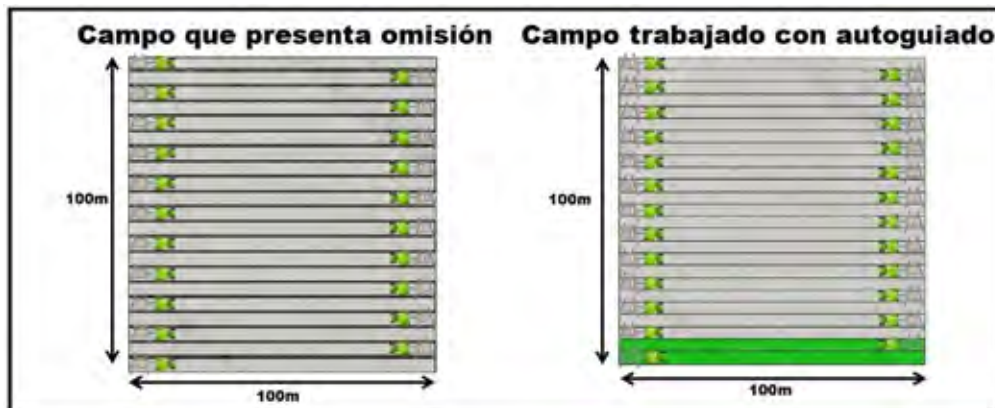


Figura 2. Comparación de número de pasadas por hectárea en omisión.

Cuando se habla de terreno se debe tomar en cuenta las pérdidas por supresión, las cuales se obtienen mediante la ecuación 6.

$$P_{SU} = CT - CT \quad (6)$$

Donde:

$P_{SU}$  : Pérdidas por supresión; ha/h

El terreno que no se está aprovechando se obtiene mediante la ecuación 7.

$$A_T = P_{SU} \cdot J \quad (7)$$

Donde:

$A_T$  : Ahorro de terreno; ha

El gasto de tiempo se obtiene mediante la ecuación 8.

$$G_t = \frac{1}{P_{SU}} \quad (8)$$

Donde:

$G_t$  : Gasto de tiempo; h/ha

El gasto de combustible extra se obtiene mediante la ecuación 9.

$$G_c = g_c \cdot A_T \quad (9)$$

Donde:

$G_c$  : Gasto de combustible extra ; h/ha

El gasto de semillas o agroquímicos se obtiene mediante la ecuación 10.

$$G_s = P_g \cdot D \quad (10)$$

Donde:

$G_s$  : Gasto de semillas o agroquímicos; kg, o L/ha

Asímismo, se determina que el ahorro o gasto. Para el caso de traslape, se analiza, el beneficio económico  $B_{ET}$ , al reducir el espacio entre pasadas, y así identificar la afectación en el rendimiento. El beneficio económico al tener ahorro de tiempo, se determina mediante la ecuación 11.

$$B_{ET} = A_t \cdot P \quad (11)$$

Donde:

$B_{ET}$  : Beneficio económico en semillas o agroquímicos; \$/ha

$P$  : Costo por hora trabajada; \$/h

El beneficio económico que se logra al considerar el ahorro de combustible se obtiene mediante la ecuación 12.

$$B_{EC} = A_c \cdot P \quad (12)$$

Donde:

$B_{EC}$  : Beneficio económico en combustible; \$/ha

P: Costo del combustible; \$/ha

El beneficio económico al tener ahorro en semillas o agroquímicos se obtiene mediante la ecuación 13.

$$B_{Et} = A_t \cdot P \quad (13)$$

Donde:

$B_{ES}$  : Beneficio económico en semillas o agroquímicos; \$/ha

P: Costo de semillas o agroquímicos; \$/kg, o \$/L

El beneficio económico que se obtiene al reducir la omisión, y se determina según ecuación 14.

$$B_{EP} = \alpha_p \cdot P \quad (14)$$

Donde:

$B_{EP}$  : Beneficio económico en producción; \$

$\alpha_p$ : Aumento en la producción; t

P: Costo del producto; \$/t

El costo al tener mayor gasto de tiempo se obtiene mediante la Ecuación 15.

$$C_{Et} = G_t \cdot P \quad (15)$$

Donde:

$C_{Et}$  : Costo en tiempo; \$/ha.

Para el caso del combustible, el costo del gasto de combustible se determina con la ecuación 16.

$$C_{EC} = G_C \cdot P \quad (16)$$

Donde:

$C_{EC}$  : Costo en combustible; \$/ha

El costo que se genera al elevarse el gasto en la adquisición de semillas o de los agroquímicos, se determina mediante la ecuación 17.

$$C_{ES} = G_s \cdot P \quad (17)$$

Donde:

$C_{ES}$  : Costo en semillas o agroquímicos; \$/ha

### Variación en la eficiencia

La variación en la eficiencia se relaciona con el ahorro o el gasto, con los costos productivos, y con el comportamiento del traslape. La eficiencia que se alcanza al reducir el traslape se determina según la ecuación 18.

$$B_T = B_{EP} + B_{Et} + B_{EC} + B_{ES} + B_{EA} \quad (18)$$

Donde:

$B_T$ : Beneficio económico al reducir traslape; \$/ha

$B_{EP}$  : Beneficio económico en producción; \$/ha

$B_{Et}$  : Beneficio económico en tiempo; \$/ha

$B_{EC}$  : Beneficio económico en combustible; \$/ha

$B_{ES}$ : Beneficio económico en semillas; \$/ha

$B_{EA}$  : Beneficio económico en agroquímicos; \$/ha

La eficiencia que se logra en el proceso al reducir traslape se determina mediante la ecuación 19.

$$\eta_T = \frac{B_T}{C_P} \cdot 100 \quad (19)$$

Donde:

$\eta_T$  : Aumento en la eficiencia en traslape;  $\eta_T = 1$

$B_T$ : Beneficio económico al reducir traslape; \$/ha

$C_P$ : Costo productivo de una hectárea sin autoguiado; \$/ha

Para el caso de la Omisión, se toma en cuenta el beneficio económico en cada factor y se determina mediante la ecuación 20.

$$B_o = B_{EP} - C_{Et} - C_{EC} - C_{ES} - C_{EA} \quad (20)$$

Donde:

$B_o$  : Beneficio económico al reducir la omisión; \$/ha

$B_{EP}$  : Beneficio económico en producción; \$/ha

$C_{Et}$  : Costo en tiempo; \$/ha

$C_{EC}$  : Costo en combustible; \$/ha

$C_{ES}$  : Costo en semillas: \$/ha

$C_{EA}$  : Costo en agroquímicos: \$/ha

La eficiencia total que se logra en el proceso al reducir la omisión se determina mediante la ecuación 21.

$$\eta_o = \frac{B_o}{C_p} .100 \quad (21)$$

Donde:

$\eta_o$  : Eficiencia en la omisión;  $\eta_o = 1$

$B_o$  : Beneficio económico al reducir omisión; \$/ha

$C_p$  : Costo productivo de una hectárea sin autoguiado; \$/ha

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A partir de la revisión bibliográfica y del análisis de las labores culturales, se generó un modelo matemático, arrojando resultados para dos secciones (traslape y omisión).

Se consideró el cultivo de la caña de azúcar, para un rendimiento de 100 t/ha, precio por hora trabajada de 500.00 pesos, gasto de combustible de 5,000.00 \$/ha.

Para el traslape, se considera la tabla 1, y con las variables de la tabla 1, aplicando las ecuaciones de la 1 a la 21, se obtiene el ahorro en el terreno, tiempo, combustible, semillas y agroquímicos, para las labores de: barbecho, rastreo, surcado y siembra, y la aplicación de agroquímicos, tabla 2, el beneficio económico en labores realizadas (tabla 3 y 6), valores de trabajo (tabla 4), ahorros obtenidos (tabla 5).

**Tabla 1. Valores de trabajo de labores realizadas.**

Labor	Aplicación	Ancho de Trabajo; m		Velocidad de trabajo; km/h
		Teórico	Efectivo	
barbecho	convencional	Teórico	1.40	5.0
		Efectivo	1.20	5.0
	con autoguiado	Efectivo	1.39	5.0
rastreo	convencional	Teórico	3.20	7.0
		Efectivo	3.00	7.0
	con autoguiado	Efectivo	3.19	7.0
surcado y siembra	convencional	Teórico	2.60	5.0
	con autoguiado	Efectivo	2.35	5.0
aplicación de agroquímicos	convencional	Teórico	12.00	5.0
		Efectivo	11.70	5.0
	con autoguiado	Efectivo	11.98	5.0

**Tabla 2. Ahorros obtenidos en labores realizadas.**

Ahorro					
Labor	Terreno (ha/h)	Tiempo; h/ha	Combustible; L/h	Semilla; kg/ha	Agroquímicos; L/ha
barbecho	0.095	0.228	2.734	0.000	0.000
rastreo	0.133	0.228	0.340	0.000	0.000
surcado y siembra	0.120	0.079	0.946	231.660	0.000
aplicación de agroquímicos	0.140	0.004	0.048	0.000	0.023

**Tabla 3. Beneficio económico en labores realizadas.**

Beneficios económicos					
Labor	Tiempo; \$/ha	Combustible; \$/ha	Semilla; \$/ha	Agroquímicos; \$/ha	Sub total
barbecho	113.91	57.41			171.32
rastreo	14.18	7.15			21.330
surcado y siembra	39.43	19.87	694.98		754.29
aplicación de agroquímicos	2.00	1.01		71.91	74.920
Total					1021.850

Como se observa en la tabla 3, el beneficio económico que se obtiene al reducir el traslape en todas las labores agrícolas es notable y tomando en cuenta que el beneficio económico está ligado al número de hectáreas, el uso de la tecnología se puede justificar calculando la eficiencia del terreno que se está trabajando, haciendo una comparación con datos de temporadas pasadas.

### Omisión

Para la omisión se obtuvieron los resultados mostrados en la tabla 4. Así mismo, se consideró las variables establecidas y se logran los resultados tabla 5.

Como se aprecia en la tabla 6, el beneficio económico que se obtiene al reducir la omisión en todas las labores agrícolas se cuantifica con magnitudes negativas. El signo negativo representa un costo mayor al número de pasadas en cada labor. Dicha respuesta es poco significativa si se compara con el indicador beneficios en los rendimientos y la omisión de pasadas.

El empleo del autoguiado en el traslape genera ahorros al evitar desperdicios, y se refleja como beneficio para el productor (figura 3).

**Tabla 4. Valores de trabajo de labores realizadas.**

Labor	Aplicación	Ancho de trabajo; m		Velocidad de trabajo; km/m
		Teórico	Efectivo	
barbecho	convencional	Teórico	1.40	5.0
		Efectivo	1.55	5.0
rastreo	convencional	Teórico	3.51	7.0
		Efectivo	3.66	7.0
	con autoguiado	Teórico	3.48	7.0
		Efectivo	3.48	7.0
surcado y siembra	convencional	Teórico	1.30	5.0
		Efectivo	1.45	5.0
	con autoguiado	Teórico	1.28	5.0
		Efectivo	1.28	5.0
aplicación de agroquímicos	convencional	Teórico	12.00	5.0
		Efectivo	12.50	5.0
	con autoguiado	Teórico	11.98	5.0
		Efectivo	11.98	5.0

**Tabla 5. Ahorros obtenidos en labores realizadas.**

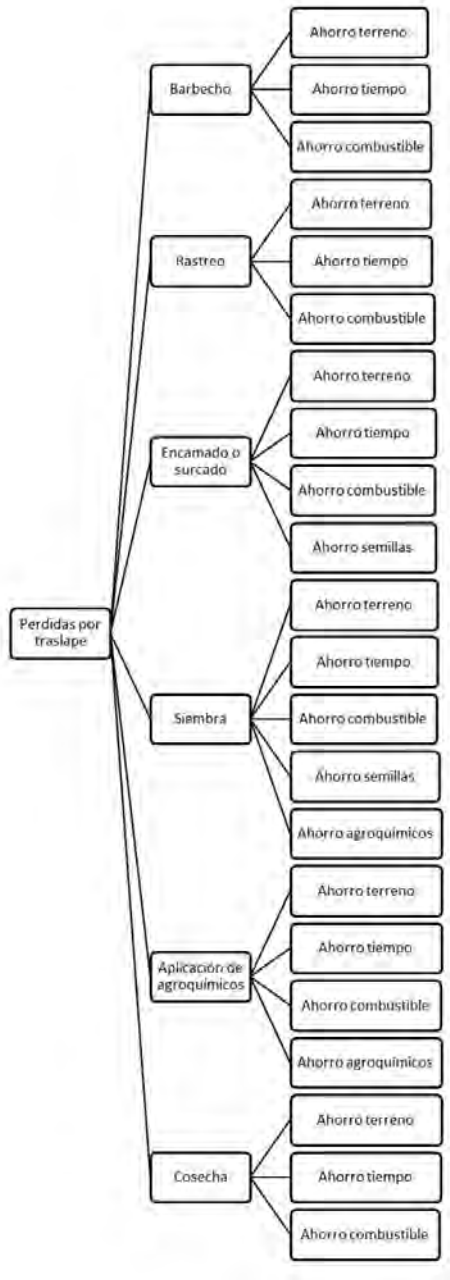
Ahorros					
Labor	Terreno; ha/h	Tiempo; h/ha	Combustible; L/ha	Semilla; kg/ha	Agroquímicos; \$/ha
barbecho	-0.085	-0.159	-1.907	0.000	0.000
rastreo	-0.126	-0.020	-0.242	0.000	0.000
surcado y siembra	-0.085	0.598	7.177	-332.031	0.000
aplicación de agroquímicos	-0.260	-0.007	-0.083	0.000	-0.043

Para el caso de la omisión, el empleo de autoguiado, genera gastos, ya que demanda mayor uso de insumos no previstos. Sin embargo, esta aparente deficiencia, al final refleja un beneficio para el productor, ya que se utiliza para generar ganancias en las labores de barbecho, rastreo, surcado o encamado, siembra, aplicación de agroquímicos, y cosecha (figura 3).

**Tabla 6. Beneficio económico en labores realizadas.**

<b>Beneficios económicos</b>					
<b>Labor</b>	<b>Tiempo; \$/ha</b>	<b>Combustible; \$/ha</b>	<b>Semilla; \$/ha</b>	<b>Agroquímicos; \$/ha</b>	<b>Sub total</b>
barbecho	-79.476	-40.06	0	0	-119.532
rastreo	-10.094	-5.09	0	0	-15.182
surcado y siembra	299.030	150.71	-644.0625	0	-214.321
aplicación de agroquímicos	-3.472	-1.75	0	-125.0083472	-130.231
Total					-479.267





**Figura 3. Comportamiento del autoguiado en traslape**

Fuente: Tesis profesional, autor: Ortiz Cabrera

## CONCLUSIONES

El uso de autoguiado en traslape genera ahorros al evitar el desperdicio de insumos, lo que al final se ve reflejado como beneficio para el productor y se puede aplicar en barbecho, rastreo, surcado o encamado, siembra, aplicación de agroquímicos, y cosecha. En omisión genera gastos al requerir más insumos, pero provoca variación en los rendimientos y al final podría generar más ganancias para el productor y recomienda aplicarse en barbecho, rastreo, surcado o encamado, siembra, aplicación de agroquímicos y cosecha.

## LITERATURA CITADA

- AGCO. (2005). *AGCO*. <http://www.fieldstar.com/agco/FieldStar/FieldStarUK/System/ADataCollection.htm>
- Álvarez Cardona, A. (2004). *Administración de maquinaria agrícola*. <http://www.bdigital.unal.edu.co/10265/>
- Baños, A., & Goenaga, T. (2020). Metodología para la evaluación económica de un proyecto de Agricultura de Precisión. *Instituto Universitario IDEA*, 40.
- Blackmore, S. (1997). *An Introduction to Precision Farming*. Silsoe College, UK.
- Bongiovanni, R., Mantovani, E. C., Best, S., & Roel, A. (2020). *AGRICULTURA DE PRECISIÓN: Integrando conocimientos para una agricultura moderna y sustentable* (PRCISUR/IICA (ed.); PROCISUR/I).
- Bragachini, M., Méndez, A., Scaramuzza, F., Vélez, J. P., & Villarroel, D. (2018). Determinación de Viabilidad Económica de la Tecnología de Dosis Variable de Insumos en Maíz. *INTA Manfredi - Proyecto Agricultura de Precisión*.
- DeBoer, J. L. (2003). Precision Farming or Convenience Agriculture. *11th Australian Agronomy Conference*, 10.
- Flores de la Riva, J. F., & Ayala Erazo, D. A. (2017). *Evaluación de la eficiencia del sistema AMS-AutoTrac de John Deere®*. Escuela Agrícola Panamericana.
- García, E., & Flego, F. (s/f). Agricultura de Precisión. *Tecnología agropecuaria*, 99–116. Recuperado el 10 de febrero de 2019, de <https://www.palermo.edu/ingenieria/downloads/pdfwebc&T8/8CyT12.pdf>
- Gil Sierra, J., & Ruiz Altisent, M. (2000). La maquinaria agrícola en el siglo XX. *Phytoma*, 121, 49–53.
- Lago González, C., Sepúlveda Peña, J. C., Barroso Abreu, R., Fernández Peña, F. Ó., Maciá Pérez, F., & Lorenzo, J. (2011). Sistema para la generación automática de mapas de rendimiento. Aplicación en la agricultura de precisión. *Idesia*, 29 (1), 59–69. <https://doi.org/10.4067/s0718-34292011000100009>

- López, R. (2006). La caravana de la tecnología. *Aerotécnica*, 53–57. [https://www.mapa.gob.es/ministerio/pags/biblioteca/revistas/pdf\\_Agrotec/Agrotec\\_2006\\_5\\_53\\_57.pdf](https://www.mapa.gob.es/ministerio/pags/biblioteca/revistas/pdf_Agrotec/Agrotec_2006_5_53_57.pdf)
- Morales Carrillo, N., Chavez Aguilera, N., & Macias Rodriguez, F. J. (1991). Universidad *Rendimiento de la maquinaria agrícola. En Selección y administración de maquinaria agrícola* (pp. 1–8). Universidad Autónoma Chapingo. México.
- Pierpaoli, E., Carli, G., Pignatti, E., & Canavari, M. (2013a). Drivers of Precision Agriculture Technologies Adoption: A Literature Review. *Procedia Technology*, 8, 61–69.
- Pierpaoli, E., Carli, G., Pignatti, E., & Canavari, M. (2013b). *Drivers of Precision Agriculture Technologies Adoption: A Literature Review. Procedia Technology*, 8(Haicta), 61–69. <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2013.11.010>
- Proietti, F. A. (2003). *Evaluación económica - financiera sobre la implementación de técnicas de agricultura de precisión.* ( p 21–31).
- Sims, B. G., & Kienzle, J. (2006). *Farm power and mechanization for small farms in sub-Saharan Africa FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION OF THE UNITED NATIONS.*
- Precision agriculture. En J. V. Stafford (Ed.), *Using RTK-based GPS guidance for planting and inverting peanuts* (pp. 357–364). Wageningen Academic Publishers. <https://doi.org/10.3920/978-90-8686-778-3>

## Capítulo IV

Jorge Flores Velázquez<sup>1</sup>, Raquel Salazar Moreno<sup>2</sup>  
y Abraham Rojano Aguilar<sup>2</sup>

# BASES CONCEPTUALES PARA IMPLANTAR SISTEMAS DE CULTIVOS EN AMBIENTES DE INTERIOR Y SU MODELACIÓN

## RESUMEN

El incremento en la población y su migración a las ciudades ha originado cambios en las técnicas de producción agrícola. A principios de siglo se acuñaron nuevos términos para describir sistemas disruptivos de producción, y algunos de ellos se han convertido en modelos en desarrollo, como el caso de fábrica de plantas y granjas verticales. El objetivo de este trabajo es describir los factores críticos en un sistema de producción tipo en agricultura urbana. La producción de cultivos en interior es un sector que a nivel mundial genera millones de dólares, no obstante, en México su desarrollo es nulo. El antecedente de esta tecnología fueron los cultivos en invernadero. México cuenta con una superficie dedicada a la producción de cultivos en invernadero de aproximadamente 50 000 ha, que es despreciable comparada con las más de 10 millones a campo abierto. Este documentado no aborda los motivos de estas discrepancias entre superficies dedicadas a producir cultivos a campo abierto, invernaderos y de interior o urbanos. Pero, a partir de este, si se pueden comparar los rendimientos y calidad de los productos entre esos sistemas de producción; así como experiencias en cultivos de interior que indican que se pueden lograr ahorros de agua de hasta el 90 % respecto a campo abierto.

**Palabras Clave:** fabrica de plantas, granjas verticales, luces ratificales, cultivo de ensaladas.

## ABSTRACT

The increase in the population and its migration to the cities has caused changes in agricultural production techniques. New terms were coined at the turn of the century to describe disruptive production systems, and some of them have become models in development, such as plant factories and vertical farms. The objective of this work was to describe the critical factors in a typical production system in urban agriculture. The production of indoor crops is a sector that worldwide

<sup>1</sup> Postgrado en Hidrociencias. Colegio de Postgraduados, Campus Montecillos. Carretera Mex-Tex Km. 36.5 Montecillos, Edo de Mex. 56234

<sup>2</sup> Universidad Autónoma Chapingo. Carretera Mex-Tex, Km 38.5 Chapingo México, 56230  
correos: rsalazarm@chapingo.mx, arojanoa@chapingo.mx

generates millions of dollars, however in Mexico its development is null. The antecedent of this technology were greenhouse crops. Mexico has an area dedicated to the production of greenhouse crops of approximately 50,000 ha, which is negligible compared to the more than 10 million in the open field. The reasons for these discrepancies between areas dedicated to producing crops in the open field, greenhouses and indoor or urban areas are not documented. But if the yields and quality of the products between these production systems can be compared, experiences in indoor crops indicate that water savings of up to 90% can be achieved compared to open fields.

**Keywords:** plant factory, vertical farm, artificial light, salad crops.

## INTRODUCCIÓN

De acuerdo con el INEGI (2023) en México hay 32.1 millones de hectáreas de uso agrícola, lo que representa menos del 20 % de la superficie del territorio nacional (196.5 millones de hectáreas), sin embargo, es el límite de superficie para uso agrícola. Con datos de la CONAGUA (2023) se registran 12 millones de hectáreas reportadas en los padrones de distritos de riego, temporal tecnificado y unidades de riego en los cuales prevalecen cultivos extensivos. Hablando específicamente del riego, este sigue siendo hasta un 94 % por gravedad, tecnificado o no, por gravedad.

Del territorio nacional 192 millones de hectáreas son área rural y 4.5 millones corresponden a centros de población, áreas federales con sus derechos de vía, carreteras, cuerpos de agua, etc. Las ciudades a pesar de ocupar solo el 2 % de la superficie en promedio consume hasta el 75 % de los recursos, eso sin considerar los residuos que genera. Del total de hectáreas en el área rural, 88.4 millones (46.1 %) corresponden a suelo con uso o vocación agropecuaria y 103.6 millones (53.9 %) a superficie sin uso o vocación agropecuaria. El Censo Agropecuario revela que, en 2022, 32.1 millones de hectáreas de superficie agrícola. con 26.1 millones de hectáreas de superficie agrícola de los cuales la agricultura extensiva concentra la mayor superficie cultivable,

Las unidades de producción agropecuaria activas contaron con 20.5 millones de superficie sembrada y 5.6 millones de hectáreas no sembradas. De estas últimas, 2.6 millones de hectáreas eran superficie en descanso. La mano de obra en actividades agropecuarias o forestales de las unidades de producción fue de 27 256 127 personas. Los problemas más comunes fueron: altos costos de insumos y servicios 82.0 %; factores climáticos 64.5 %; baja de precios 37.2 %; factores biológicos 37.0 %; pérdida de fertilidad del suelo 27.6 % y la inseguridad con 21.0 por ciento (INEGI, 2023).

La información intenta en general, mostrar el panorama del sector agrícola nacional a campo abierto, sin embargo, algunos de esos problemas pueden atenderse con técnicas de cultivos protegidos o de interior. Los factores climáticos están condicionados principalmente por la radiación. Pero la luz emitida por el sol cumple funciones básicas en el proceso de producción. Determina el balance energético de la tierra, permite la identificación de objetos y procesos en la superficie terrestre. La *vegetación* tiene una reflectividad baja en el visible, aunque con un pico en el color verde debido a la clorofila, pigmento que está en concentraciones entre 5 y 10 veces mayores que otros como el caroteno. La reflectividad es muy alta en el infrarrojo reflejado o próximo debido a la escasa

absorción de energía por parte de las plantas en esta banda (Zobayed *et al.*, 2007). En el infrarrojo medio hay una disminución especialmente importante en aquellas longitudes de onda en las que el agua de la planta absorbe la energía. Esta curva tan contrastada se debilita en el caso de la vegetación enferma en la que disminuye el infrarrojo y aumenta la reflectividad en el rojo y azul. Se observa también que la reflectividad de una planta depende de su contenido en agua. Cuando el contenido de agua aumenta disminuye la reflectividad ya que aumenta la absorción de radiación por parte del agua contenida en la planta.

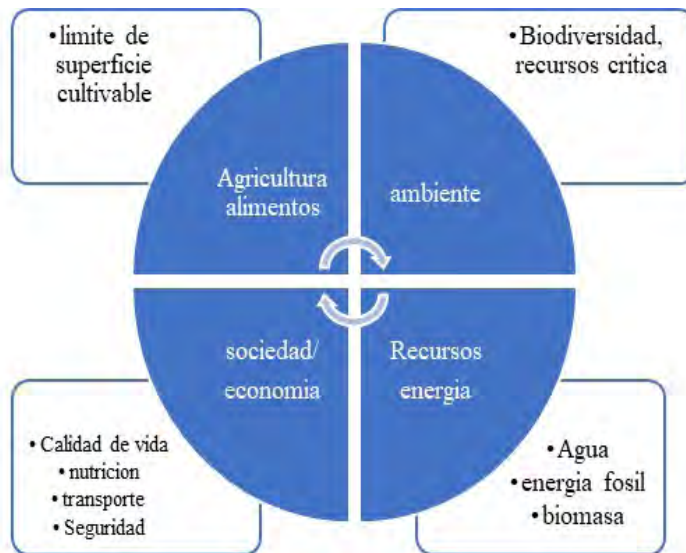
La cantidad de energía de los fotones que viajan con longitudes de onda mayores (infrarrojo cercano) es demasiado baja para ser aprovechada por la vegetación por lo que sólo se absorbe en torno al 5%, el resto se transmite (40%) o refleja (55%). Sin embargo, la energía transmitida acabará llegando a otra hoja situada por debajo, y por tanto el 55% de ese 40% se volverá a reflejar. Este proceso, repetido en diferentes capas hace que se incremente el tanto por ciento de energía reflejada por un dosel vegetal. En cuanto al infrarrojo medio, el agua presente en los tejidos vegetales absorbe la radiación en diversas longitudes de onda hasta alcanzar valores de absorbancia  $\alpha = 0.9$  que afectan incluso a las longitudes de onda vecinas de aquellas en las que se produce máxima absorción. En general cuanto menor sea el contenido de agua de una planta, mayor será su reflectividad en el infrarrojo medio.

La luz es uno de los factores ambientales que más influyen en el crecimiento y desarrollo de las plantas. La selección de fuentes de luz tiene una influencia significativa en los costos iniciales y en los costos de producción de una fábrica de plantas de interior para el cultivo de plantas, además de los efectos sobre el crecimiento y desarrollo de las plantas (Boyer, 1982). Es necesario conocer las propiedades físicas de la luz y su medida. Luego, las fuentes de luz comúnmente utilizadas en una fábrica de plantas con iluminación artificial, así como poder explicar de manera simple sus fundamentos, con el fin de diferenciar y elegir las fuentes de luz.

Desde el punto de vista de las PFAL, se hace hincapié en los diodos emisores de luz (LED), que han recibido una atención notable recientemente, y en las lámparas fluorescentes, que todavía se utilizan ampliamente en fábricas de plantas de interior para el cultivo de plantas. Los beneficios menos conocidos del uso de LED y efectos de iluminación pulsada con LED se describen brevemente junto con las referencias relevantes.

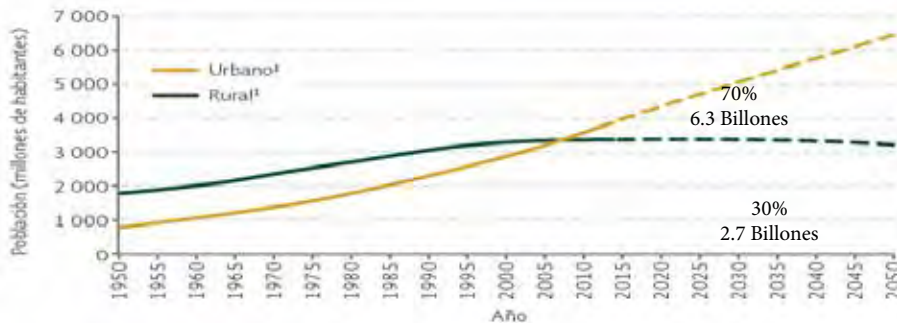
### **Sistemas cerrados para producir cultivos**

El uso de los recursos cada vez más limitados en el sector agrícola, ha evolucionado en técnicas cada vez más específicas y unificadas con el fin de lograr mayores rendimientos, con el mínimo de recursos, principalmente agua-energía-oxígeno (Figura 1).



**Figura 1. Factores implicados para implantar una Fábrica de Plantas.**

La dinámica poblacional y migración hacia las ciudades marca una tendencia difícil de cambiar, por lo que es imperativo adoptar estrategias para adaptarse a las nuevas necesidades (Figura 2). Se estima que en 2050 la población será de 9 mil millones, de los cuales el 70 % estará en zonas urbanas consumiendo el 90 % de los productos frescos que consumen mismo porcentaje de agua en sus procesos de producción (ABC sociedad, 2013, UN, 2014).



**Figura 2. Perspectivas agrícolas y población urbana y rural 1950-2050 (UN,2014).**

Las necesidades para establecer un sistema de producción agrícola a campo abierto, como normalmente se desarrolla, han quedado establecidas. Empero, si ese sistema de producción se traslada a la zona urbana, nuevos actores aparecen y un manejo disciplinado en tiempo y espacio surge como un factor más de gestión de recurso.

Han surgido nuevos conceptos que describen forma de producción peculiares, algunos ya transformados en aplicaciones, entre los más avanzados se encuentra Granjas Verticales (Despommier, 2010), Techos verdes (Sanyé *et al.*, 2015; Orsini *et al.*, 2014) y Fábrica de plantas y otros que siguen en desarrollo como la Agricultura climáticamente inteligente (Lipper *et al.*, 2014) o ZFarming Cultivo 4.0 (López *et al.*, 2019) y otros conceptos en desarrollo (Rajala *et al.*, 2021; Ezeudu *et al.*, 2021; Boulanger *et al.*, 2021; Bellezoni *et al.*, 2021).

A pesar de la variedad de especies vegetales que el ser humano puede consumir, su dieta es más bien reducida. Si bien es cierto más del 50 % de su alimentación consiste de productos derivados del maíz, trigo, arroz y frijol, puede ser que más del 20 % de su ingesta vegetal sea de características que pueda ser cultivada en espacios reducidos con lo cual se establece las micro o mini fábricas de plantas, que pueden ser consideradas caseras (H-PFAL).

Aun cuando se han desarrollado trabajos que pretenden cultivar arroz, maíz y frutales en condiciones protegidas y fábricas de plantas, el sector que se pretende complementar con este conjunto de tecnologías urbanas está destinado a hortícolas de porte bajo, medicinales y aromáticas (todas las hojas verdes). Un punto interesante por abordar entonces es contemplar esa diferenciación, como intenta mostrar la Figura 3.



**Figura 3. Elección de cultivos como antecedente para obtener cosechas en la fábrica de plantas.**

En general todo sistema de producción agrícola está invirtiendo esfuerzos en el uso eficiente de recursos, aunado a ello la maduración de las zonas urbanas considera tecnologías disruptivas en el manejo, no solo del biosistema de producción sino también en la integración de ciudades inteligentes, el reúso de residuos, sensores y biosensores etc.

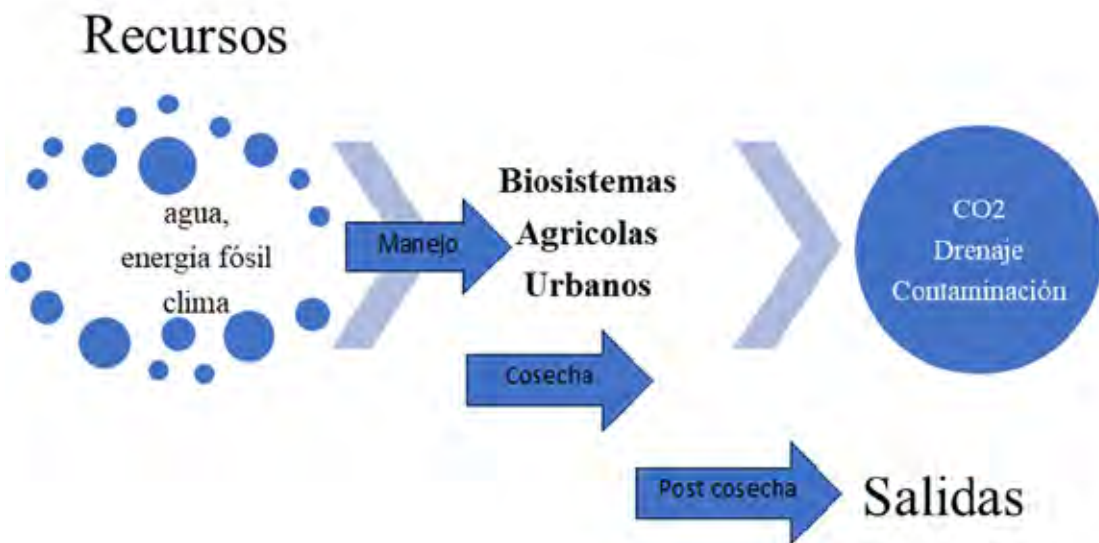


La tecnificación en cultivos de interior requiere redireccionar hacia el tipo de producto por cultivar. Con la reducción de los recursos, es necesario establecer una nueva paleta de cultivos básicos, o susceptibles de cultivar en forma disruptiva. De hecho, existen ya experiencias de arroz cultivado en fábrica de plantas.

Uno de los puntos clave en el proceso de implantación sería definir el tipo de biosistema, de exterior/interior, vertical/horizontal, en capas/líneas y con ello estar en posición de establecer necesidades. En términos generales, los requerimientos para una nueva forma de sistema de producción de plantas “Sistema de cultivo vertical en interiores - Fábrica de plantas con iluminación artificial (PFAL)” para la producción eficiente de cultivos y tratar de resolver problemas globales.

### Ventajas de la fábrica de plantas con luces artificiales (PFAL) en zonas urbanas

Existe un creciente interés por la producción de alimentos frescos en áreas urbanas, con distintos métodos para lograr una producción eficiente. En este sentido es importante considerar la entrada de recursos y la salida de residuos en áreas urbanas (Figura 4).



**Figura 4. Entradas y salidas en un proceso de producción ideal en una Comunidad Urbana**

Las PFAL (Figura 5) no son un reemplazo para los invernaderos convencionales o la producción en campo abierto, sino la creación de nuevos mercados y oportunidades de negocios. A pesar de las limitaciones de los sistemas agrícolas convencionales, pero a la par es conveniente a abordar las posibles ventajas, desventajas y una serie de desafíos de los PFAL.



**Figura 5. Producción de lechuga en una fábrica de plantas común.**

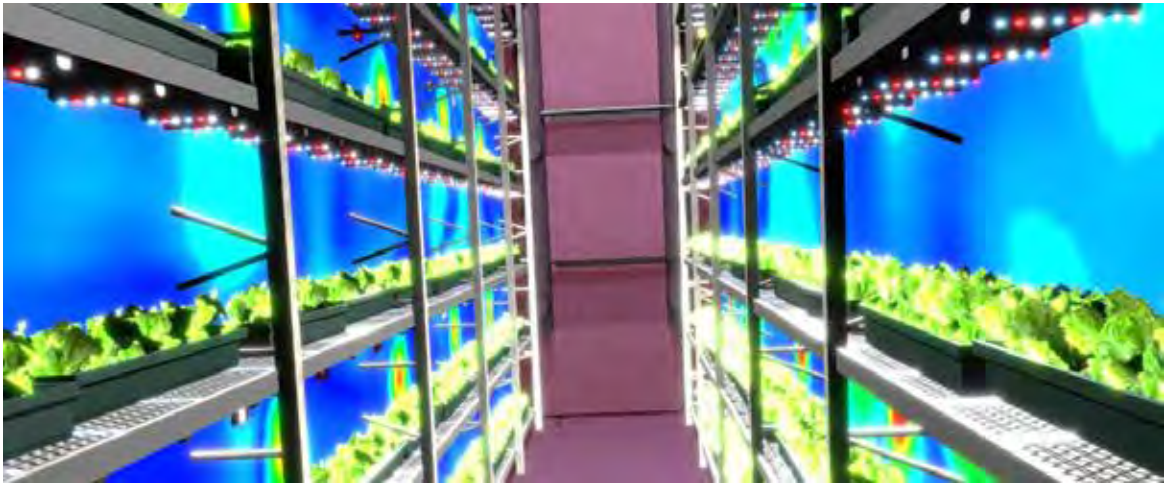
Reducir los excedentes del sector agrícola incluso se menciona en los objetivos del desarrollo. El uso de sistemas de producción urbanos permite que parte de ellos puedan ser reutilizados, ya sea en el mismo sistema o como un recurso con otro destino en los ecosistemas urbanos. Otra alternativa del biosistema fábrica de plantas y su aplicación con iluminación artificial (PFAL), es necesario atender que tipo de plantas son adecuadas y no adecuadas para PFAL.

### **PFAL negocio e investigación en el mundo y México**

Evolutivamente se reconoce el liderazgo en este tipo de tecnología fábricas de plantas con iluminación artificial (PFAL) países pioneros como Japón, Taiwán, China, América del Norte y Europa (Inglaterra y los Países Bajos), que incluyen investigación, desarrollo y negocios.

Las empresas taiwanesas y japonesas han comenzado a exportar y construir PFAL llave en mano en el extranjero. En China, un proyecto nacional sobre tecnología de producción de fábricas de plantas inteligentes fue iniciado en 2013 por científicos de universidades e institutos apoyados por el gobierno. En Corea, el mercado nacional anual del negocio PFAL tiene un valor de casi US \$ 600 millones (Chiba, 2016).

Aunado al desarrollo en agricultura protegida, actualmente herramientas similares de investigación y análisis están siendo utilizadas al sector agricultura urbana. La dinámica de fluidos computacional (CFD) se convirtió en una herramienta numérica básica en el análisis ambiental en agricultura protegida. Esta misma herramienta ha sido utilizada, por ejemplo, Plas *et al.*, 2023, simuló la ventilación en una granja vertical (Figura 6). También Naranjani *et al.*, (2022a, 2022b) analizaron el ambiente de cultivos verticales en ambientes de interior usando dinámica de fluidos computacional.



**Figura 6. Simulación numérica del ambiente de una fábrica de plantas en capas (Evenio, 2020).**

Mientras tanto, en EE. UU. y Canadá, se han establecido instalaciones comerciales a gran escala para producir productos farmacéuticos de proteínas y verduras de hoja verde. En los Países Bajos, se construyeron dos PFAL relativamente grandes en 2014 y 2015 para I + D por parte de empresas privadas, con el objetivo de comercializar PFAL a gran escala.

Para mejorar la eficiencia en el uso de los recursos de una “fábrica de plantas con iluminación artificial” (PFAL), es importante comprender las características de los componentes principales de PFAL. Los principales recursos de entrada para el PFAL son luz, agua, CO<sub>2</sub> y electricidad y nutrientes inorgánicos (fertilizantes). La eficiencia de uso de recursos (RUE) para cada componente tiene que ver con el concepto de un sistema de producción de planta cerrada (CPPS) para mejorar RUE.

Las características de la PFAL se comparan con las de un invernadero, principalmente desde el punto de vista de RUE. Se muestra que las eficiencias de uso de agua, CO<sub>2</sub> y energía lumínica son considerablemente más altas en el PFAL que en un invernadero. Por otro lado, hay mucho margen de mejora en las eficiencias de uso de energía eléctrica y luz de la PFAL. Los requerimientos básicos para un sistema biológico pueden resumirse en grupos y pueden variar depende si son de interior o exterior, por ejemplo:

1. Par cultivos de interior requiere una barrera hermética térmicamente insolada, va a requerir luces artificiales y sistemas de ventilación artificial
2. De interior y exterior requiere dióxido de carbono en ambiente y en agua, agua y nutrientes, ambos pueden ir juntos y el control ambiental (Figura 7)

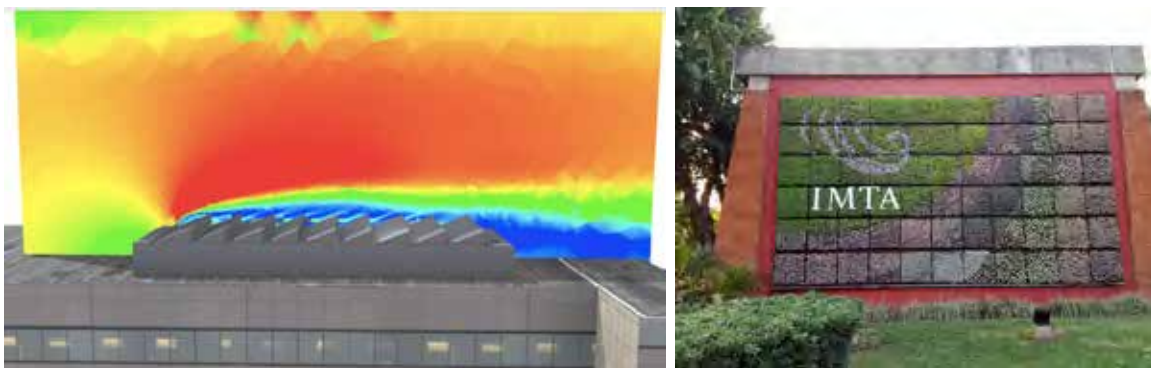


**Figura 7. Sistema horizontal en ambiente controlado.**

### **Producción de plantas en azoteas y muros (Rooftop y greenwall) Sistema urbanos**

La popularidad de la agricultura urbana y los techos verdes está aumentando en ciudades de todo el mundo que reconocen los beneficios multifacéticos para la comunidad local. Los sistemas de producción de plantas en la azotea (RPP, por sus siglas en inglés) se pueden usar para cultivar plantas ornamentales o cultivos alimentarios utilizando lechos elevados, cultivos en hileras o invernaderos hidropónicos. Los sistemas RPP maximizan el área de cultivo de la fábrica de plantas con iluminación artificial (PFAL).

Normalmente los sistemas de producción actuales están siendo explotados a nivel comercial en la producción de alimentos. No obstante, pueden también usarse en temas de control ambiental, por ejemplo: el uso de plantas C4 para la producción de oxígeno y consumo de dióxido de carbono, también contribuyen en la estabilización térmica, decantación de sólidos disueltos, evita islas de calor, entre otras. Un ejemplo de este biosistema se muestra en la Figura 8.



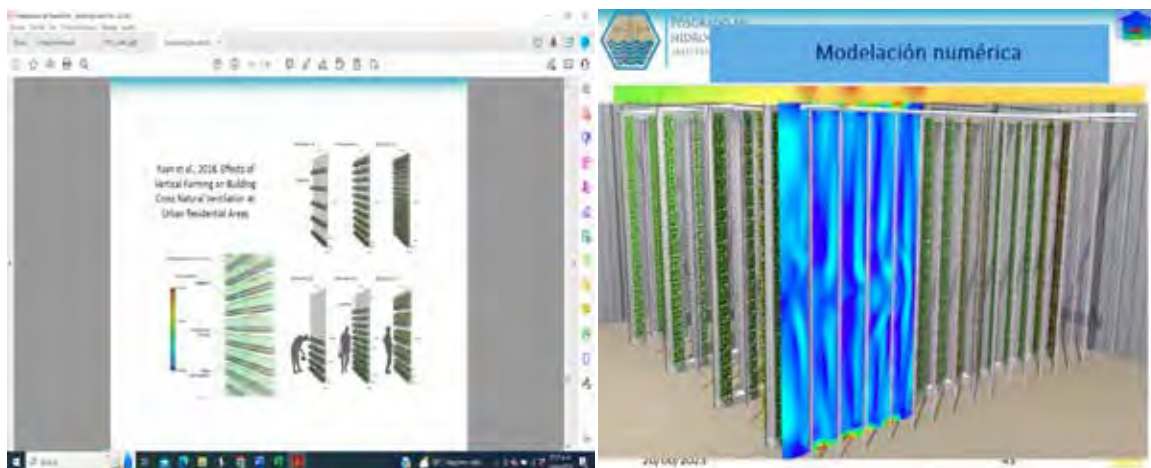
**Figura 8. Simulación numérica de un invernadero integrado en la azotea (i-RTG) Evenio, 2020) y Muro verde para control térmico.**

El RPP se puede usar para cultivar cultivos que requieren mayores intensidades de luz y alturas mayores que las plantas que tradicionalmente se cultivan en PFAL. Además, las plántulas iniciadas en un PFAL pueden transferirse al techo y cultivarse con RPP.

### **Fábrica de plantas casera (H-PFAL) en zonas urbanas**

Cuando los residentes que viven en áreas urbanas con pocas posibilidades de cultivar plantas al aire libre, una fábrica de plantas casera puede solucionar su problema de espacio y disfrutar de la agricultura en interiores utilizando una fábrica de plantas domésticas con luz artificial (PFAL) o H-PFAL. Una H-PFAL también funciona en restaurantes, cafés, centros comerciales, escuelas, centros comunitarios, hospitales, etc. La idea es satisfacer Consumo local de alimentos adicionales y elevar calidad de vida, salud, ecología y medio ambiente.

Los beneficios ambientales de RPP pueden ser un gran activo para la sostenibilidad y la eficiencia en el uso de recursos (RUE) de la PFAL, al tiempo que proporcionan mejoras netas positivas a la comunidad local y el paisaje urbano al aumentar la conciencia agrícola, impulsar la economía local y mitigar las aguas pluviales, y reduciendo el efecto isla de calor. Algunos desarrollos han sido analizados numéricamente para observar la calidad del ambiente en estas condiciones. Zhang & Kacira (2022) llevaron a cabo un Proyecto para analizar la uniformidad del clima en una fábrica de cultivos de gran escala en interior usando CFD, mostrando la utilidad de la herramienta. Kang & van Hooff (2022) llevaron a cabo un análisis CFD para evaluar el sistema de distribución de aire en una granja vertical en multicapas, lo cual impacta en la distribución tanto de las luces artificiales como de la temperatura y humedad. Encontraron que mientras mayor sea la distancia la remoción de humedad puede reducirse hasta un 40 %. La Figura 9 muestra Simulación del ambiente del invernadero para control automatizado (Evenio, 2018).



**Figura. 9 Simulación numérica de una granja vertical**  
(Yuan *et al.*, 2018; Evenio, 2020).

## Elección de las plantas y su fisiología: efecto del medio ambiente

La comprensión adecuada de la naturaleza y las relaciones entre los factores ambientales en una fábrica de plantas con iluminación artificial (PFAL) es esencial para controlar y mantener los niveles óptimos de los factores ambientales para lograr el máximo potencial de producción de la planta. Es conveniente conocer factores ambientales y su medición, tales como: temperatura, humedad, concentración de CO<sub>2</sub>, velocidad de viento y tasa de ventilación con respecto al PFAL. La Figura 10 muestra una granja vertical con subsistemas de producción hortícola.



Figura 10. Principios básicos de la fábrica de plantas en zonas urbanas.

Además, se requiere entender los conceptos básicos de balance de energía, radiación, conducción de calor y convección. Además, el concepto y el uso del cuadro psicrométrico se presentan y discuten por sus importantes funciones en la comprensión del control ambiental de los PFAL.

### Fotosíntesis y respiración

El rendimiento de los cultivos está determinado por el crecimiento de la planta y más del 90% de la biomasa de los cultivos se deriva de productos fotosintéticos. Por lo tanto, la fotosíntesis es el proceso básico que subyace al crecimiento de las plantas y la producción de alimentos.

La respiración es también una vía metabólica que produce energía química para satisfacer las demandas de energía y crecimiento de la célula. Por lo tanto, el crecimiento de las plantas está estrechamente relacionado con la fotosíntesis y la respiración. No hay crecimiento sin fotosíntesis y respiración. Por lo tanto, una comprensión de los procesos fisiológicos de la fotosíntesis y la respiración es necesaria para una comprensión básica de maximizar el rendimiento del cultivo (Zobayed *et al.*, 2007).

La tasa de crecimiento de las plantas no se determina simplemente por las tasas de fotosíntesis y respiración en el nivel de una sola hoja, sino que están determinadas por las tasas de fotosíntesis y la respiración a nivel del dosel. Ciclo de Krebs y de Calvin son parte de las reacciones básicas de la fotosíntesis y la respiración en el nivel de una sola hoja, así como el nivel de dosel.

La comprensión de los factores ambientales que afectan a diversos aspectos del crecimiento y desarrollo de la planta es crucial en el diseño y operación de las plantas. Punto básico es definir el crecimiento vegetativo (brotes y crecimiento de la raíz) y luego analizar los factores ambientales abióticos típicos (temperatura, intensidad de la luz, calidad de la luz, fotoperíodo, humedad, concentración de dióxido de carbono, velocidad de la corriente de aire y el ambiente de la zona de raíces y nutrientes) Crecimiento y desarrollo de las plantas (de Abreu and Mazzafera, 2005).

### Nutrición y nutrientes como consumo en sistema de cultivos con/sin suelo

En un cultivo sin suelo, todos los nutrientes se suministran a las plantas mediante una solución nutritiva suficiente para satisfacer las demandas de las plantas. La composición de la solución significa la concentración de cada ion nutriente en la solución. Se han diseñado muchos tipos de composición; la composición debe elegirse según el tipo de planta, la etapa de crecimiento, la calidad objetivo del producto, (Figura 11).

Sin embargo, la única diferencia es la proporción de cada ion y la concentración. En un cultivo sin suelo, un ligero cambio en el manejo de nutrientes puede influir enormemente en el crecimiento de las plantas y en la calidad del producto. Por lo tanto, una comprensión adecuada de la solución nutritiva es esencial para el cultivo exitoso de plantas incluso en ambientes artificiales.

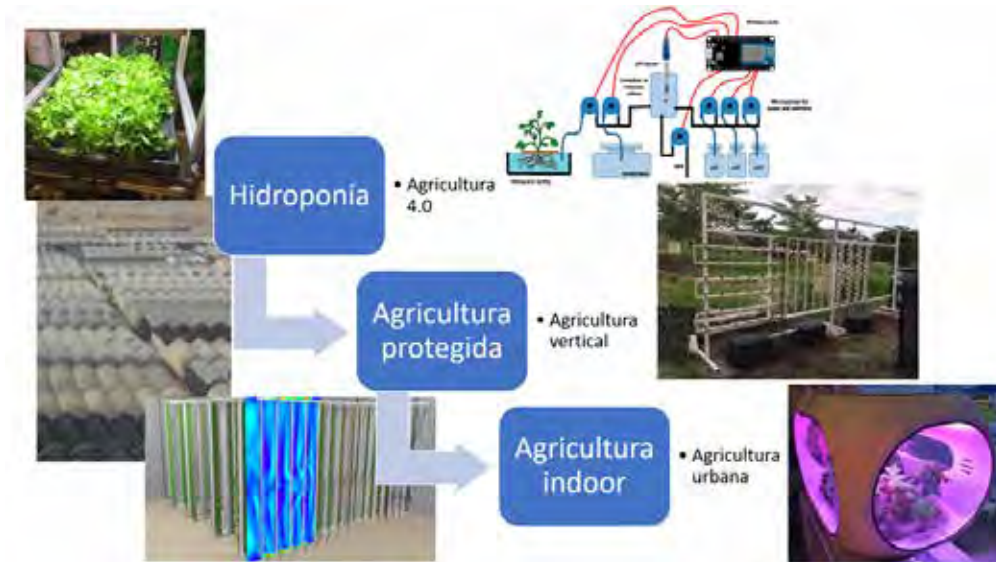


Figura 11. Sistemas para nutrir plantas en sistemas verticales tanto de exterior como de interior.

## Comentarios finales

En cultivos de interior, factores críticos en el sistema de producción exigen su diseño y seguimiento; además de los requerimientos hídricos, nutricionales y medioambientales, se integran la luz artificial, el uso de la energía, el diseño espacial, el dióxido de carbono, control climático y manejo agronómico. Factores donde el uso de modelos, específicamente Dinámica de fluidos computacional, se convierta en una robusta herramienta de simulación para el análisis de procesos físicos que interactúan con el desarrollo de un cultivo durante su ciclo de producción.

Desde el punto de vista energético se pueden mencionar tres aspectos básicos en relación a la producción de cultivos; el **primero** es estrictamente la energía (potencia Watts-W m<sup>-2</sup>) para accionar motor/bomba para subsistemas como el riego, oxigenación y control ambiental. El **segundo** es la intensidad de la luz para la fotosíntesis y el **tercero** la calidad de esta para el mismo fin, lo cual estará condicionado por el tipo de planta, ya que en función del tipo de clorofila serán sus requerimientos de luces artificiales. Adicionalmente se puede incluir el fotoperiodo, el cual puede ser integrado también en el manejo del cultivo.

El espacio en interior es un factor en ocasiones limitante. Dos factores hay que considerar, el tamaño de la planta que se va a cultivar (lechuga, albahaca, fresa, etc.) y su densidad, lo cual está definido por sus requerimientos. En el espacio se puede incluir también, la colocación de los subsistemas (motor, sensores, etc.) y la recolección de exesos.

Finalmente, se pueden englobar en condiciones medioambientales la oxigenación del agua (solución nutritiva), el dióxido de carbono ambiental, control de temperatura y humedad (Déficit de presión de vapor). Y el manejo, que toma en cuenta la interacción de procesos en el interior, ocasionalmente para este se auxilia de sistemas de monitoreo y control basado en dispositivos móviles, internet de las cosas, sensores inteligentes, la web de las cosas.

## LITERATURA CITADA

- Chiba. 2016. An Indoor Vertical Farming System for Efficient Quality Food Production. 2016, Pages 213-221. Japan Plant Factory Association, c/o Center for Environment, Health and Field Sciences, Chiba University, Kashiwa, Chiba, Japan.
- Bellezoni, R. A., Meng, F., He, P., & Seto, K. C. (2021). Understanding and conceptualizing how urban green and blue infrastructure affects the food, water, and energy nexus: A synthesis of the literature. <https://dx.doi.org/10.1016/j.jclepro.2021.125825>
- Boulanger, P., Boysen-Urban, K., & Philippidis, G. (2021). European Union Agricultural Support ‘Coupling’ in Simulation Modelling: Measuring the Sustainability Impacts. Sustainability, 13(6), 3264. <https://doi.org/10.3390/su13063264>
- Boyer, J.S. (1982) **Plant Productivity and Environment**. Science, 218, 443-448. <http://dx.doi.org/10.1126/science.218.4571.443>.



- Despommier, D. (2010). *The vertical farm: feeding the world in the 21st century*. Macmillan. ISBN: 9781429946049 de **Abreu N., and Mazzafera P. 2005**. *Plant Physiology and Biochemistry* 43 (2005) 241–248.
- Ezeudu, O. B., Oraelosi, T. C., Agunwamba, J. C., & Ugochukwu, U. C. (2021). Co-production in solid waste management: analyses of emerging cases and implications for circular economy in Nigeria. *Environmental Science and Pollution Research*, 1-13. <https://doi.org/10.1007/s11356-021-14471-8>
- Kang, L., & van Hooff, T. (2022, August). Numerical evaluation of an air distribution system in a generic multi-layer vertical farm: impact of air supply location. In *XXXI International Horticultural Congress (IHC2022): International Symposium on Advances in Vertical Farming 1369* (pp. 57-64).
- López, A., Aguilar, M., Vélez, J. S., Pineda, E. F., & Ordoñez, G. A. (2019, December). Design of a vegetable production model: Z-farming. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1418, No. 1, p. 012013). IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1418/1/012013>
- Lipper, L., Thornton, P., Campbell, B. M., Baedeker, T., Braimoh, A., Bwalya, M., ... & Torquebiau, E. F. (2014). Climate-smart agriculture for food security. *Nature climate change*, 4(12), 1068-1072. <https://doi.org/10.1038/nclimate2437>
- Naranjani, B., Najafianashrafi, Z., Pascual, C., Agulto, I., & Chuang, P. Y. A. (2022a). Computational analysis of the environment in an indoor vertical farming system. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 186, 122460.
- Natarajan, G., Zaid, M., Konka, H., Srinivasan, R., Ramanathan, S. S., Ahmed, T., & Chowdhury, H. (2022b). Modeling of air distribution inside a shipping container plant factory using computational fluid dynamics (CFD). In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2681, No. 1). AIP Publishing.
- Orsini, F., Gasperi, D., Marchetti, L., Piovene, C., Draghetti, S., Ramazzotti, S., ... & Gianquinto, G. (2014). Exploring the production capacity of rooftop gardens (RTGs) in urban agriculture: the potential impact on food and nutrition security, biodiversity and other ecosystem services in the city of Bologna. *Food Security*, 6(6), 781-792. <https://doi.org/10.1007/s12571-014-0389-6>
- Plas, W., Demeester, T., Coussement, J. R., Steppe, K., & De Paepe, M. 2023. Using a Full Plant Model to Simulate Different Ventilation Strategies in a Vertical Farm Using CFD. *Available at SSRN 4367156*.
- Rajala, E., Vogel, I., Sundin, A., Kongmanila, D., Nassuna-Musoke, M. G., Musundire, R., ... & Boqvist, S. (2021). How can agricultural research translation projects targeting smallholder production systems be strengthened by using Theory of Change?. *Global Food Security*, 28, 100475. <https://doi.org/10.1016/j.gfs.2020.100475>

- Sanyé-Mengual, E., Cerón-Palma, I., Oliver-Solà, J., Montero, J. I., & Rieradevall, J. (2015). Integrating horticulture into cities: A guide for assessing the implementation potential of Rooftop Greenhouses (RTGs) in industrial and logistics parks. *Journal of Urban Technology*, 22(1), 87-111. <https://doi.org/10.1080/10630732.2014.942095>
- UN departamento de economía y asuntos sociales, división población. Perspectivas de la urbanización mundial. 2014
- Yuan C., Shan R., Sukma Adelia A., Tablada A., Kit Lau S., Siu-Yu Lau S. 2019. Effects of vertical farming on natural ventilation of residential buildings. *Energy and Buildings*. 185, 316-325. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2018.12.028>
- Zhang, Y., & Kacira, M. (2022). Analysis of climate uniformity in indoor plant factory system with computational fluid dynamics (CFD). *Biosystems Engineering*, 220, 73-86.
- Zobayed S.M.A., Afreen F., Kozai T. 2007. Phytochemical and physiological changes in the leaves of St. John's wort plants under a water stress condition. *Environ. Exp. Bot.* 59: 109–116.
- PFAL Business and R&D in the World: Current Status and Perspectives  
<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-801775-3.00003-2> Get rights and content
- ABC Sociedad. La población mundial crecerá hasta los 9.600 millones de personas en 2.050, 15/06/2013, ABC.  
<http://www.abc.es/sociedad/20130614/abci-poblacion-mundial-crecera-201306141214.html>
- Hacia un futuro con seguridad hídrica y alimentaria (*Towards a water and food secure future*), FAO, 2015  
<http://www.fao.org/documents/card/en/c/eb978434-dac0-4cd0-bcb3-f1f6f01773f9/>

## Capítulo V

Guillermo Becerra Córdoba<sup>1</sup>

# UN SISTEMA QUE SIMULA COLISIONES EN DOS DIMENSIONES ENTRE DOS CUERPOS

### RESUMEN

En los cursos de Mecánica se estudia la Cantidad de Movimiento y su conservación. Dentro de este tema se encuentran las colisiones en dos dimensiones y el concepto de coeficiente de restitución. En el presente trabajo se muestra el uso de un sistema que simula colisiones en dos dimensiones entre dos cuerpos. Las simulaciones consisten en mostrar cómo dos cuerpos chocan dadas sus masas, las velocidades con las que se moverán y el coeficiente de restitución entre ambos cuerpos. Para ello se introduce, a través de barras de desplazamiento, las masas de los cuerpos y la velocidad o la dirección final con la que se va a mover uno de los dos cuerpos. Las simulaciones tratan de mostrar cómo las masas y la velocidad o la dirección final de uno de los cuerpos influyen en el resultado de la colisión. No es lo mismo una colisión cuando las masas de los cuerpos son iguales que cuando son diferentes. De igual forma, influye la velocidad o la dirección final con la que se moverá uno de los cuerpos después de la colisión. Estas simulaciones sólo tratan de colisiones perfectamente elásticas. De esta forma, el sistema puede simular diversos tipos de situaciones al variar las masas y la velocidad o dirección final de uno de los cuerpos. Este trabajo no considera colisiones perfectamente inelásticas. Finalmente, las simulaciones hacen posible que el usuario pueda observar cada una de estas situaciones, creando con ello un lenguaje visual.

**Palabras clave:** cantidad de movimiento, colisiones en dos dimensiones, coeficiente de restitución.

### ABSTRACT

In Mechanics courses, the Quantity of Movement and its conservation are studied. Within this topic are collisions in two dimensions and the concept of coefficient of restitution. In the present work the use of a system that simulates collisions in two dimensions between two bodies is shown. The simulations consist of showing how two bodies collide given their masses, the speeds with which

<sup>1</sup> Doctor en Ciencias en Educación Agrícola Superior; Universidad Autónoma Chapingo, Dpto. de Preparatoria Agrícola, Área de Física; e-mail: gbecerrac@chapingo.mx

they will move and the coefficient of restitution between both bodies. To do this, the masses of the bodies and the speed or the final direction with which one of the two bodies is going to move is entered through scroll bars. The simulations try to show how the masses and the final speed or direction of one of the bodies influence the outcome of the collision. A collision is not the same when the masses of the bodies are the same as when they are different. In the same way, the speed or the final direction with which one of the bodies will move after the collision influences. These simulations only deal with perfectly elastic collisions. In this way, the system can simulate various types of situations by varying the masses and the final speed or direction of one of the bodies. This work does not consider perfectly inelastic collisions. Finally, the simulations make it possible for the user to observe each of these situations, thereby creating a visual language.

**Keywords:** amount of movement, collisions in two dimensions, coefficient of restitution.

## INTRODUCCIÓN

El producto de la masa que tiene un cuerpo por la velocidad con la que se mueve, se le conoce como cantidad de movimiento o ímpetu. Matemáticamente se tiene (Bueche, 2015, 74):

$$p = m v \quad (1)$$

Donde  $p$  es la cantidad de movimiento,  $m$  es la masa del cuerpo y  $v$  es la velocidad con la que se mueve el cuerpo. La cantidad de movimiento es una magnitud vectorial porque es el producto de una magnitud escalar (la masa) por una cantidad vectorial (la velocidad). En consecuencia, para que la cantidad de movimiento sea completamente especificada debe ser representada por su magnitud y su dirección. Esta expresión nos indica que mientras más grande sea la masa y/o la velocidad de un objeto, su cantidad de movimiento es mayor. O si la masa y la velocidad del cuerpo es pequeña, entonces su cantidad de movimiento también debe ser pequeño. Es por eso por lo que un objeto con masa muy grande como un camión, es muy difícil de detener a pesar de que tenga una velocidad relativamente pequeña. La unidad del momento lineal en el Sistema Internacional es kilogramo por metro entre segundo. La dirección de la cantidad de movimiento de un cuerpo coincide con la dirección de la velocidad del cuerpo. Debido a que la masa siempre es positiva, no cambia la dirección de la cantidad de movimiento y de la velocidad del cuerpo; ambas direcciones son iguales.

Una fuerza  $F$  que actúa durante un tiempo  $t$  sobre un cuerpo le proporciona un impulso, dado por (Resnick, 2002, 198):

$$I = F t \quad (2)$$

la unidad del Impulso en el Sistema Internacional es Newton por segundo.

Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo se produce un cambio en la cantidad de movimiento. Así, el impulso aplicado a un cuerpo es igual al cambio de la cantidad de movimiento, es decir (Serway, 2014, 120):

$$I = F t = \Delta p \quad (3)$$

Donde  $\Delta p$  es el cambio en la cantidad de movimiento,  $F$  es la fuerza que se aplica al cuerpo,  $t$  es el tiempo en el cual se aplica la fuerza e  $I$  es el impulso. El cambio en la cantidad de movimiento puede ocurrir debido al cambio de la masa, de la velocidad o de ambas. Si la masa permanece constante, entonces debe ocurrir un cambio de velocidad si la cantidad de movimiento cambia. Si el cambio en la cantidad de movimiento es constante, entonces para un determinado intervalo de tiempo, el producto de la fuerza por el tiempo también sería constante. Esto es un caso particular en el cual la fuerza aplicada es constante. En general, la fuerza puede variar y, en ese caso, el cambio en la cantidad de movimiento no sería constante. De esta forma, el impulso depende del producto de la fuerza que se le aplique a un cuerpo multiplicado por el tiempo en que se aplique. El impulso será más grande si aplicamos la misma fuerza durante un tiempo más prolongado. O el impulso será más pequeño si aplicamos la misma fuerza en un tiempo muy corto. Tanto la fuerza como el tiempo son importantes para cambiar el impulso de un cuerpo. Se puede tener el mismo impulso aplicando una fuerza grande en un tiempo muy pequeño o aplicando una fuerza pequeña en un tiempo muy grande. Cuando la fuerza es muy grande, como el golpe de un martillo, un bastón de golf, un bate, etc., se ha observado que el cuerpo puede llegar a deformarse, ya sea permanente o temporalmente. En el caso en que la fuerza sea muy pequeña, el tiempo en que se aplique debe ser muy grande para producir el mismo impulso. Así, si queremos detener el movimiento de un objeto sería conveniente utilizar una fuerza muy pequeña en un tiempo muy grande, ya que, al utilizar una fuerza muy grande en un tiempo muy pequeño, se tendría la posibilidad de que el cuerpo se deforme o nos duela más el golpe que experimentamos si tratamos de detenerlo con alguna parte de nuestro cuerpo. Esto puede suceder cuando un automóvil choca con un muro, un árbol o cualquier obstáculo que sea sólido. Las consecuencias pueden ser fatales cuando la fuerza que se aplica es grande en un tiempo muy corto.

En cambio, si utilizamos arena, paja o cualquier material que haga que la fuerza que se aplique sea pequeña en un tiempo relativamente largo, hará que el objeto se detenga con poca posibilidad de que se deforme, incluso permanentemente como sucede con los automóviles. Por eso es conveniente que los autos se fabriquen con material que pueda ser fácilmente deformable para que la fuerza con la que llegue a chocar un auto contra un material sólido se disminuya en un tiempo más grande en comparación con la fuerza que se aplica cuando el auto no tiene material fácilmente deformable. Mucha gente cuestionaba los autos que eran construidos con partes que no fueran de metal, pero después se dieron cuenta que convenía más ya que en un accidente el impacto se amortiguaba más porque sus piezas no eran tan sólidas. El problema ahora es que la deformación que sufren los autos hace que la gente quede atrapada dentro de ellos. Pero eso es otro problema. Lo mismo sucede cuando caemos en un piso sólido después de haber saltado desde una determinada altura. Lo más conveniente es flexionar las piernas para que la fuerza con que caigamos sea en un tiempo más prolongado, evitando así que la fuerza sea grande.

En conclusión, se pueden tener iguales impulsos, pero en algunas ocasiones la fuerza con la que se aplica el impulso debe ser grande, ocasionando que el tiempo en que se aplique la fuerza sea muy corto. Mientras más corto sea el tiempo en el que se aplique la fuerza, mayor será la fuerza que se aplique, para un impulso dado. Los golpes que se dan ya sean con martillos o con cualquier tipo de

instrumentos, harán que se aplique una fuerza muy grande en un tiempo relativamente corto. Por eso tenemos que evitar que nos pegue el martillo a la hora que estamos clavando. Para evitar un poco ese efecto, es recomendable que se usen guantes para aumentar el tiempo en que nos golpee el martillo. En otras ocasiones es recomendable que el tiempo que tarda en actuar una fuerza sea relativamente grande, para evitar que nos afecte. Esto se podría aplicar a los casos en que atrapamos una pelota dura, como una pelota de béisbol o algo similar. Para aumentar el tiempo que tarde la fuerza en actuar, se debe mover la mano en dirección del movimiento de la pelota. Lo mismo sucede si queremos evitar que nos afecte el golpe producido por un objeto. Es conveniente movernos en la dirección en la que se mueve el objeto para prolongar el tiempo que tarda en actuar la fuerza (Hewitt, 2007, 98).

De la ecuación 2 concluimos que el impulso produce un cambio en cantidad de movimiento, es decir (Resnick, 2002, 199):

$$I = F t = \Delta p = m (v - v_0) \quad (4)$$

Cuando un cuerpo experimenta un impulso, la ecuación 4 afirma que ha actuado una fuerza sobre el cuerpo para que pueda cambiar su cantidad de movimiento. Una fuerza es consecuencia de la interacción con otros cuerpos. Así, por la tercera ley de Newton, las fuerzas que actúan sobre un cuerpo también las experimentan los cuerpos que las provocan. La cantidad de movimiento de un sistema de cuerpos en los que no existe una fuerza externa que influya, se mantiene constante. De esta forma, el cambio en la cantidad de movimiento de un cuerpo es igual al cambio en la cantidad de movimiento del resto de los cuerpos que componen el sistema, siempre y cuando el sistema no reciba influencia de fuerzas externas. Cuando un sistema se encuentra aislado, la cantidad de movimiento se mantiene constante porque no hay fuerzas externas. En el caso en que el sistema estuviera influido por una fuerza, su cantidad de movimiento cambiaría. En consecuencia, podemos afirmar que (Beltrán, 1990, 80):

**“Si sobre un sistema no se ejerce fuerza neta, la cantidad de movimiento no cambia”**

De esta forma, la cantidad de movimiento de los cuerpos que interactúan en un sistema aislado permanece constante. Esto nos indica que la cantidad de movimiento de cada una de las partículas que constituyen un sistema aislado puede cambiar, pero la suma de la cantidad de movimiento de todas las partículas permanece constante. Así, la cantidad de movimiento que posee un sistema de cuerpos o partículas antes de su interacción es igual a la cantidad de movimiento después de su interacción. Cuando la cantidad de movimiento no cambia, decimos que se conserva. Por lo que la cantidad de movimiento de un sistema se conserva cuando sobre el sistema no actúan fuerzas. A este hecho se le conoce como ley de conservación de la cantidad de movimiento. Como consecuencia de esto podemos afirmar que, en la colisión entre partículas o cuerpos, en la desintegración radiactiva o en una explosión, la cantidad de movimiento se mantiene constante, siempre y cuando no haya fuerzas externas.

Para dos cuerpos que interactúan, el cambio en la cantidad de movimiento de uno de ellos es igual a menos el cambio de la cantidad de movimiento del otro cuerpo. Matemáticamente se tiene:

$$\Delta p_1 = -\Delta p_2 \quad (5)$$

Sustituyendo en la definición de cantidad de movimiento, se obtiene:

$$m_1 v_1 - m v_{0_1} = -(m_2 v_2 - m v_{0_2}) \quad (6)$$

Reordenando términos:

$$m v_{0_1} + m v_{0_2} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (7)$$

Esta expresión nos indica que la suma de la cantidad de movimiento de ambos cuerpos permanece constante, si no hay fuerzas externas que influyan en ellos. Este resultado se aplica a cualquier número de cuerpos (Tipler, 2010, 150).

Si consideramos la caída de un cuerpo, el cuerpo en sí mismo no estaría aislado y, en consecuencia, su cantidad de movimiento cambiaría. Cambiaría porque estaría expuesto a una fuerza externa como el peso. Pero si consideramos como sistema al formado por el cuerpo y la Tierra, la cantidad de movimiento del sistema permanecería constante. El problema es que el cambio en la cantidad de movimiento de la Tierra no se percibe por su gran masa. Pero teóricamente debe cambiar, independientemente de que se perciba o no. Sin embargo, si ponemos a interactuar a dos cuerpos que tengan masas muy similares, el cambio en la cantidad de movimiento se percibiría fácilmente. Por ejemplo, supongamos que una bola de billar choca con una pelota de esponja. Como la masa de la bola de billar es muy grande en comparación de la masa de la pelota de esponja, después del choque la bola de billar casi mantendría su movimiento en la misma dirección con la que se movía antes del choque. En cambio, la pelota de esponja comenzaría a moverse en la misma dirección con la que se movía la bola de billar. Si ahora la pelota de esponja es la que se mueve y la bola de billar se encuentra en reposo, al chocar la pelota de esponja veremos que rebotaría y que la bola de billar se movería muy poco, en la misma dirección en la que se movía la pelota de esponja antes de la colisión. Si las masas de ambas pelotas son iguales, al impactar una de ellas sobre la otra veríamos que la que se encuentra en reposo se movería con la misma velocidad con la que se movía la bola que impactó y que la bola que impactó se quedaría en reposo después de la colisión. En todos estos casos la cantidad de movimiento de cada uno de los cuerpos cambia, pero la cantidad de movimiento del sistema permanece constante. Esto es considerando que los cuerpos giran sin fricción porque, si consideramos que influye la fricción, entonces la cantidad de movimiento no se mantendría constante debido a la presencia de una fuerza externa (Hewitt, 2007, 105).

Los ejemplos de colisiones que hemos analizado anteriormente son ejemplos de colisiones que se consideran elásticas porque la deformación que sufren no es permanente y esta deformación no genera una pérdida de energía. En estas condiciones se dice que la colisión es elástica.

Cuando un cuerpo se deforma permanentemente o genera calor en una colisión, se dice que la colisión es inelástica. De igual forma, cuando dos o más objetos en una colisión quedan unidos, decimos que la colisión es inelástica. Es muy común encontrar colisiones inelásticas. Por ejemplo, cuando aventamos un papel mojado hacia el techo o el piso, vemos que se queda pegado. En este

caso se dice que la colisión es inelástica. De igual forma sucede cuando dos autos quedan unidos después de un choque. También sucede cuando una persona atrapa una pelota. También son ejemplos de colisiones inelásticas cuando dejamos caer al piso una pelota de esponja. Vemos que rebotaría un número finito de veces hasta que deja de botar. Estas colisiones son inelásticas porque, a pesar de que no se deforma permanentemente la pelota, se generaría calor en cada rebote y esto, teóricamente, aumentaría su temperatura. A pesar de que existan colisiones inelásticas, la cantidad de movimiento se conservaría. Por ejemplo, se ha visto que cuando un cuerpo colisiona con otro que se encuentra en reposo y queda unido después de la colisión, la velocidad del cuerpo que lleva ahora el cuerpo que se movía, es menor ya que se encuentra unido al cuerpo que se encontraba en reposo. Esa unión hace que la velocidad del cuerpo que se movía disminuyera. Al hacer cálculos de la suma de la cantidad de movimiento de los cuerpos antes y después de la colisión, vemos que son iguales. Es decir, la cantidad de movimiento de un sistema en la que existen colisiones inelásticas, también se conserva.

Colisiones en dos dimensiones entre dos cuerpos.

Para cualquier colisión entre dos cuerpos en la que se mueven a lo largo de una línea recta, el coeficiente de restitución  $e$  se define como (Bueche, 2015, 75):

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_{01} - v_{02}} \quad (8)$$

Donde:  $v_{01}$  y  $v_{02}$  son las velocidades iniciales y  $v_1$  y  $v_2$  son las velocidades finales de los cuerpos. Para encontrar experimentalmente el coeficiente de restitución, se deja caer un cuerpo esférico sobre un cuerpo duro como el metal. Conociendo la altura a la cual se deja caer el objeto y la altura a la que rebota, podemos calcular el coeficiente de restitución por medio de la siguiente ecuación:

$$e = \sqrt{\frac{h}{H}} \quad (9)$$

Donde:  $h$  es la altura a la que rebota la esfera y  $H$  es la altura desde la que se deja caer.

El coeficiente de restitución no puede ser mayor que uno ya que no se ha observado que una esfera no rebota a una altura mayor que la altura a la cual se deja caer.

### Colisiones elásticas en dos dimensiones

Para colisiones en dos dimensiones es importante considerar la naturaleza vectorial de la conservación de la cantidad de movimiento o momento lineal. En particular, para colisiones en dos dimensiones, las colisiones totalmente inelásticas no presentan mucha dificultad. La cantidad de movimiento inicial total se obtiene sumando vectorialmente las cantidades de movimiento inicial de cada cuerpo. Por ser una colisión en dos dimensiones perfectamente inelástica, los cuerpos quedan unidos después de la colisión. En este caso, el coeficiente de restitución es igual a cero y, por quedar unidos los cuerpos, la rapidez y la dirección con la que se desplazarían sería la misma. Este tipo de colisiones son muy comunes en las colisiones entre autos. En muchas de estas colisiones los autos quedan unidos, por lo que se puede conocer la velocidad de cada uno de ellos antes de la colisión, suponiendo que los coches se movían perpendicularmente.



Las colisiones totalmente elásticas en dos dimensiones son más complicadas de describir, ya que se necesitan conocer las rapidezces y las direcciones de los dos cuerpos después de la colisión. Es decir, se tienen cuatro incógnitas, pero sólo se tienen tres ecuaciones, por lo que se requiere establecer otra ecuación para que se puedan resolver este tipo de situaciones. Esta cuarta relación depende del parámetro de impacto  $b$  y del tipo de interacción entre las partículas. El parámetro de impacto se mide en función de la distancia entre los centros de los cuerpos. Si el parámetro de impacto es igual a cero, se considera una colisión en una dimensión. Si el parámetro de impacto es diferente de cero, entonces los cuerpos se moverán en diferentes velocidades y direcciones dependiendo de las cantidades iniciales de movimiento de los cuerpos.

Cuando no se conoce el parámetro de impacto, la información adicional se puede obtener de los experimentos. Lo más sencillo es especificar el ángulo de desviación de una de las partículas que chocan o la velocidad final de uno de los cuerpos que impactan. Consideremos lo que sucede cuando una partícula se proyecta sobre una partícula blanco que está en reposo. Mucho trabajo experimental está relacionado con la física nuclear al proyectar partículas nucleares sobre blancos que se encuentran en reposo. Debido a la conservación de la cantidad de movimiento, el movimiento en tales colisiones ocurre en un plano. La fuerza de la interacción puede ser de origen electromagnético, gravitacional o nuclear. Las partículas no necesariamente se deben tocar, por lo que son desviadas por fuerzas que actúan en corto tiempo comparado con el tiempo de la observación, cuando las distancias de acercamiento son relativamente pequeñas.

Las colisiones en dos dimensiones, que son perfectamente elásticas, se describen al descomponer la ecuación 7 en sus componentes horizontal y vertical, es decir:

$$m_1 v_{0_1} \cos \theta_{0_1} + m_2 v_{0_2} \cos \theta_{0_2} = m_1 v_1 \cos \theta_1 + m_2 v_2 \cos \theta_2 \quad (10)$$

Y

$$m_1 v_{0_1} \sen \theta_{0_1} + m_2 v_{0_2} \sen \theta_{0_2} = m_1 v_1 \sen \theta_1 + m_2 v_2 \sen \theta_2 \quad (11)$$

Donde:  $m_1$  y  $m_2$  son las masas de los cuerpos;  $v_{0_1}$  y  $v_{0_2}$  son las velocidades iniciales;  $v_1$  y  $v_2$  son las velocidades finales;  $\theta_{0_1}$  y  $\theta_{0_2}$  son las direcciones iniciales con las que se mueven los cuerpos antes de la colisión y  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son las direcciones finales.

Como se puede observar, dadas las velocidades y direcciones de los cuerpos antes de la colisión, se necesitan conocer las velocidades y direcciones de los cuerpos después de la misma, las cuales corresponden con cuatro variables; dos de las velocidades y dos de las direcciones. El problema es que sólo se tienen dos ecuaciones. Si consideramos que es una colisión perfectamente elástica, entonces la energía cinética después de la colisión permanece constante, es decir:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{0_1}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{0_2}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (12)$$

Con esta ecuación se tienen tres ecuaciones que son necesarias para encontrar los valores de las incógnitas que se buscan. Pero no son suficientes ya que se requiere de otra ecuación o el valor ya sea de alguna de las velocidades o direcciones finales para poder encontrar los valores de las restantes variables.

Para simplificar más el conjunto de ecuaciones consideremos que el cuerpo de masa  $m_2$  se encuentra en reposo y que el cuerpo de masa  $m_1$  se mueve en dirección paralela al eje horizontal, es decir,  $\theta_{0_1} = 0$ . En consecuencia, las ecuaciones 10, 11 y 12 se transforman en:

$$m_1 v_{0_1} = m_1 v_1 \cos \theta_1 + m_2 v_2 \cos \theta_2 \quad (13)$$

$$0 = m_1 v_1 \sin \theta_1 + m_2 v_2 \sin \theta_2 \quad (14)$$

Y

$$m_2 v_2^2 = m_1 v_{0_1}^2 - m_1 v_1^2 \quad (15)$$

Si consideramos la dirección final  $\theta_2$  del cuerpo de masa  $m_2$ , entonces:

$$\cos^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_2 = 1$$

En consecuencia:

$$\sin \theta_2 = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_2} \quad (16)$$

Y sustituyendo la ecuación 16 en la ecuación 14, se tiene:

$$m_1 v_1 \sin \theta_1 + m_2 v_2 \sqrt{1 - \cos^2 \theta_2} = 0 \quad (17)$$

Despejando  $\cos \theta_2$ , tenemos:

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \frac{m_1^2 v_1^2 \sin^2 \theta_1}{m_2^2 v_2^2}} \quad (18)$$

Sustituyendo la ecuación 18 en la ecuación 13, se tiene:

$$m_1 v_{0_1} = m_1 v_1 \cos \theta_1 + m_2 v_2 \sqrt{1 - \frac{m_1^2 v_1^2 \sin^2 \theta_1}{m_2^2 v_2^2}} \quad (19)$$

Es decir:

Desarrollando, se llega a:

$$m_1^2 v_{0_1}^2 - 2 m_1^2 v_{0_1} v_1 \cos \theta_1 + m_1^2 v_1^2 - m_2^2 v_2^2 = 0 \quad (20)$$

De la ecuación 15, se tiene:

$$m_2^2 v_2^2 = m_1 m_2 (v_{0_1}^2 - v_1^2) \quad 21$$

Y sustituyendo la ecuación 21 en la ecuación 20, tenemos:

En consecuencia:

$$\cos \theta_1 = \frac{m_1^2 v_{0_1}^2 + m_1^2 v_1^2 - m_1 m_2 (v_{0_1}^2 - v_1^2)}{2 m_1^2 v_{0_1} v_1} \quad 22$$

Con esta ecuación se puede calcular la dirección con la que se moverá el cuerpo de masa  $m_1$ , conociendo la velocidad inicial y final, al igual que la masa  $m_2$  del otro cuerpo. En consecuencia, para conocer los valores de  $v_2$  y  $\theta_2$ , es necesario conocer alguno de los valores de  $v_1$  o  $\theta_1$ . Para el caso de la ecuación 22 se ha supuesto que se conoce el valor de  $v_1$ .

Para el caso en que ambas masas sean iguales, la dirección con la que se moverá el cuerpo de masa  $m_1$  es igual a:

$$\cos \theta_1 = \frac{v_1}{v_{0_1}} \quad 23$$

De manera equivalente, si conocemos la dirección final  $\theta_1$  con la que se moverá el cuerpo de masa  $m_1$  después de la colisión, entonces es posible calcular la velocidad  $v_1$  con la que se moverá. Para ello, coloquemos todos los términos que contienen la velocidad final del cuerpo de masa  $m_1$  a la izquierda en ecuación 21, es decir:

$$v_1^2(m_1 + m_2) - 2 m_1 v_{0_1} v_1 \cos \theta_1 + v_{0_1}^2 (m_1 - m_2) = 0 \quad 24$$

La ecuación anterior corresponde con una ecuación de segundo grado para  $v_1$ , cuya solución es:

$$v_1 = \frac{2 m_1 v_{0_1} \cos \theta_1 + \sqrt{4 m_1^2 v_{0_1}^2 \cos^2 \theta_1 - 4 v_{0_1}^2 (m_1^2 - m_2^2)}}{2 (m_1 + m_2)} \quad 25$$

Se toma el signo positivo de la raíz debido a que, en el caso en que las masas sean iguales, la velocidad con la que se movería el cuerpo de masa  $m_1$  después de la colisión, sería igual a cero. Esto correspondería con un choque frontal, el cual corresponde con colisiones en una dimensión.

Para el caso en que las masas sean iguales, la velocidad final de  $m_1$  es igual a:

$$v_1 = v_{0_1} \cos \theta_1 \quad 26$$

Para calcular la velocidad con la que se moverá el cuerpo de masa  $m_2$ , se hace uso de la ecuación 15:

$$v_2 = \sqrt{\frac{m_1 v_{0_1}^2 - m_1 v_1^2}{m_2}} \quad 27$$

Una vez conocidas las velocidades  $v_1$ ,  $v_2$  y la dirección  $\theta_1$  podemos calcular la dirección del cuerpo de masa  $m_2$  haciendo uso de la ecuación 14:

$$\theta_2 = \text{Arc Sen} \left( \frac{-m_1 v_1 \text{Sen } \theta_1}{m_2 v_2} \right) \quad 28$$

## MATERIALES Y MÉTODOS

Haciendo uso de las ecuaciones 27 y 28 se programó el sistema. El programa que se utilizó fue Visual Studio 12, el cual puede descargarse de la red. Hay páginas que permiten descargarlo libremente y otras requieren de pago. Se diseñó el programa considerando los datos que debe introducir el usuario para que se lleve a cabo una simulación (Ceballos, 2010, 75). Los datos que se deben introducir son: las masas y la velocidad o dirección final del cuerpo que colisiona. La velocidad inicial del cuerpo que colisiona es constante y es igual a 10 m/s. Con estos datos el sistema correrá la simulación. La simulación consiste en un par de círculos que representan los cuerpos que van a colisionar. Por diseño, los valores de las masas de los cuerpos inicialmente son iguales a 1 kg, la velocidad inicial de uno de los cuerpos es igual a 10 m/s y la del otro cuerpo es igual a cero, es decir, se encuentra en reposo. También se asigna una velocidad final de 1 m/s a uno de los cuerpos para que pueda llevarse a cabo la simulación.

Por ser una colisión perfectamente elástica el coeficiente de restitución se le asigna un valor igual a uno. Estos valores pueden ser cambiados de acuerdo con lo que usuario desee introducir. Los valores de las masas y de la velocidad o dirección final del cuerpo que colisiona, son cambiados a través de barras de desplazamiento. Los valores de las masas de los cuerpos oscilan entre 1 y 5 kg, incrementándose de 1 en 1. El valor de la velocidad final del cuerpo que colisiona oscila entre 1 y 9 m/s. Con esto se consideran todos los casos de colisiones en dos dimensiones entre dos cuerpos. También existe la opción de que el usuario pueda introducir la dirección con la que se moverá el cuerpo que colisiona, en vez de introducir la velocidad final. Esta dirección se encuentra entre 1 y 90 grados.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección describiremos la forma en que se utiliza el sistema. En la figura 1 se muestra la ventana principal del sistema que se elaboró como resultado del proyecto. En esta ventana se muestran dos botones de comando. Uno de ellos sirve para **Continuar** con el sistema y el otro sirve para **Salir**.

Ventana principal del sistema.



Figura 1. Fuente propia.

Al escoger la opción **Continuar** aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 2. En esta ventana se muestran 4 barras de desplazamiento. Las dos primeras se utilizan para asignar los valores de las masas los cuerpos, las siguientes corresponden con la velocidad o la dirección final del cuerpo de color amarillo. Este dato es necesario para poder conocer la velocidad final y la dirección final del cuerpo de color verde. Estos datos son necesarios para poder llevar a cabo la simulación. Si el usuario escoge la velocidad final del cuerpo amarillo, entonces el sistema calculará la su dirección final. De forma equivalente, si el usuario escoge la dirección final, el sistema calculará la velocidad final del cuerpo amarillo. En principio, el sistema asigna valores a las masas de los cuerpos y a la velocidad inicial del cuerpo amarillo. De igual forma, asigna un valor a la velocidad final o a la dirección final del cuerpo amarillo. Con las barras de desplazamiento se pueden cambiar estos valores. Se debe aclarar que no siempre se puede llevar a cabo una simulación porque físicamente no es posible o matemáticamente las ecuaciones que calculan las velocidades o direcciones finales del cuerpo amarillo no se pueden calcular. En estos casos se deben cambiar esos valores para que se realice una simulación. La figura siguiente muestra esta situación.

Ventana correspondiente con la simulación.



Figura 2. Fuente propia.

Si activamos la simulación, el usuario observará que el cuerpo amarillo se moverá hacia el cuerpo que se encuentra en reposo. Después de la colisión, el cuerpo de color amarillo se moverá con una velocidad de 1.00 m/s y un ángulo de  $84.26^\circ$  con respecto de la horizontal y el cuerpo de color verde se moverá con una velocidad de 9.95 m/s, formando un ángulo de  $-5.74^\circ$  con respecto de la horizontal. El signo negativo significa que el cuerpo se dirige hacia abajo. La figura 3 muestra el resultado de la simulación.

Ventana correspondiente con la simulación.

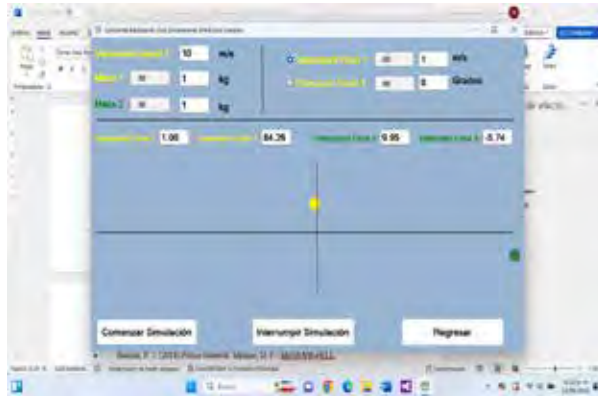


Figura 3. Fuente propia.

Si ahora modificamos el valor de la velocidad final del cuerpo amarillo a un valor de 5 m/s con los mismos valores de las masas, observaremos que la dirección final del cuerpo amarillo y velocidad y dirección final del cuerpo verde serán iguales a  $60^\circ$ , 8.66 m/s y  $-30^\circ$ , respectivamente. La figura4 muestra esta situación.

Ventana correspondiente con la simulación.

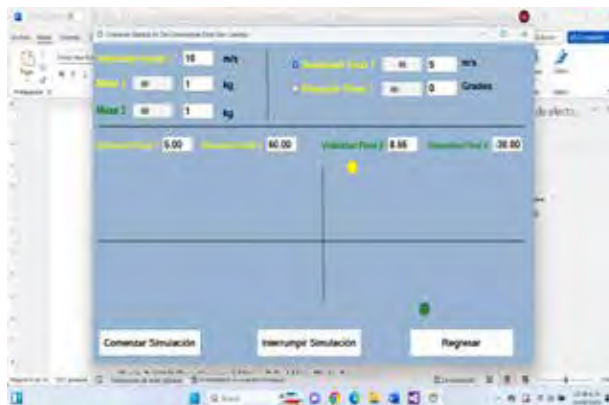


Figura 4. Fuente propia.

Observe en la figura 4 que las direcciones con la que se mueven ambos cuerpos después de la colisión forman un ángulo de  $90^\circ$ . Esto se va a cumplir siempre que ambas masas sean iguales.

Como siguiente ejemplo supongamos ahora que se proporciona la dirección final del cuerpo amarillo y que se quiere conocer su velocidad final y la velocidad y dirección final del cuerpo verde. Si le asignamos un valor de  $30^\circ$  a la dirección final del cuerpo amarillo y marcamos en la opción respectiva, observaremos que la velocidad final del cuerpo amarillo es de 8.66 m/s y la velocidad y dirección final del cuerpo verde es de 5 m/s y de  $-60^\circ$ , respectivamente. La figura 5 muestra esta situación.

Ventana correspondiente con la simulación.



**Figura 5. Fuente propia.**

Observe en la figura que el ángulo que forman las direcciones de los movimientos de los cuerpos es de  $90^\circ$ .

Como siguiente ejemplo, supongamos que cambiamos el valor de la masa del cuerpo amarillo y dejamos con el mismo valor su dirección final. La siguiente figura muestra el resultado de la simulación.

Ventana correspondiente con la simulación.



**Figura 6. Fuente propia.**

Observe en la figura que las direcciones de los movimientos de los dos cuerpos no forman un ángulo de  $90^\circ$ . Esto es consecuencia de que las masas de los cuerpos no son iguales.

## CONCLUSIONES

- El sistema sólo muestra simulaciones de colisiones en dos dimensiones en las cuales uno de los cuerpos se encuentra en reposo antes de la colisión. No es posible mostrar simulaciones en dos dimensiones en los cuales los dos cuerpos se muevan simultáneamente antes de la colisión. Se requiere de más información.
- Para que se lleve a cabo una simulación de colisiones en dos dimensiones entre dos cuerpos, es necesario que uno de los cuerpos se encuentre en reposo y que se dé como dato la velocidad o dirección final del cuerpo que colisiona con el que esté en reposo. Si no se tienen estos datos, no se llevará a cabo una simulación.
- Con los valores de las masas, de la velocidad inicial de uno de los cuerpos y su respectiva velocidad o su dirección final, se pueden llevar a cabo diversas simulaciones. Con esto el usuario podrá apreciar cómo influyen estos valores en el comportamiento de una simulación.
- Aunque son muchas las combinaciones que se pueden realizar con los valores de las masas, la velocidad inicial y la velocidad o la dirección final de uno de los cuerpos, no todas las simulaciones se pueden llevar a cabo debido a que física o matemáticamente no es posible.
- Con el sistema se podrá observar que el ángulo que forman las direcciones con la que se mueven los cuerpos después de la colisión es de  $90^\circ$ , siempre y cuando sus masas sean iguales. En este caso se puede observar en la respectiva simulación que la suma de los valores absolutos de las direcciones finales de ambos cuerpos es igual a  $90^\circ$ . También podrá observar que, si las de los cuerpos son diferentes, las direcciones con las que se desplazarán los cuerpos después de la colisión no formarán  $90^\circ$ .



## LITERATURA CITADA

Beltrán V. y Braun E. (2020) *Principios de Física*. México, D. F.: Trillas.

Bueche, F. J. (2018) *Física General*. México, D. F.: McGRAW-HILL.

Ceballos F. J. (2017) *Enciclopedia de Visual Basic 4*. México, D. F.: Alfaomega Grupo Editor.

Hewitt, P. (2010) *Física Conceptual*. México, D.F.: Addison-Wesley Iberoamericana.

Resnick, R. y Halliday, D. (2015) *Física. Vol. I*. México, D.F.: CECSA.

Serway, R.A. (2014) *Física*. México, D.F.: Interamericana.

Tipler, P. A. (2018) *Física*. México, D.F.: Reverté.

## Capítulo VI

Ana Cristina Sánchez Martínez<sup>1</sup>, Raquel Salazar Moreno<sup>1</sup>  
y Joel Pineda Pineda<sup>2</sup>

# PROPUESTA PARA UN MODELO DE CRECIMIENTO DE LECHUGA EN UN SISTEMA ACUAPÓNICO

## RESUMEN

La acuaponía es un sistema complejo en el cual se fusionan la acuicultura y la hidroponía. Este ambiente controlado hace posible el uso eficiente del agua y energía, ya que permite obtener en pequeñas superficies dos tipos de alimentos vegetal y animal, reutilizando agua. El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo para el crecimiento de lechuga en un sistema acuapónico a pequeña escala. La mayor parte de materia seca, se concentró en la parte aérea de la planta, a partir de los 15 y 20 días después del trasplante, las raíces dejaron de acumular materia seca, alcanzando así su máximo crecimiento y enfocándose al desarrollo de las hojas.

**Palabras clave:** acuaponía, hidroponía, lechugas.

## ABSTRACT

Aquaponics is a complex system in which aquaculture and hydroponics are combined. This controlled environment makes possible the efficient water and energy use, since it allows two types of plant and animal foods to be obtained on small surfaces, reusing water. The objective of this work is to develop a model for growing lettuce in a small-scale aquaponic system. Most of the dry matter was concentrated in the aerial part of the plant. From 15 to 20 days after transplanting, the roots stopped accumulating dry matter, thus reaching their maximum growth and focusing on the development of the leaves.

**Keywords:** aquaponics, hydroponics, lettuces.

<sup>1</sup> Posgrado en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua, Universidad Autónoma Chapingo.

<sup>1</sup> Posgrado en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua, Universidad Autónoma Chapingo. rsalazarm@chapingo.mx

<sup>2</sup> Posgrado en Horticultura, Universidad Autónoma Chapingo. jpinedap@chapingo.mx

## INTRODUCCIÓN

El aumento constante de la población, la disminución de suelos agrícolas y la escasez de agua, que constantemente amenazan el abastecimiento de alimentos han generado tecnologías más eficientes para la producción de alimentos como la acuaponía (Pertierra & Quispe, 2020; Aleksic & Vanja, 2020). En México la acuaponía ha adquirido mayor importancia brindando beneficios sociales y económicos, que se han convertido en una fuente de alimentación con un valor nutrimental elevado (Martínez & Leung, 2014). La acuaponía es un sistema complejo no lineal en donde conviven tres especies por esta razón los modelos matemáticos son útiles para el entendimiento de estos sistemas y por ende el mejoramiento de las estrategias para incrementar la eficiencia productiva (Keesman, 2019).

La ciencia de control nos permite hacer uso eficiente de los sistemas e incrementar la cantidad y calidad del producto, principalmente el crecimiento de los cultivos en el invernadero, que está influenciado por varios factores tales como; la temperatura exterior, el viento, la humedad, la radiación solar (Noriega *et al.*, 2021). Mediante la implementación de modelos de crecimiento en los cultivos, se ha logrado cumplir el objetivo principal del invernadero que es el de mejorar las condiciones ambientales, para el incremento de la calidad y rendimiento de estos (Toro *et al.*, 2015). Van Henten, (1994) desarrolló una de las aportaciones más importantes referentes a la simulación, control y optimización de los recursos donde aplicó control óptimo a la producción de la lechuga dentro de un invernadero, utilizando un modelo matemático del crecimiento dinámico del cultivo y utilizó el coeficiente de transmisividad de la cubierta del invernadero, con el objetivo de reducir el peso de la simulación ya que se utiliza para simular el crecimiento de la lechuga esta serie de Fourier que representa el coeficiente de transmisividad de la luz solar en lugar de un arreglo de valores discretos para la luz solar. En su tesis doctoral van Henten, presenta un modelo matemático que integra la dinámica del clima dentro de un invernadero, con la dinámica del crecimiento de un cultivo aplicado a la lechuga. Resultando un modelo donde la temperatura del interior del invernadero no solo depende de las condiciones exteriores, también depende de la asimilación de carbohidratos durante el proceso de fotosíntesis del cultivo.

Otros modelos desarrollados combinan la absorción de nitrógeno con la acumulación de materia seca utilizando un enfoque mecanicista de dos compartimentos, que incorpora depósitos estructurales y no estructurales (Bradley *et al.* 2018). Zhang *et al.* 2008 y Bradley *et al.* 2018 encontraron que las predicciones de modelos que incluyen la materia seca dan resultados favorables en la predicción. La materia seca juega un papel importante ya que por medio de este podemos conocer la biomasa, y la cantidad de nutrientes que están disponibles en la planta. Por otro lado, el nitrógeno (N) es uno de los principales nutrientes necesarios para el desarrollo de la planta, su uso en la producción agrícola se ha convertido en un importante factor de contaminación agrícola por medio de la lixiviación y la escorrentía de fertilizantes. Por lo tanto, un uso más eficiente del N en la producción representa un reto actual para la investigación agronómica, la acuaponía ofrece reducir la implementación extra de nitrógeno ya que los peces ofrecen los nutrientes necesarios que la planta necesita (Keesman, 2019).

El objetivo de la presente investigación es desarrollar un modelo de crecimiento de lechuga en un sistema acuapónico a pequeña escala.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

La presente investigación se realizó en un invernadero tipo cenital de 20 m de largo por 9 m de ancho, ubicado en la Universidad Autónoma Chapingo, Texcoco, Edo de México. Mismo que se encuentra con una Latitud 19.8°, Longitud -98.8°y Altitud 2262 m. Mediante el uso de sensores se midieron las variables internas del invernadero como la temperatura interna y humedad relativa que se midió con un sensor HMP60, para la radiación fotosintéticamente activa (PAR ( $Mm\ m^{-2}\ s^{-1}$ )) se midió con un sensor Apogee SQ-520. Con un Datalogger CR1000X de la marca Campbell. Para el monitoreo de pH, conductividad eléctrica y temperatura del agua, se empleó un sensor Groline HI981420 de la marca Hanna el cual tiene una precisión de  $\pm 0.05$  pH,  $\pm 0.01$  mScm-1 y  $\pm 0.5$  °C. Los datos se recolectaron cada 15 min, durante todo el ciclo de producción.

### **Material vegetal**

Se trasplantaron 21 plantas de lechuga sangría (*Lactuca sativa*) el 31 de octubre del 2022, bajo un sistema acuapónico de recirculación simple, con una superficie hidropónica de 0.72 m<sup>2</sup>. Cada semana se extrajeron tres plantas al azar, para evaluar su desarrollo, se separó la raíz de la parte aérea y se obtuvo el peso fresco de raíz y hojas, posteriormente se llevó a una mufla a 65 °C hasta que el peso seco se mantuvo constante (Figura 1). La cosecha se realizó a los 31 días después del trasplante es decir el 28 de noviembre. Se obtuvo un total de cinco muestreos.



**Figura 1. Materia seca de lechuga sangría.**

### **Modelo de crecimiento de lechuga en solución nutritiva**

Bradley et al (2018) desarrolló un modelo del crecimiento de lechuga donde combina la absorción de nitrógeno con la acumulación de materia seca, que incorpora depósitos estructurales y no estructurales

como se muestra en la ecuación 1:

$$w = w_S + w_G \quad (1)$$

Donde:

$w_S =$  Grupo estructural

$w_G =$  Grupo no estructural

$w_S$  y  $w_G$  se obtienen utilizando las ecuaciones 2 y 3, donde el grupo estructural está conformado por la materia seca de las hojas y tallo de la lechuga, y el grupo no estructural lo conforman las raíces (Bradley et al, 2018):

$$\frac{dw_G}{dt} = \mu_{max} \frac{w_S}{w_S + w_G} C_{q10, \mu}^{(T-20)/10} w_G \quad (2)$$

$$\frac{dw_S}{dt} = \theta P_G - \frac{1}{Y_G} \frac{dw_G}{dt} \quad (3)$$

Los parámetros de este modelo se describen en la Cuadro 3.

La tasa bruta de fotosíntesis del dosel está dada por

$$P_G = A(1 - e^{-kLAI})f(N_{UP}) \frac{\xi 1(\sigma C_G \theta_2 - \beta)}{\xi 1 + \sigma C_G \theta_2} \quad (4)$$

La absorción del nitrógeno se expresa por la siguiente ecuación dinámica (Bradley et al, 2018):

$$\frac{dN_{UP}}{dt} = J_{max} \frac{cN}{cN + K} \quad (5)$$

Donde  $J_{max}$  limita la absorción de nitrógeno en función de la edad (tamaño del brote), dado por la siguiente ecuación:

$$J_{max} = J_{max,0} e^{-\alpha w} \quad (6)$$

El área foliar total, el área de la planta y el índice de área foliar que están dados por:

$$LA = -0.25w^2 + 0.072w \quad (7)$$

$$A = \begin{cases} 0.02W & W \leq 2.4 \\ 0.0484 & W > 2.4 \end{cases} \quad (8)$$

$$LAI = \frac{LA}{A} \quad (9)$$

Finalmente,  $f(N_{up})$  esta dada por

$$f(N_{up}) = \begin{cases} 0 & (N_{up}/w) < 0.02 \\ \frac{100}{3} \left( \frac{N_{up}}{w} - 0.02 \right) & 0.02 \leq \frac{N_{up}}{w} \leq 0.05 \\ 1 & (N_{up}/w) > 0.05 \end{cases} \quad (10)$$

**Cuadro 1. Variables de estado para el modelo de crecimiento de lechuga.**

Símbolo	Valor inicial	Unidades	Descripción
$w$	1	g	Total de materia seca de lechuga
$w_G$	1/3	g	Materia seca no estructural
$w_S$	2/3	g	Materia seca estructural
$N_{up}$	0	$\mu\text{mol}$	Nitrógeno acumulado en el brote (absorción de nitrógeno)

**Cuadro 2. Variables manipuladas para el modelo de lechuga.**

Símbolo	Valor inicial	Unidades	Descripción
$T$	22	deg C	Total de materia seca de lechuga
$I$	$5 \times 10^6$	$\text{J m}^{-2} \text{ día}^{-1}$	Materia seca no estructural
$N_{add}$	0	$\text{Mmol día}^{-1}$	Nitrógeno en la solución nutritiva

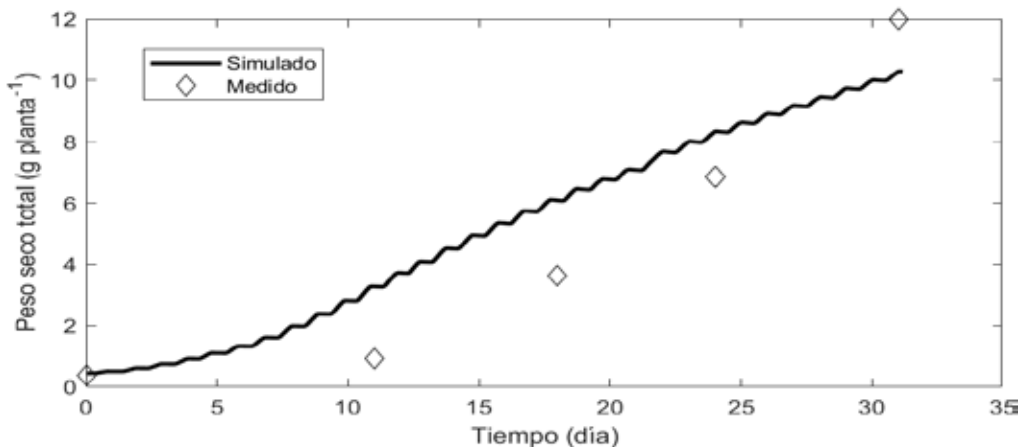
**Cuadro 3. Parámetros del modelo de crecimiento de lechuga.**

Parámetros	Valor	Unidades	Descripción
$\theta$	0.68	-	Factor para convertir $\text{CO}_2$ en materia seca
$c_{q10,\mu}$	1.6	-	Factor $Q_{10}$ para el crecimiento
$k$	0.9	-	Coefficiente de extensión
$\xi$	$14 \times 10^{-4}$	$\text{g (CO}_2\text{) J}^{-1}$	Eficiencia en el uso de la luz de las hojas
$\beta$	0.34/24	$\text{g (CO}_2\text{) m}^{-2} \text{ día}^{-1}$	punto de compensación de $\text{CO}_2$ para tener en cuenta la fotorrespiración
$\sigma$	7.2/24	$\text{m día}^{-1}$	Conductancia de la hoja a la difusión de $\text{CO}_2$
$Y_G$	0.08	-	Eficiencia de conversión
$\mu_{max}$	0.01/24	$\text{día}^{-1}$	Tasa de crecimiento de saturación a $20^\circ\text{C}$
$C_{\text{CO}_2}$	0.8	$\text{g (CO}_2\text{) m}^{-3}$	Concentración de $\text{CO}_2$ en el aire
$J_{max,0}$	$0.0374 \times 24$	$\text{Mmol día}^{-1}\text{g}^{-1} \text{ DM}$	Valor de $J_{max}$ cuando $w=0$
$\alpha$	0.151	$\text{g}^{-1} \text{ DM}$	Coefficiente de $J_{max}$

El modelo descrito anteriormente se implementó en el software Matlab, teniendo como salida el peso total de materia seca en una planta ( $w$ ), se simuló los datos cada hora, durante 31 días.

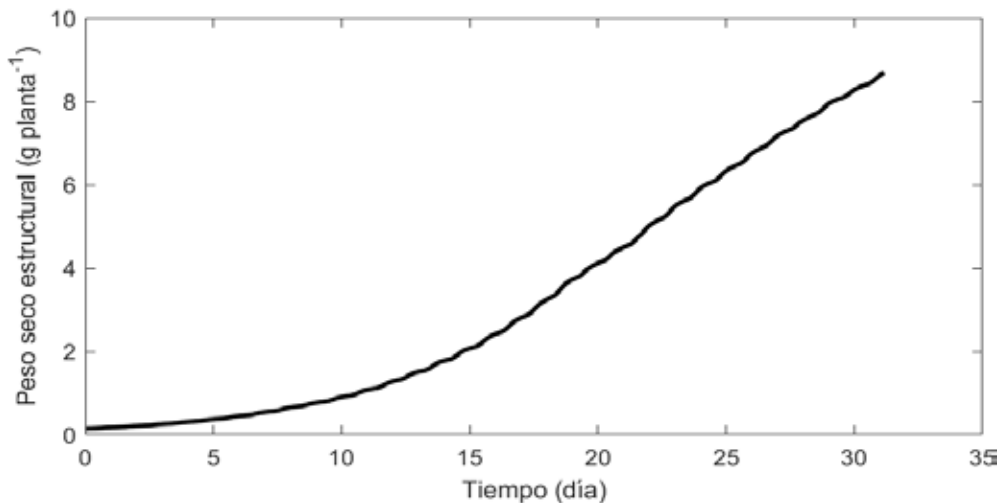
## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

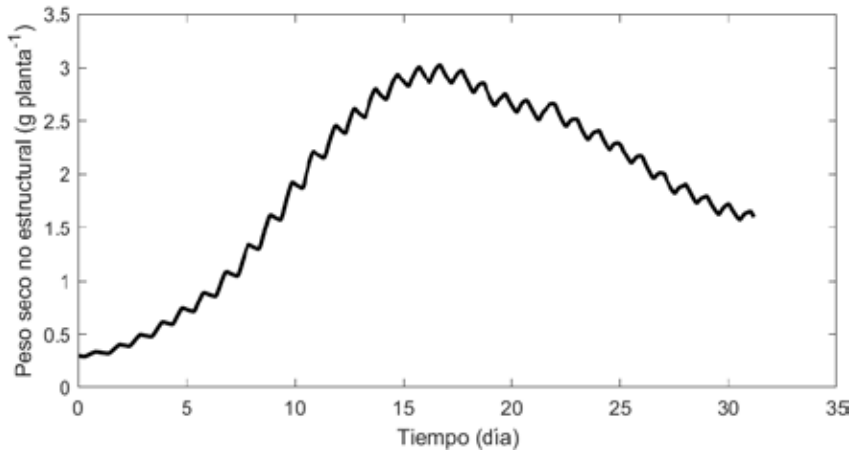
El peso seco total, presentó un incremento progresivo a través del tiempo y alcanzó un máximo de  $12 \text{ g planta}^{-1}$  a los 31 días después del trasplante (Figura 2). Que es menor al reportado por Bradley et al (2018) quienes reportaron un valor máximo en materia seca de  $16 \text{ g planta}^{-1}$ , pero son similares a los datos obtenidos por Zhang et al (2008) y Sosa et al (2017).



**Figura 2. Acumulación de materia seca en lechuga para el primer ciclo de producción.**

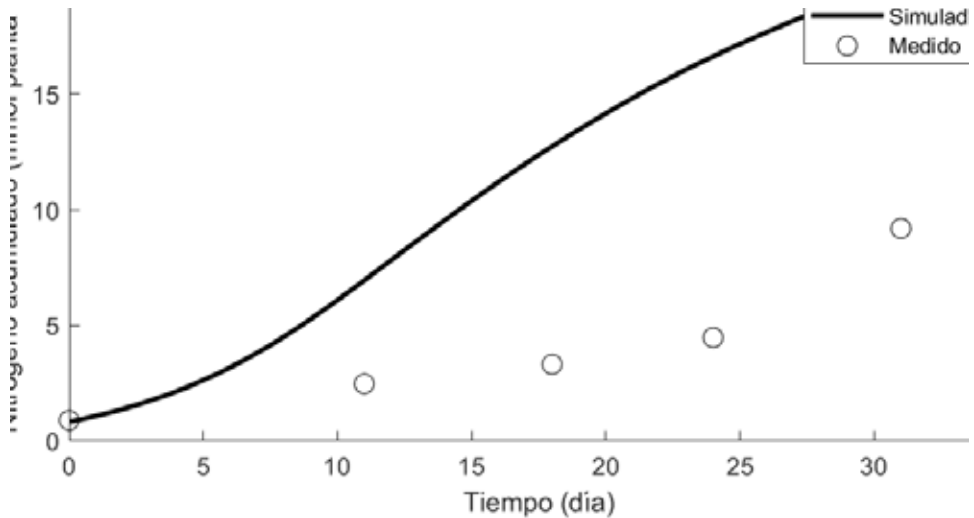
De acuerdo con la Figura 3 se observa que la mayor cantidad de materia seca se tiene en la parte aérea, las raíces alcanzaron su máxima acumulación en los 15 y 20 días después del trasplante, y es cuando la planta comienza a acumular mayor materia seca. Sosa et al (2017) mencionan que con este desarrollo en la raíz la planta asegura el adecuado suministro de agua y nutrientes en su fase de crecimiento rápido.





**Figura 3. Acumulación de materia seca en la parte estructural (parte aérea) y no estructural (raíz) de la planta de lechuga.**

El nitrógeno acumulado en la planta se comportó en manera exponencial, esto se atribuye al desarrollo del dosel y su asociación con la capacidad fotosintética. Cuando las plantas son jóvenes, tanto el área foliar total como la cubierta vegetal del suelo aumentan con el tiempo, y el aumento resultante de la capacidad fotosintética crea una mayor demanda de nitrógeno (Zhang et al, 2008). Sosa et al, (2017), reporto una máxima absorción de 20 mmol planta<sup>-1</sup> a los 35 días de trasplante y de ahí indica un descenso, sin embargo, en este estudio la lechuga siguió acumulando nitrógeno, esto se le puede atribuir a que hay mayor concentración de nutrientes en un sistema acuapónico.



**Figura 4. Acumulación de nitrógeno por lechuga.**



## CONCLUSIONES

La acuaponía es una alternativa para el cultivo de lechugas, ofreciendo la aportación del nitrógeno suficiente para el desarrollo de la planta, a los 5 días después del trasplante y hasta su cosecha se observó una alta demanda de Nitrógeno, lo que su a vez permitió un buen desarrollo de este. Lo que reduce la implementación de fertilizantes químicos y por ende la reducción de la contaminación ambiental.

## LITERATURA CITADA

- Aleksić Natalija, & Šušteršič Vanja. (2020). Analysis of application of aquaponic system as a model of the circular economy: a review. *Reciklaža I Održivi Razvoj*, 13(1), 73–86. Recuperado el 27 de abril del 2021 de: <https://scindeks-clanci.ceon.rs/data/pdf/1820-7480/2020/1820-74802001073A.pdf>.
- Bradley, M., Lane, S., & Woodbury, N. (2018). Modeling and Control of an Aquaponics System. Recuperado el 27 de abril del 2021 de: [http://apmonitor.com/do/uploads/Main/Report\\_aquaponics2018.pdf](http://apmonitor.com/do/uploads/Main/Report_aquaponics2018.pdf).
- Cohen, M., Somerville, C., Pantanella, E., Stankus, A., y Lovatelli, A. (2014). Small-scale aquaponic food production. Integrated fish and plant farming. Food and Agriculture Organization of the United Nation, Rome. Recuperado el 27 de abril del 2021 de <http://www.fao.org/3/ai4021e/index.html>.
- Edinson, W., Moreno, S., y Zafra, T., A. (2014). Sistema acuapónico del crecimiento de lechuga, Lactucasativa, con efluentes de cultivo de tilapia. *REBIOL* 2014; 34(2): 60-72, Julio – Diciembre.
- Falcón, E.; Espinosa, A. (2010). Revista Día Siete 502. MÁS VIDA EN EL DESIERTO, pp 40-47. Recuperado el 27 de abril del 2021 de: [http://cmsdata.iucn.org/downloads/mas\\_vida\\_en\\_el\\_desierto\\_\\_\\_erick\\_falcon\\_es\\_1.pdf](http://cmsdata.iucn.org/downloads/mas_vida_en_el_desierto___erick_falcon_es_1.pdf).
- González, H., Rubio-Cabrera, S. G., García-Ulloa, M., Montoya-Mejía, M., & Magallón-Barajas, F. J. (2017). Análisis técnico de la producción de tilapia (*Oreochromis niloticus*) y lechuga (*Lactuca sativa*) en dos sistemas de acuaponía. *Agroproductividad*, 8(3), 15-19. Recuperado en 11 de abril del 2021, de <https://biblat.unam.mx/hevila/Agroproductividad/2015/vol8/no3/3.pdf>.
- Graber A., Junge R. (2009). Aquaponic Systems: Nutrient recycling from fish wastewater by vegetable production. *Desalination*, 246: 147-156.
- Keesman, K. J., Körner, O., Wagner, K., Urban, J., Karimanzira, D., Rauschenbach, T., & Goddek, S. (2019). Aquaponics Systems Modelling. *Aquaponics Food Production Systems*, 267. Martínez C., F.J. and Leung, P.S. (2004). Sustainable aquaculture and producer performance: measurement of environmentally adjusted productivity and efficiency of a simple of shrimp farms in mexico. *Aquaculture* 241:249-268.

- Muñoz G., Mario E, (2012), Aquaponic recirculation systems, Informador Técnico (Colombia) Edición 76, Enero - Diciembre 2012, p 123 – 129.
- Pertierra L., R. y Quispe Gonzabay, J. (2020). Análisis económico de lechugas hidropónicas bajo sistema raíz flotante en clima semiárido. La Granja: Revista de Ciencias de la Vida. Vol. 31(1):118-130. <http://doi.org/10.17163/lgr.n31.2020.09>.
- Reyes Lastiri, D., Geelen, C., Cappon, H. J., Rijnaarts, H. H. M., Baganz, D., Kloas, W., ... Keesman, K. J. (2018). Model-based management strategy for resource efficient design and operation of an aquaponic system. *Aquacultural Engineering*, 83, 27-39. DOI: 10.1016/j.aquaeng.2018.07.001. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.aquaeng.2018.07.001>.
- Schaible G., Aillery M. (2012). Water conservation in irrigated agriculture: trends and challenges in the face of emerging demands. Us departament agricultura, economic research service.
- Sosa, A., Ibarra, G. R., Cuevas, J. P., Barra, J. E., Ramos, J. C., & de la Torre, R. R. (2017). Curvas de acumulación de nitrógeno, fósforo y potasio en lechuga (*Lactuca sativa* L.) cv. Coolward cultivada en invernadero en México. *Informaciones Agronómicas de Hispanoamérica*, 23-28.
- Stover S. (2015). Lechugas por acuaponia. *Hortalizas*. Recuperado el 11 de abril del 2021, de <https://www.hortalizas.com/horticultura-protegida/lechugas-por-acuaponia/>.
- Tap, F. (2000). Economics-based optimal control of greenhouse tomato crop production. Wageningen University and Research.

## Capítulo VII

Baltazar López Velasco<sup>1</sup>, Agustín Ruíz García<sup>1</sup>  
y Carlos Alberto Villaseñor Perea<sup>1</sup>

# PREDICCIÓN MEDIANTE MODELOS AUTORREGRESIVOS DE LA TEMPERATURA DE PLÁTANO DURANTE EL PROCESO DE SECADO

## RESUMEN

El objetivo de esta investigación fue aplicar la metodología de identificación de sistemas para obtener modelos autorregresivos con variables exógenas (ARX), para predecir un paso hacia adelante la temperatura del producto ( $T_p$ ) durante el proceso de deshidratado de plátano dominico (*Musa paradisiaca* var. *sapientum*) en un secador solar tipo invernadero. Se consideraron dos casos: 1) entradas medidas en el exterior y caso 2) entradas medidas en el interior del secador. Para el primer caso, con base en el error de predicción final de Akaike, el criterio de información de Akaike normalizado y el porcentaje de ajuste, el mejor modelo se obtiene al utilizar como variables de entrada la temperatura y humedad relativa del aire exterior, mientras que para el segundo caso con la humedad relativa del aire interior y la temperatura del piso. Los modelos ARX evaluados tuvieron una precisión en predicción con un paso hacia adelante mayor del 95% de ajuste entre lo predicho y lo medido. Cuando a los dos modelos obtenidos se agrega como entrada la señal de prendido/apagado de los extractores (señal de control,  $t_{ext}$ ), el porcentaje de ajuste no presenta una mejora, aun así, es necesario considerar como entrada la  $t_{ext}$  pues los extractores son los actuadores que se usarán en el controlador automático para regular la temperatura del producto. Los modelos obtenidos predicen de manera satisfactoria la temperatura del producto y se pueden utilizar para el diseño de un controlador automático para el control del proceso de secado de plátano dominico.

**Palabras clave:** *Musa paradisiaca* var. *sapientum*, modelos ARX, identificación de sistemas, secado solar.

## ABSTRACT

The objective of this research was to apply the systems identification methodology to obtain autoregressive models with exogenous variables (ARX), to predict a step forward temperature of the

<sup>1</sup> Universidad Autónoma Chapingo, Posgrado en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua. Carretera México-Texcoco km 38.5, Chapingo, Estado de México, C. P. 56230, México. cvillaseñor@chapingo.mx

product ( $T_p$ ) during the dehydration process of dominican banana (*Musa paradisiaca* var. *sapientum*) in a greenhouse-type solar dryer. Two cases were considered: 1) inputs measured on the outside and case 2) inputs measured inside the dryer. For the first case, based on Akaike's final prediction error, the normalized Akaike information criterion, and the adjustment percentage, the best model is obtained by using outdoor air temperature and relative humidity as input variables, while than for the second case with the relative humidity of the indoor air and the floor temperature. The ARX models evaluated had a prediction accuracy with a step forward greater than 95% of fit between what was predicted and what was measured. When the on/off signal of the extractors (control signal,  $t_{ext}$ ) is added as input to the two models obtained, the adjustment percentage does not present an improvement, even so, it is necessary to consider the  $t_{ext}$  as input since the extractors are the actuators that will be used in the automatic controller to regulate the temperature of the product. The models obtained satisfactorily predict the temperature of the product and can be used for the design of an automatic controller for the control of the dominican banana drying process.

**Keywords:** *Musa paradisiaca* var. *sapientum*, ARX models, systems identification, solar drying.

## INTRODUCCIÓN

Los secadores solares tipo invernadero son unos de los sistemas más novedosos en el sector de los secadores solares (Taki, Rohani, Soheili-Fard, & Abdeshahi, 2018). Se usan principalmente para secar productos agrícolas a gran escala debido a que son muy sencillos de construir y más baratos que otros tipos de secadores. Además, los productos que se secan en estos sistemas están completamente protegidos de la lluvia, el polvo, insectos y los animales (Mani & Natesan, 2021). Este tipo de secador tiene varias capacidades de carga para secar frutas y verduras. Hay cuatro tamaños estándar, a saber, tamaño pequeño (capacidad de carga de 100-300 kg de frutas o verduras), tamaño mediano (capacidad de carga de 400-600 kg), tamaño grande (capacidad de carga de 1000-1200 kg) y tamaño extragrande (capacidad de carga de 1500-1700 kg). La selección del tamaño del secador depende de la cantidad de producto a secar (Aumporn, Wattan, Pattarapanitchai, Sangsan, & Janjai, 2021).

Para el deshidratado de plátanos, se emplea comúnmente el tamaño grande con una capacidad de carga de 1200 kg de plátanos pelados (Aumporn, Wattan, Pattarapanitchai, Sangsan, & Janjai, 2021). México es uno de los principales productores de plátano a nivel mundial (SE, 2012). Sin embargo, de acuerdo con la FAO (2015), se desperdicia el 53.76% de la producción total de este producto. Esta pérdida se podría evitar mediante el secado del producto, con el cual se reduce el contenido de humedad disponible en el producto provocando una reducción en el crecimiento microbiano y por lo tanto aumentando la vida útil del producto (Ogawa & Adachi, 2014).

Por otro lado, el modelado matemático puede ser una herramienta importante para desarrollar secadores eficientes. Existen varios estudios realizados sobre la modelación del secado solar de frutas (Janjai *et al.*, 2009; Ratti & Mujumdar, 1997). Por ejemplo, el estudio realizado por Valencia-Islas *et al.*, al (2022) quienes modelaron el proceso de secado de tomate en un secador solar tipo invernadero con la finalidad de construir algoritmos de control. Los métodos de modelado incluyen el modelado

matemático clásico, las redes neuronales artificiales y el modelado ARX (modelos autorregresivos con variables exógenas) (Aumporn, Janjai, Khunkaeo, & Bala, 2021).

El modelado ARX tiene la ventaja de que se basa únicamente en datos experimentales y requiere menos datos experimentales en comparación con otros métodos similares; se usa comúnmente en el diseño de algoritmos de control en la ingeniería de control automático. Recientemente, el modelado ARX se ha utilizado para calcular el rendimiento de un secador solar de escala doméstica durante el secado de plátano (Aumporn, Janjai, Khunkaeo, & Bala, 2021). Además, Aumporn, Pankaew, Chanpen, & Janjai (2021) predijeron de forma satisfactoria el comportamiento del contenido de humedad en hojas de caucho en un secador solar tipo invernadero utilizando un modelo ARX. Estos estudios muestran que el modelado ARX se ha empleado con éxito para predecir variables como el contenido de humedad durante el proceso de secado de productos agrícolas. Por lo anterior, el objetivo de este estudio fue modelar mediante un modelo ARX la temperatura de muestras de plátano durante su secado en un secador solar tipo invernadero, con el propósito de que el modelo generado sirva de base para el diseño de un controlador basado en modelos.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

El experimento se llevó a cabo en un secador solar tipo invernadero de forma parabólica con cubierta de policarbonato de 6 mm de espesor y piso de concreto reforzado, cuyas dimensiones son de 10 m x 9 m en la base y 3.5 m de altura. El secador cuenta con dos extractores ubicados en la pared sur con una capacidad de  $9435 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$  cada uno, accionados mediante motores monofásicos de 0.5 HP (373 W) permitiendo la renovación del aire en el interior del secador (Figura 1). El secador solar se encuentra localizado en el Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola de la Universidad Autónoma Chapingo, México, localización geográfica:  $19^\circ 29' \text{ N}$ ,  $98^\circ 53' \text{ O}$ , a una altitud de 2240 m.

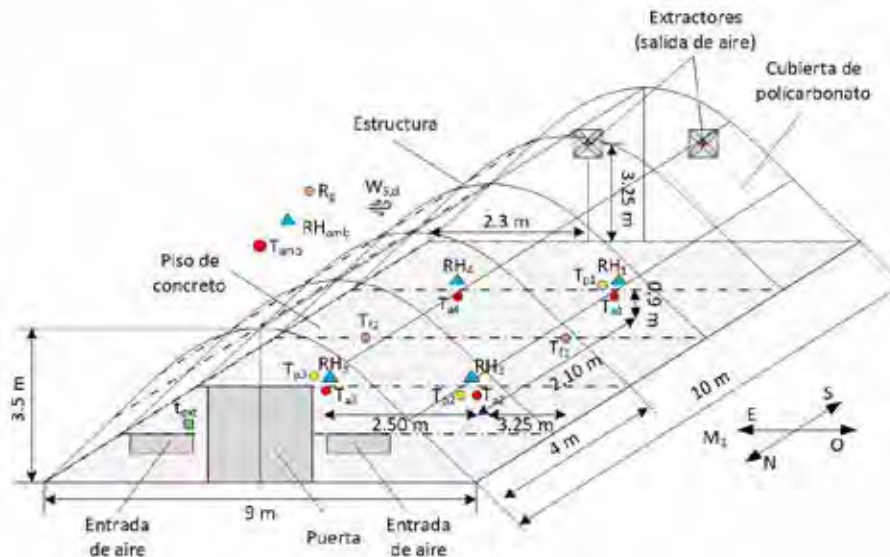


**Figura 1. Secador solar tipo invernadero de forma parabólica en donde se realizaron los experimentos de secado de plátano dominico.**

## Mediciones y sistema de registro de datos

Las variables climáticas en el interior del secador fueron medidas como se describe a continuación (Figura 2). La temperatura ( $T_a$ , °C) y humedad relativa (RH, %) con sensores bme680 (Bosch Sensortec, precisión  $\pm 1$  °C,  $\pm 3$  %, rango de  $-40^\circ$  a  $+85^\circ$ C y de 0 a 100 %) colocados por arriba de las muestras y protegidos de la radiación solar mediante tubos horizontales de 0.5 m de longitud recubiertos de aluminio (Erell, Leal, & Maldonado, 2005). Las temperaturas del suelo ( $T_p$ , °C) y producto ( $T_p$ , °C) con termopares tipo T (Onset Computer, EE.UU.; precisión  $\pm 0.6^\circ$ C, resolución  $0.022^\circ$ C, y rango de  $-260^\circ$  a  $400^\circ$ C), que en el caso del plátano se insertaron en las muestras y la temperatura media se consideró como la temperatura real del plátano entero.

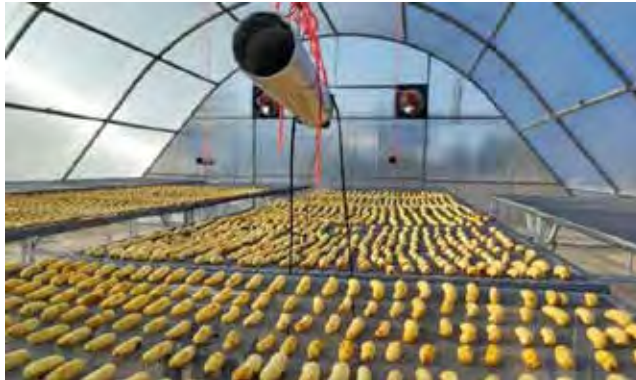
Las variables climáticas en el exterior fueron medidas a una altura de 6 m del piso a un costado del secador. La temperatura ( $T_{amb}$ , °C), y humedad relativa ( $RH_{amb}$ , %) con el sensor S-THC-M002 (precisión  $\pm 0.20$  °C,  $\pm 2.5$  %, rango de 0 a  $70^\circ$  C y de 10 a 90 %) colocados dentro de un protector solar. La radiación solar global ( $R_g$ ,  $W\ m^{-2}$ ) con un piranómetro S-LIB-M003 (Precisión  $\pm 10$   $W\ m^{-2}$ , resolución  $1.25$   $W\ m^{-2}$ , rango 0 a  $1280$   $W\ m^{-2}$ ). La velocidad del viento ( $W_s$ ,  $m\ s^{-1}$ ) con un sensor S-WSB-M003 (Precisión  $\pm 1.1$   $m\ s^{-1}$ , resolución  $0.5$   $m\ s^{-1}$ , rango 0 a  $76$   $m\ s^{-1}$ ) y la dirección del viento ( $W_d$ , °) con un sensor S-WDA-M003 (Precisión  $\pm 5^\circ$ , resolución  $1.5^\circ$ , rango 0 a  $355^\circ$ ). Las señales generadas por los sensores se almacenaron cada minuto en una estación meteorológica HOBO U30 (Onset Computer Corporation, EE.UU.) para su posterior análisis. Finalmente, el tiempo de encendido y apagado de los extractores ( $t_{ext}$ ) se registró con ayuda de un sensor de corriente alterna SCT-013 100A cada 5 segundos.



**Figura 2. Distribución de puntos de medición en el secador solar para las variables temperatura del aire ( $T_a$ ), temperatura del suelo ( $T_p$ ), temperatura del producto ( $T_p$ ), humedad relativa interior (RH), radiación solar global ( $R_g$ ), temperatura ( $T_{amb}$ ), humedad relativa ambiente ( $RH_{amb}$ ), encendido y apagado de los extractores ( $t_{ext}$ ), velocidad ( $W_s$ ) y dirección del viento ( $W_d$ ).**

### ***Experimentos de secado con producto***

Se realizaron tres experimentos de secado de plátano dominico (Figura 3), los días 11, 18 y 26 de marzo de 2023 comenzando a las 07:00 h y concluyendo cuando el producto alcanzo un peso constante. En todos los casos se introdujeron 150 kg de producto al secador, los frutos de plátano se colocaron como una capa fina sobre las mesas de secado y la temperatura del aire dentro del secador se configuró para que no superara los 50°C, que es la temperatura recomendada para el secado de plátano (Nimnuan & Nabnean, 2022). Los experimentos se realizaron con la finalidad de obtener datos para modelar la temperatura del producto mediante modelos ARX.



**Figura 3. Deshidratado de plátano dominico en un secador solar tipo invernadero.**

### ***Estructura de los modelos autorregresivos con entradas exógenas***

Los modelos autorregresivos con entrada externa (ARX) son una familia de modelos matemáticos comúnmente usados para describir sistemas dinámicos. Un modelo ARX de entrada y salida única (SISO) se describe mediante una ecuación lineal en diferencias (Ljung, 1998; Keesman, 2011),

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_{na}y(t-na) = b_1u(t-nk) + \dots + b_{nb}u(t-nb-nk+1) + e(t) \quad (1)$$

donde  $y(t)$  es la salida del modelo para  $t = t, t-1, \dots, t-na$ ;  $u(t)$  es la entrada del modelo para  $t = t-nk, t-nk-1, \dots, t-nk-nb+1$ ;  $na$  es el número de pasos de tiempo de la salida;  $nb$  es el número de pasos de tiempo de la entrada;  $nk$  es el retardo de la entrada con respecto a la salida;  $e(t)$  es ruido blanco asociado con la variable de salida.

Los modelos para predecir con precisión la temperatura de secado y el contenido de humedad del producto requieren más de una entrada, por lo que se debe ajustar un modelo ARX de entradas múltiples y salida única (MISO). Según Rachad, Nsiri, & Bensassi (2015) la estructura general del modelo ARX MISO es:

$$A(q^{-1})y(t-n) = q^{-d}B_1(q^{-1})u_1(t-n) + q^{-d}B_2(q^{-1})u_2(t-n) + e(t) \quad (2)$$

donde  $q^{-1}$  representa al operador de retraso y  $A(q^{-1})$  y  $B(q^{-1})$  son los polinomios que representan la dinámica general del sistema y se definen como:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na} \quad (3)$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + \dots + b_{nb} q^{-nb} \quad (4)$$

### ***Selección de las variables de entrada***

Las variables de entrada a los modelos ARX se seleccionaron para dos casos: 1) modelo con variables ambientales externas como entradas, 2) modelo con variables ambientales internas como entradas (50% de los datos experimentales se usaron para estimación y 50% para validación). Para elegir las variables de entrada a los modelos del caso 1) se hicieron combinaciones de dos variables de un total de cinco variables:  $T_{amb}$ ,  $RH_{amb}$ ,  $R_g$ ,  $W_s$  y  $VPD_{amb}$  (déficit de presión de vapor del ambiente), con la finalidad de obtener un modelo simple para predecir la temperatura del producto ( $T_p$ ) mediante condiciones ambientales externas. Para el caso 2) también se buscó generar un modelo simple para la predicción de la temperatura del producto ( $T_p$ ) con variables medidas dentro del secador:  $T_p$ ,  $RH$ ,  $T_a$ , y  $VPD$  (déficit de presión de vapor en el interior del secador). En ambos casos, a la mejor combinación de variables de entrada obtenida se le agregó otra de las variables restantes, con la finalidad de mejorar la predicción del modelo. Finalmente, en ambos casos se usó como entrada para los modelos la combinación de variables con la que se obtuvo mejor porcentaje de ajuste de predicción, agregando la variable de control  $t_{ext}$ .

### ***Identificación de la temperatura del producto***

Para estimar y validar los modelos ARX se usaron los conjuntos de datos divididos 50%:50%, 60%:40%, 70%:30%, 80%:20%, 90%:10%, para estimación y validación, respectivamente. Se utilizó la caja de herramientas de identificación de sistemas (System Identification Toolbox) de Matlab para estimar la estructura de los modelos y evaluarlos. La selección de la estructura se hizo siguiendo la metodología de la guía de usuario del Toolbox, la cual consiste en los siguientes pasos:

**Paso 1.** Determinación de los retardos o tiempos muertos ( $nk$ ), para cada una de las variables de entrada.

**Paso 2.** Búsqueda del número de pasos de tiempo de la salida ( $na$ ) y de la entrada ( $nb$ ), con una variación de 1 a 10 pasos.

**Paso 3.** Elección de la mejor estructura mediante el criterio de información de Akaike (AIC), el criterio de longitud mínima de descripción de Rissanen (MDL) y el modelo con mejor ajuste respecto a los datos experimentales.



$$AIC = \log(V) + \frac{2 \cdot d}{N}, N \gg d \quad (5)$$

$$MDL = V \left( 1 + \frac{d \cdot \log(N)}{N} \right) \quad (6)$$

donde V es la función de pérdida, d es el número total de parámetros en la estructura en cuestión y N es el número de puntos de datos utilizados para la estimación.

**Paso 4.** Evaluación de los modelos mediante el error de predicción final de Akaike (FPE), el criterio de información de Akaike normalizado (nAIC), el porcentaje de ajuste en estimación y validación calculado a partir del error cuadrático medio normalizado (NRMSE), así como el análisis residual para evaluar la calidad predictiva del modelo,

$$FPE = \det \left( \frac{1}{N} E^T E \right) \left( \frac{1 + \frac{n_p}{N}}{1 - \frac{n_p}{N}} \right) \quad (7)$$

$$nAIC = \log \left( \det \left( \frac{1}{N} E^T E \right) \right) + \frac{2 \cdot n_p}{N} \quad (8)$$

$$NRMSE = 100 \cdot \left( 1 - \frac{\| Y_i - \hat{Y}_i \|}{\| Y_i - \bar{Y}_i \|} \right) \quad (9)$$

donde  $n_p$  es el número de parámetros libres en el modelo, N es el conjunto de muestras en el conjunto de datos de estimación, E es la matriz N-por-ny de errores de predicción, ny es el número de canales de salida,  $Y_i$  es el valor medido,  $\hat{Y}_i$  es el valor simulado,  $\bar{Y}_i$  es la media de los datos y “ $\|\cdot\|$ ” indica la norma dos de un vector.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### *Variables de entrada a los modelos*

En el Cuadro 1 se muestran los resultados obtenidos al evaluar las parejas de variables de entrada medidas en el exterior del secador para estimar y validar los modelos ARX, sin considerar a la señal de control ( $t_{ext}$ ).

**Cuadro 1. Mejores modelos ARX obtenidos para predecir temperatura del producto un paso hacia adelante con 50% de información para estimación y 50% para validación.**

Variables de entrada	na	nb	nk	FPE	nAIC	Ajuste en estimación (%)	Ajuste en validación (%)
Caso 1: Variables de entrada medidas en el exterior							
$T_{amb}$ y $RH_{amb}$	9	5 10	0 0	0.0257	-3.6595	98.81	98.77
$T_{amb}$ y $R_g$	9	8 5	0 0	0.0276	-3.5892	98.77	98.75
$R_g$ y $RH_{amb}$	9	2 9	0 0	0.0301	-3.5035	98.71	98.43
$T_{amb}$ , $RH_{amb}$ y $R_g$	9	5 10 2	0 0 0	0.0254	-3.6728	98.82	98.78
Caso 2: Variables de entrada medidas en el interior							
$RH$ y $T_f$	9	9 10	0 0	0.0125	-4.3846	99.17	98.93
$T_a$ y $T_f$	8	10 8	0 0	0.0170	-4.0747	99.03	98.85
$T_a$ y $RH$	8	4 10	1 0	0.0209	-3.8659	98.93	98.67
$RH$ , $T_f$ y $T_a$	9	9 10 3	0 0 1	0.0116	-4.4550	99.20	98.96

Para el caso de los modelos con variables de entrada medidas en el exterior, con base en el error de predicción final de Akaike, el criterio de información de Akaike normalizado y el porcentaje de ajuste, el mejor modelo se obtiene al utilizar como variables de entrada a la  $T_{amb}$  y  $RH_{amb}$  (Cuadro 1), mientras que la combinación de  $T_{amb}$  y  $R_g$  muestra un grado de ajuste similar (0.02 % menos de ajuste). Para el caso de los modelos con variables de entrada medidas en el interior, con base a los mismos índices de evaluación que en caso anterior, se encontró que usando como entradas a la humedad relativa (RH) y la temperatura del piso ( $T_p$ ) se obtiene el mejor porcentaje de ajuste y los valores mínimos del FPE y AICn (Cuadro 1).

En los Cuadros 2 y 3 se muestran los resultados de los modelos obtenidos con los diferentes conjuntos de datos para estimación y validación, para predecir la  $T_p$  mediante variables externas ( $marx_{out}$ ) e internas ( $marx_{in}$ ) del secador, respectivamente; sin considerar a la señal de control.

Para obtener el mejor modelo que prediga la temperatura del producto, se empleó un procedimiento de validación cruzada, que sirve para elegir el modelo que tenga el mejor ajuste, que cumpla con la verificación de los residuales y que además sea de bajo orden (Rivas-Pérez, Feliú-Batlle, & Salcedo-Hernández, 2021). Las mejores estructuras de los modelos ARX para predecir  $T_p$  se obtuvieron con el conjunto de datos 60%:40% tanto para los modelos con variables de entrada medidas en el exterior como con entradas medidas en el interior del secador. De acuerdo con la teoría de control un modelo con una estructura simple es preferible a uno con una estructura compleja (Ljung, 1998), esto debido a que el comportamiento con respecto a un modelo de orden superior es similar y por consiguiente se facilita el proceso de diseño de un sistema de control.

**Cuadro 2. Modelos ARX ( $\text{marx}_{\text{out}}$ ) obtenidos para predecir la  $T_p$  con  $T_{\text{amb}}$  y  $RH_{\text{amb}}$  como variables de entrada, para diferentes proporciones de datos para estimación y validación.**

Criterio	na	nb	nk	FPE	AIC	Ajuste en estimación (%)	Ajuste en validación (%)	Conjunto de datos
Mejor ajuste	9	8 10	0 0	0.0257	-3.6599	98.81	98.77	50%:50%
AIC	9	8 10	0 0	0.0257	-3.6599	98.81	98.77	
MDL	9	5 10	0 0	0.0257	-3.6595	98.81	98.77	
Mejor ajuste	9	10 10	0 0	0.0243	-3.7175	98.81	98.62	60%:40%
AIC	9	8 10	0 0	0.0244	-3.7132	98.91	98.62	
MDL	9	8 4	0 0	0.0245	-3.7099	98.91	98.62	
Mejor ajuste	9	1 1	0 0	0.0684	-2.6828	98.14	98.94	70%:30%
AIC	9	1 1	0 0	0.0684	-2.6828	98.14	98.94	
MDL	9	1 1	0 0	0.0684	-2.6828	98.14	98.94	
Mejor ajuste	9	1 1	0 0	0.0622	-2.7777	98.22	98.95	80%:20%
AIC	9	1 1	0 0	0.0622	-2.7777	98.22	98.95	
MDL	9	1 1	0 0	0.0622	-2.7777	98.22	98.95	
Mejor ajuste	9	10 1	0 0	0.031	-3.4723	98.77	99.01	90%:10%
AIC	8	10 1	0 0	0.031	-3.4724	98.77	99.01	
MDL	9	1 1	0 0	0.0587	-2.8356	98.31	98.99	

**Cuadro 3. Modelos ( $\text{marx}_{\text{in}}$ ) obtenidos para predecir la  $T_p$  con  $RH$  y  $T_r$  como variables de entrada, para diferentes proporciones de datos para estimación y validación.**

Criterio	na	nb	nk	FPE	AIC	Ajuste en estimación (%)	Ajuste en validación (%)	Conjunto de datos
Mejor ajuste	10	9 10	0 0	0.0125	-4.3844	99.17	98.93	50%:50%
AIC	10	9 10	0 0	0.0125	-4.3844	99.17	98.93	
MDL	9	9 10	0 0	0.0125	-4.3846	99.17	98.93	
Mejor ajuste	10	9 10	0 0	0.0112	-4.4957	99.26	98.79	60%:40%
AIC	10	9 10	0 0	0.0112	-4.4957	99.26	98.79	
MDL	9	9 10	0 0	0.0112	-4.4959	99.26	98.79	
Mejor ajuste	9	1 10	0 0	0.0434	-3.1379	98.52	99.38	70%:30%
AIC	9	1 10	0 0	0.0434	-3.1379	98.52	99.38	
MDL	9	1 10	0 0	0.0434	-3.1379	98.52	99.38	
Mejor ajuste	9	1 10	0 0	0.0388	-3.2503	98.59	99.4	80%:20%
AIC	9	1 10	0 0	0.0388	-3.2503	98.59	99.4	
MDL	9	1 10	0 0	0.0388	-3.2503	98.59	99.4	
Mejor ajuste	9	1 10	0 0	0.0355	-3.3369	98.69	99.44	90%:10%
AIC	9	1 10	0 0	0.0355	-3.3369	98.69	99.44	
MDL	9	1 10	0 0	0.0355	-3.3369	98.69	99.44	

Por lo tanto, los mejores modelos ARX para predecir la temperatura del producto ( $T_p$ ) encontrados en esta investigación, basándonos en la teoría de control, tienen la estructura  $na = [9]$ ,  $nb = [8 \ 4]$ ,  $nk = [0 \ 0]$  y  $na = [9]$ ,  $nb = [9 \ 10]$ ,  $nk = [0 \ 0]$ , para variables de entrada externas e internas, respectivamente. Los coeficientes de los modelos se muestran a continuación.

$$\text{Modelo ARX: } A(z)y(t) = B(z)u(t) + e(t) \quad (10)$$

Variables de entrada =  $T_{\text{amb}}$  y  $RH_{\text{amb}}$ , variable de salida =  $T_p$ , donde:

$$A(z) = 1 - 1.415 z^{-1} + 0.451 z^{-2} + 0.05683 z^{-3} - 0.09207 z^{-4} - 0.06794 z^{-5} \\ - 0.08146 z^{-6} + 0.02777 z^{-7} + 0.1025 z^{-8} + 0.01817 z^{-9} \quad (11)$$

$$B_1(z) = 0.5517 - 0.9964 z^{-1} + 0.5709 z^{-2} - 0.05604 z^{-3} - 0.06277 z^{-4} - 0.02315 z^{-5} \\ - 0.02098 z^{-6} + 0.03555 z^{-7} \quad (12)$$

$$B_2(z) = -0.07501 + 0.07192 z^{-1} + 0.02084 z^{-2} - 0.01748 z^{-3} \quad (13)$$

Variables de entrada =  $RH$  y  $T_f$ , variable de salida =  $T_p$ , donde:

$$A(z) = 1 - 1.177 z^{-1} + 0.06444 z^{-2} + 0.1505 z^{-3} - 0.03247 z^{-4} - 0.06451 z^{-5} \\ - 0.09142 z^{-6} - 0.003735 z^{-7} + 0.1297 z^{-8} + 0.02569 z^{-9} \quad (14)$$

$$B_1(z) = -0.2064 + 0.258 z^{-1} - 0.0258 z^{-2} - 0.03369 z^{-3} + 0.004977 z^{-4} + 0.02544 z^{-5} \\ + 0.02008 z^{-6} + 0.004801 z^{-7} - 0.04746 z^{-8} \quad (15)$$

$$B_2(z) = 0.1871 - 0.07169 z^{-1} - 0.07129 z^{-2} + 0.0174 z^{-3} - 0.01403 z^{-4} - 0.005543 z^{-5} \\ - 0.05223 z^{-6} - 0.0003818 z^{-7} - 0.005525 z^{-8} + 0.0174 z^{-9} \quad (16)$$

Para el caso de los modelos con variables de entrada medidas en el exterior, con base en el error de predicción final de Akaike, el criterio de información de Akaike normalizado y el porcentaje de ajuste, el mejor modelo se obtiene al utilizar como variables de entrada a la  $T_{\text{amb}}$  y  $RH_{\text{amb}}$  (Cuadro 1), mientras que la combinación de  $T_{\text{amb}}$  y  $R_g$  muestra un grado de ajuste similar (0.02 % menos de ajuste).

Cuando a los dos mejores modelos ARX obtenidos anteriormente se incluye como variable de entrada a la señal de control, con base en el error de predicción final de Akaike, el criterio de información de Akaike normalizado y el porcentaje de ajuste (resultados no mostrados), el mejor modelo para predecir  $T_p$  mediante variables medidas en el exterior ( $T_{\text{amb}}$ ,  $RH_{\text{amb}}$  y  $t_{\text{ext}}$ ) y dentro del secador ( $RH$ ,  $T_f$  y  $t_{\text{ext}}$ ) son:  $na = [9]$ ,  $nb = [8 \ 4 \ 1]$ ,  $nk = [0 \ 0 \ 0]$  y  $na = [9]$ ,  $nb = [9 \ 10 \ 1]$ ,  $nk = [0 \ 0 \ 0]$ , respectivamente; estimados con el conjunto de datos 60%:40%. Los coeficientes de los modelos se muestran a continuación.

$$\text{Modelo ARX: } A(z)y(t) = B(z)u(t) + e(t) \quad (17)$$

VARIABLES DE ENTRADA =  $T_{amb}$ ,  $RH_{amb}$  y  $t_{ext}$ , VARIABLE DE SALIDA =  $T_p$ , DONDE:

$$A(z) = 1 - 1.401 z^{-1} + 0.4414 z^{-2} + 0.04794 z^{-3} - 0.09877 z^{-4} - 0.06594 z^{-5} - 0.07175 z^{-6} + 0.02892 z^{-7} + 0.09871 z^{-8} + 0.01902 z^{-9} \quad (18)$$

$$B_1(z) = 0.5482 - 0.9893 z^{-1} + 0.5665 z^{-2} - 0.05608 z^{-3} - 0.06665 z^{-4} - 0.02359 z^{-5} - 0.01423 z^{-6} + 0.0331 z^{-7} \quad (19)$$

$$B_2(z) = -0.07513 + 0.07056 z^{-1} + 0.02101 z^{-2} - 0.0163 z^{-3} \quad (20)$$

$$B_3(z) = -0.06594 \quad (21)$$

VARIABLES DE ENTRADA =  $RH$ ,  $T_f$  y  $t_{ext}$ , VARIABLE DE SALIDA =  $T_p$ , DONDE:

$$A(z) = 1 - 1.176 z^{-1} + 0.06282 z^{-2} + 0.1514 z^{-3} - 0.03254 z^{-4} - 0.06473 z^{-5} - 0.09059 z^{-6} + 0.004276 z^{-7} + 0.1287 z^{-8} + 0.02672 z^{-9} \quad (22)$$

$$B_1(z) = -0.2067 + 0.2574 z^{-1} - 0.0256 z^{-2} - 0.034 z^{-3} + 0.005443 z^{-4} + 0.02605 z^{-5} + 0.01998 z^{-6} + 0.004749 z^{-7} - 0.04753 z^{-8} \quad (23)$$

$$B_2(z) = 0.1863 - 0.07236 z^{-1} - 0.07186 z^{-2} + 0.01751 z^{-3} - 0.01306 z^{-4} - 0.004805 z^{-5} - 0.05211 z^{-6} - 0.0005032 z^{-7} - 0.005368 z^{-8} + 0.01742 z^{-9} \quad (24)$$

$$B_3(z) = -0.01741 \quad (25)$$

### *Análisis de rendimiento de predicción de los modelos*

El modelo ARX para predecir la  $T_p$  con un paso hacia adelante tiene un ajuste del 98.62% y 98.79% para variables de entrada externas ( $marx_{out}$ ) e internas ( $marx_{in}$ ), respectivamente (Figura 4). Esto significa que los modelos predicen de manera satisfactoria la temperatura del producto dentro del secador un minuto siguiente de la medición durante el proceso de deshidratado del plátano dominico. No se han reportados estudios en los que se haya predicho la temperatura del producto mediante modelos ARX, sin embargo, estos resultados son congruentes con los resultados reportados por otros autores que predijeron la temperatura del aire en el interior de sistemas de invernaderos (Patil, Tantau, & Salokhe, 2008; Montoya-Ríos, García-Mañas, Guzmán, & Rodríguez, 2020).

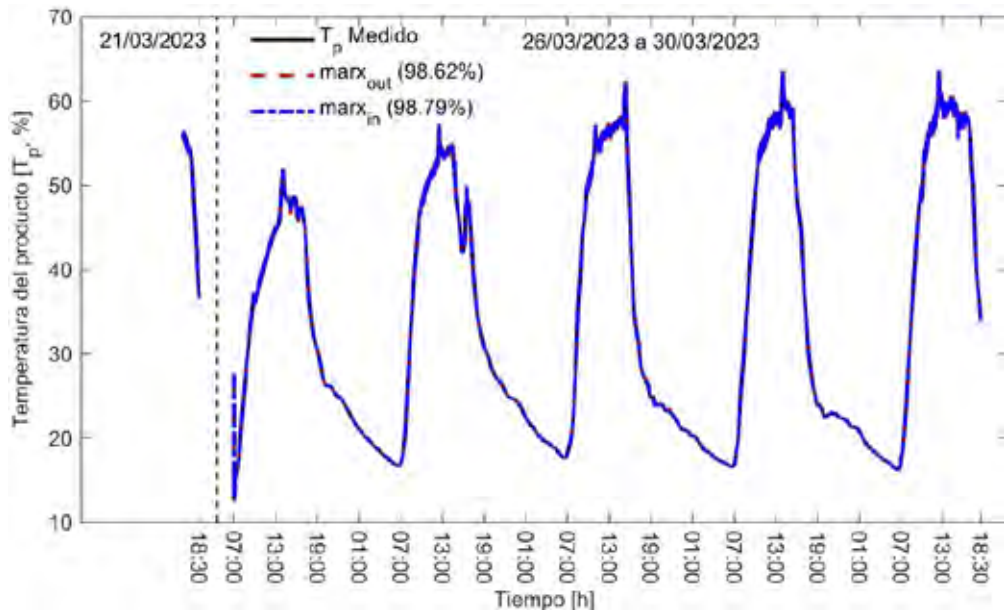


Figura 4. Comparación del valor de  $T_p$  medio y predicho un paso hacia adelante mediante modelos ARX con entradas medidas en el exterior ( $\text{max}_{\text{out}}$ ) e interior ( $\text{max}_{\text{in}}$ ), respectivamente.

Del análisis residual y de coeficientes de ambos modelos se obtuvieron los resultados (Figura 5a y 5b) en los que se puede observar que las funciones de correlación cruzada se encuentran dentro del intervalo de confianza del 99%, mientras que la autocorrelación de la salida se sale del intervalo de confianza, aunque no es un valor significativo (menor de 0.2).

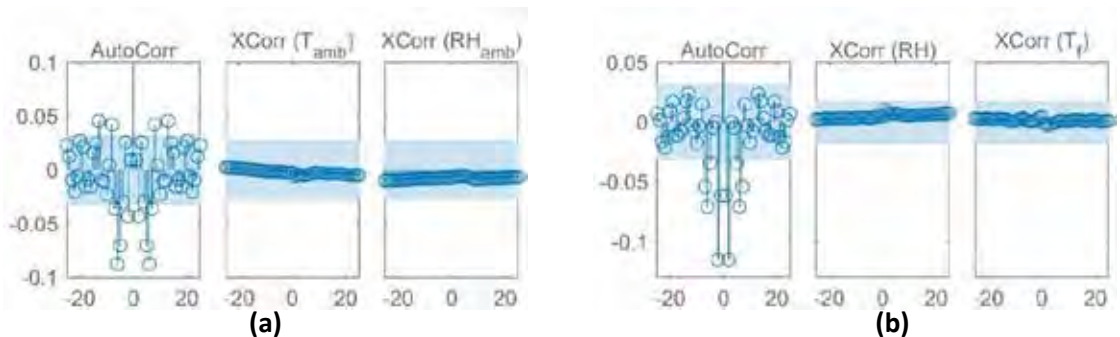
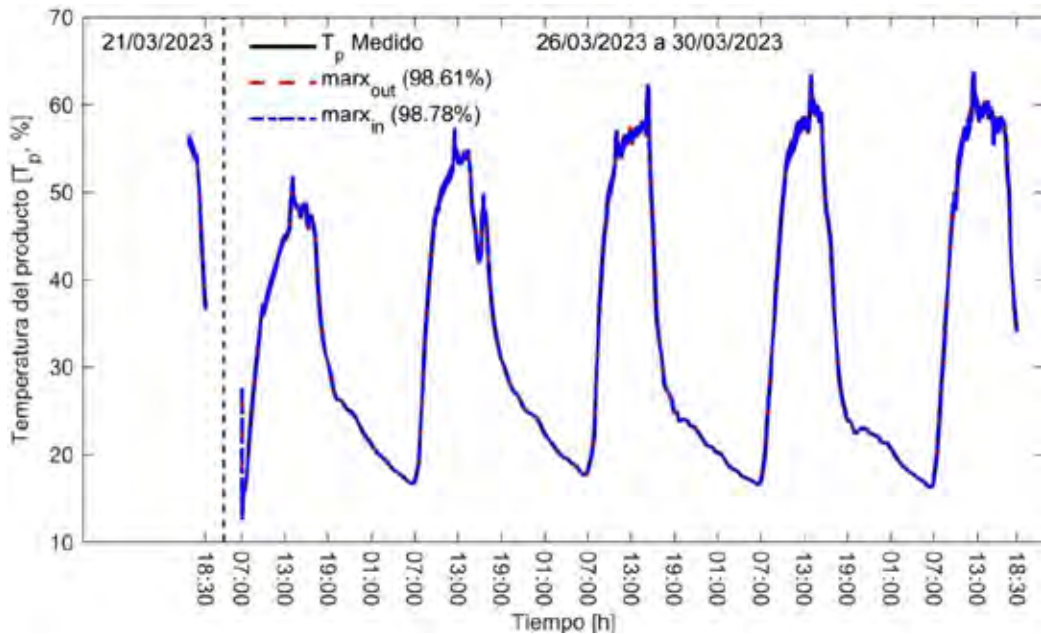


Figura 5. Función de correlación entre las entradas y la salida de los modelos  $\text{max}_{\text{out}}$  (a) y  $\text{max}_{\text{in}}$  (b).

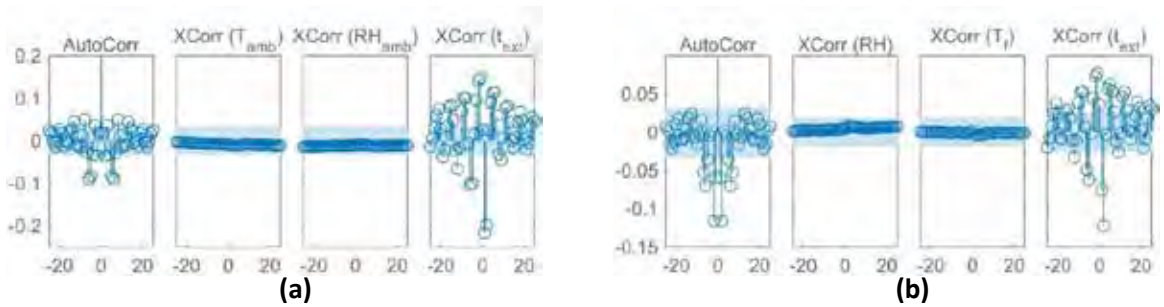
Cuando se agrega como entrada la señal de control ( $t_{\text{ext}}$ ) a los dos modelos obtenidos, el porcentaje de ajuste disminuye en un 0.01% (Figura 6), aunque el porcentaje de ajuste disminuye es necesario considerar como entrada la  $t_{\text{ext}}$  pues los extractores son los actuadores que se usaran

en el controlador automático para regular la temperatura del producto. Ya que, el ajuste de los modelos sigue siendo bueno se pueden emplear para la construcción de un dispositivo de control como lo sugiere Montoya-Ríos, García-Mañas, Guzmán, & Rodríguez (2020). Estos autores diseñaron un controlador Proporcional Integral (PI) a partir de un modelo ARX, para regular la temperatura del aire en el interior de un invernadero con ventilación natural, considerando como variable entrada el área de ventilación y variables climáticas. También se ha sugerido usar los modelos ARX como base para el diseño de controladores del contenido de humedad en productos agrícolas en secadores solares (Aumporn, Janjai, Khunkaeo, & Bala, 2021; Aumporn, Pankaew, Chanpen, & Janjai, 2021).



**Figura 6. Comparación del valor de  $T_p$  medio y predicho un paso hacia adelante mediante modelos ARX con entradas medidas en el exterior ( $marx_{out}$ ) e interior ( $marx_{in}$ ) incluyendo la señal de control como entrada al modelo.**

Los residuales de los modelos (Figura 7a y 7b), muestran que existe correlación cruzada entre la señal de los extractores y los residuos, lo cual indica que existe alguna deficiencia en el modelo y este puede ser mejorado. Sin embargo, son pequeñas por lo que podemos decir que el modelo ha capturado la dinámica esencial del comportamiento de la temperatura del producto.



**Figura 7. Función de correlación entre las entradas y la salida del  $\text{marx}_{\text{out}}$  (a) y  $\text{marx}_{\text{in}}$  (b) considerando a la señal de control.**

Si se usa un modelo ARX de base para el diseño de un dispositivo de control de la temperatura del producto dentro del secador, lo recomendable sería emplear el conjunto de datos para estimar y evaluar del 60% - 40%. Con base en los resultados el nivel de predicción es alto en la predicción de la temperatura del producto con los datos de entrada de variables externas e internas del sistema. Sin embargo, será necesario calibrar periódicamente el modelo (Montoya-Ríos, García-Mañas, Guzmán, & Rodríguez, 2020) o usar algoritmos recursivos como modelos de redes neuronales o una combinación de estos con modelos autorregresivos (NARX) para determinar nuevas estructuras ante nuevos necesarios (Ljung, 1998). Ejemplo de esto son los estudios realizados por Jung, Kim, Jhin, Kim, & Park (2020) y Gao *et al.* (2023) quienes predijeron la temperatura del aire en invernaderos empleando modelos NARX que describieron adecuadamente el comportamiento de esta variable de respuesta.

## CONCLUSIONES

Se evaluaron modelos ARX para predecir la temperatura del producto un paso hacia adelante, durante el proceso de secado de plátano dominico en un secador solar tipo invernadero, utilizando como entradas del modelo mediciones de variables fuera y dentro del secador. En ambos casos, el mejor modelo obtenido utiliza solamente dos variables de entrada al modelo; para el primer caso utiliza como entradas la temperatura del aire y humedad relativa, mientras que en el segundo caso utiliza la temperatura del piso y la humedad relativa. Los modelos obtenidos presentaron un nivel de ajuste similar al obtenido por otros investigadores que usaron un mayor número de variables de entrada (radiación solar global, velocidad del viento, temperatura y humedad relativa). Los modelos obtenidos en que no y si se considera la señal de control como entrada presentaron una bondad de ajuste mayor del 95% en predicción de un paso hacia adelante sobre el conjunto de datos de estimación y validación. Además, se satisface el análisis residual, sus coeficientes estimados son precisos y las estructuras de los modelos obtenidos son de bajo orden. Por lo anterior, los modelos pueden emplearse para el diseño de un sistema de control automático del proceso de secado de plátano.

## LITERATURA CITADA

Aumporn, O., Janjai, S., Khunkaeo, T., & Bala, B. K. (2021). Development of a Household Scale



Solar Dryer: Performance Evaluation and ARX Modeling. *Journal of Renewable Energy and Smart Grid Technology*, 16(1), 1-11.

- Aumporn, O., Pankaew, P., Chanpen, N., & Janjai, S. (2021). Experimental performance and auto-regressive with eXogenous Input (ARX) modelling of an anti-uv polycarbonate sheet-covered solar dryer equipped with a control system for drying Para rubber sheets. *Journal of Renewable Energy and Smart Grid Technology*, 16(2), 68-80. Retrieved from <https://ph01.tci-thaijo.org/index.php/RAST/article/view/245783>
- Aumporn, O., Wattan, R., Pattarapanitchai, S., Sangsan, M., & Janjai, S. (2021). Study of Large-scale Solar Dryers Equipped with Monitoring and Control Systems for Banana Drying. *Journal of Renewable Energy and Smart Grid Technology*, 16(2), 1-16. Obtenido de <https://ph01.tci-thaijo.org/index.php/RAST/article/view/244529>
- Erell, E., Leal, V., & Maldonado, E. (2005). Measurement of air temperature in the presence of a large radiant flux: an assessment of passively ventilated thermometer screens. *Boundary-Layer Meteorology*, 114, 205-231. doi: <https://doi.org/10.1007/s10546-004-8946-8>
- FAO. (2015). Pérdidas y desperdicios de alimentos en América Latina y el Caribe. Organización para la Alimentación y la Agricultura. Recuperado el 13 de Julio de 2023, de [https://www.fao.org/fileadmin/user\\_upload/FAO-countries/Argentina/docs/2do\\_Boletín\\_P\\_\\_\\_\\_D\\_en\\_ALC\\_avances\\_en\\_Argentina.pdf](https://www.fao.org/fileadmin/user_upload/FAO-countries/Argentina/docs/2do_Boletín_P____D_en_ALC_avances_en_Argentina.pdf)
- Gao, M., Wu, Q., Li, J., Wang, B., Zhou, Z., Liu, C., & Wang, D. (2023). Predicción de la temperatura del invernadero solar basada en la red neuronal de regresión NARX. *Scientific Reports*, 13, 1563. doi: <https://doi.org/10.1038/s41598-022-24072-1>
- Janjai, S., Lamlert, N., Intawee, P., Mahayothee, B., Boonrod, Y., Haewsuncharern, M., . . . Müller, J. (2009). Solar Drying of Peeled Longan Using a Side Loading Type Solar Tunnel Dryer: Experimental and Simulated Performance. *Drying Technology*, 27(4), 595-605. doi:10.1080/07373930802716383
- Jung, D. H., Kim, H. S., Jhin, C., Kim, H. J., & Park, S. H. (2020). Time-serial analysis of deep neural network models for prediction of climatic conditions inside a greenhouse. *Computers and Electronics in Agriculture*, 173, 105402. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compag.2020.105402>
- Keesman, K. J. (2011). *System Identification: An Introduction*. London: Springer. doi:10.1007/978-0-85729-522-4
- Ljung, L. (1998). System Identification. En A. Procházka, J. Uhlíř, P. Rayner, & N. Kingsbury, *Signal Analysis and Prediction* (pags. 163-173). Boston: Birhiuser. doi: [https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1768-8\\_11](https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1768-8_11)

- Mani, P., & Natesan, V. T. (2021). Experimental investigation of drying characteristics of lima beans with passive and active mode greenhouse solar dryers. *Journal of Food Process Engineering*, 44(5), e13667. doi: <https://doi.org/10.1111/jfpe.13667>
- Montoya-Ríos, A. P., García-Mañas, F., Guzmán, J. L., & Rodríguez, F. (2020). Simple tuning rules for feedforward compensators applied to greenhouse daytime temperature control using natural ventilation. *Agronomy*, 10(9), 1327. doi:10.3390/agronomy10091327
- Nimnuan, P., & Nabnean, S. (2022). Improvement of the Thepsatri Rajabhat-type household solar dryer. *Journal of Energy Systems*, 6(4), 573-582. doi:10.30521/jes.1148625
- Ogawa, T., & Adachi, S. (2014). Measurement of Moisture Profiles in Pasta During Rehydration Based on Image Processing. *Food and Bioprocess Technology*, 7, 1465–1471. doi:10.1007/s11947-013-1156-y
- Patil, S. L., Tantau, H. J., & Salokhe, V. M. (2008). Modelling of tropical greenhouse temperature by auto regressive and neural network models. *Biosystems Engineering*, 99(3), 423-431. doi: <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2007.11.009>
- Rachad, S., Nsiri, B., & Bensassi, B. (2015). System Identification of Inventory System Using ARX and ARMAX Models. *International Journal of Control and Automation*, 8(12), 283-294. doi: <http://dx.doi.org/10.14257/ijca.2015.8.12.26>
- Ratti, C., & Mujumdar, A. S. (1997). Solar drying of foods: Modeling and numerical simulation. *Solar Energy*, 60(3-4), 151-157. doi: [https://doi.org/10.1016/S0038-092X\(97\)00002-9](https://doi.org/10.1016/S0038-092X(97)00002-9)
- Rivas-Pérez, R., Feliú-Batlle, V., & Salcedo-Hernández, J. (2021). State feedback temperature control based on a smith predictor in a precalciner of a cement kiln. *IEEE Latin America Transactions*, 19(1), 138-146. doi:10.1109/TLA.2021.9423857
- SE. (2012). Monografía del sector plátano en México: Situación actual y oportunidades de mercado. Dirección General de Industrias Básicas. México: Secretaría de Economía. Recuperado el 13 de Julio de 2023, de [https://www.economia.gob.mx/files/Monografia\\_Platano.pdf](https://www.economia.gob.mx/files/Monografia_Platano.pdf)
- Taki, M., Rohani, A., Soheili-Fard, F., & Abdeshahi, A. (2018). Assessment of energy consumption and modeling of output energy for wheat production by neural network (MLP and RBF) and Gaussian process regression (GPR) models. *Journal of Cleaner Production*, 172, 3028-3041. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.11.107>
- Valencia-Islas, J. O. (2022). MODELING AND OPTIMIZATION OF A GREENHOUSE-TYPE SOLAR DRYER SYSTEM. (DOCTOR OF PHILOSOPHY). THE UNIVERSITY OF ARIZONA, ARIZONA.

## **Capítulo VIII**

**Arturo Chong Eslava<sup>1</sup>**

# **LAS FUNCIONES MATEMÁTICAS DEL CRECIMIENTO DEL SORGO Y EL EFECTO DE LA FERTILIZACIÓN NITROGENADA**

## **RESUMEN**

El sorgo es una planta que se usa principalmente para forraje, junto con soya, y maíz y otros ingredientes en los alimentos balanceados. Estos cultivos son hoy en día de gran importancia y lo serán más en el futuro. Por ello se debe optimizar la producción de masa de grano, con la más alta eficiencia. Es necesario conocer los aspectos y características del crecimiento del sorgo con precisión. El objetivo del presente trabajo fue definir el crecimiento del sorgo a través de funciones matemáticas con respecto al tiempo, para su utilización en la agricultura de precisión. Metodología. De un cultivo de sorgo se tomaron muestras cada 10 días de la masa total desde la siembra hasta la madurez. Con los datos de masa total se determinó la función matemática del crecimiento con respecto al tiempo. Para representar matemáticamente el crecimiento del sorgo durante todo el periodo de crecimiento, se tuvo que dividir en tres etapas: de siembra a diferenciación floral, de diferenciación floral a floración, y de floración a madurez. Se utilizó el método de cuadrados medios utilizando la herramienta de línea de tendencia de Excel, tomando como base la masa total. Con las tres funciones se puede representar matemáticamente el crecimiento con respecto al tiempo, que se pueden utilizar en la agricultura moderna.

**Palabras clave:** sorgo, funciones matemáticas, nitrógeno, crecimiento.

## **ABSTRACT**

Sorghum crop is usually used for feeding animals, alone with soybean and maize and other materials for balance foods. These crops are very important now and they are going to continue to be important into the future. Production of grain mass must be optimized. It is important to know aspects and to characterize the growth of sorghum plants. The objective of this work was to define growth of sorghum through mathematical functions throughout the entire crop cycle, so they can be used for modern agriculture. Methodology. Each ten days a total mass sample was taken from a sorghum crop, from sowing to maturity.

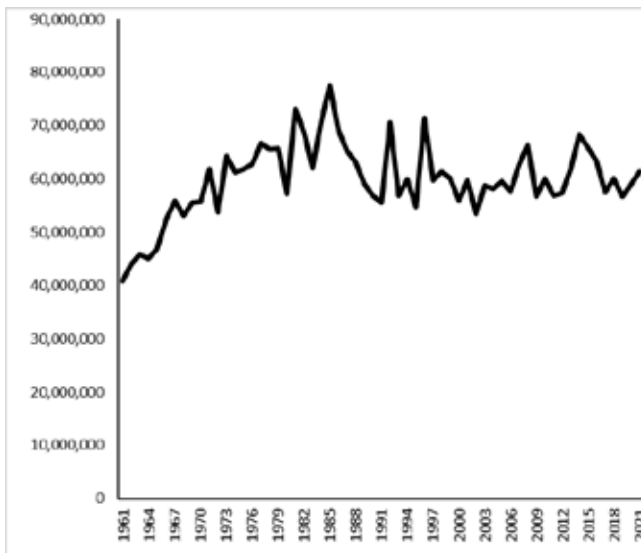
<sup>1</sup>Universidad Autónoma Chapingo, Departamento de Fitotecnia. Carretera México-Texcoco km 38.5, Chapingo, Estado de México, C. P. 56230, MÉXICO. Correo: achonge@chapingo.mx

Data from total sorghum plant mass were used to define growth mathematical functions. The life cycle was divided into three phases, defining for each one a function. Excel application was used for defining these functions. These functions can be used to model growth of sorghum for its use for modern agriculture.

**Keywords:** sorghum, math funtions, nitrogen, growth.

## INTRODUCCIÓN

En la agricultura moderna, los cultivos industriales que se utilizan para la elaboración de los alimentos balanceados han adquirido gran importancia, dado que en los últimos años la demanda de productos de origen animal y sus derivados se ha incrementado, principalmente por la incursión de China y su creciente clase media con mayor poder adquisitivo. El sorgo es un cultivo que desde hace mucho se ha destacado como elemento importante en los alimentos básicos (Figura 1), como fuente importante de carbohidratos en la mezcla. Por lo que para maximizar su rendimiento y tener eficiente proceso productivo, es importante conocer su crecimiento. Por lo que el objetivo de este trabajo es definir el crecimiento del sorgo a través de funciones matemáticas con respecto al tiempo para que se puedan incorporar en la agricultura moderna. Estas funciones matemáticas podrán incorporarse en la agricultura de precisión. Se sembró sorgo, haciendo muestreos de la producción de la masa total que se graficaron utilizando Excel, determinándose el crecimiento del cultivo por medio de funciones matemáticas, utilizando la herramienta de análisis de la misma aplicación. La hipótesis es que el crecimiento del sorgo a lo largo del tiempo se puede definir por medio de funciones matemáticas, es decir que el crecimiento de la masa total de sorgo a lo largo del tiempo presentará una tendencia clara.



**Figura 1. Producción de sorgo desde 1961 a 2021, (FAO.org, 2023). En 1985 se alcanza la máxima producción de sorgo, estabilizándose en los años subsecuentes. Ha sido el maíz amarillo que se ha constituido como el principal componente de los alimentos balanceados.**

## MATERIALES Y MÉTODOS

Se estableció un cultivo de sorgo de una variedad híbrida en el Campo Experimental de Chapingo, de la cuál se tomaron muestras de la masa total cada 10 días, hasta los 130 días. La unidad experimental fue una planta con cuatro repeticiones. Se aplicó una formulación normal de 120-60-40, hecha de los fertilizantes urea, fosfato diamónico y cloruro de potasio. Los datos fueron organizados con respecto al tiempo del cultivo, 0 a 130 días después de la siembra con la aplicación de Excel de Microsoft. Se graficaron los datos con la herramienta de Insertar Gráficas. Después, se utilizó la herramienta de Línea de Tendencia para determinar la ecuación matemática en función del tiempo, determinándose la  $R^2$ . La función matemática es determinada por la aplicación por medio del método estadístico de cuadrados medios de los datos que describen la curva de la gráfica, integrado como herramienta en la aplicación. Para lograr la descripción de todo el ciclo de crecimiento, tuvo que dividirse en tres etapas, ya que la gráfica presentaba diferente comportamiento según transcurrió el tiempo, no encontrándose una sola función que pudiera explicar el ciclo completo. La primera etapa correspondió a la etapa de lento crecimiento de la planta, hasta alcanzar la diferenciación floral. La siguiente desde la diferenciación floral hasta la floración. La tercera de la floración hasta la madurez.

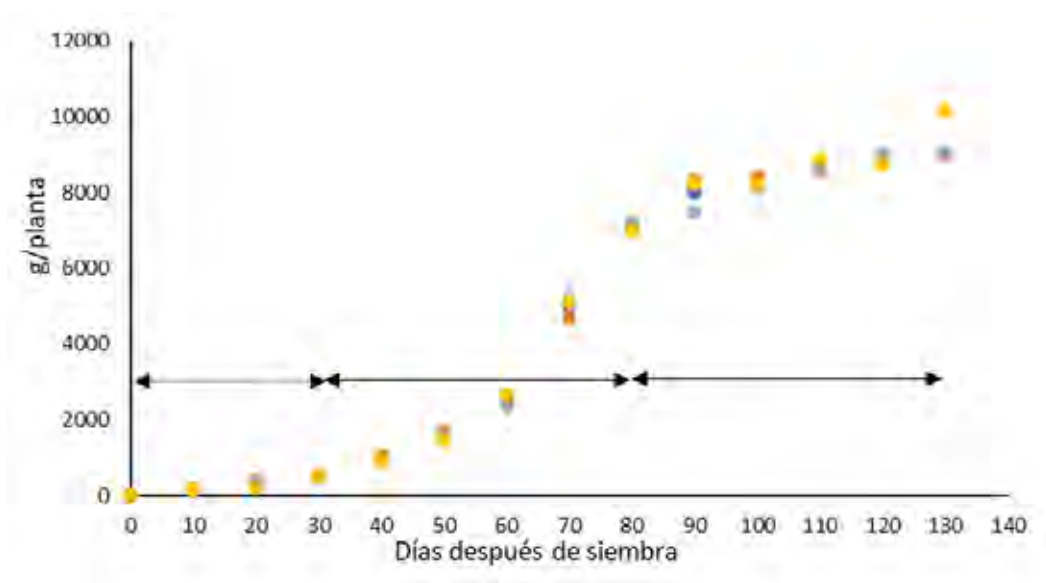
## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

**Los datos.** Los datos organizados según el tiempo transcurrido se presentan en la Cuadro 1 y Figura 1. Como era de esperarse, conforme pasaron los días después de siembra la masa de las plantas se incrementó. La acumulación de la materia seca mostró la clásica forma del crecimiento de las plantas. Primero un crecimiento lento, en la etapa inicial, cuando las plántulas diferencian los nudos y la formación de materia seca es lenta hasta la diferenciación floral. En seguida, la acumulación de materia seca incrementa su velocidad, hasta alcanzar una tasa exponencial, cuando los nudos están formando las raíces, las hojas, entrenudos y ramas, para cerca de floración disminuir la tasa de acumulación. La tercera flecha de la Figura 1, muestra la etapa de llenado de grano, donde la tasa de acumulación va disminuyendo, hasta detenerse al alcanzar la madurez fisiológica o máxima acumulación de materia seca. En esta última etapa, ocurre la traslocación de materia seca de las estructuras vegetativas a la semilla (Vanderlip, R. L. 1993).

**Las funciones.** Se determinó las funciones matemáticas para cada una de las etapas por separado, por mostrar la acumulación de masa un comportamiento variable, por lo que no se encontró una sola función para todo el ciclo.

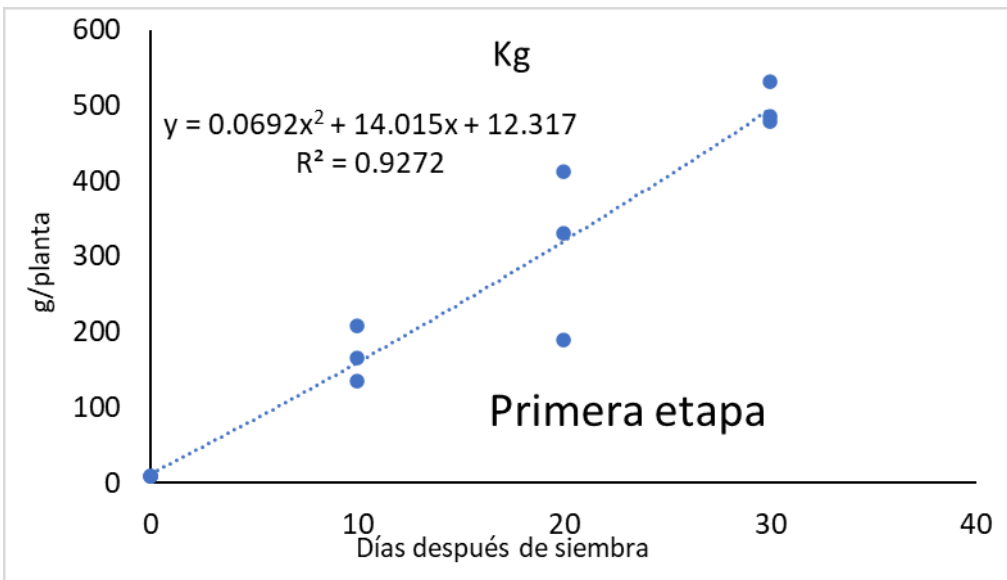
**Cuadro 1. Peso total por planta de las cuatro repeticiones de plantas de sorgo establecidas en el Campo Agrícola Experimental de Chapingo.**

Días después de siembra	Repetición 1	Repetición 2	Repetición 3	Repetición 4
	g/planta			
0	9	8	6	9
10	180	155	208	165
20	350	412	330	189
30	500	478	532	485
40	980	1056	880	942
50	1550	1680	1558	1492
60	2,500	2387	2416	2657
70	5000	4687	5236	5122
80	7,100	7015	7225	6987
90	8000	8324	7465	8246
100	8400	8426	8116	8235
110	8700	8659	8547	8879
120	8900	8978	9013	8742
130	9,000	8975	9047	10187



**Figura 1. Gráfica de la masa de las plantas de sorgo en función de los días después de siembra.**

En la primera etapa se utilizó una función de segundo grado para los primeros treinta días que representa el crecimiento inicial lento de las plantas de sorgo. Como son solo los primeros 30 días, la función presenta la elevación inicial, atemperada por los coeficientes, principalmente 0.0692 de la  $x^2$ .



**Figura 2. Primera etapa. La acumulación es lenta, lo que se describió con una función de segundo grado**

En la segunda etapa también una ecuación de segundo grado se determinó, Figura 3, pero con un coeficiente de 2.799 para la  $x^2$ , lo que representa el incremento exponencial observado en esta fase. Recordemos que el crecimiento exponencial de esta etapa corresponde a la acumulación rápida de materia seca dado que los nudos producen nuevas estructuras, las que al mismo tiempo incrementa la demanda de más fotosintatos. La ecuación representa aceptablemente este comportamiento de la planta en esta etapa.

En la tercera etapa se definió el crecimiento igualmente con una función de segundo grado, aunque con signo negativo del coeficiente en  $x^2$ , -0.5117, con curva inversa, como se muestra en la Figura 4. La función representa la acumulación cada vez más lenta, hasta alcanzar la madurez fisiológica.

La Figura 5 muestra todas las funciones unidas para representar todo el ciclo. Para cerrar los espacios entre cada etapa se extendió cada una diez días. Se ha caracterizado el crecimiento del sorgo con tres funciones matemáticas en relación con los días del cultivo, como se estableció con la hipótesis. Estas funciones matemáticas tienen el potencial de poderse usar en la agricultura moderna al añadir un aspecto de mayor control.

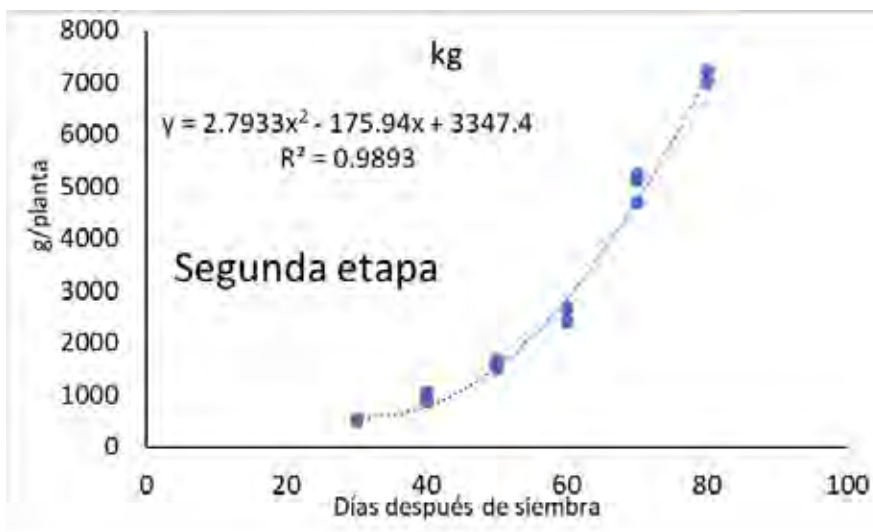


Figura 3. Etapa segunda. El crecimiento es exponencial debido a la rápida acumulación de materia seca.

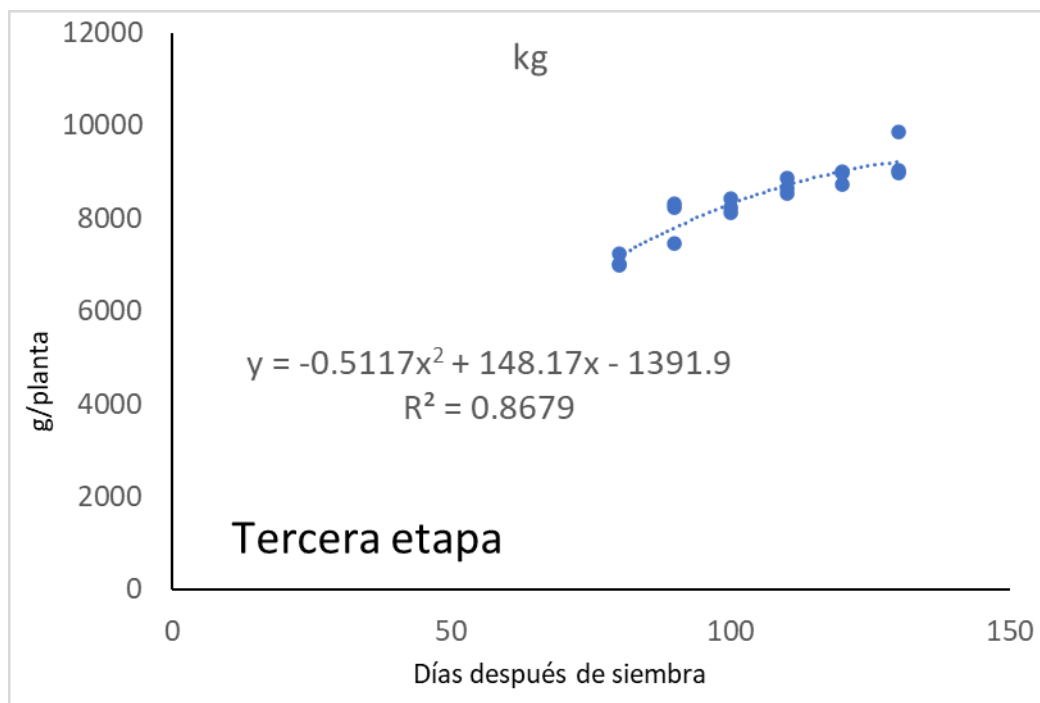


Figura 4. Tercera etapa. El crecimiento disminuye hasta detenerse. La curva es inversa.



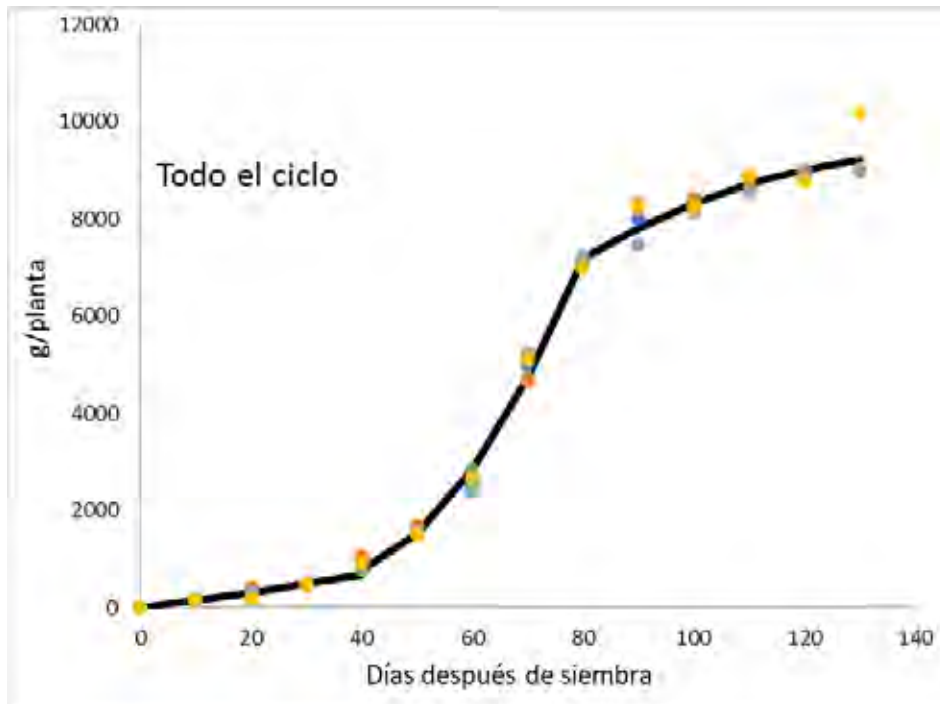


Figura 5. Todas las etapas, donde cada función representa el crecimiento del sorgo hasta la madurez.

## CONCLUSIONES

El crecimiento del sorgo se caracterizó o modeló con tres funciones matemáticas, desde la siembra hasta la madurez. Cada función representó una etapa del comportamiento de la acumulación de la materia seca del cultivo. Estas funciones al unir las pueden modelar el crecimiento del ciclo, con lo cual se suma un aspecto más al conocimiento del crecimiento del sorgo, que podría usarse y ver sus beneficios.

## LITERATURA CITADA

FAO statistics. 2023. <https://www.fao.org/faostat/>.

Vanderlip, R. L. 1993. How a Sorghum Plant Develops. Contribution No. 1203, Agronomy Department, Kansas Agricultural. Experiment Station, Manhattan, 66506.

## Capítulo IX

Abraham Rojano Aguilar<sup>1</sup>, Raquel Salazar Moreno<sup>1</sup>  
y Jorge Flores Velázquez<sup>2</sup>

# INTEGRACIÓN DE FUNCIONES VECTORIALES CON EL MÉTODO MONTECARLO

## RESUMEN

El método de Montecarlo es una técnica estadística utilizada para aproximar soluciones numéricas a problemas complejos que involucran cálculos de integrales o probabilidades. En este enfoque se generan muestras aleatorias en la región de interés y se evalúa la función en esos puntos para estimar el valor deseado. A medida que aumenta el tamaño de la muestra, la precisión de la estimación mejora. Comparando con las integrales dobles tradicionales, el método Montecarlo presenta ventajas en situaciones con regiones irregulares o funciones complejas, ya que no requiere particionar el dominio. Sin embargo, su precisión depende del tamaño de la muestra y puede requerir más recursos computacionales. La flexibilidad y capacidad de manejar problemas desafiantes hacen que Montecarlo sea valioso en la simulación y análisis estadístico.

**Palabras clave.** calculo vectorial, funciones continuas, dominio, muestras, aproximación.

## ABSTRACT

The Monte Carlo method is a statistical technique used to approximate numerical solutions to complex problems involving integral or probability calculations. In this approach, random samples are generated in the region of interest and the function at those points is evaluated to estimate the desired value. As the sample size increases, the precision of the estimate improves. Compared with traditional double integrals, the Monte Carlo method presents advantages in situations with irregular regions or complex functions, since it does not require domain partitioning. However, its precision depends on the sample size and may require more computational resources. The flexibility and ability to handle challenging problems make Montecarlo valuable in simulation and statistical analysis.

<sup>1</sup> Universidad Autónoma Chapingo, Posgrado en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua. Carretera México-Texcoco km 38.5, Chapingo, Estado de México, C. P. 56230, MÉXICO.

<sup>2</sup> Colegio de Posgraduados, Montecillos, Edo. de México. 56264, MÉXICO. arojanoa@chapingo.mx, rsalazarm@chapingo.mx

**Keywords.** vector calculus, continuous functions, domain, samples, approximation.

## INTRODUCCIÓN

El concepto de integral doble, que implica la integración de una función de dos variables sobre una región en el plano, fue introducido y desarrollado en el siglo XIX. Fue una extensión natural de la integral simple, que involucra funciones de una variable y se había desarrollado con profundidad en los siglos anteriores. El matemático francés Augustin-Louis Cauchy (1789–1857) fue uno de los primeros en formalizar el concepto de integral doble y proporcionar una definición rigurosa de la misma. Sin embargo, la comprensión y el desarrollo de las integrales dobles continuaron con contribuciones importantes de varios matemáticos en ese período.

El matemático británico George Green (1793–1841) también hizo importantes contribuciones al desarrollo de las integrales dobles, específicamente en su teorema, que establece una relación entre una integral de línea alrededor de una curva cerrada y una integral doble sobre la región encerrada por esa curva. Luego, en la segunda mitad del siglo XIX, matemáticos como Karl Weierstrass (1815–1897), Bernhard Riemann (1826–1866) y Henri Lebesgue (1875–1941) hicieron avances significativos en la teoría de la integración, lo que permitió una comprensión más profunda y rigurosa de las integrales dobles y su relación con conceptos topológicos y de medida.

Por lo tanto, aunque Cauchy fue uno de los primeros en formalizar el concepto, fue un proceso gradual y colaborativo que involucró a varios matemáticos prominentes del siglo XIX en Europa. Su desarrollo y refinamiento continuaron en el siglo XX con la introducción de conceptos como las integrales múltiples y la teoría de la medida, contribuyendo a la comprensión moderna de las integrales dobles y su aplicación en diversas áreas de las matemáticas y la física.

### Soluciones analíticas y numericas

Las soluciones analíticas más espectaculares en el contexto de integrales dobles pueden ser subjetivas y dependerán de la perspectiva y los intereses individuales. Sin embargo, algunas soluciones notables que han capturado la atención en la historia de las matemáticas incluyen: Cálculo de áreas y volúmenes donde uno de los logros más fundamentales de las integrales dobles es la capacidad de calcular áreas de regiones bidimensionales y volúmenes de sólidos tridimensionales con formas complejas como en el teorema de Green donde hay una conexión profunda entre la integral de línea y la integral doble que ha demostrado ser esencial en la teoría de campos vectoriales y el cálculo complejo.

Asimismo, fue un paso significativo hacia la unificación de diferentes ramas del cálculo con soluciones a problemas de flujo y campos vectoriales donde las integrales dobles permiten resolver una amplia gama de problemas relacionados con campos vectoriales, como el flujo de un campo a través de una superficie o la determinación de la circulación alrededor de una curva cerrada. Integrales dobles en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas donde la capacidad de cambiar a sistemas

de coordenadas polares, cilíndricas o esféricas puede simplificar en gran medida la evaluación de integrales dobles en problemas con simetría radial. Otro aporte teórico fue el teorema de Fubini donde se cambia el orden de integración lo que puede simplificar la evaluación de la integral en ciertos casos y es esencial para resolver problemas en geometría y física.

Aplicaciones en física y ciencias de la ingeniería donde la resolución de ecuaciones diferenciales parciales que modelan fenómenos físicos complejos, como la difusión de calor o la propagación de ondas, ha sido posible gracias al uso de integrales dobles. Análisis de campos eléctricos y potenciales donde las integrales dobles permiten calcular el flujo eléctrico a través de una superficie y el potencial eléctrico en un punto, lo que es fundamental en el estudio de campos eléctricos. En resumen, es importante destacar que la espectacularidad de una solución analítica puede depender del contexto y de la perspectiva del matemático o científico que la aprecie. Cada una de estas soluciones ha tenido un impacto significativo en diversos campos de la ciencia y la ingeniería.

Por otro lado, El uso de métodos numéricos para integrales dobles se desarrolló a lo largo del siglo XX a medida que la computación se volvía más accesible y poderosa. Varias figuras destacadas contribuyeron a la formulación y aplicación de estos métodos. Uno de los primeros avances notables fue la invención de las calculadoras mecánicas y, posteriormente, de las computadoras electrónicas. A medida que la capacidad de cálculo aumentaba, los matemáticos comenzaron a explorar formas de utilizar estas herramientas para abordar problemas matemáticos más complejos.

En la década de 1940, científicos e ingenieros comenzaron a emplear métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales, integrales y otros problemas matemáticos que eran difíciles de abordar de manera analítica. John von Neumann, matemático y físico destacado del siglo XX, fue una figura central en el desarrollo de métodos numéricos. Él y su equipo en el Instituto de Estudios Avanzados en Princeton contribuyeron significativamente al desarrollo de algoritmos y técnicas numéricas para una amplia gama de aplicaciones, incluidas las integrales dobles.

En la década de 1950 y 1960, con la proliferación de computadoras digitales y la disponibilidad de lenguajes de programación de alto nivel, los métodos numéricos para integrales dobles se volvieron más accesibles y se utilizaron en una amplia variedad de disciplinas, incluyendo la física, la ingeniería, la economía y la estadística. Además de von Neumann, matemáticos y científicos como Richard Courant, Alston Householder, James H. Wilkinson y George Forsythe jugaron roles importantes en la formulación y desarrollo de métodos numéricos para la resolución de problemas de integrales dobles.

En resumen, el uso de métodos numéricos para integrales dobles surgió en el siglo XX con el avance de la tecnología computacional y la creciente comprensión de cómo aplicarla en el ámbito matemático y científico.

Asimismo, las soluciones estadísticas de integrales dobles están intrínsecamente ligadas al desarrollo de la teoría de probabilidad y la estadística matemática, y tienen una historia que se extiende a lo largo de varios siglos. En los siglos XVII y XVIII, matemáticos como Pierre-Simon Laplace (1749-1827) y Abraham de Moivre (1667-1754) hicieron avances fundamentales en la teoría de probabilidad, estableciendo las bases para las futuras aplicaciones de métodos estadísticos en cálculos de integrales dobles. A mediados del siglo XIX, el matemático francés Simeón Denis Poisson (1781-1840) desarrolló la distribución de Poisson, que modela la cantidad de eventos raros en un intervalo de tiempo dado. Esta distribución es crucial en el contexto de integrales dobles, ya que surge naturalmente en problemas de conteo y probabilidad.

En el siglo XX, con el advenimiento de la teoría de la medida y la probabilidad moderna, matemáticos como Andréi Kolmogórov (1903-1987) y Richard von Mises (1883-1953) establecieron las bases rigurosas para la teoría de la probabilidad, proporcionando el marco formal para abordar problemas que involucran integrales dobles en un contexto estadístico. Durante la primera mitad del siglo XX, el estadístico británico Ronald A. Fisher (1890-1962) hizo importantes contribuciones al campo de la estadística matemática, desarrollando pruebas de hipótesis y estimadores de máxima verosimilitud que involucran integrales dobles. Sus trabajos fundamentales en inferencia estadística y diseño experimental tienen aplicaciones directas en problemas de integrales dobles.

### Desarrollo computacional

A medida que la computación se volvió más accesible en la segunda mitad del siglo XX, los métodos numéricos y computacionales para evaluar integrales dobles en contextos estadísticos se convirtieron en herramientas esenciales en la práctica de la estadística. En resumen, las soluciones estadísticas de integrales dobles se desarrollaron a lo largo de varios siglos a medida que la teoría de la probabilidad y la estadística matemática evolucionaron. Matemáticos y estadísticos prominentes contribuyeron con conceptos y técnicas que ahora son fundamentales en la aplicación de métodos estadísticos a problemas que involucran integrales dobles.

El método de Montecarlo se originó en la década de 1940 como parte del Proyecto Manhattan, un esfuerzo durante la Segunda Guerra Mundial para desarrollar armas nucleares. El matemático estadounidense Stanislaw Ulam (1909-1984) es a menudo acreditado como uno de los principales impulsores de este método. La relación entre el método de Montecarlo, las integrales dobles y lo estocástico es intrínseca. El método de Montecarlo utiliza muestras aleatorias para estimar cantidades desconocidas. Cuando se aplica a la evaluación de integrales, el método se convierte en una herramienta valiosa para calcular áreas, volúmenes y valores esperados, que son tareas que involucran integrales, especialmente integrales dobles.

La esencia del método de Montecarlo en el contexto de integrales dobles radica en la idea de generar puntos aleatorios dentro de una región determinada y luego utilizar estos puntos para estimar

la integral. A medida que se toman más muestras, la estimación se vuelve más precisa debido a la Ley de los Grandes Números y el término “estocástico” se refiere a procesos o fenómenos que involucran elementos de azar o aleatoriedad.

En el método de Montecarlo, la introducción de elementos aleatorios a través de la generación de números pseudoaleatorios es fundamental. Estos números pseudoaleatorios simulan el comportamiento de variables aleatorias, lo que permite abordar problemas complejos y estocásticos que no pueden resolverse de manera determinista. El uso de lo estocástico es especialmente efectivo cuando se enfrentan problemas en los que las variables involucradas tienen distribuciones complejas o desconocidas. En lugar de depender de soluciones analíticas que pueden no estar disponibles o ser extremadamente difíciles de obtener, el método de Montecarlo proporciona una herramienta flexible y poderosa para abordar una amplia gama de problemas en matemáticas, física, ingeniería y otras disciplinas.

En resumen, el método de Montecarlo se introdujo en la década de 1940 como una técnica que utiliza la aleatoriedad para resolver problemas complejos. Su relación con las integrales dobles es evidente en la capacidad del método para calcular áreas y volúmenes utilizando muestras aleatorias. Además, la naturaleza estocástica del método lo convierte en una herramienta esencial para abordar problemas en los que la aleatoriedad y la incertidumbre son factores importantes.

### Limitaciones

A pesar de ser una herramienta poderosa, el método de Montecarlo tiene sus limitaciones y no es siempre la mejor opción para todos los tipos de problemas. Aquí presentamos algunas de las limitaciones más comunes del método de Montecarlo:

Convergencia lenta hacia la solución precisa. Esto significa que se necesitarán un gran número de muestras para obtener una estimación precisa, lo que puede resultar computacionalmente costoso. No siempre es el más eficiente para problemas que tienen soluciones analíticas factibles, el método de Montecarlo puede ser mucho menos eficiente en términos de tiempo de cálculo que las técnicas analíticas directas. Dificultades con dimensiones altas donde la eficiencia del método de Montecarlo disminuye significativamente. Este es un problema conocido como la “maldición de la dimensionalidad”. En espacios de alta dimensión, se requiere un número exponencialmente mayor de muestras para obtener una estimación precisa.

No siempre es determinista debido a la naturaleza estocástica del método, las estimaciones pueden variar de una ejecución a otra. Esto puede ser un inconveniente si se necesita una respuesta determinista y precisa. No es adecuado para ciertos tipos de integrales especialmente aquellas con discontinuidades o singularidades, el método de Montecarlo puede requerir un número excesivo de muestras para proporcionar una estimación precisa. Requiere un generador de números aleatorios de alta calidad para obtener resultados confiables, es esencial contar con un generador de números aleatorios de alta calidad. Generadores de baja calidad pueden introducir sesgos en las estimaciones.

No siempre proporciona información sobre la forma de la función y a diferencia de las técnicas analíticas, el método de Montecarlo no proporciona información sobre la forma exacta de la función que está siendo integrada.

A pesar de estas limitaciones, el método de Montecarlo sigue siendo una herramienta valiosa en muchas áreas de la ciencia, la ingeniería y las finanzas, especialmente cuando se enfrentan problemas complejos o cuando no hay soluciones analíticas disponibles. La elección de utilizar este método o no dependerá del problema específico y de las herramientas y recursos disponibles.

El método Monte Carlo es una poderosa técnica de simulación y aproximación numérica utilizada en diversas áreas para resolver problemas complejos y realizar cálculos estadísticos. Su nombre proviene del famoso casino Monte Carlo en Mónaco, ya que la metodología se basa en la aleatoriedad y la generación de muestras aleatorias para estimar valores desconocidos. El método Montecarlo es una técnica numérica que se basa en la generación de una gran cantidad de muestras aleatorias para aproximar valores numéricos en situaciones donde los métodos analíticos no son viables o difíciles de aplicar. Su aplicación es amplia y se encuentra en áreas como la física, la ingeniería, la economía, la biología, la computación, por mencionar algunas (Asmussen, *et al.*, 2007; Hammersley, *et al.*, 1964, y Heath, *et al.*, 1999).

El proceso comienza al definir el problema que se desea resolver y una función objetivo que describe el fenómeno en estudio. Esta función puede ser una ecuación compleja, un modelo matemático o incluso una simulación de un sistema real. El objetivo es estimar algún valor de interés, como una integral, una probabilidad, una media, una varianza u otros parámetros estadísticos. El procedimiento implica generar una gran cantidad de puntos (muestras) aleatoriamente distribuidos dentro de un dominio específico, siguiendo una distribución de probabilidad adecuada. Estas muestras aleatorias se utilizan para evaluar la función objetivo en cada punto y calcular una aproximación del valor deseado. El algoritmo Montecarlo puede dividirse en dos fases principales: generación de muestras y evaluación de la función objetivo. La generación de muestras puede llevarse a cabo mediante métodos pseudoaleatorios, que utilizan algoritmos para generar secuencias aparentemente aleatorias en función de una semilla inicial. Una vez que se generan las muestras, se evalúa la función objetivo en cada punto y se promedian los resultados para obtener la estimación final. La precisión de la estimación depende de la cantidad de muestras generadas. A medida que el número de muestras aumenta, la aproximación debe ser más cercana al valor real, si es que converge (Liu, J.S. 2001; Metropolis *et al.*, 1953; Owen, A.B., 2008; Press *et al.* 2007).

Montecarlo es especialmente útil en problemas multidimensionales y complejos, donde no es posible encontrar soluciones analíticas directas. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que, aunque puede proporcionar resultados precisos, su eficiencia puede verse afectada por la alta dimensionalidad y la necesidad de generar una gran cantidad de muestras para lograr una buena aproximación. Finalmente, es una técnica que aprovecha la generación de muestras aleatorias para estimar valores numéricos en problemas complejos. Su flexibilidad y aplicabilidad lo convierten en una herramienta esencial en la investigación y resolución de problemas en diversas disciplinas.

La implementación computacional es hecha en Linux como sistema operativo de código abierto y administrador de recursos, junto con Ubuntu, que es una distribución diseñada para ser fácil de usar y está dirigida tanto a usuarios principiantes como a usuarios avanzados. Ubuntu utiliza el núcleo de Linux como base y agrega una variedad de software y herramientas para crear una experiencia de sistema operativo completa. El lenguaje de programación Python de alto nivel que es ampliamente utilizado en una variedad de campos, como desarrollo de software, análisis de datos, inteligencia artificial y más. Python es independiente del sistema operativo y puede ejecutarse en diferentes sistemas operativos, incluyendo Linux y Ubuntu, finalmente Google Colab (Colaboratory) es un servicio de Google que permite ejecutar y colaborar en código Python a través de un navegador web. Google Colab se ejecuta en servidores de Google que utilizan entornos basados en Linux y brindan acceso a la potencia de procesamiento de Google. Aunque Google Colab se ejecuta en sistemas basados en Linux, los usuarios no necesitan preocuparse por la administración del sistema operativo subyacente, ya que Google proporciona el entorno y los recursos necesarios. En suma, Linux es el sistema operativo base, Ubuntu es una distribución de Linux, Python es un lenguaje de programación que funciona en varios sistemas operativos, y Google Colab es una plataforma basada en Linux que permite ejecutar y colaborar en código Python a través de la nube. El programa computacional es hecho con Google Colab, y corrido con una laptop en plataforma Linux, y Ubuntu.

## MATERIALES Y MÉTODOS

En esencia, el método Montecarlo se basa en la ley de los grandes números, que establece que el promedio de un gran número de muestras aleatorias se aproxima al valor esperado de una variable aleatoria. En el contexto de la integración numérica, este método trata de estimar el valor de una integral mediante la generación de muestras aleatorias y el cálculo de su promedio ponderado. Los materiales esenciales para aplicar el método Montecarlo son generadores de números aleatorios de alta calidad, ya que la calidad de las muestras aleatorias influye directamente en la precisión de los resultados. En la actualidad, existen generadores pseudoaleatorios y generadores de números aleatorios verdaderos que utilizan fenómenos físicos como base para la generación de números aleatorios. El proceso básico del método Monte Carlo implica:

- Definir la función objetivo  $f(x)$  y el dominio de integración  $D$

$$I(x) = \int f(x) dx \quad (1)$$

- Generar muestras aleatorias dentro del dominio.
- Evaluar la función objetivo en cada muestra y calcular la media ponderada.

$$I'(x) = \sum^N f(x_i) / N \quad (2)$$

- El valor resultante se considera una aproximación de la integral deseada.



$$\lim_{N \rightarrow \infty} I'(x) = I(x) \quad (3)$$

Para estimar la precisión, el error estándar se puede calcular a partir de la desviación estándar de las muestras. Cuanto más grande sea el número de muestras, menor será el error y mayor la precisión.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para probar la capacidad de cálculo de dicho procedimiento, no solo se ha hecho con funciones tradicionales de dos o más variables, sino con funciones que han mostrado ser un reto en los cursos de optimización, empezando por funciones sencillas y terminando con un caso complejo como el de la función de Rosenbrock con  $a=1$ , y  $b=100$ , como se muestra en el Cuadro 1.

**Cuadro 1. Resumen de cuatro funciones típicas integrables desde lo simple a lo complejo con tres tipos de muestras desde 1000, 5000 y 10000.**

Dominio en $(0,1) \times (0,1)$	Integral	Montecarlo (1k)	Montecarlo (5k)	Montecarlo (10k)
$F(x, y) = x^2 + y^2$	0.6667	0.6827	0.6604	0.6672
$F(x, y) = x^2 + \sin(y)$	0.7930	0.7963	0.7968	0.7950
$F(x, y) = x^{0.5} + \exp(-y^2)$	1.4132	1.4224	1.4135	1.4132
Función de Rosenbrock con $a=1$ , $b=100$	53.6666	53.7433	54.4918	53.6377

Cuando los valores de la integral obtenida con Montecarlo no coinciden con la real, empieza la discusión de que decisiones tomar para superar el problema y mejorar la calidad de las estimaciones con las siguientes iniciativas

- *Aumentar el número de muestras:* La precisión de las estimaciones de Montecarlo tiende a mejorar a medida que aumentas el número de muestras utilizadas en la simulación. Si los resultados no son precisos, intenta aumentar el tamaño de la muestra y observa si mejora la calidad de las estimaciones.
- *Verificar el generador de números aleatorios:* La calidad de los números aleatorios generados es esencial para obtener resultados precisos en Montecarlo. Asegúrate de utilizar un generador de números aleatorios confiable y de alta calidad. En Python, puedes utilizar la biblioteca `numpy.random` para generar números aleatorios.
- *Explorar la distribución de muestreo:* Realiza análisis de sensibilidad para identificar las variables que tienen un mayor impacto en los resultados y aumenta la cantidad de muestras en esas áreas. Esto puede mejorar la precisión de las estimaciones e regiones críticas.
- *Utilizar técnicas de reducción de varianza:* Las técnicas de reducción de varianza, como la

estratificación, el muestreo por importancia y el muestreo antitético, pueden ayudar a reducir la varianza de las estimaciones y mejorar la precisión de los resultados.

- *Verificar la convergencia:* Asegúrate de que la estimación de Montecarlo esté convergiendo adecuadamente. Puedes monitorear cómo cambian las estimaciones a medida que aumentas el número de muestras. Si las estimaciones no parecen estabilizarse, podría ser una señal de que la simulación aún no ha convergido.
- *Elegir una estrategia de muestreo adecuada:* La elección de la estrategia de muestreo adecuada puede influir en la precisión de las estimaciones. Por ejemplo, en problemas de alta dimensionalidad, puede ser útil utilizar técnicas de muestreo más avanzadas, como el muestreo por importancia o el muestreo por cadenas de Markov.
- *Verificar la implementación:* Asegúrate de que la implementación del algoritmo de Monte Carlo sea correcta y esté de acuerdo con los principios teóricos. Un error en la implementación puede conducir a resultados incorrectos.

## CONCLUSIONES

El método Montecarlo tiene una amplia gama de aplicaciones en diversas áreas, como finanzas, ingeniería, ciencias sociales, biología y más. En finanzas, se utiliza para evaluar riesgos y precios de opciones. En ingeniería, permite el diseño y análisis de sistemas complejos. En biología, ayuda en la modelización de procesos biológicos y genéticos. Su aplicabilidad en la optimización y toma de decisiones ha sido valiosa en situaciones donde la incertidumbre y la complejidad son altas.

En resumen, el método Montecarlo ha revolucionado la forma en que abordamos problemas matemáticos, físicos y aplicados. Su capacidad para manejar situaciones desafiantes y generar estimaciones precisas lo convierte en una herramienta invaluable para investigadores, científicos e ingenieros en la resolución de problemas del mundo real.

La integración numérica es una herramienta esencial para calcular aproximaciones de integrales en casos donde no es posible obtener soluciones analíticas. Al abordar funciones complejas, como aquellas con singularidades, cambios abruptos o comportamientos no lineales, los métodos de integración numérica, incluido el método Montecarlo, pueden ofrecer soluciones valiosas. Este procedimiento permite aproximarse a las áreas bajo curvas y superficies en espacios multidimensionales, lo que es esencial en aplicaciones científicas y de ingeniería. El método no está exento de limitaciones asociadas con la integración numérica de funciones complejas tales como:

- *Convergencia lenta:* En ciertos casos, los métodos numéricos pueden converger lentamente hacia la solución exacta, lo que requiere un alto número de evaluaciones para alcanzar resultados precisos.
- *Discretización:* La integración numérica implica discretizar el dominio de integración, lo

que puede llevar a errores de aproximación, especialmente cuando la función tiene cambios abruptos o singularidades.

- *Elección del método:* La elección del método de integración adecuado para una función compleja puede ser desafiante. Diferentes métodos pueden funcionar mejor en diferentes escenarios, y seleccionar el método incorrecto puede conducir a resultados inexactos.
- *Problemas de singularidad:* Las funciones con singularidades pueden presentar dificultades, ya que los métodos numéricos pueden tener dificultades para manejar estas discontinuidades.
- *Dimensionalidad alta:* A medida que la dimensionalidad de la función aumenta, los métodos de integración numérica pueden volverse computacionalmente intensivos y requerir un tiempo considerable para obtener resultados precisos.
- *Estabilidad numérica:* Algunos métodos numéricos pueden ser sensibles a errores de redondeo y estabilidad numérica, lo que puede afectar la precisión de los resultados.

## LITERATURA CITADA

- Asmussen, S., & Glynn, P.W. (2007). “Stochastic Simulation: Algorithms and Analysis”. Springer Science & Business Media.
- Genz, A., & Bretz, F. (2009). “Computation of Multivariate Normal and t Probabilities”. Springer Science & Business Media.
- Hammersley, J.M., & Handscomb, D.C. (1964). “Monte Carlo Methods”. Methuen & Co Ltd.
- Heath, D., & Guttorp, P. (1999). “Evaluating significance levels for spatial interaction modeling.” *Geographical Analysis*, 31(2), 155-174.
- Liu, J.S. (2001). “Monte Carlo Strategies in Scientific Computing”. Springer Science & Business Media.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H., & Teller, E. (1953). “Equation of State Calculations by Fast Computing Machines”. *Journal of Chemical Physics*, 21(6), 1087-1092.
- Owen, A.B. (2008). “Monte Carlo theory, methods and examples”. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., & Flannery, B.P. (2007). “Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing”. Cambridge University Press.

## Capítulo X

José Alberto Salvador Escalante Estrada<sup>1</sup>,  
Yolanda Isabel Escalante Estrada<sup>1 y 2</sup> y Cid Aguilar Carpio<sup>1</sup>

### RENDIMIENTO Y MODELOS MATEMÁTICOS EN ESPECIES DE *PHASEOLUS* TREPADOR

#### RESUMEN

El objetivo del presente estudio fue: a) conocer el comportamiento con base al rendimiento; b) la relación entre los componentes del rendimiento y el rendimiento mismo y c) conocer el mejor modelo de estimación del rendimiento de las especies en estudio con base a los componentes del rendimiento; d) conocer el rendimiento de la asociación. El estudio se realizó en condiciones de campo bajo régimen de lluvia en Montecillo, de clima templado. El suelo es arcillo-limoso, con pH 7.6, CE de 1.9 dS m<sup>-1</sup> y MO de 3.5 %.

Los tratamientos consistieron en la siembra el 18 de mayo, del frijol de hábito de crecimiento indeterminado (tipo IV) *Phaseolus vulgaris* L, amarillo y Negro, *P. lunatus*, comba y *P. coccineus* L. Ayocote. Se utilizó como tutor maíz nativo Azul. La densidad fue 5 plantas m<sup>-2</sup>(0.30 +0.80 cm). La fertilización fue de 100-100-00 de NPK. El diseño experimental fue bloques al azar con cuatro repeticiones. Los resultados indican que las especies de *Phaseolus* en estudio presentaron diferencias en el rendimiento, el número de granos y vainas presentaron mayor correlación con el rendimiento. El mejor modelo de estimación involucra el número de granos, vainas, rendimiento de vaina y el índice de llenado de vaina. Se observan cambios significativos en el Rendimiento de la asociación Phaseolus-maíz. El RGFM más alto se logró con el frijol amarillo-maíz, seguido de Ayocote-maíz, comba-maíz y el RGFM maíz más bajo correspondió a Negro-Maíz.

**Palabras clave:** frijol, comba, ayocote, fenología, stepwise.

<sup>1</sup>Posgrado en Botánica, Colegio de Postgraduados. Campus Montecillo. Carretera México-Texcoco Km 36.5 Montecillo, Mpio. de Texcoco, Edo. de Méx. México. CP 56230. jasee@colpos.mx; aguilar.cid@colpos.mx <sup>2</sup>Instituto de Investigación Científica, Área de Ciencias Naturales. Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo, Gro., México y\_escalante@yahoo.com.mx

## ABSTRACT

The objective of this study was: a) to know the behavior based on performance; b) the relationship between the yield components and the yield itself and c) to know the best estimation model of the yield of the species under study based on the yield components; d) know the performance of the association. The study was carried out in field conditions under a rainy season in Montecillo, with a temperate climate. The soil is clay-silty, with pH 7.6, EC of 1.9 dS m<sup>-1</sup> and OM of 3.5 %. The treatments consisted of planting on May 18, bean with indeterminate growth habit (type IV) *Phaseolus vulgaris* L, yellow and black, *P. lunatus*, comba and *P. coccineus* L. Ayocote. Blue native corn was used as a stake. The density was 5 plants m<sup>-2</sup> (0.30 +0.80 cm). Fertilization was 100-100-00 NPK. The experimental design was randomized blocks with four repetitions. The results indicate that the *Phaseolus* species under study presented differences in yield. the number of grains and pods presented a higher correlation with yield. The best estimation model involves the number of kernels, pods, pod yield, and pod fill index. Significant changes are observed in the Yield of the *Phaseolus* maize association. The highest RGF<sub>M</sub> was achieved with yellow beans-maize, followed by Ayocote-maize, comba maize and the lowest maize RGF<sub>M</sub> corresponded to Negro-Maíz.

**Keywords:** beans, comba, ayocote, phenology, Stepwise.

## INTRODUCCIÓN

El frijol (*Phaseolus vulgaris* L.) por sus propiedades nutricionales y medicinales es un cultivo básico para México y otros países de Latinoamérica (Suárez-Martínez *et al.*, 2016). Su contenido de fibra es notable y su consumo ayuda al tratamiento de la diabetes tipo II, en particular el de grano negro o azul (Reynoso-Camacho *et al.*, 2007). En siembras primavera-verano de frijol (no se indica el cultivar ni el tipo de crecimiento), bajo régimen de lluvia, el rendimiento de grano (RG) medio nacional es de 0.593 t ha<sup>-1</sup> (SIAP, 2017), el cual es insuficiente para satisfacer la demanda nacional. Bajo esta condición, el RG bajo puede deberse en parte a la cantidad y distribución de la precipitación pluvial y al desconocimiento del mejor manejo del cultivo. Se conocen diferentes hábitos de crecimiento en frijol (Escalante y Kohashi, 2015 a). Dentro de estos, la siembra del frijol de hábito de crecimiento indeterminado trepador (HIT) tipo IV es menos común, porque requiere de tutores o espalderas. Existen varias especies de *Phaseolus* que el productor siembra, dentro de estas tenemos el *lunatus*, conocido como comba que algunos productores lo siembran con fines forrajeros y grano (típico de zonas cálidas). Delgado-Salinas *et al.*, (1999) menciona que el frijol comba o lima (*Phaseolus lunatus* L.) es la segunda especie de mayor distribución, superficie cultivada y consumo del género *Phaseolus* en el mundo (). Se consumen como verduras, los brotes las hojas, las vainas tiernas y las semillas verdes son comestibles y (Gawande *et al.*, 2018). Su siembra es común en los trópicos.

En México, se cultiva en regiones como la depresión del Río Balsas, entre los estados de México, Guerrero y Michoacán, se siembra bajo condiciones de régimen de lluvia (temporal) en pequeñas parcelas asociado con maíz o en unicultivo con varas como tutor. En Zonas de Tierra caliente del estado de Guerrero, se siembra con maíz donde se ha observado que cuando este llega a madurez, se práctica el doblado y así penetra más luz al frijol comba que está en crecimiento

activo, dejando entrar al ganado a la parcela para su consumo (observación personal). El *P.coccineus conocido* como ayocote (de zonas templadas), en México, por lo general, la siembra de frijol trepador es en asociación con maíz, usando este como tutor, es bajo régimen de lluvia y en pequeñas extensiones. Un problema en este agrosistema es la reducción del RG del frijol por el maíz. A partir de datos de Díaz *et al.* (2010), se deduce que el RG del frijol común se reduce en 68% cuando el tutor es girasol. Cuando se siembra con maíz, se la reducción supera al 40%. A respecto, en clima templado, Rojas *et al.* (2017) reportan un RG de Ayocote de 184 g m<sup>-2</sup> cuando se siembra asociado con maíz de Cássia Batista (2020), al estudiar 10 cultivares nativos de frijol comba encontraron una variabilidad en el rendimiento entre 325 a 1490 kg ha<sup>-1</sup>. El ayocote (*Phaseolus coccineus* L.) es una leguminosa originaria de las zonas templadas de los Valles Altos del Estado de México, con gran potencial de uso y aprovechamiento con fines alimenticios para la población humana mediante el consume, principalmente de su semilla (Rojas *et al.*, 2015). Rojas *et al.* (2017) reportan un RG de Ayocote de 184 g m<sup>-2</sup> cuando se siembra asociado con maíz de Cássia Batista (2020), al estudiar 10 cultivares nativos de frijol comba encontraron una variabilidad en el rendimiento entre 325 a 1490 kg ha<sup>-1</sup>. Dado la importancia de *Phaseolus* los estudios que conduzcan a conocer el crecimiento de esta especie y su manejo ayudarían a la búsqueda de incrementos en el rendimiento. Por otra parte, la aplicación de modelos matemáticos en la agricultura es herramienta importante que puede orientar la investigación, la gestión tecnológica y la toma de decisiones (Corrêa *et al.* 2011). Dentro de estos modelos, un análisis de regresión puede indicar lo que afecta el cambio de una variable independiente en la variable respuesta (Gujarati, 2000).

Así, los estudios enfocados al conocimiento de estas especies para mejorar la producción se justifican. El objetivo del presente estudio fue: a) conocer el comportamiento con base al rendimiento; b) la relación entre los componentes del rendimiento y el rendimiento mismo y c) conocer el mejor modelo de estimación del rendimiento de las especies en estudio con base a los componentes del rendimiento d) conocer el rendimiento de la asociación. /

## MATERIALES Y MÉTODOS

### *Localidad de estudio*

El estudio se realizó en condiciones de campo bajo régimen de lluvia en Montecillo, Mpio de Texcoco, Edo., de México, México, (19°29'N y 98°53'O y 2250 msnm) de clima templado (García, 2005). El suelo es arcillo-limoso, con pH 7.6, CE de 1.9 dS m<sup>-1</sup> y MO de 3.5 %.

### *Siembra, cultivares utilizados y manejo del cultivo*

La siembra del frijol de hábito de crecimiento indeterminado (tipo IV) *Phaseolus vulgaris* L., amarillo y Negro, *P. lunatus*, comba y *P. coccineus* L. Ayocote. Las características de cada cultivar se presentan en el cuadro 1. Se utilizó como soporte o tutor maíz nativo Azul. La siembra fue el 18 de mayo. El arreglo topológico fue de 0.30 m entre matas y 0.80 m entre hileras, que generó una densidad de 5 plantas m<sup>-2</sup>. La fertilización fue de 100-100-00 de NPK. Todo el fósforo y el 50% de nitrógeno (N) se aplicaron antes de la siembra y el 50% de N restante a la primera escarda

**Cuadro 1. Características agronómicas de los cultivares de hábito indeterminado tipo III en estudio (Tomado de Rosales *et al.*, 2004)**

Cultivar	Color de flor	Color de grano	Peso de 100 semillas (g)	Días a floración	Días a madurez fisiológica
Amarillo	Blanca	Rosado fondo beige	26-35	50-57	110-116
Negro	Morada	Negro brillante	20-33	57-75	120-130
Ayocote	Morada	Morado o diversos	47	73	130
comba	Blanca	Blanco jaspeado	64	65	140

### Tratamientos y diseño experimental

Los tratamientos consistieron en las especies de frijol estudiadas. El diseño experimental fue bloques al azar con cuatro repeticiones.

### Variables en estudio

Siguiendo el criterio presentado en Escalante y Kohashi (2015a). Se registraron las variables siguientes:

#### Fenológicas

Días a emergencia, floración y madurez fisiológica

#### A madurez fisiológica

#### Rendimiento en grano y sus componentes

El rendimiento en grano (RG, peso del grano, g m<sup>-2</sup> al 8% de humedad), número de granos m<sup>-2</sup> (NG), tamaño del grano (RG/NG) en g, número de vainas m<sup>-2</sup> (NV), número de granos por vaina (GV),

El índice de llenado de vaina (IV), que se calculó mediante el razonamiento;

$$IV = [\text{peso del grano} / (\text{peso del grano} + \text{peso de valvas}) * 100],$$

Rendimiento por vaina (RV):  $RV = RG/NV$ ,

Rendimiento en grano del maíz (RGM). Peso seco del grano del maíz.

Rendimiento en grano del agrosistema frijol y maíz (RGFM). Peso seco del grano del frijol más el de maíz.

#### Análisis estadístico

Se aplicó un análisis de varianza (ANDEVA), la prueba de Tukey y un análisis de correlación mediante el paquete SAS 9.0 (SAS, 2003).

## Elementos e índices del clima

Durante el desarrollo del cultivo, se registró la temperatura máxima, mínima (° C) y la precipitación pluvial (mm).

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Fenología y elementos del clima

La emergencia de los cultivares de frijol fue a los 8 días después de la siembra (dds), el inicio de la floración (F) para Amarillo fue los 50 dds y para N1 a los 70 dds y la madurez fisiológica (MF) para Amarillo fue a los 120 dds y para Negro a los 130 dds, el de ayocote y comba fue a los 130m y 140 dds. En este estudio, la temperatura máxima y mínima durante la etapa vegetativa fue 29°C y 9°C y en la etapa reproductiva (como referencia se tomó los 70 dds) de 26°C y 10°C, respectivamente. El rango de temperatura óptima se indica entre 16°C y 24°C (Treviño y Rosas., 2013) y según SIAP (2019) entre 10 °C a 27 °C. La temperatura alta del presente estudio pudo ocasionar la caída de los órganos reproductivos y reducir el RG del frijol. La precipitación estacional durante el desarrollo del cultivo fue de 450 mm.

### Rendimiento en grano y componentes de *Phaseolus*

El rendimiento en grano del *Phaseolus* (RGF) y sus componentes como NG, TG, NGV y NV, mostraron cambios significativos entre las especies estudiadas (Cuadro 2). El cultivar de *Phaseolus* Amarillo presentó el RGF y sus componentes más altos. Así el RGF fue de 354 g m<sup>-2</sup>; seguido del Negro con 187 g m<sup>-2</sup> comba con 164 gm<sup>-2</sup> y de negro con 87 gm<sup>-2</sup> comba con 164 gm<sup>-2</sup> y el valor más bajo correspondió al Ayocote con 160 g m<sup>-2</sup>. Esto indica que las condiciones de temperatura y precipitación fueron más favorables para que el cv de frijol Amarillo presentará una mayor expresión del RGF. El mayor RGF de Amarillo fue acompañado con una mayor magnitud de sus componentes (Cuadro2), Tendencias similares se observaron en el PSV y el RV. En cuanto el IV, los valores más altos correspondieron al Negro, Ayocote y Amarillo. Lo que indica que estos cultivares acumularon menos materia seca. El bajo RGF de negro, comba y ayocote, indica que los elementos del clima durante el desarrollo del cultivo y el maíz asociado no fueron apropiados para una mayor expresión del rendimiento.

**Cuadro 2. Rendimiento en grano y sus componentes de especies de *Phaseolus* del maíz en Montecillo Mpio. de Texcoco México. Verano 2020.**

TRATAMIENTO cultivar	RGF G m <sup>-2</sup>	NG m <sup>-2</sup>	TG (g)	NGV	NV	PV (g)	RV <sup>-1</sup>	IV	RGM (gm <sup>-2</sup> )	RG FM (gm <sup>-2</sup> )
amarillo	354a	1140a	0.35b	3.5 a	325a	502a	1.6a	0.70b	575ab	929a
comba	164b	410b	0.49a	2.7 a	154b	264b	1.07b b	0.61b	532b	696b
Negro	187b	218b	0.31b	2.4b	60 c	113b	1.05b	1.6a	639a	826b
ayocote	160b	80b	0.47a	33b	54 c	89b	0.99b	1.1b	532ab	692b
MEDIA	216	540	4.51	2.9	448	242	1.17	0.68	582	696
TUKEY0-05	102	280	0.094	0.61	64	143	0.27	0.090	92	92
PROB F	*	**	**	**	**	**	**	**	*	**

RGF=rendimiento de grano del frijol;NG= número de granos;TG=tamaño del grano; NGV = número de granos por vaina;NV= número de vainas; PV=peso seco de vainas;RV rendimiento por vaina;IV =índice de vaina; RGM=rendimiento en grano del maíz;RGFM=rendimiento en grano del frijol más maíz.\*\*, \* Probabilidad de F al 5% y al 1%, respectivamente.



Correlación entre el RGF de *Phaseolus* y sus componentes.

El Rgf presentó una correlación con el NG ( $r=0.97^{**}$ ) y el NV ( $r = 0.95^{**}$ ). Así mismo el BG presentó correlación alta con el NV ( $0.97^{**}$ ). Esto indica que para incrementar el RGF, se deben buscar incrementos en el NG y NV.

Modelo e estimación del RGF en función de sus componentes mediante el procedimiento Stepwise.

Al buscar el mejor modelo de estimación del RGF mediante el procedimiento Stepwise, se encontró que con las variables incorporadas el  $R^2$  fue entre 0.98 y 0.99. No obstante cuando el RGF depende de una sola variable el C(P) de Mallows, es más alto, lo que indica que este modelo estima el RGF con menos precisión. Al incorporar más variables el C(p) se reduce hasta un mínimo al incluir un mayor número de variables. Tendencias semejantes fueron reportadas por Escalante *et al.* (2022)

**Cuadro3. Modelo de estimación del rendimiento del frijol en función de sus componentes mediante el procedimiento Stepwise.**

/VARIABLE INGRESADA	Modelo	$R^2$	C(P) de Wallis
PV	$RGF = -4,3 + 0,7 PV$	0.98	197
IV	$RGF = -114 + 0,70 PSVS + 160IV$	0,99	59
NG	$RGF = -97 + 0,04NG + 0,6PV + 149IV,$	0.99	34
NV	$RGF = -73 - 0,21NV + 0,07NG + 0,7PV + 111IV$	0,99	11

RGF=rendimiento de grano del frijol; NG= número de granos; NV= número de vainas; PV=peso seco de vainas; IV =índice de vaina

Rendimiento en grano del maíz (RGM)

El RGM fue variable y depende del cv de *Phaseolus* sembrado (cuadro 1). El RGM fue más alto cuando se sembró con el cv. Negro y el más bajo cuando se sembró con el frijol comba. Esto indica que por su mayor dosel vegetal (datos no presentados). Limitó una mayor producción y acumulación de materia seca en el grano de maíz.

Rendimiento de grano de la asociación *Phaseolus* más frijol (RGFM)

En el cuadro 1, se observan cambios significativos en el Rendimiento de la asociación *Phaseolus* maíz. El RGFM más alto ( $929 \text{ g m}^{-2}$ ) se logró con el frijol amarillo –maíz, seguido de Negro- maíz, comba maíz y el RGFM maíz más bajo ( $692 \text{ g m}^{-2}$ ) correspondió a Ayocote.-Maíz.

## CONCLUSIONES

Las especies de *Phaseolus* en estudio presentaron diferencias en el rendimiento.

El número de granos y vainas presentaron mayor correlación con el rendimiento.

El mejor modelo de estimación involucra el número de granos, vainas, rendimiento de vaina y el índice de llenado de vaina.

Se observan cambios significativos en el Rendimiento de la asociación *Phaseolus* maíz. El RGFM más alto se logró con el frijol amarillo–maíz, seguido de Ayocote-maíz, comba maíz y el RGFM maíz más bajo correspondió a Negro-Maíz.

## LITERATURA CITADA

- Cássia Batista de SousaAntônia Mari, a Brito da Silva, Verônica, Célis de Almeida Lopes Ângela, Lucia Ferreira Gomes, Regina and Leonardo Castelo Branco Carvalho. (2020). Prediction of grain yield, adaptability, and stability in landrace varieties of lima bean (*Phaseolus lunatus* L.). *Crop Breeding and Applied Biotechnology* 20(1): 1-7. <http://dx.doi.org/10.1590/1984-70332020v20n1a15>.
- Corrêa STR, Lorençoni R, Dourado Neto D, Scarpare FV, Vivian R and Ruiz ET (2011) Aplicações e limitações da modelagem em agricultura – Revisão. *Revista de Agricultura* 1: 1-13.
- Delgado-Salinas A., T. Turley, A. Richman and M. Lavin (1999). Phylogenetic analysis of the cultivated and wild species of *Phaseolus* (Fabaceae). *Systematic Botany* 24:438-460.
- Díaz L. E., Escalante Estrada José Alberto Salvador, Rodríguez González María Teresa y Gaytán Acuña Araceli. 2010. Producción de frijol ejotero en función del tipo de espaldera. *Revista Chapingo Serie Horticultura* 16(3): 215-221.
- Escalante Estrada José Alberto Salvador y Kohashi Shibata Josué. 2015a. El rendimiento y crecimiento del frijol: manual para la toma de datos. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Texcoco, Estado de México. 84 p.
- Escalante Estrada José Alberto Salvador, Yolanda Isabel Escalante Estrada y Aguilar Carpio, Cid. 2022. Variabilidad, perfil de distribución del rendimiento y sus componentes en frijolcomba (*Phaseolus lunatus* l.) bajo invernadero en: información, estabilidad y dinámica en los modelos económicos. Francisco Pérez Soto, Esther Figueroa Hernández, Raquel Salazar Moreno, Daniel Sepúlveda Jiménez, Pablo Escamilla García y Martha Jiménez García (Compiladores). ISBN: 978-607-99921-2-5. D.R. © Asociación Mexicana de Investigación Interdisciplinaria A.C. (ASMIIA, A.C.) Editado en México. 146 p.
- Escalante-Estrada, J. A. y J Kohashi-Shibata. (2015). El rendimiento y crecimiento del frijol. Manual para la toma de datos. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Texcoco. México.
- Escalante Estrada. José Alberto Salvador, Yolanda Isabel Escalante Estrada y Cid Aguilar Carpio. 2022. Variabilidad, perfil de distribución del rendimiento y sus componentes en frijol comba (*Phaseolus lunatus* L.) bajo invernadero:101-109 en: Información, estabilidad y dinámica en los modelos económicos. Francisco Pérez Soto, Esther Figueroa Hernández, Raquel Salazar Moreno, Daniel Sepúlveda Jiménez, Pablo Escamilla García y Martha Jiménez García (Compiladores). D.R. © Asociación Mexicana de Investigación Interdisciplinaria A.C. (ASMIIA, A.C.) Editado en México. ISBN: 978-607-99921-2-5

- García, E. L. (2005). Modificación al sistema de clasificación climática de Köppen 4ª (ed). Universidad nacional Autónoma de México (UNAM). D.F. México, 217 p.
- Gujarati DN. (2000). Econometría básica. Makron Books, São Paulo, 920p.
- López-Alcocer José de J., Rogelio Lépiz-Ildefonso\*, Diego R. González-Eguiarte, Ramón Rodríguez-Macías y Eduardo López-Alcocer. (2016). Variabilidad morfológica de *Phaseolus lunatus* L., silvestre de la región occidente de México. Rev. Fitotec. Mex. Vol. 39 (1): 49 – 58.
- Rojas-Victoria, N. J., Escalante-Estrada, J. A. S. & Rodríguez-González, M. T. (2015). Biomass and yield of runner bean (*Phaseolus coccineus* L.) in association with maize. Annual Report of the Bean Improvement Cooperative, 58, 129-130.
- Rojas Victoria, N. J., Escalante Estrada, J. A. S., Conde Martínez, F. V. Mejía Contreras J.A. y Díaz Ruíz, mesa1@R. 2017. Rendimiento del frijol ayocote y maíz del agrosistema asociado en función del número de plantas por mata. Terra Latinoamericana 35: 219-228.
- SAS Institute Inc. (2011) SAS®93 Guide to Software updates. Cary. NC: SAS Institute Inc.
- Sweta Gawande, Ekta Ningot, Chanchal Nikam and Madhavi Bhaladhare. (2018). Effect of Different Spacings on Flowering, Yield and Quality of Lima Bean (*Phaseolus lunatus* L.). Int. J. Curr. Microbiol. App. Sci. Special. Issue-6: 2036-2042.
- Reynoso-Camacho R., González Jasso E., y Salgado L.M. 2007. La alimentación del mexicano y la incidencia de diabetes tipo 2. Revista de Especialidades de Ciencias Químico Biológicas10:36-38.
- Servicio de información Agroalimentaria y Pesquera (SIAP). 2017. [www.gob.mx/siap/acciones-y-programas/produccion-agricola](http://www.gob.mx/siap/acciones-y-programas/produccion-agricola).
- Servicio de información Agroalimentaria y Pesquera (SIAP) 2019. Aptitud agroclimática del frijol en México ciclo agrícola primavera verano. Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural (SADER). Marzo 2019.22 p. [www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/448930/Reporte\\_de\\_Aptitud\\_agroclim\\_tica\\_de\\_M\\_xico\\_del\\_frijol\\_PV\\_2019.pdf](http://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/448930/Reporte_de_Aptitud_agroclim_tica_de_M_xico_del_frijol_PV_2019.pdf).
- Suárez-Martínez S.E., Ferriz Martínez R.A., Campos Vega R., Elton Puente J.E., De la Torre Carbot K., en: García Gasca T. 2016. Bean seeds: leading nutraceutical source for human health. CyTA Journal of Food 14(1):131-137.
- Treviño Q.C. y Rosas Q. R. 2013. El frijol común: factores que merman su producción. Ciencia y el hombre. Revista de Divulgación Científica y Tecnológica de la Universidad Veracruzana.26(1). Enero-Abril. 2013. <https://www.uv.mx/cienciahombre/revistae/vol26num1/articulos/el-frijol.html>

## Capítulo XI

José Luis Joven Yunda, Hernán Darío Chavarro Sánchez,  
L. H Martínez-Palmech<sup>1,a</sup>, Nadia Brigitte Sanabria Méndez<sup>1</sup>

# EVALUACIÓN NUMÉRICA DE UN INVERNADERO BATICENITAL DE DOS NAVES: VENTILACIÓN Y PERFILES DE TEMPERATURA

## RESUMEN

Se evaluó numéricamente un invernadero baticenital de dos naves utilizando simulaciones computacionales en la granja experimental de la Universidad Surcolombiana. Se propusieron cinco configuraciones de simulaciones computacionales: ventilación natural sin plantas (1), ventilación natural con plantas (2), ventilación forzada sin plantas (3), ventilación forzada con plantas (4) y ventilación mixta con plantas (5). Se emplearon tres niveles de apertura de ventanas como entrada de aire externo. El modelo geométrico y de volúmenes finitos se creó utilizando el ambiente computacional de FreeCAD, OpenFoam, que permiten estudios de dinámica de fluidos computacional (CFD) y los resultados se visualizaron a través de Paraview. Se utilizó el modelo de turbulencia k-w SST para modelar el flujo, debido a su amplio uso en la literatura y a su robustez. El modelo computacional determinó la distribución de variables climáticas dentro del invernadero, como suelen ser la temperatura y velocidad del viento. La visualización de los datos permite, identificar zonas críticas de temperaturas elevadas y falta de circulación de aire. Los resultados indican que a medida que aumenta el área de las ventanas en el diseño, disminuyen los gradientes de temperatura en el interior del invernadero, especialmente cuando se combina la ventilación natural y forzada, logrando condiciones óptimas de temperatura en la zona de las plantas para el cultivo de tomate.

**Palabras clave:** Temperatura, invernaderos, radiación solar, modelo computacional, CFD, ventilación.

## ABSTRACT

A two-bay baticenital greenhouse at the Surcolombiana University's experimental farm was

<sup>1</sup> Universidad Surcolombiana, Ingeniería Agrícola. Avenida Pastrana Borrero-Carrera <sup>1</sup> Neiva Huila, C. P. 410001, COLOMBIA  
a Correo: luis.martinez@usco.edu.co

assessed through numerical simulations. Five simulation configurations were considered: (1) natural ventilation without plants, (2) natural ventilation with plants, (3) forced ventilation without plants, (4) forced ventilation with plants, and (5) mixed ventilation with plants. External air intake was varied using three levels of window opening. The geometric and finite volume model of the greenhouse was created using the computational environment FreeCAD and OpenFoam, enabling computational fluid dynamics (CFD) studies. The obtained results were visualized using Paraview. The k-w SST turbulence model was employed to simulate the airflow, given its wide application in the literature and robustness. The computational model allowed for the analysis of climatic variables inside the greenhouse, such as temperature and wind speed. The visualization of the data facilitated the identification of critical areas characterized by high temperatures and poor air circulation. The findings revealed that increasing the window area in the design led to reduced temperature gradients within the greenhouse, particularly when combining natural and forced ventilation. This combination achieved optimal temperature conditions in the plant area for tomato cultivation.

**Keywords:** Temperature, greenhouses, solar radiation, computational model, CFD, ventilation.

## INTRODUCCIÓN

La agricultura protegida en invernaderos es ampliamente utilizada en todo el mundo para la producción agrícola. Estas estructuras varían en formas, tamaños, materiales y nivel tecnológico (Rodríguez & Velázquez, 2019). En Colombia, se ha adoptado esta técnica en áreas con clima favorable como la Sabana de Bogotá y la región de Rionegro, Antioquia. Sin embargo, en zonas semiáridas, el manejo de invernaderos enfrenta el desafío de altas temperaturas diarias (Rodríguez & Velázquez, 2019). El control de la temperatura interior es crucial, ya que puede superar los límites biológicos permitidos para las plantas, lo que afecta negativamente el rendimiento y la calidad de los cultivos (Ali *et al.*, 1990). Un gran desafío ha sido encontrar diseños de invernaderos adaptados a las condiciones climáticas locales, como alternativa al diseño típico colombiano utilizado para la producción de flores de corte y cultivos ornamentales en climas fríos y húmedos (Díaz *et al.*, 2016). En particular, los invernaderos ventilados naturalmente buscan proteger los cultivos de condiciones climáticas extremas, como temperatura, radiación solar, velocidad del viento y precipitaciones, además de ofrecer protección contra plagas y enfermedades, y utilizar eficientemente los recursos hídricos (Villagrán *et al.*, 2021).

El diseño principal de las nuevas alternativas de invernadero o estructuras agrícolas protegidas con ventilación natural se enfocan en optimizar el flujo de aire interno para garantizar la generación de microclimas adecuados para la producción agrícola. En los últimos años, la dinámica de fluidos computacional (CFD) se ha convertido en una herramienta ampliamente utilizada para el modelado y simulación de nuevos diseños de invernaderos (Bournet, 2013; Senhaji *et al.*, 2019; Villagrán *et al.*, 2019b). Mediante el uso de CFD, los investigadores han estudiado los efectos del diseño del invernadero en la ventilación interna, permitiendo visualizar el movimiento del aire generado por la ventilación natural (Rojano *et al.*, 2013). En los últimos años, la dinámica de fluidos computacional (CFD) se ha convertido en una herramienta útil para estudiar la ventilación

forzada y natural dentro de los invernaderos. En un estudio realizado por Granell (2014), se crearon 24 modelos de flujos de aire alrededor del invernadero utilizando cuatro modelos de turbulencia, dos modelos de discretización de primer y segundo orden, y tres velocidades de viento exterior. El estudio se validó mediante análisis de regresión lineal con datos en campo, y se determinó que los modelos SST y RSM representaron de manera clara el flujo de ventilación. Villagrán (2019a) utilizó dinámica de fluidos computacional (CFD) para analizar el comportamiento térmico de un invernadero de producción de rosas.

Este enfoque metodológico permitió identificar los patrones de distribución térmica dentro del invernadero. Se encontró que, para las condiciones meteorológicas evaluadas, el invernadero presentaba condiciones térmicas inadecuadas durante las noches, con temperaturas por debajo del mínimo recomendado para el cultivo. La validación del modelo CFD se realizó comparando los resultados de la simulación con las temperaturas registradas en el prototipo real del invernadero. En un estudio realizado por Flores *et al.* (2014), se evaluó el rendimiento climático de un invernadero baticenital de 10 naves ubicado en el centro de México mediante el uso de dinámica de fluidos computacional (CFD). Los resultados mostraron que el manejo del clima implica la combinación de apertura de ventanas para reducir los gradientes de temperatura. Además, se encontró que las ventanas cenitales aumentan el intercambio de aire, lo que resulta en una distribución térmica más homogénea en el espacio.

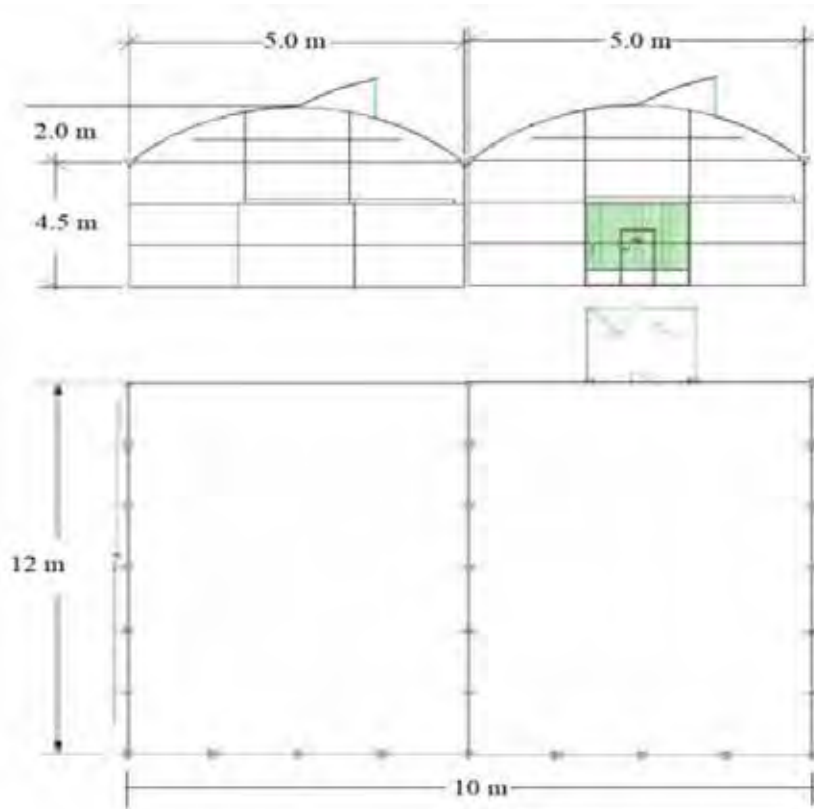
El objetivo de esta investigación fue evaluar mediante la técnica de dinámica de fluidos computacional (CFD) los perfiles de velocidad y temperatura dentro de un invernadero baticenital de dos naves. Se utilizaron datos climáticos de las estaciones más cercanas a la granja experimental de la Universidad Surcolombiana, ubicada en el distrito de riego El Juncal, en el municipio de Palermo, Departamento del Huila. En este estudio numérico, se evaluaron varias configuraciones utilizando el modelo de elementos finitos planteado para modelar el flujo de aire dentro del invernadero. Se empleó el modelo de turbulencia k-w SST para estudiar tanto la ventilación natural como la ventilación forzada. Se simuló diferentes niveles de apertura de las ventanas laterales para la ventilación natural en invernaderos vacíos y con cultivos de tomate, así como la combinación de ventilación natural y forzada. Un aporte destacado de este estudio es la adaptación de las condiciones del modelo computacional específicamente para el cultivo de tomate, incluyendo el efecto de las plantas en el estudio de CFD.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

### **Ubicación y diseño del invernadero**

El invernadero está ubicado en el Municipio de Palermo, Departamento del Huila, en el distrito de riego El Juncal, en la margen izquierda del Río Magdalena. Sus coordenadas planas son 810960 N - 863208 W y se encuentra a una altitud de 450 metros sobre el nivel del mar. La zona de estudio presenta una temperatura mínima media mensual de 22.85°C y una temperatura máxima media mensual de 35.85°C. La velocidad promedio del viento es de 6.1 m/s y la radiación solar promedio es de 5000 Wh/m<sup>2</sup>.

El diseño del invernadero consta de dos naves con dimensiones de 10 m de ancho y 12 m de largo, con área total de 120 m<sup>2</sup>. La altura del invernadero es de 4,5 m, con una sección semicircular de 2 m de altura y volumen total de 780 m<sup>3</sup>. Cada nave está equipada con una ventana cenital de 1,25 m de altura (Figura 1) y cuenta con un sistema de ventilación automatizado que incluye 2 ventiladores rotatorios y un extractor de 24". Este diseño está específicamente diseñado para cultivar tomates (*Solanum lycopersicum*).



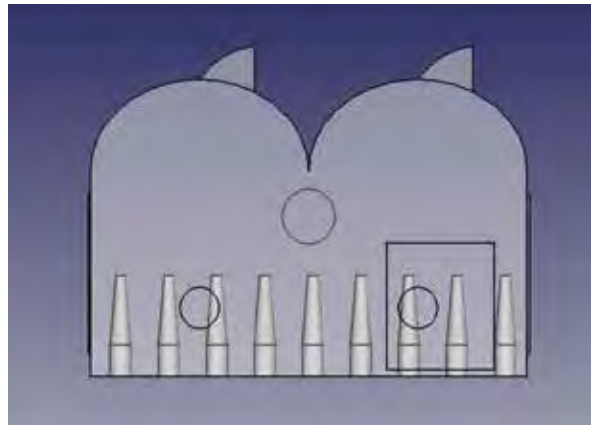
**Figura 1. Dimensiones del invernadero.**

### **Modelo CAD**

Para el estudio numérico del invernadero batocentral de dos naves, se crearon dos modelos CAD. Uno de ellos representaba el invernadero sin plantas, denominado “invernadero vacío” (Figura 2), mientras que el otro modelo incluía las plantas de tomate en etapa de producción media, conocido como “con plantas” (Figura 3). Se utilizó el software FreeCAD como entorno de trabajo. FreeCAD ofrece un banco de trabajo llamado CFDof que permite realizar análisis de dinámica de fluidos computacional (CFD).



**Figura 2. Invernadero vacío.**



**Figura 3. Invernadero con plantas.**

Para evaluar la ventilación natural del invernadero, se consideraron tres áreas de ventanas con la misma velocidad de entrada del viento. El caudal de ventilación necesario para un cultivo en invernadero se calculó utilizando la ecuación (1) propuesta por Kriuchkova *et al.* (2014) y usada en Contreras y Sánchez (2012).

$$Qv = (Ai)(hi)(Nrev) \quad (1)$$

Dónde:

$Qv$  = caudal de ventilación ( $\frac{m^3}{min}$ )

$Ai$  = área del invernadero ( $m^2$ )

$hi$  = altura del invernadero (m)

$Nrev$  = número de renovaciones por minuto.

El área de la ventilación se determina con la ecuación (2).

$$Av = \frac{Qv}{(Vv)(E)} \quad (2)$$

Dónde:

$Av$  = área de ventilación ( $m^2$ )

$Vv$  = velocidad del viento ( $\frac{m}{min}$ );

$E$  = efectividad de la ventana (adimensional).

Según el estudio realizado por Fuentes *et al.* (2004), se reportaron valores de efectividad de ventilación para vientos perpendiculares entre 0.50 y 0.60, y para vientos diagonales entre 0.25 y



0.35. En el caso de utilizar una malla antiafidos en la ventana, se considera la mitad de estos valores. En este estudio, se tomaron en cuenta vientos perpendiculares y se utilizó una malla antiafidos en la ventana, por lo tanto, se consideró la mitad del valor de efectividad. Como ya se mencionó, se utilizaron 3 niveles de apertura de ventanas para la ventilación natural: apertura del 100 % con un área de ventanas de 40,25 m<sup>2</sup>, lo que permitió 5,57 renovaciones de aire por minuto; apertura del 50 % con un área de ventanas de 20 m<sup>2</sup>, logrando 2,77 renovaciones de aire por minuto; y apertura del 18 % con un área de ventanas de 7,22 m<sup>2</sup>, asegurando al menos 1 renovación por minuto.

### Modelo CAD de las plantas de tomate.

Para simular las plantas en el modelo computacional, se utilizó una medida promedio de altura de las plantas de tomate y se representaron mediante figuras geométricas. Asimismo, se modelaron las bolsas plásticas con sustrato de 30 litros utilizando cilindros (Figura 4).

Según Fornaris (2007), la altura de una planta de tomate puede variar desde los 50 cm en etapas tempranas hasta los 2 metros o más durante la etapa de producción. En este estudio, se consideró una altura promedio de 1,50 m como referencia.



**Figura 4. Simplificación de geometría para las plantas, modelo CAD con plantas y ventilación forzada.**

Además, de acuerdo con Barraza *et al.* (2004), en un estudio sobre el crecimiento del cultivo de tomate, se encontró que el área foliar para una densidad de siembra de 50.000 plantas por hectárea es aproximadamente de 8100 cm<sup>2</sup>, equivalente a 0,81 m<sup>2</sup>. Por lo tanto, para obtener un área similar, se utilizó un cono truncado con radios menor y mayor de 12 y 25 cm, respectivamente, y una altura de 150 cm.

Para calcular el área del cono truncado, se utilizó la ecuación (3) y se tuvo en cuenta las podas. Según Pérez y Castro (2011), es necesario mantener un solo tallo principal y realizar podas en los brotes para controlar el desarrollo excesivo de ramas y controlar la humedad relativa en la parte inferior de las plantas, ya que esto puede favorecer la aparición de enfermedades.

$$A = \pi[R^2 + r^2 + g(R + r)] \quad (3)$$

Dónde:

$A$ = área del cono tronco (m<sup>2</sup>)

$R$ = radio de la base inferior (m)

$r$ = radio de la base superior (m)

$g$ = generatriz o altura (m)

Al considerar que las plantas no son sólidas, como se representa con el cono truncado, y que existe espacio entre las ramas, se ajustó el valor del área calculada utilizando el cono truncado multiplicándolo por un factor de 0.5. Esto último de acuerdo con el Índice de Área Foliar (IAF), el cual es una medida adimensional que representa el área de la hoja por unidad de área del suelo debajo de ella. Según Allen *et al.* (2006), se expresa en metros cuadrados de área foliar por metro cuadrado de área del suelo.

En el software FreeCad se crearon figuras dentro del volumen del invernadero, formando la separación entre las plantas y surcos de 1,1m x 1,1m con una densidad de siembra de 0,826 plantas por m<sup>2</sup> para la respectiva simulación (Figura 5). Se instalaron dos ventiladores en la parte superior del invernadero con un radio de 45 cm cada uno, además de un extractor de 24 pulgadas con un radio de 60 cm, tal como está el diseño. También se realizó la configuración correspondiente en el software FreeCAD para simular la ventilación forzada (figura 4).

Los sistemas de ventilación forzada suelen diseñarse con un caudal de aire de 0,04 m<sup>3</sup>/s. m<sup>2</sup> (2,4 m<sup>3</sup>/min.m<sup>2</sup>) para el área de suelo cubierta por el invernadero. Sin embargo, se ha observado que los beneficios obtenidos al aumentar las tasas de ventilación son pequeños en comparación con el costo de electricidad asociado a utilizar un mayor número de ventiladores (Baeza *et al.*, 2014). En este estudio, se calculó el caudal de ventilación (ecuación 1) y se determinó el número de ventiladores necesario para alcanzar dicho caudal utilizando la ecuación (4) propuesta por Contreras y Sánchez (2012).

$$\#Ventiladores = \frac{Q_v}{Q_{ventilador}} \quad (4)$$

Se utilizan ventiladores modelo 1SDE 24BB en el invernadero, los cuales tienen un caudal nominal de 146,511 m<sup>3</sup>/min según el fabricante. Sin embargo, para determinar la velocidad del viento en la entrada de cada ventilador, se emplea la ecuación de caudal (5) para calcular el área correspondiente y luego se utiliza la ecuación (6).

$$A = \pi * r^2 \quad (5)$$

$$V = \frac{Q}{A} \quad (6)$$

## Modelo computacional: Configuración del modelo computacional.

El complemento Cfdof en FreeCAD ayuda a los usuarios a configurar y ejecutar análisis CFD utilizando el solucionador OpenFOAM. Permite configurar el modelo físico y establecer las condiciones de contorno del modelo (temperatura, velocidad y presiones). Para visualizar y analizar los resultados, se utiliza el software de código abierto Paraview, que permite explorar y observar datos en 3D. Se determinaron los valores para las condiciones de contorno, esto es, velocidad, presión y temperatura en las entradas de aire al invernadero, el flujo de calor en la cubierta del invernadero debido a la radiación, las condiciones de presión a las salidas del aire del invernadero y las condiciones de pared (temperaturas y deslizamiento) en el resto del invernadero y las plantas. Además, se establecieron los parámetros físicos y matemáticos para el caso de estudio, considerando la geometría del invernadero, el proceso de mallado y los fenómenos físicos a simular. Se definió el aire como el fluido a analizar, junto con sus propiedades. Se determinaron las condiciones de frontera, identificando las paredes rígidas y el tipo de ventilación. Se introdujeron los valores de velocidad del viento, temperatura exterior e interior del invernadero, y se determinó si la entrada de aire sería a través de las laterales o mediante los ventiladores, así como las salidas a través de las ventanas cenitales en ventilación natural o del extractor en ventilación forzada (Tabla 1).

**Tabla 1. Condiciones de frontera para las simulaciones del invernadero.**

Condiciones de frontera del modelo (NATURAL-FORZADA)	
Factor	Valor
Estado	Estacionario
Flujo	Compresible
Modelo usado	RANS k-wSST
Gravedad	9,81 m/s <sup>2</sup>
Velocidad del viento (natural)	6,1 m/s
Velocidad del viento (forzada)	3,840 m/s
Temperatura exterior	22,85°C
Temperatura interior del invernadero	35,85 °C
Radiación solar Promedio Mensual	5 kW/m <sup>2</sup>
Presión atmosférica	101,15 kPa

## Convenciones usadas para las simulaciones.

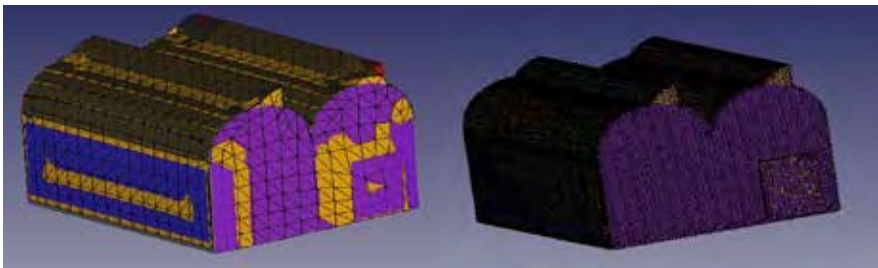
Para dar una guía de la evaluación de los resultados se utilizaron las siguientes abreviaturas para cada una de las 9 simulaciones tal como lo muestra la Tabla 2.

**Tabla 2. Abreviaturas de las simulaciones.**

NOMBRE DE LA SIMULACION	ABREVIATURA
Invernadero vacío ventilación natural con área de ventanas a 100 %	VNV-100 %
Invernadero vacío ventilación natural con área de ventanas a 50 %	VNV-50 %
Invernadero vacío ventilación natural con área de ventanas a 18 %	VNV-18 %
Invernadero con plantas ventilación natural con área de ventanas a 100%	VNP-100 %
Invernadero con plantas ventilación natural con área de ventanas a 50 %	VNP-50 %
Invernadero con plantas ventilación natural con área de ventanas a 18 %	VNP-18 %
Invernadero vacío ventilación forzada	VFV
Invernadero con plantas ventilación forzada	VFP
Invernadero con plantas ventilación combinada (forzada-natural)	VCP

### **Análisis de sensibilidad de malla o estudio de convergencia de resultados.**

Antes de realizar la simulación definitiva, se llevó a cabo un estudio para determinar la influencia del tamaño de los elementos en los resultados. Este estudio consistió en generar varias mallas del volumen de control, comenzando con pocos elementos de gran tamaño y luego incrementando el número de elementos, utilizando elementos más pequeños. Se observó cómo variaban los resultados de la simulación en función del tamaño de los elementos. En la figura 5 se muestra el modelo de volúmenes finitos utilizado en las simulaciones.



**Figura 5. Mallado en cfmesh con tamaño de malla grueso y fino.**

Durante las simulaciones, se mantuvieron constantes las condiciones de contorno, los modelos de comportamiento, los materiales y la geometría. Además, se seleccionó un mismo punto de evaluación para comparar los resultados, que en este estudio fue la velocidad del viento. El punto de control se ubicó a 1.5 metros del suelo sobre la línea AB, como se muestra en la figura 6. Los tamaños de elementos usados, el número de nodos en el modelo y los resultados de la velocidad en el punto de evaluación se muestran en la tabla 3. Donde se observa que el valor calculado de la velocidad varía dependiendo al tamaño de los elementos usados. Pero se estabiliza al llegar a un

tamaño de elementos aproximado de 100 mm, esto lo que afirma es que debemos usar al menos elemento de no más de 100 mm de lado para garantizar la valides de los resultados.

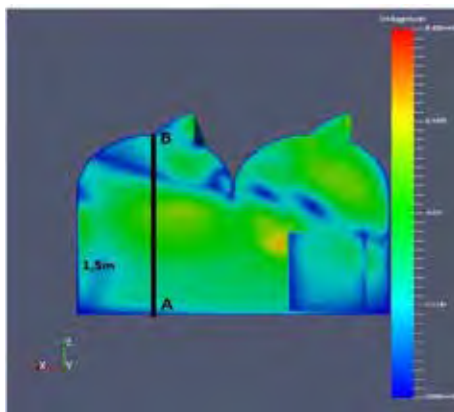


Figura 6. Punto de evaluación de resultados a 1,5 metros de altura.

Tabla 3. Variación de los valores de la velocidad del viento a 1,5 metros de altura sobre el suelo para varios tamaños de elemento.

Tamaño de los elementos (mm)	400	300	200	190	180	160	150	120	100	80
Valor de la velocidad (m/s) a 1.5m de altura	0,0221	0,1760	3,4256	3,9950	4,1250	4,2246	4,4678	4,5195	4,6120	4,6950

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados que se presentan a continuación se tomaron en tres ubicaciones de referencia: línea A-A ubicada en la nave 1, línea C-C ubicada en la nave 2 y la línea B-B ubicada en el centro del invernadero tal y como se muestra en la Figura 7.

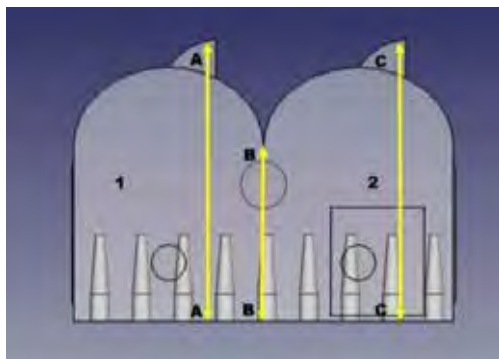
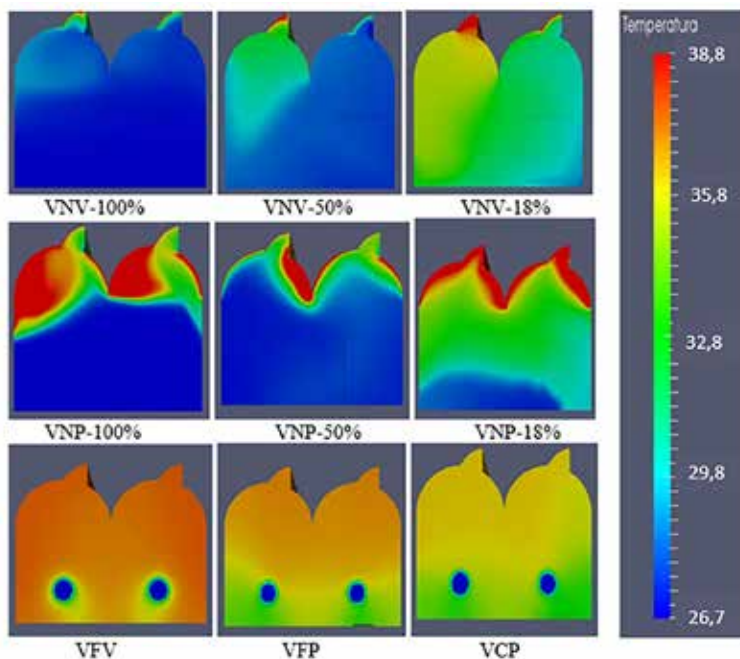


Figura 7. Ubicaciones para la consulta de resultados numéricos en el modelo computacional.

## Temperatura.

En la figura 8 se puede visualizar la distribución de la temperatura para las nueve simulaciones en los diferentes puntos de referencia situados en las dos naves del invernadero. En la simulación VNV-100%, la temperatura se mantiene constante entre los uno y cuatro metros alrededor de 26.7°C, similar a la temperatura exterior. Sin embargo, entre 5 y 7 metros, la temperatura aumenta aproximadamente a 45°C. Esto se debe a que el aire fresco que ingresa desde el exterior del invernadero arrastra el aire caliente hacia la ventana cenital, expulsándolo del invernadero. En las simulaciones VNV-50% y VNV-18%, se observaron valores de temperatura más altos entre 27 y 32°C, aumentando hasta 44°C a la salida en la ventana cenital. En la configuración VNV-50% en la nave 1 se produjo un calentamiento en la cubierta del invernadero, donde no logró enfriarse el aire, generando remolinos o turbulencia con temperaturas entre 31 y 32°C. La configuración VNV-18% se registra un aumento de la temperatura en 2°C en comparación con las otras dos configuraciones evaluadas, presentando una situación crítica en la nave uno donde la temperatura es superior a los 33°C, representando el escenario menos favorable para la producción agrícola. Según Teitel *et al.*, 1998, un incremento en el área de ventilación genera un efecto positivo en la ventilación general de los invernaderos, recomendando instalar mayores áreas de ventilación en invernaderos altos o de gran volumen, ya que son menos susceptibles a cambios bruscos de temperatura.

En la configuración VNP-100% y VNP-50% la temperatura sobre la zona de plantas se mantuvo alrededor de los 26.85°C, la cual es adecuada para el desarrollo de las plantas; por encima de los 4 metros hacia la salida por la ventana cenital la temperatura fue aumentando hasta los 39°C y 47°C respectivamente. Para la configuración VNP-100% por encima de los cuatro metros cerca a la cubierta en ambas naves se presentaron depósitos de aire caliente con temperaturas por encima de los 40°C, lo que sugiere que para esta configuración es necesario ampliar el tamaño de la ventana cenital, de tal manera que sea más eficiente en la extracción del aire caliente. La configuración menos favorable fue la VNP-18% ya que tan sólo en los primeros dos metros la temperatura se mantuvo alrededor de 26,85°C, aumentando entre los dos y cuatro metros de 27,85°C a 35°C y en la ventana cenital hasta los 47°C. Bojacá (2009), afirma que en invernaderos colombianos donde se presentan altas radiaciones es necesario evacuar las altas temperaturas producidas en el interior especialmente en días calurosos ya que las temperaturas pueden llegar cerca de los 45°C, valores de temperatura que según Sato et al. 2000, ocasionan un déficit en el normal desarrollo del cultivo.



**Figura 8. Distribución de la variable temperatura para las nueve simulaciones.**

En los primeros tres metros del invernadero se presentó rangos de temperatura entre 34°C y 35°C para la configuración VFV y entre 30°C y 31°C para la configuración VFP, temperaturas que nos son favorables para el óptimo desarrollo de las plantas, se atribuye el aumento de la temperatura a que la simulación de ventilación forzada se realizó sin contemplar entradas de aire a través de las ventanas laterales, demostrando así que en la región usar únicamente ventilación forzada no es adecuado para mantener las condiciones ambientales óptimas para el desarrollo de las plantas. Finalmente, para la configuración de ventilación forzada-natural (combinada) con plantas (VCP) en los primeros tres metros del invernadero la temperatura disminuyó 1°C respecto a la configuración de solamente forzada, sin embargo, para las condiciones de la región este rango de temperatura se considera un riesgo para el óptimo desarrollo de las plantas, por lo que se debería evaluar, la ubicación de ventiladores y extractores y el caudal de funcionamiento. Flores *et al.*, (2015), encontraron resultados similares en el análisis de un sistema de ventilación forzada para un invernadero cenital usando CFD.

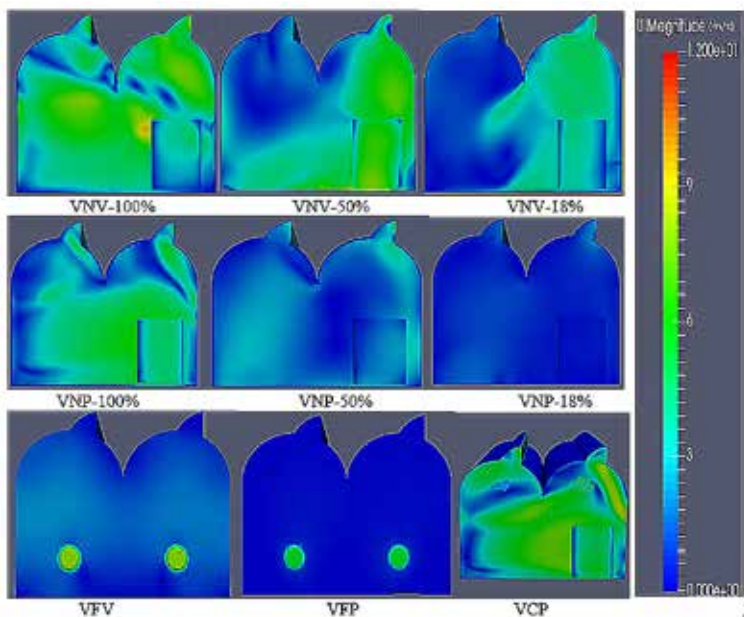
### **Velocidad del viento.**

En la figura 9, se aprecia la distribución de la velocidad del viento en m/s dentro del invernadero en cada una de las configuraciones simuladas. Como era de esperarse en la configuración VNV-100%, la velocidad del viento es mayor en los diferentes sitios de medición, encontrando valores de 4,5 m/s a un metro del suelo y entre los 2 y 4 metros de altura velocidad de 5.5 m/s, que permiten la salida del aire caliente a través de la ventana cenital. Para las configuraciones VNV-50% y VNV-18% las

velocidades a un metro de altura son de 3,8 m/s y 3.3 m/s respectivamente. En las configuraciones VNP-100%, VNP-50% y VNP-18%, se presenta disminución de la velocidad del viento respecto a las configuraciones anteriores, lo que se debe a que las plantas generan resistencia al paso del aire que ingresa por la ventana lateral, presentándose valores a un metro de altura del suelo de 1,3 m/s, 1,2 m/s y 1 m/s respectivamente. Los resultados anteriores ratifican la importancia del área de ventanas y soportan lo menciona por Teitel *et al.* (1998), quienes recomiendan instalar superficies de ventilación amplias para que los invernaderos sean menos susceptibles a cambios bruscos de temperatura.

En las simulaciones de ventilación forzada tanto para el invernadero vacío VFV como con plantas VFP las velocidades del viento varían entre 0,05 m/s y 1 m/s, presentándose valores más altos en la simulación donde no se contemplaron las plantas, comportamiento que ya se había presentado en las configuraciones de ventilación natural, debido a la resistencia que ejercen las plantas en el flujo del aire. Resultados similares fueron encontrados por Flores *et al.*, (2014), donde la velocidad del viento disminuyó debido a la resistencia causada por el cultivo durante el proceso de ventilación.

Finalmente, en la configuración de ventilación combinada VCP a un metro del suelo del invernadero, la velocidad del aire alcanzó un valor de 1,44 m/s, aumentando respecto a la configuración donde sólo se contempló ventilación forzada, evidenciando nuevamente la importancia de la ventilación natural en invernaderos a implementar en la región. Lo anterior es soportado por lo encontrado por Flores *et al.*, (2014), quienes manifiestan que si bien la velocidad del viento disminuyó con la presencia de las plantas, la apertura de ventanas incrementó los flujos de aire en la zona de cultivo entre uno y dos metros de altura.



**Figura 9. Distribución de la velocidad del viento en las nueve simulaciones.**



## CONCLUSIONES

El análisis numérico realizado al invernadero baticenital de dos naves diseñado para la granja experimental de la Universidad Surcolombiana utilizando la dinámica de fluidos computacional, determinó que a mayor área de ventanas se reducen los gradientes de temperatura al interior del invernadero, así como, que para la configuración de ventilación natural 100%, tanto con plantas como en el invernadero vacío, se obtiene una distribución uniforme de la velocidad del viento en la zona de plantas, permitiendo una reducción de la temperatura debida al flujo de aire fresco que entra por las ventanas laterales y desplaza el aire caliente hacia las ventanas cenitales. De igual forma se determina que para la región no es viable el uso exclusivo de ventilación forzada, ya que es insuficiente para extraer el calor del invernadero y generar un ambiente óptimo para el desarrollo de las plantas. Estos hallazgos respaldan la idea de que las simulaciones numéricas mediante CFD, son una herramienta de diseño con gran potencial de uso para sistemas de ventilación con aplicaciones en agricultura protegida, ya que las simulaciones permiten evaluar mejoras en los sistemas de ventilación tanto en invernaderos en fase de diseño como en aquellos ya existentes, proporcionando la oportunidad de proponer cambios geométricos y optimizar su rendimiento.

## Agradecimientos

A la Universidad Surcolombiana por brindar los espacios académicos y la infraestructura necesaria para llevar a cabo esta investigación. Así como los recursos económicos para ejecutarla.

## LITERATURA CITADA

- Ali, HM, Moustafa, S. y El-Mansy, H. (1990). Un diseño de invernadero eficiente para climas cálidos. *Conversión y gestión de energía*, 30 (4), 433-437. [https://doi.org/10.1016/0196-8904\(90\)90044-Y](https://doi.org/10.1016/0196-8904(90)90044-Y)
- Allen, G. R., Pereira, L., Raes, D., & Smith, M. (2006). Estudio FAO Riego y drenaje 56. Evapotranspiración del cultivo: Guías para la determinación de los requerimientos de agua de los cultivos. Serie Cuadernos Técnicos. Roma, Italia. FAO. (Página 21).
- Baeza, E., Montero, J. I., Pérez-Parra, J., Bailey, B. J., López, J. C., & Gázquez, J. C. (2014). Avances en el estudio de la ventilación natural. *Documentos Técnicos*, (7) (págs. 8-9).
- Barraza, F. V., Fischer, G., & Cardona, C. E. (2004). Estudio del proceso de crecimiento del cultivo del tomate (*Lycopersicon esculentum* Mill.) en el Valle del Sinú medio, Colombia. *Agronomía Colombiana*, 22(1), 81-90.
- Bojacá Aldana, CR (2009). Enfoques genéricos de modelado para la evaluación técnica de la sostenibilidad a nivel de campo para sistemas agrícolas en los trópicos altoandinos.
- Bournet, PE (2013). Evaluación del clima del invernadero usando CFD: un enfoque en los problemas de humedad del aire. En *Simposio Internacional sobre Nuevas Tecnologías para el Control Ambiental, Ahorro de Energía y Producción de Cultivos en Invernadero y Planta 1037* (pp.

971-985). <https://doi.org/10.17660/ActaHortic.2014.1037.129>

- Contreras M., E. y Sánchez del C., F. (2012). Enfriamiento de invernaderos. VII curso de especialización y 1er diplomado en horticultura protegida. Universidad Autónoma Chapingo, Texcoco de Mora, México.
- Díaz, DC, Bojacá, CR y Schrevens, E. (2016). Modelado de la idoneidad del invernadero de plástico tradicional para la producción de tomate en las regiones de Colombia. En Simposios internacionales sobre horticultura tropical y templada-ISTTH2016 1205 (págs. 857-864). <https://doi.org/10.17660/ActaHortic.2018.1205.109>
- Fornaris, G. J. (2007). Características de la planta. Conjunto Tecnológico para la producción de tomate: Tipo *Lycopersicon esculentum* Mill.
- Flores-Velázquez, J., López-Cruz, I. L., Mejía-Sáenz, E., & Montero-Camacho, J. I. (2014). Evaluación del desempeño climático de un invernadero Baticenital del centro de México mediante Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). *Agrociencia*, 48(2), 131-146.
- Flores-Velázquez, J., & Villarreal-Guerrero, F. (2015). Diseño de un sistema de ventilación forzada para un invernadero cenital usando CFD. *Revista mexicana de ciencias agrícolas*, 6(2), 303-316.
- Granell Ruiz, R. (2014). Análisis del flujo ambiental y propuesta metodológica para simulaciones CFD aplicadas a la ventilación natural de invernaderos (Doctoral dissertation, Universitat Politècnica de València). <https://doi.org/10.4995/Thesis/10251/37194>
- Kriuchkova, E. R., Canteñs, G. D. J. L., & Rodríguez, E. F. Desarrollos de ingeniería agrícola en américa latina. (págs. 91-92).
- Pérez Grajales, M., & Castro Brindis, R. (2011). Jitomate en invernadero, Universidad Autónoma Chapingo. (Pag 102-103).
- Rojano, F., Flores-Velázquez, J., Villarreal-Guerrero, F., & Rojano, A. (2013, octubre). Dinámica de las condiciones climáticas en un invernadero: dos localidades de México. En Simposio Internacional sobre Nuevas Tecnologías para el Control Ambiental, Ahorro de Energía y Producción de Cultivos en Invernadero y Planta 1037 (pp. 955-962). <https://doi.org/10.17660/ActaHortic.2014.1037.127>
- Rodríguez, CEA, & Velázquez, JF (2019). Simulación CFD de transferencia de calor y masa para control climático en invernaderos. En *Transferencia de calor y masa: avances en aplicaciones científicas y tecnológicas*. IntechOpen. <https://doi.org/10.5772/intechopen.86322>
- Sato, S., Peet, MM y Thomas, JF (2000). Los factores fisiológicos limitan el cuajado del tomate (*Lycopersicon esculentum* Mill.) bajo estrés por calor crónico y leve. *Planta, célula y medio ambiente*, 23 (7), 719-726. <https://doi.org/10.1046/j.1365-3040.2000.00589.x>
- Senhaji, A., Mouqallid, M. y Majdoubi, H. (2019). Estudio asistido por CFD del efecto de las

aberturas de ventilación de invernaderos de múltiples capillas en la circulación del flujo de aire interior y los patrones de microclima. *Revista abierta de dinámica de fluidos*, 9 (2), 119-139. <https://doi.org/10.4236/ojfd.2019.92009>

Teitel, M., & Shklyar, A. (1998). Pressure drop across insect-proof screens. *Transactions of the ASAE*, 41(6), 1829.

Villagrán, EA, Romero, EJB y Bojacá, CR (2019a). Análisis CFD transitorio de la ventilación natural de tres tipos de invernaderos utilizados para la producción agrícola en un clima tropical de montaña. *Ingeniería de Biosistemas*, 188, 288-304. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2019.10.026>

Villagrán-Munar, E. A., & Bojacá-Aldana, C. R. (2019b). Simulación del microclima en un invernadero usado para la producción de rosas bajo condiciones de clima intertropical. *Chilean journal of agricultural & animal sciences*, 35(2), 137-150. <https://doi.org/10.4067/s0719-38902019005000308>

Villagrán Munar, E. A., Jaramillo Noreña, J. E., Rodríguez Roa, O. A., León Pacheco, R. I. & Yacomelo Hernández, M. J. (2021). Invernadero bioclimático y modular para clima cálido: diseño, construcción, operación y mantenimiento. *Corporación Colombiana de Investigación Agropecuaria -agrosavia; Fontagro*. <https://doi.org/10.21930/agrosavia.manual.7404890>

## Capítulo XII

Carlos Enrique Álvarez Moreno<sup>1</sup>, Miguel Servín Palestina<sup>2\*</sup>,  
Juan José Figueroa González<sup>2</sup> y Jorge Artemio Zegbe Domínguez<sup>3</sup>

# MODELACIÓN DE VELOCIDAD DE SECADO EN GUAYABA USANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES

## RESUMEN

El proceso de deshidratación de productos frescos influye significativamente en la vida útil y calidad de los mismos. La guayaba es una fruta tropical nutritiva, pero el alto contenido de agua la hace altamente susceptible al deterioro microbiológico y la degradación enzimática. El secado y el deshidratado son una solución para conservar la mayoría de las propiedades nutricionales y organolépticas. Para hacer un deshidratado óptimo es necesario conocer la velocidad de secado ( $V_s$ ) en función de las variables climáticas. El objetivo de este estudio fue desarrollar un modelo de red neuronal artificial (RNA) para simular la velocidad de deshidratado de rodajas de guayaba en un deshidratador solar rústico tipo mixto utilizando variables climáticas y la razón de humedad del aire (RH) como variables de entrada en condiciones climáticas de Zacatecas. El entrenamiento, validación y prueba de la red se realizó utilizando la velocidad de viento ( $V_v$ ), sumatoria de radiación solar (SRs), temperatura de cubierta en la parte baja dentro de la cama de secado ( $T_{cCin}$ ), temperatura del suelo ( $T_s$ ), HR, cercana a la cubierta dentro de la chimenea ( $H_{cIn}$ ) y RH como variables de entrada. Los estadísticos de desempeño fueron el coeficiente de determinación ( $R^2 = 0.96$ ), raíz de la desviación cuadrática media ( $RMSE = 0.14 \text{ g min}^{-1}$ ), error absoluto medio ( $MAE = 0.07$ ) y la eficiencia de Nash y Sutcliffe ( $E_f = 0.97$ ). Los valores de los parámetros del modelo indican que éste tiene una aceptable capacidad de simulación y predicción de la velocidad de secado de las muestras de guayaba usando datos climáticos.

**Palabras clave:** deshidratador solar, razón de humedad, inteligencia artificial, curva de secado.

<sup>1</sup> Universidad Autónoma Chapingo. Carretera México-Texcoco km 38.5, CP 56230, Chapingo, Estado de México, México.

<sup>2</sup> Campo Experimental Zacatecas. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP). Carretera Zacatecas-Fresnillo km 24.5, CP 98500. Calera de Víctor Rosales, Zacatecas, México. miguel.servin@hotmail.mx

<sup>3</sup> Campo Experimental Pabellón-INIFAP Carretera Aguascalientes-Zacatecas km 32.5, CP 20670. Pabellón de Arteaga, Aguascalientes, México.

\* autor de correspondencia: miguel.servin@hotmail.com

## ABSTRACT

The dehydration process of fresh products significantly influences their useful life and quality. Guava is a nutritious tropical fruit, but the high water content makes it highly susceptible to microbiological spoilage and enzymatic degradation. Drying and dehydration are a solution to preserve most of the nutritional and organoleptic properties. To make an optimal dehydrated it is necessary to know the drying speed ( $V_s$ ) depending on the climatic variables. The objective of this study was to develop an artificial neural network (ANN) model to simulate the speed of dehydration of guava slices in a mixed type rustic solar dehydrator using climatic variables and the air humidity ratio (RH) as input variables. in climatic conditions of Zacatecas. The training, validation and test of the network was carried out using the wind speed ( $V_v$ ), sum of solar radiation (SRs), roof temperature in the lower part inside the drying bed ( $T_{cIn}$ ), soil temperature ( $T_s$ ), HR, close to the cover inside the chimney ( $H_{cIn}$ ) and RH as input variables. The performance statistics were the coefficient of determination ( $R^2 = 0.96$ ), root mean square deviation ( $RMSE = 0.14 \text{ g min}^{-1}$ ), mean absolute error ( $MAE = 0.07$ ) and the Nash and Sutcliffe efficiency ( $E_f = 0.97$ ). The values of the model's parameters indicate that it has an acceptable capacity for simulating and predicting the drying rate of guava samples using climatic data.

**Keywords:** solar dehydrator, moisture ratio, artificial intelligence, drying curve.

## INTRODUCCIÓN

La guayaba (*Psidium guajava* L.) es una fruta originaria de los trópicos americanos. México ocupa en cuarto lugar en producción a nivel mundial (Pérez-Gutiérrez *et al.*, 2008), los estados de Aguascalientes y Zacatecas son los de mayor producción (Padilla *et al.*, 2007; Padilla *et al.*, 2014). La guayaba tiene un gran potencial productivo y económico debido a su amplia adaptabilidad (Fischer & Melgarejo, 2021), valor nutricional y propiedades medicinales (Pérez-Gutiérrez *et al.*, 2008), concentraciones de vitamina C. (Rajan & Hudedamani, 2019). Sin embargo, la corta vida de anaquel sigue siendo un problema debido a que tiene alto contenido de humedad ( $> 81\%$ ), esto la hace una fruta altamente percedera y susceptible al rápido deterioro (Rokib *et al.*, 2021). También, los frutos de la guayaba son muy susceptibles al daño por frío y enfermedades generándose oxidación, lo que limita su almacenamiento en refrigeración (Mata y Rodríguez, 2000). Aquí destaca la importancia de utilizar técnicas para incrementar la vida útil de esta fruta, como el secado y el deshidratado y para reducir la actividad del agua (Cabrera *et al.*, 2016). El secado es una técnica antiquísima de conservación de productos frescos que consiste en la eliminación del agua en condiciones ambientales de radiación solar y eólica (De Michelis & Ohaco, 2012). Esta técnica tiene un efecto negativo en el color, textura y calidad del producto debido a la exposición del producto a la luz solar. En consecuencia, técnicas mecánicas para el deshidratado (e.g., aire caliente, liofilización, etc.) han emergido utilizando la energía solar para evitar exposición directa del producto a la luz solar (Ali *et al.*, 2016). Así, en el contexto del uso energías renovables, deshidratadores solares mixtos de convección natural o forzada han diseñado para capturar y utilizar la energía solar (Jamradloedluk & Wiriyaumpaiwong, 2007). Estos deshidratadores remueven el

agua de la superficie del producto usando la temperatura aire, humedad relativa y velocidad del aire como variables más importantes (Bravo, 2022).

Por otro lado, la velocidad de secado (tiempo de secado y el contenido de humedad final del producto) es de gran importancia para conseguir un producto de calidad, además de eficientar este proceso de secado. Las ecuaciones matemáticas de cinética de secado han sido utilizadas para diseñar, optimizar y controlar el proceso de deshidratación en guayaba (Maciel *et al.*, 2007; Rokib *et al.*, 2021; Mugi, & Chandramohan, 2022). Sin embargo, dichos modelos son estáticos y no consideran las condiciones climáticas para simular dichos procesos y es difícil extrapolarlos a otras condiciones climáticas contrastantes. Por lo tanto, aquí destaca la utilización de redes neurales artificiales (RNA). Las RNA son modelos de caja negra que permiten dar cuenta de relaciones no lineales entre variables de entrada y salida de un sistema mediante elementos llamados nodos y sus interconexiones que imitan las neuronas de los sistemas biológicos (Hagan *et al.*, 1996). Las RNA son modelos capaces de encontrar relaciones de forma inductiva por medio de algoritmos de aprendizaje y datos existentes, utilizados para clasificar, identificar, diagnosticar, optimizar y predecir y, están basados en la analogía del comportamiento del cerebro humano (Fausett, 2006). Estos han sido utilizados con éxito para tratar problemas en la agricultura moderna, en donde se integran variables climatológicas como en los procesos de deshidratado de productos agrícolas. Las RNA pueden predecir correctamente la cinética de deshidratado, cambios de color, modificación de compuestos fenólicos y propiedades antioxidantes (Akter *et al.*, 2022; Arunkumar *et al.*, 2022). Por ejemplo, modelos de RNA han sido desarrollados para predecir el contenido de humedad, la proporción de humedad y la velocidad de secado ( $V_s$ ) en deshidratadores combinados por convección y microondas en calabaza con temperaturas de 40, 50 y 60 °C con errores  $< 0.001$  (Ceclu *et al.*, 2022). También, estos modelos han sido utilizados para modelar la evolución del contenido de humedad en rodajas de membrillo en un secador por convección con tres temperaturas y tres velocidades de flujo de aire usando diferentes topologías de RNA con una excelente concordancia ( $R^2 > 0.99$ ) entre los valores observados y predicho (Chasiotis *et al.*, 2020). Khaled *et al.* (2020), también, han utilizado estos modelos para describir la cinética de deshidratado de la fruta caqui (*Diospyros kaki*) al vacío y con aire caliente con tres temperaturas y dos grosores de rodaja. Estos autores obtuvieron valores de  $R^2 > 0.99$  y de RMSE  $< 0.0124$  g agua  $g^{-1}$  de producto.

Por otro lado, los modelos de RNA han sido utilizados para predecir el coeficiente de transferencia de calor usando como factores de entrada a la radiación solar, la humedad relativa, la temperatura ambiental y el tiempo con un  $R^2 = 0.99$  (Kushwah *et al.*, 2022). Moheno-Barrueta *et al.*, (2021) acoplaron una RNA a un algoritmo metaheurístico para optimizar la  $V_s$  en plátano y otro con tres velocidades de flujo de aire y considerando seis variables ambientales y una variable operativa como entradas. Ellos obtuvieron un valor de  $R^2 = 0.9822$  lineal entre los datos experimentales y simulados. Los RNA se han utilizado con éxito en los procesos de secado, sin embargo, en Zacatecas no se encontraron reportes hasta ahora. El objetivo de este estudio fue desarrollar un modelo red neuronal artificial (RNA) para simular la velocidad de secado de la guayaba en un deshidratador solar rustico tipo mixto utilizando variables climáticas y la razón de humedad (RH) como variables de entrada en condiciones climáticas de Zacatecas.

## MATERIALES Y MÉTODOS

El experimento se realizó de octubre a noviembre de 2022 en la planta piloto agroindustrial del Campo Experimental Zacatecas (CEZAC; 22° 54' N, 102° 39' O) con una altitud de 2 197 msnm, temperatura media anual de 14.6 °C, precipitación pluvial media anual de 416 mm y evaporación promedio anual de 1609 mm. La velocidad media anual del viento e irradiación solar fueron de 4 m/s y 520 W/m<sup>2</sup>.

### Descripción del deshidratador solar rústico

Los experimentos de secado de las rebanadas de guayaba se llevaron a cabo en un deshidratador solar rústico con marco de madera, mixto de convección natural. El deshidratador tiene un colector de calor tipo cama (2.0 m x 1.05 m x 0.24 m) y chimenea de secado (1.24 m x 1.05 m x 0.33 m). La chimenea está provista con cuatro charolas de malla metálica de 24 hilos por pulgada con marcos de madera de 30 x 93 cm. El deshidratador tiene una cubierta de polietileno trasparente calibre 720 en todas las caras con tratamiento contra rayos ultravioleta. La cama está suspendida del suelo con ayuda de soportes de madera de 17.5 y 22 cm con una pendiente de 2.25%. La parte baja de la cama cuenta con una ventana con malla con marco de madera de 39.9 x 15 cm para entrada de aire a temperatura ambiente con salida del aire caliente en la parte superior de la chimenea por una ventana con malla de 14.6 x 93 cm. (Figura 1)



Figura 1. Deshidratador solar rústico tipo mixto (Figuroa-González *et al.*, 2022).

## Cinética del secado

Se realizó un experimento de secado el día 02 al 05 de noviembre del año 2022 con una masa fresca de 1,544 g de guayaba fresca de producción en la región de los Cañones, Zacatecas, la cual fue lavada y desinfectada antes de la experimentación. La fruta fue rebanada a un espesor de 5 mm y se acomodó en las tres charolas de la cámara de deshidratación, distribuidas en 500.2 g, 532.5 g y 511.3 g en cada charola respectivamente.



Figura 2. Cámara y charolas de secado con guayaba.

Las mediciones se realizaron durante tres días de manera discontinua, es decir únicamente durante el día, de 9:00 a 18:00 h hasta llegar a masa constante ( $\approx 24$  h sol). Las mediciones iniciaron a las 11:00 am. A las 18:00 h las entradas y salidas con polietileno se taparon para evitar ingreso de humedad durante la noche y se retiraron a las 9:00 h del día siguiente. Las mediciones de pérdida de masa de cada charola fueron hechas cada 60 min con ayuda de una balanza digital con precisión de  $\pm 0.01$  g hasta alcanzar una masa constante, es decir, la curva de perdida peso ( $P_{\text{peso}}$ ).

### Modelado matemático

El contenido de humedad (%) de la guayaba en base húmeda ( $M_{wb}$ ) se determinó con la ecuación (1):

$$M_{wb} = \left( \frac{W_o - W_d}{W_n} \right) * 100 \quad (1)$$

donde  $W_o$  es la masa de la muestra húmeda (kg) y  $W_d$  es la masa seca.

Para el cálculo de la razón de humedad (RH) se utilizó la ecuación siguiente:

$$RH = 0.769 \exp(-0.071t^{1.418}) + 0.217 \exp(-gt^{1.418})$$



Donde  $t$  es el tiempo de secado expresado en minutos de 0 a 1440 min para 24 horas

Para obtener la velocidad de secado ( $V_s$ ) se utilizó la siguiente expresión

$$V_s = \frac{P_{seco_{i-1}} - P_{seco_i}}{t_i}$$

$P_{seco_{i-1}}$  es el peso de la guayaba previa a la  $i$ -ésima lectura en gramos,  $P_{seco_i}$  es el peso de la guayaba de la  $i$ -ésima lectura en gramos y  $t_i$  es el tiempo entre lecturas en minutos (60 min).

### Variables climáticas

Las variables climáticas se registraron con tres equipos: estación agroclimática ubicada a 2.5 km del sitio del experimento (CEZAC), temperatura y humedad del aire con integración de datos cada dos minutos con sensores modelo DHT22, los cuales fueron conectados a una placa Arduino UNO con capacidad de almacenar datos en una micro SD de 16 GB (Micro-Estación) y sensores de temperatura (ThermoTraker) (Tabla 1).

#### Variables climáticas medidas durante el experimento

Equipo	Variable	Descripción	Frecuencia de lecturas (min)	unidades
CEZAC	T	Temperatura del aire	15	°C
	HR	Humedad relativa		%
	Rs	Radiación Solar		W m <sup>-2</sup>
	Vv	Velocidad del viento		Km s <sup>-1</sup>
	Dv	Dirección del viento		°
Micro-Estación	TChin	Temperatura al interior de la chimenea	2	°C
	HChin	Humedad en el interior de la chimenea		%
	Ta	Temperatura del aire en zona del experimento		°C
	Ha	Humedad relativa del aire del experimento		%
	TcIn	Temperatura de cubierta dentro de la chimenea		°C
	HcIn	HR. cercana a la cubierta dentro de la chimenea		%
	TcOut	Temperatura de cubierta fuera en la chimenea		°C
	HcOut	HR de cubierta fuera de chimenea		%
Thermo Traker	Ts	Temperatura del suelo abajo de la cama del secador	15	°C
	TcCin1	Temperatura cubierta baja dentro de la cama de secado		°C
	TcCin2	Temperatura cubierta alta dentro de la cama de secado		°C

Las variables climáticas se promediaron para obtener valores horarios y se filtraron utilizando la máscara de los valores de peso de las muestras a excepto radiación solar (Rs), el cual se obtuvo la sumatoria de las cuatro lecturas registradas por hora, suma de radiación solar (SRs). Con el fin de conocer la fuerza de la relación lineal entre las variables climáticas, más RH consideradas como variables de entrada, contra  $V_s$  como variable de salida, se realizó un análisis de correlación (Gogtay y Thette, 2017), previamente al diseño de la RNA.

## Diseño y entrenamiento de la red

Se implementó el modelo de red neuronal artificial (RNA) con una estructura perceptrón multicapa. Con las variables climáticas y RH más correlacionadas como las entradas y como variables de salida Vs. El número de neuronas en la capa oculta (h) se varió utilizado como referencia los criterios:  $h = \sqrt{mn}$ , como límite inferior y  $h = 2n+1$  del teorema de Kolmogorov como límite superior (Kolmogorov, 1957), en donde  $n$  es número de entradas y  $m$  es el número de salidas. Las variables de entrada para cada una de las redes se seleccionaron con base a los resultados del análisis de correlación y un estudio exploratorio, combinando las variables de entrada y número de neuronas en la capa oculta. Los alcances de este trabajo fue la etapa de entrenamiento, validación y prueba con 50, 25 y 25 % de los datos, respectivamente. El algoritmo de aprendizaje utilizado fue gradiente descendiente con *momentum* de los pesos y sesgo (Garg *et al.*, 2016; Mohamed, 2019) y algoritmo de entrenamiento fue Levenberg-Marquardt backpropagation (LM) (Marquardt, 1963). Para generar los modelos de RNA se realizó un análisis exploratorio combinando las diferentes variables de entrada y número de neuronas en capa oculta hasta alcanzar un buen desempeño.

El modelo RNA se implementó en MATLAB® con el Toolbox de “Neural Networks” (Demuth *et al.*, 2017; Moore, 2012). La función “newff” se utilizó para crear, entrenar y validar la red, el número de entradas y neuronas en la capa oculta se eligió con base al análisis exploratorio. Se obtuvo el conjunto de pesos óptimos que minimizan el error de acuerdo con la metodología descrita por Chatterjee *et al.* (2018).

## Medidas de desempeño

Para medir el desempeño de la RNA se calcularon: 1) el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), (Eq. 3), 2) el error absoluto medio (*MAE*; Eq. 4), 3) la raíz cuadrada del error cuadrado medio (*RMSE*; Eq. 5) y 4) la eficiencia propuesta por Nash y Sutcliffe (*Ef*; Eq. 6).

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n} \quad (4)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (5)$$

$$Ef = 1 - \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (6)$$

donde:  $y_i$  representa el valor observado de Vs,  $\hat{y}_i$  el valor estimado de Vs por el modelo RNA,  $\bar{y}$  es el promedio de los valores observados de Vs y  $n$  el número de datos.

### Análisis de sensibilidad

Con el fin de identificar las variables más importantes para predecir la salida, se implementó el método de Garson, que utiliza la matriz de pesos entre la capa de entrada y oculta, y entre la oculta y la capa de salida, se discrimina la importancia relativa de las variables predictoras para una sola variable de respuesta. La contribución relativa de cada entrada ( $RI_j$ ) está dada por la Ecuación 10. (García *et al.*, 2020).

$$RI_j = \frac{\sum_{j=1}^n \left[ \frac{|W_{ij} \cdot W_{j0}|}{\sum_{k=1}^m |W_{ik} \cdot W_{k0}|} \right]}{\sum_{k=1}^m \left[ \sum_{j=1}^n \left[ \frac{|W_{ij} \cdot W_{j0}|}{\sum_{k=1}^m |W_{ik} \cdot W_{k0}|} \right] \right]} \cdot 100 \quad (10)$$

donde  $W_{ij}$  son pesos sinápticos de la conexión de entrada  $ii$  a la capa oculta  $jj$ ,  $W_{j0}$  son pesos sinápticos de la conexión capa oculta  $jj$  a la salida,  $m$  es el número de neuronas en la capa oculta y  $n$  es el número de capas ocultas.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El peso inicial de las muestras que se colocó en el secador solar fue de 1,544.0 g y el peso final después de 3 días y 24 horas sol fue 354.4 g. Con estos valores y utilizado la ecuación 1 se estimó un contenido de humedad  $M_{wb} = 0.77\%$

### Datos climaticos

De las 16 variables climáticas descritas en la Tabla 1, se muestran las que mostraron mayor correlacion directa o indirecta con la velocidad de secado (g/min) en la Figura 3. Se observó una velocidad del viento maxima de 26 km h<sup>-1</sup> en el último día del experimento y una radiación solar de 885 W m<sup>-2</sup> el primer día del experimento, además, se observó una relación inversa entre la temperatura del suelo y cubierta dentro de la cama de secado con la humedad relativa dentro de la chimenea.

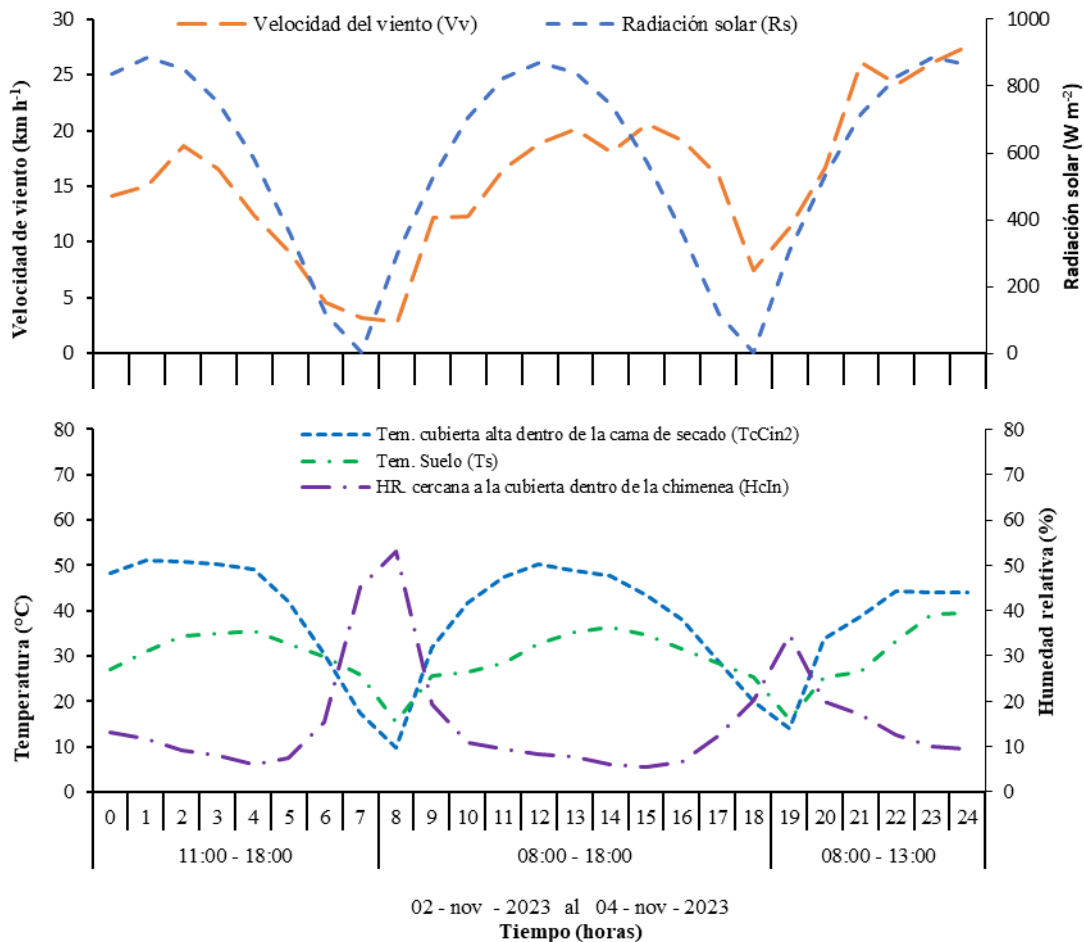
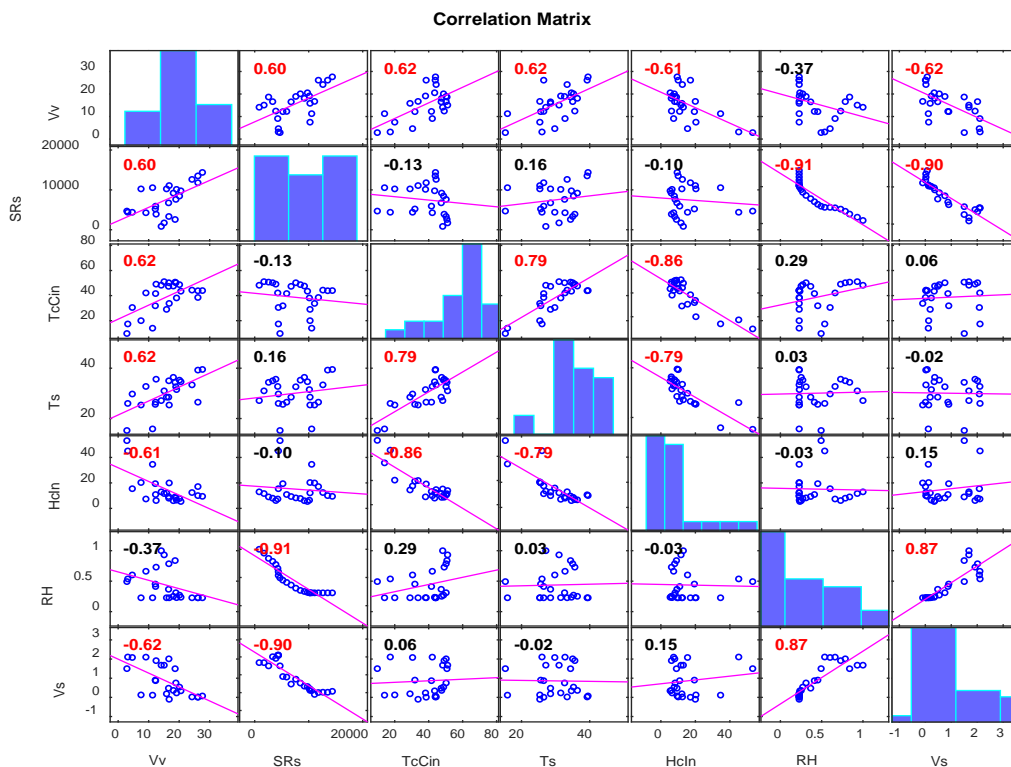


Figura 3. Variables climáticas a) Velocidad del viento/radiación solar, b) Temperatura (°C)/humedad relativa (%).

### Análisis de correlación

Se realizó un análisis de correlación con las 16 variables descritas en la tabla 1, sin embargo, sólo se presentan las variables más correlacionadas con Vs. De acuerdo al análisis exploratorio (AE) de las variables de entrada se generaron distintas topologías de las RNA con diferentes conjuntos de variables de entrada y número de neuronas. Los resultados del AE exteriorizo que Vv, SRs, TcCin, Ts, HcIn y RH fueron las variables de entrada para el modelo RNA. Por otro lado, se observaron interacción entre variables TcCin Ts y HcIn, que no tiene una correlación significativa ( $p < 0.05$ ) con Vs, pero si mostraron una buena correlación con Vv con valores significativos al ( $p < 0.05$ ) mayores a 0.61 (Figura 4).



**Figura 4. Análisis de correlación de las variables de entradas y velocidad de secado.**

### Modelos de RNA para estimar velocidad de secado

Para el modelo de RNA de velocidad de secado se utilizaron: Vv, SRs, TcCin, Ts, HcIn y RH como variables de entradas y 10 neuronas en la capa oculta. Los estadísticos de desempeño para este modelo fueron  $R^2 = 0.96$ ,  $RMSE = 0.14 \text{ g min}^{-1}$ ,  $MAE = 0.07$  y  $E_f = 0.97$ , la cuales son valores aceptables de acuerdo con Demuth *et al.*, (2017) y Pecar y Davis (2018). El conjunto de pesos óptimo que minimiza el error cuadrático medio, se obtuvo a las seis iteraciones.

En la Figura 6 se muestra una comparación entre la velocidad de secado observado y estimado por la red neuronal para la etapa de entrenamiento, validación y prueba. Las medidas de desempeño son aceptables, lo que significa que el modelo tiene una buena capacidad de simulación y predicción de velocidad de secado usando datos climáticos (Moheno-Barrueta *et al.*, 2021). Sin embargo, es necesario hacer una evaluación del modelo RNA.

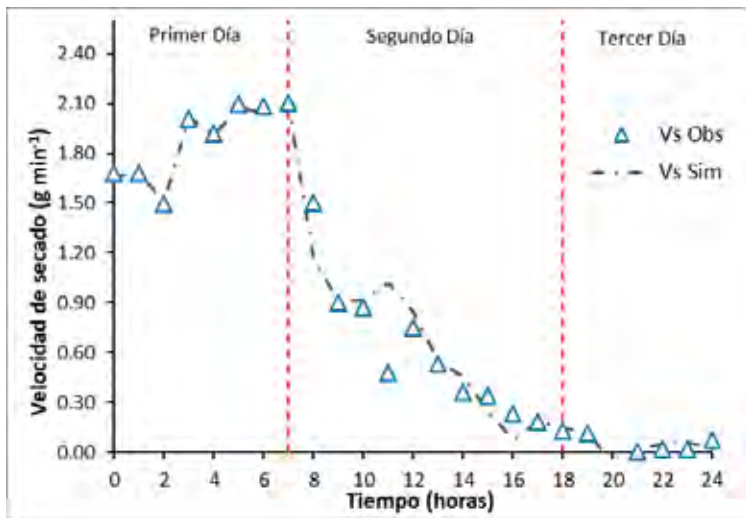


Figura 5. Velocidad de secado ( $V_s$ ) simulada (Sim) y observada (Obs) para un secador solar tipo chimenea en el estado de Zacatecas.

### Análisis de sensibilidad

La importancia de las variables predictoras para el modelo RNA generado se muestran en la Figura 6. En el modelo de RNA para simular la velocidad de secado, la variable más importante fue la temperatura del suelo ( $T_s$ ) seguida de la sumatoria de la radiación solar (SRs) y humedad relativa dentro de la chimenea (HcIn) con una importancia relativa de 26.2 %, 15.8 % y 15.8 %, respectivamente. La variable con la menor importancia relativa en la simulación de la velocidad de secado fue la temperatura de la cubierta superior dentro de la cama de secado ( $T_{cCin1}$ ) con un valor de 5.18 %.

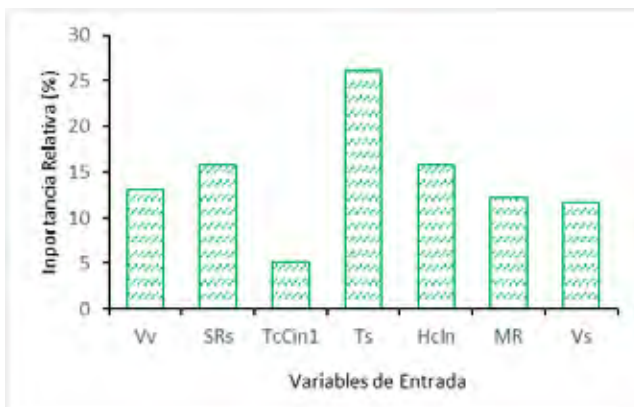


Figura 6. Análisis de sensibilidad para velocidad de secado del modelo RNA para guayaba en Zacatecas.

## CONCLUSIONES

Los modelos de redes neuronales artificiales generados para predicción de la velocidad de secado, utilizando variables climáticas y razón de humedad, mostraron buen desempeño en la etapa de entrenamiento, validación y prueba, sin embargo, para tener mayor certeza del modelo se necesario realizar otro ensayo.

El modelo de RNA generados podrán utilizarse con datos climáticos de otras localidades u otras fechas, es decir, un análisis espacial y temporal para estimar la velocidad de secado.

La temperatura suelo, fue la variable climatológica con mayor influencia en la velocidad de secado, por tal razón, será importe considerar el suelo como una variable de rediseño del secador solar rústico.

## LITERATURA CITADA

- Akter, F., Muhury, R., Sultana, A., & Deb, U. K. (2022). A Comprehensive Review of Mathematical Modeling for Drying Processes of Fruits and Vegetables. *International Journal of Food Science*, 6195257. doi: 10.1155/2022/6195257
- Ali, M. A., Yusof, Y. A., Chin, N. L., & Ibrahim, M. N. (2016). Effect of different drying treatments on colour quality and ascorbic acid concentration of guava fruit. *International Food Research Journal*, 23, S155–S161.
- Arunkumar, P. M., Balaji, N., Vigneswaran, C., Prasad, S. V., Praveen, N., Raj, T. N., & Jeevith, V. (2022). A review on machine learning in drying of farmer products using solar dryer. *AIP Conference Proceedings*, 2527(1), 030009. doi: 10.1063/5.0108122
- Bravo Buitrago, J. E. (2022). *Desarrollo y caracterización fisicoquímica de una lámina comestible a base de pulpa de mango (Mangifera indica) y piña (Ananas comosus)*. Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia. <http://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/81373>
- Cabrera, E., Sanjuan, N., Panades, G., & Cruz, L. (2016). Influence of osmotic pretreatment on the convective drying of guava. *International Food Research Journal*, 23(4), 1623–1628.
- Ceclu, L., Mocanu, G. D., Andronoiu, D. G., & Nistor, O.-V. (2022). Artificial Neural Network Modeling of Marrow Slices (Cucurbita Pepo Var. Giromontina) by Convection and Combined Drying Methods. *Paper presented at the 10th Central European Congress on Food*, Cham.
- Chasiotis, V. K., Tzempelikos, D. A., Filios, A. E., & Moustris, K. P. (2020). Artificial neural network modelling of moisture content evolution for convective drying of cylindrical quince slices. *Computers and Electronics in Agriculture*, 172, 105074. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compag.2019.105074>

- De Michelis, A., & Ohaco, E. (2012). Deshidratación y desecado de frutas, hortalizas y hongos. *Procedimientos hogareños y comerciales de pequeña escala*. Disponible en: [https://inta.gov.ar/sites/default/files/script-tmp-inta\\_cartilla\\_secado.pdf](https://inta.gov.ar/sites/default/files/script-tmp-inta_cartilla_secado.pdf) Consultado el 30/11/2022.
- Demuth, H., Beale, M., Hagan, M. (2017). *Neural Network Toolbox User's Guide*; The MathWorks, Inc.: Natick, MA, USA, <http://www.mathworks.com/help/nnet/ug/dividedata-for-optimal-neural-network-training.html>
- Demuth, H., Beale, M., Hagan, M. (2017). *Neural Network Toolbox User's Guide*; The MathWorks, Inc.: Natick, MA, USA, <http://www.mathworks.com/help/nnet/ug/dividedata-for-optimal-neural-network-training.html> (last review Mayo 2020)
- Fausett, L. V. (2006). *Fundamentals of neural networks: architectures, algorithms and applications*. Pearson Education India.
- Figueroa-González, J. J., Servin-Palestina, M, Zegbe, J. A. y Martínez-Ruiz, Antonio (2022). Modelos de cinética de secado para rebanadas de guayaba secadas con un deshidratador solar rústico. *Ecorfan-Bolivia*, Vol.9 No.27 9-16
- Fischer, G., & Melgarejo, L. M. (2021). Ecophysiological aspects of guava (*Psidium guajava* L.). A review. *Revista Colombiana de Ciencias Hortícolas*, 15(2), e12355. <https://doi.org/10.17584/rcch.2021v15i2.12355>
- García, M. H., Flores, M. H., Ascencio, H., R., Khalil, G. A., Tijerina, C., L., Mancilla. V. O.R., Vázquez. P. M.A. (2020). Corn Grain Yield Estimation from Vegetation Indices, Canopy Cover, Plant Density, and a Neural Network Using Multispectral and RGB Images Acquired with Unmanned Aerial Vehicles. *Agriculture*, 10, 277. <https://doi.org/10.3390/agriculture10070277>
- Garg, B., Kirar, N.; Menon, S., Sah, T. (2016). A performance comparison of different back propagation neural networks methods for forecasting wheat production. *CSI Trans. ICT*, 4, 305–311. <https://doi.org/10.1007/s40012-016-0096-x>
- Gogtay, N. J. & Thatte, U. M. (2017). Principles of correlation analysis. *Journal of the Association of Physicians of India*, 65(3), 78-81. <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/29313581/>
- Hagan, M.T., Demuth, H.B., Beale, M.H., (1996). *Neural Network Design*. PWS Publishing, Boston, MA
- Jamradloedluk, J., & Wiriyaumpaiwong, S. (2007). Desorption isotherms, drying characteristics and qualities of glace tropical fruits undergoing forced convection solar drying. In Goswami, D. Y., & Zhao, Y. W., (eds.), *Proceedings of Ises Solar World Congress 2007: Solar Energy and Human Settlement*, (Vols I-V). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-75997-3\\_399](https://doi.org/10.1007/978-3-540-75997-3_399).



- Khaled, A. Y., Kabutey, A., Selvi, K. Ç., Mizera, Č., Hrabe, P., & Herák, D. (2020). Application of Computational Intelligence in Describing the Drying Kinetics of Persimmon Fruit (*Diospyros kaki*) During Vacuum and Hot Air Drying Process. *Processes*, 8(5). doi:10.3390/pr8050544
- Kolmogorov, A. N. (1957). On the representations of continuous functions of many variables by superpositions of continuous functions of one variable and addition. *Dokl. Akad. Nauk USSR* 114: 953 – 956. <http://mi.mathnet.ru/eng/dan/v114/i5/p953>
- Kushwah, A., Mk, G., Kumar, A., & Singh, P. (2022). Application of ANN and prediction of drying behavior of mushroom drying in side hybrid greenhouse solar dryer: An experimental validation. *Journal of Thermal Engineering*, 8(2), 221-234.
- Maciel, R. M., Afonso, M. R., Costa, J., Severo, L. S., & Lima, N. D. d. (2017). Mathematical modeling of the foam-mat drying curves of guava pulp. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, 21, 721-725.
- Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 11(2): 431–441. <https://doi.org/10.1137/0111030>
- Mata, I. y Rodríguez, A. (2000). *Cultivo y producción del guayabo*. Trillas. México, DF. 170 p.
- Mohamed, Z.E. (2019). Using the artificial neural networks for prediction and validating solar radiation. *J. Egypt. Math. Soc.* 27, 47. <https://doi.org/10.1186/s42787-019-0043-8>
- Moheno-Barrueta, M., Tzuc, O. M., Martínez-Pereyra, G., Cardoso-Fernández, V., Rojas-Blanco, L., Ramírez-Morales, E., . . . Bassam, A. (2021). Experimental Evaluation and Theoretical Optimization of an Indirect Solar Dryer with Forced Ventilation under Tropical Climate by an Inverse Artificial Neural Network. *Applied Sciences*, 11(16). doi:10.3390/app11167616
- Moore, H. (2012). *MATLAB®. MATLAB for Engineers*, Third Edition. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc, 1-8.
- Mugi, V. R., & Chandramohan, V. P. (2022). Energy, exergy, economic and environmental (4E) analysis of passive and active-modes indirect type solar dryers while drying guava slices. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, 52, 102250. doi: <https://doi.org/10.1016/j.seta.2022.102250>
- Padilla R. J. S., E. González G., M. A. Perales C., H. R. Reyes P., y E. S. Osuna C. (2007). Variabilidad del fruto de la guayaba (*Psidium guajava* L.) mexicana. *INIFAP. Campo Experimental Pabellón*. México. 61 p.
- Padilla R. J. S., E. González G., V. M. Rodríguez M., C. J. Cortés P., y T. Sánchez R. (2014). Caracterización morfológica y bioquímica de frutos de guayaba. *INIFAP. Campo Experimental Pabellón*. México. 32 p.

- Pecar, B., Davis, G. (2018). *Time Series Based Predictive Analytics Modelling: Using MS Excel*, 3rd ed.; Amazon Kindle: Seattle, WA, USA.
- Pérez Gutiérrez, R. M., Mitchell, S., & Solis, R. V. (2008). Psidium guajava: A review of its traditional uses, phytochemistry and pharmacology. *Journal of Ethnopharmacology*, 117(1), 1–27. <https://doi.org/10.1016/j.jep.2008.01.025>
- Rajan, S., & Hudedamani, U. (2019). *Genetic resources of guava: Importance, uses and prospects. In Conservation and utilization of horticultural genetic resources*. Springer Singapore. 10.1007/978-981-13-3669-0\_11
- Rokib, S. N., Yeasmen, N., Bhuiyan, M. H. R., Tasmim, T., Aziz, M. G., Alim, M. A., & Islam, M. N. (2021). Hyphenated study on drying kinetics and ascorbic acid degradation of guava (*Psidium guajava* L.) fruit. *Journal of Food Process Engineering*, 44(5), e13665. doi: <https://doi.org/10.1111/jfpe.13665>

## Capítulo XIII

Jesús Antonio García Martínez<sup>1</sup>, Miguel Servín Palestina<sup>2\*</sup>,  
Guillermo Medina García<sup>2</sup> y José Israel Casas Flores

# ESTIMACIÓN DE EVAPOTRANSPIRACIÓN DE REFERENCIA USANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES

## RESUMEN

La demanda de alimento y de recursos hídricos cada vez más limitados, demanda de herramientas para optimizar el agua de riego en los cultivos. La programación de riego es una práctica necesaria, sin embargo, cuando se hace mediante un balance hídrico climático, las estimaciones de la evapotranspiración de referencia ( $ET_0$ ) toma gran importancia. Estimar la  $ET_0$  usando la ecuación de Penman-Montieth ( $ET_{0,PM}$ ), demanda de una gran cantidad de datos que en la mayoría de zonas de riego no están disponibles. Sin embargo, los algoritmos de aprendizaje de máquina como las redes neurales artificiales (RNA) son una alternativa que se está usando con éxito. Por esta razón, el objetivo de este trabajo fue desarrollar un modelo de RNA para estimar  $ET_0$  usando un conjunto de variables climáticas mínimas para una región semiárida del norte de México. Se realizó un análisis exploratorio con diferentes topologías de variables de entrada más correlacionadas y número de neuronas de la capa oculta para desarrollar modelos de RNA. Se utilizó un modelo para estimar la radiación solar ( $Rs_{Est}$ ) en función de la temperatura. Se desarrollaron dos modelos de RNA. El primer RNA considera radiación solar media en el área de estudio ( $ET_{0Red1}$ ) y en la segunda se utilizó  $Rs_{Est}$  ( $ET_{0Red2}$ ), dentro de sus variables de entrada. También se realizó un análisis de sensibilidad. Para  $ET_{0Red1}$  se utilizaron 6 variables de entrada y 13 neuronas, y los estadísticos de desempeño fueron el coeficiente de determinación ( $R^2 = 0.96$ ), raíz de la desviación cuadrática media (RMSE = 0.47 mm día<sup>-1</sup>), error absoluto medio (MAE = 0.36) y la eficiencia de Nash y Sutcliffe ( $Ef = 0.95$ ). Para  $ET_{0Red2}$  se utilizaron 7 variables de entrada y 15 neuronas, y se obtuvieron valores de 0.89, 0.73 mm día<sup>-1</sup> y 0.55 y 0.80 para  $R^2$ , RMSE MAE y  $Ef$  respectivamente. En la etapa de entrenamiento de validación y prueba. En evaluación los valores fueron: En  $ET_{0Red1}$  con valores de 0.92, 0.48 mm día<sup>-1</sup> y 0.36 y

<sup>1</sup> Universidad Autónoma Chapingo. Carretera México-Texcoco km 38.5, CP 56230, Chapingo, Estado de México, México.

<sup>2</sup> Campo Experimental Zacatecas. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP). Carretera Zacatecas-Fresnillo km 24.5, CP 98600. Calera Zacatecas, México.

\* autor de correspondencia: miguel.servin@hotmail.com

0.925 para R<sup>2</sup>, RMSE MAE y Ef respectivamente. En ET<sub>0Red2</sub> fueron 0.73, 0.79 mm día<sup>-1</sup> y 0.59 y 0.79 para R<sup>2</sup>, RMSE MAE y Ef respectivamente. Además, la humedad relativa máxima (HRmax) fue más influyente para estimar ET<sub>0</sub>. Los modelos de RNA generados mostraron buen desempeño cuando se utilizan datos de radiación solar, temperatura y humedad relativa.

**Palabras clave:** radiación solar, inteligencia artificial, programación de riego

## ABSTRACT

The demand for food and increasingly limited water resources demand tools to optimize irrigation water for crops. Irrigation scheduling is a necessary practice, however, when done through a climatic water balance, reference evapotranspiration estimates (ET<sub>0</sub>) take on great importance. Estimating ET<sub>0</sub> using the Penman-Montieth equation ( $ET_{0\_PM}$ ), requires a large amount of data that is not available in most irrigation areas. However, machine learning algorithms such as artificial neural networks (RNA) are an alternative that is being used successfully. For this reason, the objective of this work was to develop an ANN model to estimate ET<sub>0</sub> using a set of minimum climatic variables for a semi-arid region in northern Mexico. An exploratory analysis was performed with different topologies of most correlated input variables and number of neurons in the hidden layer to develop RNA models. A model was used to estimate solar radiation (RsEst) as a function of temperature. Two RNA models were developed. the first RNA considers average solar radiation in the study area (ET<sub>0Red1</sub>) and in the second RsEst (ET<sub>0Red2</sub>) was used within its input variables. A sensitivity analysis was also performed. For ET<sub>0Red1</sub>, 6 input variables and 13 neurons were used, and the performance statistics were the coefficient of determination (R<sup>2</sup> = 0.96), root mean square deviation (RMSE = 0.47 mm day<sup>-1</sup>), mean absolute error (MAE= 0.36) and the efficiency of Nash and Sutcliffe (Ef = 0.95). For ET<sub>0Red2</sub>, 7 input variables and 15 neurons were used, and values of 0.89, 0.73 mm day<sup>-1</sup> and 0.55 and 0.80 were obtained for R<sup>2</sup>, RMSE MAE and Ef respectively. In the validation training and testing stage. In evaluation the values were: In ET<sub>0Red1</sub> with values of 0.92, 0.48 mm day<sup>-1</sup> and 0.36 and 0.925 for R<sup>2</sup>, RMSE MAE and Ef respectively. In ET<sub>0Red2</sub> they were 0.73, 0.79 mm day<sup>-1</sup> and 0.59 and 0.79 for R<sup>2</sup>, RMSE MAE and Ef respectively. In addition, the maximum relative humidity (HRmax) was more influential to estimate ET<sub>0</sub>. The generated RNA models showed good performance when using data of solar radiation, temperature and relative humidity.

**Keywords:** solar radiation, artificial intelligence, irrigation scheduling.

## INTRODUCCIÓN

En tiempo actuales, donde la demanda de alimentos va en incremento y los recursos naturales disminuidos, se exigen que la producción agrícola sea basada en datos. Los recursos hídricos pueden ser optimizados al realizar una programación de riego (PR) adecuada. La PR es un proceso de decisión orientado a determinar las cantidades de agua por aplicar y las fechas de aplicación de cada riego para minimizar deficiencias o excesos de humedad en el suelo que pudieran causar efectos adversos sobre el crecimiento, rendimiento y calidad de los cultivos (Servín *et al.*, 2012). Con una PR optima se

pueden lograr objetivos múltiples como ahorrar agua, disminuir costos por ahorro de energía y mano de obra, minimizar estrés hídrico y maximizar rendimiento, así como maximizar calidad, rentabilidad o ingreso (Catalán *et al.*, 2007). Cuando la PR se realiza mediante un balance hídrico climático, la determinación de la evapotranspiración de referencia ( $ET_0$ ) es preponderante, así como para el diseño de sistemas de riego y estimación de huella hídrica. Dado que la medición directa de  $ET_0$  es difícil y costosa, la práctica más común es estimar  $ET_0$  a partir de variables climáticas como la radiación solar ( $R_s$ ), la temperatura del aire ( $T_a$ ), la velocidad del viento ( $U_2$ ) y la humedad relativa (HR) (Güven *et al.*, 2018). En zonas marginadas donde es complicado el monitoreo de dichas variables las herramientas del internet de las cosas (IoT) usando sensores de bajo costo e integrando algoritmos de inteligencia artificial (IA) como las redes neuronales artificiales (RNA) son una alternativas precisa y económica para estimar  $ET_0$ . Los modelos de RNA se basan en la analogía del comportamiento del cerebro humano, y permiten encontrar relaciones de forma inductiva por medio de algoritmos de aprendizaje y datos existentes (Fausett, 2006). Los RNA son técnicas de regresión multivariable adaptables a procesos complejos que con ayuda de un conjunto de subfunciones matemáticas denominadas neuronas, que se encuentran distribuidas en capas e interconectadas entre sí a través de valores constantes (pesos) para ajustar los valores observados y simulados (Hagan *et al.*, 1996).

La formulación de modelos basados en aprendizaje profundo como las RNA para predecir  $ET_0$  en función de variables climáticas has sido estudiadas y discutidas ampliamente. Por ejemplo, se estudiaron varias herramientas de aprendizaje profundo condiciones climáticas de Minas Gerais, Brasil para pronosticar  $ET_0$  diario, siete pasos adelante (siete días) en escenarios regionales y locales con valores de  $0.87 \text{ mm día}^{-1}$  y  $0.88 \text{ mm día}^{-1}$  de raíz de cuadrados medio del error (RMSE) aunque los modelos desarrollados no fueron muy precisos mejora la predicción con respecto a la  $ET_0$  media mensual (Ferreira *et al.*, 2020), También modelaron  $ET_0$  usando la regresión de vector de soporte de mínimos cuadrados con un algoritmo de búsqueda gravitacional y el sistema de inferencia neural-fuzzy en evolución dinámica, al usar  $T_a$  y  $R_s$  como variables de entrada se obtuvieron  $RMSE < 0.23 \text{ mm día}^{-1}$  y  $R^2 > 0.94$  al ser comparado con el enfoque del árbol modelo M5 (M5RT) (Muhammad *et al.*, 2020).

Otras herramientas de aprendizaje profundo, como regresión basada en árboles y modelos de unidad recurrente controlada (GRU), se utilizaron para estimar valores diarios de  $ET_0$ , los modelos GRU mostraron valores de coeficiente de correlación ( $R$ ) = 0.9837 comparado con  $ET_0$  estimada con la ecuación de Penman-Montieth ( $ET_{0_{PM}}$ ), además, en este estudio se encontró que la  $T_{max}$  fue la variable más influyente para estimar la  $ET_0$  (Sattari *et al.*, 2020). Asimismo, han utilizado modelos híbridos de RNA con el modelo de prueba gamma (GT) para estimar la  $ET_0$  diaria en condiciones áridas de Irán con umbral de error absoluto relativo de 9.4%, en este mismo trabajo, la prueba gamma reveló que las variables climáticas de  $T_{max}$  y  $T_{min}$  del aire y  $u_2$  son los parámetros más importantes (Seifi y Riahi, 2020).

Por otro lado, se comparó la  $ET_{0_{PM}}$  de un punto específico estimada con modelo RNA para identificar la diferencia de magnitudes de  $ET_0$  y determinaron que el cambio climático provoca magnitudes crecientes de  $ET_0$ . (Algretawee y Alshama 2021). En Grecia se utilizaron las RNA para

estimar  $ET_0$  con datos de 72 estaciones meteorológicas y utilizaron variables climáticas y geográficas como entradas y  $ET_{0,PM}$  como variable de salida, las redes se entrenaron con diferentes combinaciones de variables de entrada y se concluyó que al utilizar todas las variables de entrada disponibles se obtuvo  $RMSE = 0,290 \text{ mm d}^{-1}$ ,  $R^2 = 98\%$ , sin embargo, modelos de RNA con arquitectura simple pueden ser muy buenos modelos predictivos de  $ET_0$ , también se mencionó que  $T_{media}$  y  $u_2$  son las variables más influyentes para estimar  $ET_0$  (Dimitriadou y Nikolakopoulos 2022). Con base en lo anterior, el uso de herramientas de aprendizaje profundo son una alternativa idónea para estimar  $ET_0$ . Sin embargo, aún no existe en la literatura una formulación de modelos ANN para estimar  $ET_0$  en Zacatecas. Por lo tanto, el objetivo de este estudio es desarrollar un modelo de ANN para estimar  $ET_0$  en Zacatecas, considerando el mínimo de variables climáticas. Para este propósito se utilizaron 20 años de datos climáticos diarios obtenidos de la estación del CEZAC. El desempeño del modelo se comparó con  $ET_{0,PM}$  uno de los modelos más precisos para estimar  $ET_0$ .

## MATERIALES Y MÉTODOS

El experimento se realizó en el Campo Experimental Zacatecas (CEZAC; 22° 54' N, 102° 39' O) con una altitud de 2,197 msnm, temperatura media anual de 14.6 °C, precipitación pluvial media anual de 416 mm y evaporación promedio anual de 1609 mm. Donde se encuentra instalada desde el 2002 una estación agroclimática automatizada (EAA) marca Adcon®. La EAA cuenta con sensores para medir la temperatura del aire ( $T_a$ ; °C), humedad relativa (HR; %), precipitación (Pp; mm), dirección y velocidad del viento ( $D_v$ ; ° y  $V_v$ ;  $\text{km h}^{-1}$ ) y radiación solar ( $R_s$ ), cada 15 minutos las 24 horas del día y provee la información meteorológica en línea y en tiempo real, mediante una plataforma Adcon, (Servin-Palestina *et al.*, 2017).

### Variables climáticas

Para este trabajo se utilizó una base de datos con registros diarios del 2002 al 2022 de las variables climáticas obtenidas de la EAA. Los datos registrados diariamente cada 15 minutos fueron utilizados para obtener la temperatura máxima ( $T_{max}$ ; °C), temperatura mínima ( $T_{min}$ ; °C), temperatura media ( $T_{med}$ ; °C), humedad relativa máxima (HR $_{max}$ ; %), humedad relativa mínima (HR $_{min}$ ; %), velocidad de viento máxima ( $V_{vmax}$ ;  $\text{km h}^{-1}$ ) y velocidad de viento mínima ( $V_{vmin}$ ;  $\text{km h}^{-1}$ ) y la dirección del viento predominante ( $D_v$ ; °). Para obtener la Precipitación (Pp;  $\text{mm día}^{-1}$ ) se realizó una sumatoria de los datos obtenidos cada 15 minutos, la radiación solar ( $R_s$ ;  $\text{MJ m}^{-2} \text{ día}^{-1}$ ) fue obtenida con la sumatoria de radiación solar en Watts metros cuadro. Además, se utilizó la cuenta continua de días transcurridos del año (DJ; día juliano).

El cálculo de la evapotranspiración de referencia ( $ET_{0,PM}$ ;  $\text{mm día}^{-1}$ ) se obtuvo sumando los cálculos horarios estimados de acuerdo al método de Penman-Monteith (Allen *et al.*, 2006). El método de FAO Penman-Monteith para estimar  $ET_0$ , se deriva de la ecuación original de Penman-Monteith y las ecuaciones de la resistencia aerodinámica y superficial, obteniéndose:

$$ET_{0\_PM} = \frac{0.408 \Delta (R_n - G) + \gamma \frac{900}{T - 273} u_2 (e_s - e_a)}{\Delta + \gamma (1 + 0.34 u_2)} \quad (1)$$

donde,  $ET_{0\_PM}$  es la evapotranspiración de referencia con el método de PM (mm día<sup>-1</sup>),  $R_n$  es la radiación neta en la superficie del cultivo (MJ m<sup>-2</sup> día<sup>-1</sup>),  $G$  es el flujo del calor de suelo (MJ m<sup>-2</sup> día<sup>-1</sup>),  $T$  = Temperatura media del aire a 2 m. de altura (°C),  $u_2$  = Velocidad del viento a 2 m de altura (m s<sup>-1</sup>),  $e_s$  es la presión de vapor de saturación (kPa),  $e_a$  es la presión real de vapor (kPa),  $(e_s - e_a)$  es el déficit de presión de vapor (kPa),  $\Delta$  es la pendiente de la curva de presión de vapor (kPa °C<sup>-1</sup>),  $\gamma$  es la constante psicrométrica (kPa °C<sup>-1</sup>).

Por otro lado, con el fin de bajar aún más los costos del uso de sensores, se estimó la radiación solar  $Rs_{Est}$  (MJ m<sup>-2</sup> día<sup>-1</sup>) con el método de Hargreaves y Samani (1982), (1985) descrito por Antonopoulos, *et al.* (2019) que estima  $Rs$  de onda corta entrante y únicamente requiere datos de temperatura.

$$Rs_{Est} = K_{RS} \cdot R_a \cdot (TD)^{0.5} \quad (2)$$

donde  $K_{RS}$  es el coeficiente de ajuste de la fórmula de radiación (°C<sup>-0.5</sup>),  $R_a$  es la radiación extraterrestre (MJ m<sup>-2</sup> día<sup>-1</sup>) y  $TD$  es la diferencia de  $T_{max}$  y  $T_{min}$  (°C). Hargreaves (1994) recomendó usar  $K_{RS} = 0.162$  para ubicaciones “interiores”, donde domina la masa terrestre y las masas de aire no están fuertemente influenciadas por regiones de grandes masas de agua, como en el caso de Zacatecas.

Con el fin de conocer la fuerza de la relación lineal entre  $DJ$ ,  $T_{max}$ ,  $T_{min}$ ,  $T_{med}$ ,  $P_p$ ,  $HR_{max}$ ,  $HR_{min}$ ,  $HR_{med}$ ,  $Rs$ ,  $V_{vmax}$ ,  $V_{vmin}$ ,  $Dv$  y  $Rs_{Est}$  consideradas como variables de entrada, contra  $ET_{0\_PM}$  como variable de salida, se realizó un análisis de correlación (Gogtay y Thette, 2017), previamente al diseño de las RNA

## Diseño y entrenamiento de la red

Para estimar evapotranspiración con los modelos RNA ( $ET_{0\_Red}$ ) se implementaron dos modelos de redes neuronales artificiales (RNA), con una estructura perceptrón multicapa. Se utilizaron las variables más correlacionadas como las entradas y como variables de salida  $ET_{0\_PM}$ . En la primer RNA para estimar  $ET_0$  se utilizó  $Rs$  medida con la EAA ( $ET_{0\_Red1}$ ) y la segunda red  $Rs_{Est}$  ( $ET_{0\_Red2}$ ) consideradas dentro de sus variables de entrada. El número de neuronas en la capa oculta ( $h$ ) se varió utilizado como referencia los criterios:  $h = \sqrt{mn}$ , como límite inferior y  $h = 2n+1$  del teorema de Kolmogorov (Kolmogorov, 1957) como límite superior, en donde:  $n$  es número de entradas y  $m$  es el número de salidas. Las variables de entrada para cada una de las redes se seleccionaron con base a los resultados del análisis de correlación y un estudio exploratorio, combinando las variables de entrada y número de neuronas en la capa oculta hasta alcanzar un buen desempeño. Se utilizó aleatoriamente el 90% de los datos para el entrenamiento, validación y prueba con 50, 25 y 25% de los datos respectivamente y el 10% restante para la evaluación. El algoritmo de aprendizaje utilizado fue gradiente descendiente con

momentum de los pesos y sesgo (Garg *et al.*, 2016; Mohamed, 2019) y algoritmo de entrenamiento fue Levenberg-Marquardt backpropagation (LM) (Marquardt, 1963).

Los modelos de RNA se implementaron en MATLAB® con el Toolbox de “Neural Networks” (Demuth *et al.*, 2017; Moore, 2012). Se obtuvo el conjunto de pesos óptimos que minimizan el RMSE de acuerdo con la metodología descrita por Chatterjee *et al.* (2018).

## Medidas de desempeño

Para medir el desempeño de la RNA en la etapa de entrenamiento y evaluación se calcularon: 1) el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), (Eq. 3), 2) el error absoluto medio ( $MAE$ ; Eq. 4), 3) la raíz cuadrada del error cuadrado medio ( $RMSE$ ; Eq. 5) y 4) la eficiencia propuesta por Nash y Sutcliffe (Ef; Eq. 6).

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n} \quad (4)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (5)$$

$$Ef = 1 - \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (6)$$

donde:  $y_i, \hat{y}_i$  representa el valor de  $ET_{0\_PM}$ ,  $\hat{y}_i$  el valor predicho  $ET_{0\_Red}$  según corresponda,  $\bar{y}$  es el promedio de los valores observados de  $ET_{0\_PM}$  y  $n$  el número de datos.

## Análisis de sensibilidad

Con el fin de identificar las variables más importantes para predecir la  $ET_{0\_Red}$ , se realizó un análisis de sensibilidad con el método de Garson, que utiliza la matriz de pesos entre la capa de entrada y oculta, y entre la oculta y la capa de salida, se discrimina la importancia relativa de las variables predictoras para una sola variable de respuesta. La contribución relativa de cada entrada ( $RI_j$ ) está dada por la Ecuación 10. (García *et al.*, 2020).

$$RI_j = \left[ \frac{\sum_{j=1}^n \left[ \frac{|W_{ij} \cdot W_{j0}|}{\sum_{k=1}^m |W_{ik} \cdot W_{k0}|} \right]}{\sum_{k=1}^m \left[ \sum_{j=1}^n \left[ \frac{|W_{ij} \cdot W_{j0}|}{\sum_{k=1}^m |W_{ik} \cdot W_{k0}|} \right] \right]} \right] \cdot 100 \quad (7)$$



donde,  $W_{ij}$  -pesos sinápticos de la conexión de entrada  $i$  a la capa oculta  $j$ ,  $W_{jo}$  -pesos sinápticos de la conexión capa oculta  $j$  a la salida,  $m$ - número de neuronas en la capa oculta y  $n$ - número de capas ocultas.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Correlación de las variables de entrada y salida

Se consideraron las variables correlacionadas significativamente ( $p < 0.05$ ), con coeficientes absolutos mayores a 0.5 para ser utilizadas en los modelos de RNA para la predicción de  $ET_{0Red}$ . En  $ET_{0PM}$ , se observaron correlaciones positivas de 0.92, 0.73 y 0.59 para Rs, Tmax y Tmed respectivamente y correlaciones negativas con valores -0.63, -0.62 y -0.50 para HRmin, HRmed y HRmax. Por otro lado, la  $Rs_{Est}$  se correlaciono significativamente ( $p < 0.05$ ) en 0.8 con respectó a la  $ET_{0PM}$ . En trabajos similares las variables más correlacionadas para simular  $ET_{0PM}$  fueron Tmax, Tmin, Tmed,  $u_2$  y Rs (Muhammad *et al.*, 2020; Sattari *et al.*, 2020; Seifi y Riahi, 2020 y Dimitriadou y Nikolakopoulos 2022).

### Modelos de Redes Neuronales Artificiales

#### $ET_{0Red1}$ , (Rs medida)

Para el modelo de RNA para estimar evapotranspiración de referencia con radiación solar medida se utilizaron: Rs, Tmax, HRmin, HRmed, Tmed y HRmax como variables de entradas y 13 neuronas en la capa oculta (Figura 1). Los valores de desempeño en la etapa de entrenamiento, validación y prueba fueron 0.96, 0.47 mm dia<sup>-1</sup> y 0.36 y 0.95 para R<sup>2</sup>, RMSE MAE y Ef respectivamente, la cual es un valor aceptable (>0.8) de acuerdo con Demuth *et al.* (2017) y Pecar y Davis (2018). El conjunto de pesos óptimo que minimiza el error cuadrado medio, se obtuvo a las seis iteraciones.

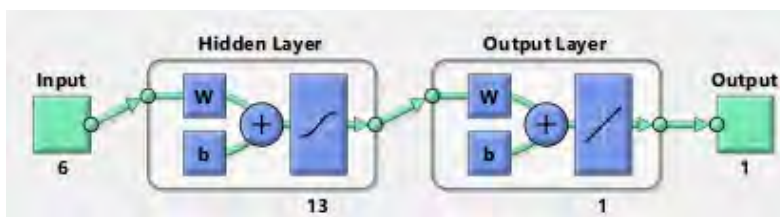


Figura 1. Arquitectura de la Red Neuronal Artificial para predecir evapotranspiración de referencia.

En la Figura 2 se muestra una relación lineal entre ET0 estimado con PM y estimado por la red neuronal para la etapa de entrenamiento, validación y prueba y en la etapa de evaluación. Los valores de desempeño en la etapa de evaluación fueron 0.92, 0.48 mm dia<sup>-1</sup> y 0.36 y 0.925 para R<sup>2</sup>, RMSE MAE y Ef respectivamente lo que significa que el modelo tiene una buena capacidad de simulación y predicción (Muhammad *et al.*, 2020). La eficiencia global considerando la etapa de entrenamiento, validación y prueba y evaluación fue de 92 %

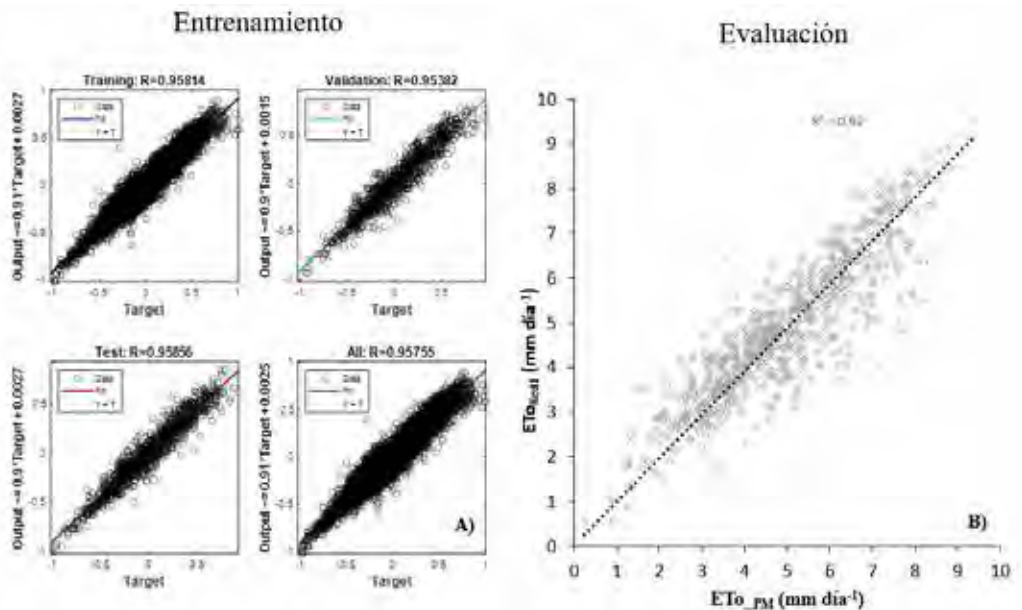


Figura 2. Relación lineal entre evapotranspiración de referencias obtenido con el método PM y estimado con el modelo RNA A) la etapa de entrenamiento, validación, prueba y B) etapa de evaluación, usando radiación solar medida como variable de entrada.

### $ET_{0,Red2}$ (Rs estimada)

Para el modelo de RNA para estimar evapotranspiración de referencia con radiación solar estimada se utilizaron:  $Rs_{Est}$ ,  $T_{max}$ ,  $HR_{min}$ ,  $HR_{med}$ ,  $T_{med}$ ,  $HR_{max}$  y  $DJ$  como variables de entradas y 15 neuronas en la capa oculta (Figura 3). Los valores de desempeño en la etapa de entrenamiento, validación y prueba fueron 0.89, 0.73 mm día<sup>-1</sup> y 0.55 y 0.80 para  $R^2$ , RMSE MAE y  $E_f$  respectivamente, la cual es un valor aceptable ( $>0.8$ ) de acuerdo con Demuth *et al.* (2017) y Pecar y Davis (2018). El conjunto de pesos óptimo que minimiza el error cuadrado medio, se obtuvo a las seis iteraciones.

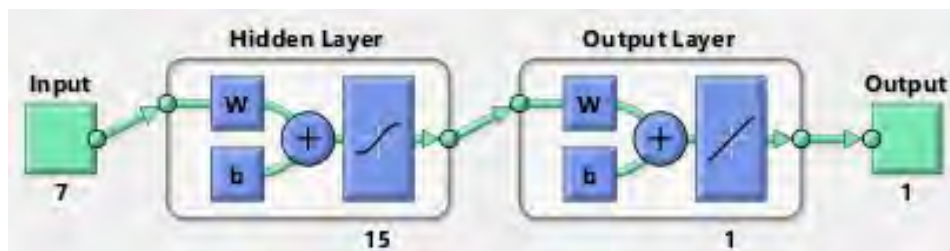


Figura 3. Arquitectura de la Red Neuronal Artificial para predecir evapotranspiración de referencia ( $ET_0$ )

En la Figura 4 se muestra una relación lineal entre  $ET_0$  estimado con P-M y estimado por la red neuronal para la etapa de entrenamiento, validación y prueba y en la etapa de evaluación. Los valores de desempeño en la etapa de evaluación fueron 0.73, 0.79 mm día<sup>-1</sup> y 0.59 y 0.79 para  $R^2$ , RMSE MAE y Ef respectivamente lo que significa que el modelo tiene una buena capacidad de simulación y predicción. La eficiencia global considerando la etapa de entrenamiento, validación y prueba, y evaluación fue de 80 % aceptable para simulación y predicción de  $ET_0$  (Muhammad *et al.*, 2020).

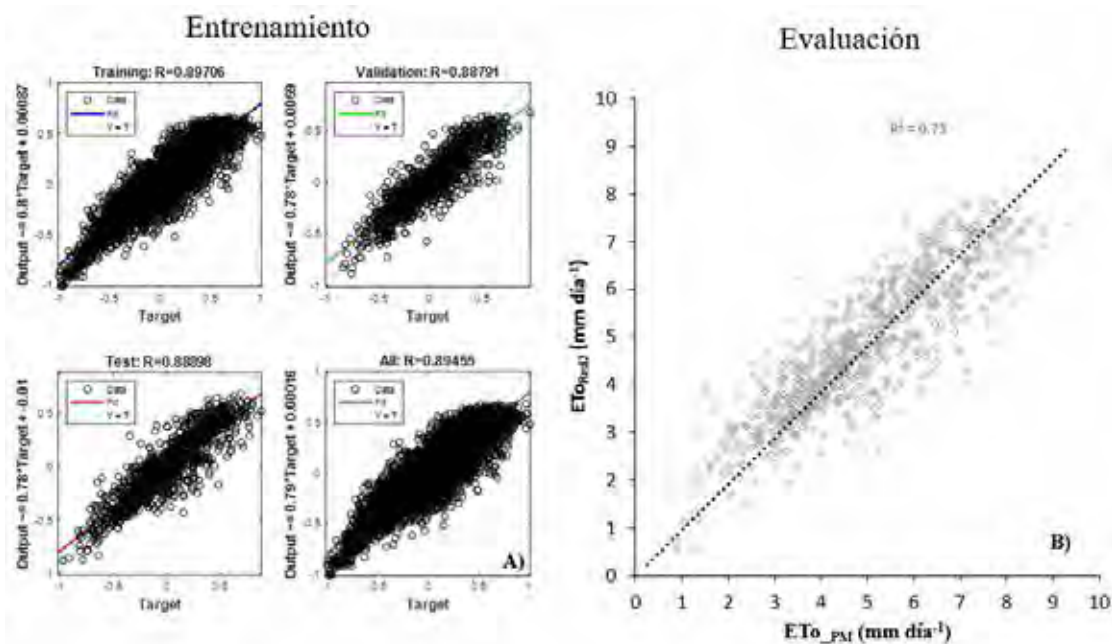


Figura 4. Relación lineal entre evapotranspiración de referencias obtenido con el método PM y estimado con el modelo RNA A) la etapa de entrenamiento, validación, prueba y B) etapa de evaluación usando radiación solar estimada como variable de entrada.

## Análisis de sensibilidad

La importancia de las variables predictoras para el modelo RNA obtenido se muestran en la Figura 5. En el modelo de RNA para simular evapotranspiración de referencia, la variable más importante fue la humedad relativa máxima (HRmax) seguida de temperatura máxima y temperatura media con una importancia relativa de 26.64 %, 22.53 % y 14.99 % respectivamente. La variable con la menor importancia relativa en la simulación de evapotranspiración de referencia fue la humedad relativa mínima (HRmin) con un valor de 9.20 %. Sin embargo, algunos autores mencionan que las variables más influyentes para simular  $ET_0$  son Tmax,  $u_2$  y Rs (Muhammad *et al.*, 2020; Sattari *et al.*, 2020 y Dimitriadou y Nikolakopoulos 2022).

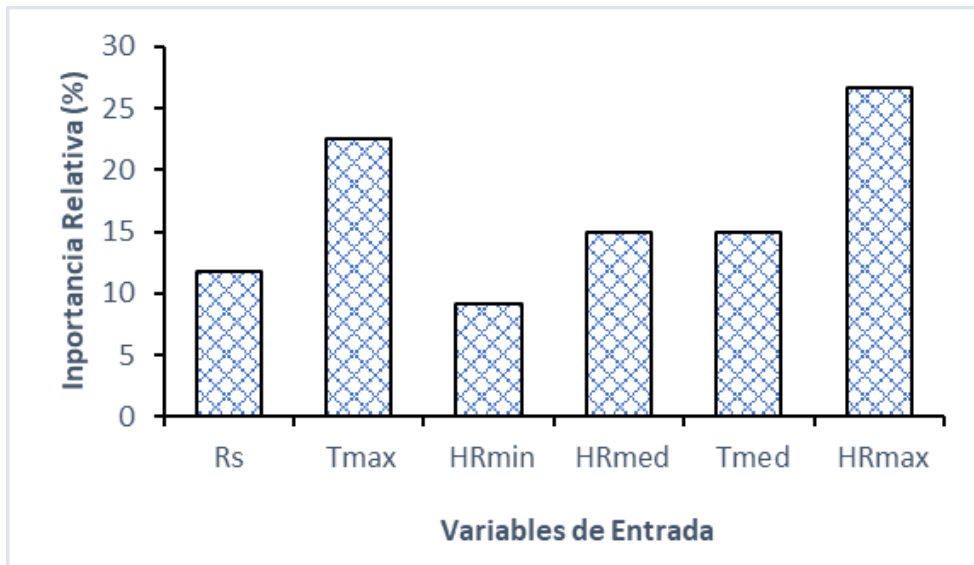


Figura 5. Análisis de sensibilidad para estimar evapotranspiración de referencia del modelo RNA.

## CONCLUSIONES

El modelo de red neuronal artificial generados para simular y predecir evapotranspiración de referencias mostro buen desempeño cuando se utilizan datos de radiación solar, temperatura y humedad relativa.

Cuando se utiliza la radiación solar estimada para simular y predecir evapotranspiración de referencia el desempeño se ve afectado, sin embargo, esto se puede mejorar si previo al desarrollo del modelo de RNA se realiza una calibración del coeficiente de ajuste de la fórmula de radiación ( $K_{RS}$ ) de manera local.

La humedad relativa, fue la variable climatológica con mayor influencia para simular y predecir la evapotranspiración de referencia en condiciones de clima semiárido.

El trabajo da las pautas qué con una micro estación de bajo costo dotada con un sensor para medir temperatura y humedad relativas, y un piranómetro para medir radiación solar es posible estimar la evapotranspiración de referencia.

## LITERATURA CITADA

Algretawee, H., & Alshama, G. (2021). Modeling of Evapotranspiration (ET<sub>o</sub>) in a Medium Urban Park within a Megacity by Using Artificial Neural Network (ANN) Model. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 65(4), 1260-1268.

- Allen R. G., Pereira L. S., Raes. D. y Smith M. (2006). Evapotranspiración del cultivo: Guía para la determinación de los requerimientos de agua de los cultivos, *Estudio FAO Riego y Drenaje*. Vol. 56. FAO. Roma. 2006. PP. 323.
- Antonopoulos, V. Z., Papamichail, D. M., Aschonitis, V. G., & Antonopoulos, A. V. (2019). Solar radiation estimation methods using ANN and empirical models. *Computers and Electronics in Agriculture*, 160, 160-167.
- Catalán V., E.A.; Sánchez C., I.; Villa C., M.M.; Inzunza I., M.A. y Mendoza M., S.F. (2007). Programa para calcular demandas de agua calendarizar el riego de los cultivos. *Folleto técnico 7. INIFAP CENID RASPA*. Gómez Palacio, Durango.
- Chatterjee, S., Dey, N., Sen, S. (2018). Soil moisture quantity prediction using optimized neural supported model for sustainable agricultural applications. *Sustain. Comput. Inform. Syst.* 100279. <https://doi.org/10.1016/j.suscom.2018.09.002>
- Demuth, H., Beale, M., Hagan, M. (2017). *Neural Network Toolbox User's Guide; The MathWorks, Inc.:* Natick, MA, USA, <http://www.mathworks.com/help/nnet/ug/dividedata-for-optimal-neural-network-training.html>
- Dimitriadou, S., & Nikolakopoulos, K. G. (2022). Artificial neural networks for the prediction of the reference evapotranspiration of the Peloponnese Peninsula, Greece. *Water*, 14(13), 2027.
- Fausett, L. V. (2006). *Fundamentals of neural networks: architectures, algorithms and applications*. Pearson Education India.
- Ferreira, L. B., & da Cunha, F. F. (2020). Multi-step ahead forecasting of daily reference evapotranspiration using deep learning. *Computers and Electronics in Agriculture*, 178, 105728.
- García, M. H.; Flores, M. H.; Ascencio, H., R.; Khalil, G. A.; Tijerina, C., L.; Mancilla. V. O.R.; Vázquez. P. M.A. (2020). Corn Grain Yield Estimation from Vegetation Indices, Canopy Cover, Plant Density, and a Neural Network Using Multispectral and RGB Images Acquired with Unmanned Aerial Vehicles. *Agriculture*, 10, 277. <https://doi.org/10.3390/agriculture10070277>
- Garg, B., Kirar, N.; Menon, S., Sah, T. (2016). A performance comparison of different back propagation neural networks methods for forecasting wheat production. *CSI Trans. ICT*, 4, 305–311. <https://doi.org/10.1007/s40012-016-0096-x>
- Gogtay, N. J. y Thatte, U. M. (2017). Principles of correlation analysis. *Journal of the Association of Physicians of India*, 65(3), 78-81. <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/29313581/>

- Guven, A., Aytek, A., Yuce, M. I., & Aksoy, H. (2008). Genetic Programming-Based Empirical Model for Daily Reference Evapotranspiration Estimation. *CLEAN – Soil, Air, Water*, 36(10-11), 905-912. doi: <https://doi.org/10.1002/clen.200800009>
- Hagan, M.T., Demuth, H.B., Beale, M.H., (1996). *Neural Network Design*. PWS Publishing, Boston, MA
- Hargreaves, G.H., 1994. *Simplified coefficients for estimating monthly solar radiation in North America and Europe*. Departmental Paper, Dept. of Biol. and Irrig. Engrg., Utah State University, Logan, Utah.
- Hargreaves, G.H., Samani, Z.A., (1982). Estimating potential evapotranspiration. *J. Irrig. Drain. Eng. ASCE* 108 (3), 225–230.
- Hargreaves, G.H., Samani, Z.A., (1985). Reference crop evapotranspiration from temperature. *Trans. ASAE* 1 (2), 96–99.
- Kolmogorov, A. N. (1957). On the representations of continuous functions of many variables by superpositions of continuous functions of one variable and addition. *Dokl. Akad. Nauk USSR* 114: 953 – 956. <http://mi.mathnet.ru/eng/dan/v114/i5/p953>
- Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 11(2): 431–441. <https://doi.org/10.1137/0111030>
- Mohamed, Z.E. (2019). Using the artificial neural networks for prediction and validating solar radiation. *J. Egypt. Math. Soc.* 27, 47. <https://doi.org/10.1186/s42787-019-0043-8>
- Moore, H. (2012). *MATLAB®. MATLAB for Engineers*, Third Edition. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc, 1-8.
- Muhammad Adnan, R., Chen, Z., Yuan, X., Kisi, O., El-Shafie, A., Kuriqi, A., & Ikram, M. (2020). Reference evapotranspiration modeling using new heuristic methods. *Entropy*, 22(5), 547.
- Pecar, B., Davis, G. (2018). *Time Series Based Predictive Analytics Modelling: Using MS Excel*, 3rd ed.; Amazon Kindle: Seattle, WA, USA.
- Sattari, M. T., Apaydin, H., & Shamsirband, S. (2020). Performance evaluation of deep learning-based gated recurrent units (GRUs) and tree-based models for estimating ETo by using limited meteorological variables. *Mathematics*, 8(6), 972.
- Seifi, A., & Riahi, H. (2020). Estimating daily reference evapotranspiration using hybrid gamma test-least square support vector machine, gamma test-ANN, and gamma test-ANFIS models in an arid area of Iran. *Journal of Water and Climate Change*, 11(1), 217-240.

Servín Palestina, M., Tijerina Chávez, L., Medina García, G., Palacios Velez, O., & Flores Magdaleno, H. (2017). Sistema para programar y calendarizar el riego de los cultivos en tiempo real. *Revista mexicana de ciencias agrícolas*, 8(2), 423-430.

Servin, M.; Medina, G.; Casas, I.; Catalán, E.: *Sistema en línea para programación de riego de chile y frijol en Zacatecas*, Ed. CIRNOC-INIFAP, vol. Folleto Técnico No. 42, Campo Experimental Zacatecas, México, 42 p., 2012, ISBN: 978-607-425-887-5

## Consejo Arbitral

Ph. D. Rebeca Alejandra Pérez Figueroa

Dr. Roberto Arpi Mayta

Universidad Nacional del Altiplano, Puno-Perú

Dra. Martha Marivel Mendoza Ontiveros

Dr. Edmar Salinas Callejas

Universidad Autónoma del Estado de México

UAM-Azcapotzalco

PhD Miguel Ángel Martínez Damián

Ph. D. Alberto Gallegos David

Colegio de Postgraduados

Universidad Autónoma Chapingo

Dra. Ma. Teresa Pérez Soto

PhD Lorenzo Irineo López Cruz

Universidad Autónoma de Morelos

Universidad Autónoma Chapingo

Dr. Gerónimo Barrios Puente

Dra. Laura Elena Garza Bueno

Universidad Autónoma Chapingo

Colegio de Postgraduados

PhD Pablo Emilio Escamilla García

Instituto Politécnico Nacional



MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LOS  
PROCESOS DE PRODUCCIÓN AGRÍCOLA,  
se editó en el Departamento de la DICEA de la UACH,  
Km. 38.5 Carr. México-Texcoco, Texcoco Edo. de México

<https://dicea.chapingo.mx/investigacion/ciema/publicaciones/>  
marzo de 2024



**“La modelación matemática en los procesos de producción agrícola consiste en el uso de fórmulas matemáticas y técnicas estadísticas para analizar, predecir y optimizar la producción de cultivos, la gestión de recursos y la toma de decisiones en la agricultura.**

**Lo anterior constituye una herramienta poderosa que ayuda a los agricultores a optimizar la gestión de sus recursos, predecir el rendimiento de los cultivos y tomar decisiones informadas para mejorar la productividad y sostenibilidad de la agricultura. Por ejemplo los modelos de crecimiento de cultivos que utilizan ecuaciones matemáticas para simular el crecimiento de los cultivos a lo largo del tiempo, teniendo en cuenta factores como la luz solar, la temperatura, la disponibilidad de agua y nutrientes, y otros factores ambientales.”**