



Facultad de Ingeniería



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**“CARACTERIZACIÓN DE TURBINAS PELTON PARA GENERACIÓN DE
ENERGÍA ELÉCTRICA POR MEDIO DE MODELOS A ESCALA”**

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERA MECÁNICA

PRESENTA:

ELISA MUCIÑO ÁLVAREZ

ASESOR DE TESIS: DR. CARLOS ROBERTO FONSECA ORTIZ

COASESOR DE TESIS: DR. BORIS MIGUEL LÓPEZ REBOLLAR

TOLUCA, MÉXICO NOVIEMBRE 2024

Resumen

La evaluación del rendimiento de turbinas hidráulicas está usualmente basada en términos de eficiencia, potencia, velocidad específica y torque entre otros parámetros. La medición de la eficiencia y rendimiento de las turbinas instaladas pueden ser especialmente costosas, sobre todo, en caso de requerir un re-diseño. Es por eso que, la modelación a escala puede proporcionar estimaciones del rendimiento siempre y cuando represente similitud geométrica, cinética y dinámica con los modelos físicos de experimentación reales. Por ello, el objetivo de este proyecto es caracterizar una turbina tipo Pelton para la generación de energía hidroeléctrica por medio de la comparación experimental de un modelo a escala, similar geoméricamente a un modelo físico de experimentación tipo Pelton para la relación de indicadores en sistemas de captación de agua de lluvia.

La caracterización se propone empleando parámetros geométricos obtenidos mediante el teorema Pi de Buckingham considerando las variables relevantes que intervienen en el rendimiento de una turbina. Se muestra un procedimiento para diseñar un modelo a escala con similitud geométrica a un modelo físico de experimentación y establecer una relación entre los parámetros físicos de una turbina Pelton, como la potencia y el torque, con grupos adimensionales asociados con características geométricas para la predicción de condiciones de indicadores de rendimiento del modelo físico de experimentación a partir de las pruebas experimentales en el modelo a escala.

Los resultados mostraron una mejor correlación cuando las observaciones del modelo a escala son consideradas en conjunto con las observaciones del modelo físico de experimentación. Con ello, fue posible inferir que el modelo a escala permita establecer estimaciones adecuadas para diferentes condiciones de operación asociadas con el modelo físico de experimentación seleccionado y, por consecuencia, contribuir al estudio de la eficiencia en mecanismos para la recuperación de recursos hídricos.

Índice

Capítulo 1. Introducción.....	9
1.1 Planteamiento del problema.....	10
1.2 Justificación	12
1.3 Hipótesis	14
1.4 Objetivo general.....	14
1.5 Objetivos específicos	14
Capítulo 2. Antecedentes.....	15
2.1 Sistemas de generación eléctrica a microescala.....	15
2.2 Banco de pruebas	18
Capítulo 3. Marco teórico.....	21
3.1 Turbinas hidráulicas.....	21
3.2 Teorema Pi de Buckingham.....	22
3.3 Similitud.....	24
Capítulo 4. Metodología.....	26
4.1 Definición de grupos adimensionales	27
4.2 Caracterización geométrica del modelo a escala	30
4.3 Construcción del modelo a escala en impresora 3D	31
4.4 Medición de indicadores de rendimiento en modelo a escala.....	33
Capítulo 5. Resultados y discusión.....	36
5.1 Indicadores de rendimiento para modelos a escala de turbinas Pelton.....	36
5.2 Caracterización geométrica del modelo a escala	41
5.3 Construcción del modelo a escala en impresora 3D	42
5.4 Medición de indicadores de rendimiento en modelo a escala.....	46
Capítulo 6. Conclusiones y recomendaciones	52

Referencias	54
Anexos	60
Anexo 1. Código de programación para medir revoluciones por minuto.....	60
Anexo 2. Resultados de pruebas experimentales del modelo físico de experimentación de la turbina	64
Anexo 3. Resultados de pruebas experimentales del modelo a escala	70
Anexo 4. Grupos adimensionales de modelo a escala y de modelo físico de experimentación.....	71
Anexo 5. Banco de pruebas y modelo impreso en 3D de la turbina.....	72

Índice de tablas

Tabla 1. Parámetros de diseño del modelo físico de experimentación.....	16
Tabla 2. Parámetros que intervienen en el rendimiento de turbinas.....	28
Tabla 3. Parámetros de la impresión.	31
Tabla 4. Características de los instrumentos de medición.....	34
Tabla 5. Condiciones de operación del banco de pruebas	35
Tabla 6. Matriz de exponentes de las variables involucradas en el torque de una turbina...	36
Tabla 7. Matriz de exponentes de las variables involucradas en la potencia generada por una turbina.....	39
Tabla 8. Comparación de parámetros de diseño del modelo a escala y modelo físico de experimentación.....	41
Tabla 9. Variables de prueba para el modelo a escala.....	43
Tabla 10. Predicciones del modelo físico de experimentación a partir de observaciones en el modelo a escala.....	50

Índice de figuras

Figura 1. Instalación del modelo físico de experimentación de la turbina y la bajada de lluvia: a) vista isométrica y b) frontal	16
Figura 2. Caracterización geométrica base cazoleta de una turbina tipo Pelton	17
Figura 3. Laboratorio de tecnodesarrollo para montaje de modelos hidráulicos a escala: a) Alimentación y distribución e Inyección, b) Soporte e Infraestructura, c) Recirculación y Medición.....	20
Figura 4. Metodología para la caracterización de turbinas tipo Pelton en la generación de energía hidroeléctrica por medio de modelos a escala	26
Figura 5. Modelo CAD del modelo a escala: a) Vista isométrica y detalle del sistema de rieles, b) Vista superior de un tercio de la turbina y barrenos del eje superior, c) Vista superior de la turbina	32
Figura 6. Modelo CAD del eje superior del modelo a escala de la turbina.....	33
Figura 7. Disposición de instrumentos de medición en el banco de pruebas	33
Figura 8. Caracterización geométrica de modelo a escala: a) Rotor de la turbina y, b) Detalle de cazoleta	41
Figura 9. Polígono de velocidades: a) En superficie de control, b) Entrada y c) Salida	44
Figura 10. Vista isométrica del sistema de ensamble del rotor del modelo a escala de la turbina.....	45
Figura 11. Impresión 3D del modelo a escala de la turbina: a) Vista superior y, b) Vista isométrica	46
Figura 12. Curva de carga hidráulica vs gasto.....	46
Figura 13. Observaciones del modelo a escala.....	47
Figura 14. Comparación de la potencia generada del modelo a escala con el modelo físico de experimentación.....	48

Simbología y Nomenclatura

Símbolo	Descripción	Unidades
CFD	Computational Fluid Dynamics	No aplica
P_t	Potencia teórica	W
γ	Peso específico	N/m ³
Q	Gasto o caudal de agua	m ³ /s
H	Carga hidráulica	m
P	Potencia mecánica	W
T	Torque	N·m
ω	Velocidad angular	rad/s
ρ	Densidad	kg/m ³
\bar{r}	Radio del rotor	m
\bar{v}	Velocidad tangencial	m/s
ω_s	Velocidad específica	adimensional
g	Gravedad	m/s ²
D_r	Diámetro del rotor	m
d_{jet}	Diámetro de chorro	m
V	Velocidad de chorro o relativa	m/s
γH	Carga por presión	kg/m·s ²
μ	Viscosidad dinámica	kg/m·s

Re	Número de Reynolds	adimensional
Eu	Número de Euler	adimensional
V_a	Velocidad absoluta	m/s
u	Velocidad tangencial	m/s

Capítulo 1. Introducción

Entre los desafíos a nivel global relativos con el agua se pueden enumerar la escasez, contaminación, falta de acceso, cambio climático, pérdida de biodiversidad y aquellos relacionados a los nexos con seguridad alimentaria y energía. Estos problemas pueden ser agravados en zonas urbanas debido a, entre otras cosas, el cambio de usos de suelo acelerados y una infraestructura inadecuada.

Ante la complejidad que representa la interacción entre las necesidades sociales, los requerimientos ambientales y los efectos causados por externalidades como el cambio climático, la gestión integrada de recursos hídricos parece ser un mecanismo para orientar los esfuerzos hacia las acciones con mayor impacto positivo. Para ello, es indispensable contar con las herramientas que permitan hacer uso del agua de manera más eficiente.

En este sentido, una de las propuestas de implementación en zonas urbanas son los sistemas integrales de captación de agua de lluvia denominados de esta manera en este trabajo. Es decir, es el conjunto de instalaciones que, además de captar, almacenar y reutilizar el agua de lluvia, son capaces de producir energía eléctrica. Sin embargo, en la literatura se puede apreciar que la generación de energía eléctrica a microescala ha sido abordada de manera somera.

Entre los escasos estudios encontrados (Thake, 2000; Azimoz & Avezoava, 2022; Roy, 2005; y Zamora *et al.*, 2023), se puede observar el uso de turbinas Pelton para la generación de energía a microescala. No obstante, la experimentación ha estado limitada en términos de carga hidráulica y caudal (Agudelo *et al.*, 2013). Por ello, en este trabajo es propuesto el uso de modelos a escala para la caracterización del rendimiento de este tipo de turbinas. Por lo tanto, y enmarcado en proyectos de investigación relacionados con modelos de soporte a la decisión, se pretende contribuir al estudio de la eficiencia en mecanismos para la recuperación de recursos hídricos.

Lo que pretende este proyecto es mostrar un procedimiento para diseñar un modelo a escala con similitud geométrica a un modelo físico de experimentación y establecer una relación entre los parámetros físicos de una turbina Pelton, como la potencia y el torque, con grupos adimensionales asociados con características geométricas para la predicción de condiciones

de indicadores de rendimiento del modelo físico de experimentación a partir de las pruebas experimentales en el modelo a escala.

1.1 Planteamiento del problema

La generación de energía hidroeléctrica a microescala ha sido evaluada como una alternativa viable a la convencional debido a que requiere un menor costo de instalación y mantenimiento, y además presenta un mecanismo menos invasivo al ambiente (Berga, 2016). Por ejemplo, autores como Signe *et al.* (2019b) y Garcia *et al.*, (2022b) han estimado una producción de hasta 2, 777,000 kWh y 849,720 kWh mediante turbinas Kaplan, respectivamente.

Al igual que en centrales convencionales, el desarrollo de turbinas hidráulicas a microescala requiere un diseño y manufactura de acuerdo con parámetros específicos de carga hidráulica y caudal para la planta (Kavurmaci *et al.*, 2017). En México, se han desarrollado algunas investigaciones referentes a microcentrales hidroeléctricas. Por ejemplo, se diseñó el modelo físico de experimentación de una central hidroeléctrica en la Universidad de Guanajuato-Campus León (Espinosa y Correa, 2016), una turbina Pelton que funciona a partir de un sistema de captación de lluvia para una construcción tipo industrial en zonas urbanas en Toluca, México (Zamora, 2019) y una turbina tipo Vortex modificada mediante Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, del inglés Computational Fluid Dynamics; Zamora *et al.*, 2022b).

Estos desarrollos, al igual que otros de manera global, proporcionan estimaciones de eficiencia, torque, velocidad angular, velocidad del rotor y carga mediante la modificación de parámetros geométricos con CFD (Zamora *et al.*, 2019), variando el diámetro de chorro, caudal y carga (Alomar *et al.*, 2022b), según la variación de la relación entre las velocidades de entrada y salida (Zamora *et al.*, 2023) y modificando diámetros de chorro (Krishnan *et al.*, 2013). En este sentido, el CFD, ha permitido apoyar la investigación y el desarrollo en ciencia e ingeniería (Kajishima y Taira, 2017; Chaturvedi, 2010; Tiwari *et al.*, 2020). La física del flujo en CFD analiza y predice resolviendo numéricamente las ecuaciones que la gobiernan, ayudando a tener un mejor entendimiento del fenómeno estudiado (Kajishima y Taira, 2017).

Sin embargo, las pruebas experimentales son necesarias para asegurar el desarrollo y fiabilidad de los diseños (Mejuto *et al.*, 1997).

La medición de la eficiencia y rendimiento de las turbinas instaladas son especialmente costosas, sobre todo, en caso de requerir un re-diseño (Kavurmaci *et al.*, 2017). Es por eso que, la modelación a escala puede proporcionar estimaciones del rendimiento siempre y cuando represente similitud geométrica, cinética y dinámica con los modelos físicos de experimentación reales. De hecho, Walther y Ahn. (2011) aseguran que se requieren esfuerzos de escalamiento y modelado más detallados para mejorar los diseños existentes.

En el área académica de Mecánica, se abordan metodologías como el teorema Pi de Buckingham que permite equiparar el análisis de una serie de variables físicas con un número más reducido de grupos adimensionales (White, 2004). Asimismo, las turbomáquinas han sido objeto de estudio en esta área académica, lo anterior con el fin de comprender el fenómeno de transformación de energía mecánica a energía eléctrica. Una turbina generalmente se emplea para generar energía eléctrica a partir de agua a presión y conductos que suministran el fluido a un rotor (Potter, 2011b). Existen dos tipos de turbinas, la turbina a reacción utiliza energía del flujo y la cinética del líquido; la conversión de energía tiene lugar en un espacio cerrado a presiones arriba de las condiciones atmosféricas. Y, la turbina de impulso convierte primero la carga en un chorro de alta velocidad por medio de una tobera.

De esta manera, algunos autores han realizado evaluaciones por medio de modelos a escala para el estudio de diferentes mecanismos a un menor costo y tiempo. En turbinas eólicas, Chen *et al.* (2020b) construyeron un modelo a escala de una turbina eólica para la optimización de sus palas considerando similitud aerodinámica; Li *et al.* (2020) perfilaron un modelo de turbina a escala a partir de un modelo físico de experimentación utilizado para servicios públicos basado en la teoría de la línea de sustentación y Xue y Day. (2021b) realizaron experimentos en un modelo a escala de turbina marina flotante para estudiar el comportamiento de su sistema de amarre. En lo que respecta a bombas usadas como turbinas, Li *et al.* (2014) analizaron la similitud entre el modelo y modelo físico de experimentación de una bomba mediante simulación numérica. Vagnoni *et al.* (2021b) estudiaron en una turbina Francis su comportamiento dinámico durante la regulación de tensión en el sistema

de energía eléctrica y Guo et al. (2020c) diseñaron un modelo de una planta hidroeléctrica de velocidad variable a partir de las curvas características proporcionadas por el fabricante.

Se ha estudiado el empleo de la generación de energía a microescala como una solución energética; sin embargo, poco se conoce acerca del diseño y construcción de micro generadores de energía, particularmente turbinas. Por lo general, se emplean micro generadores que han funcionado debidamente en un rango de valores de carga y caudal determinados (Agudelo *et al.*, 2013), pero se desconoce su eficiencia de acuerdo con las condiciones de operación a las cuales están siendo sometidos.

Considerando para este proyecto la generación de energía hidroeléctrica en sistemas de captación de agua de lluvia, Zamora *et al.* (2023) han propuesto el desarrollo de una turbina Pelton. Sin embargo, las pruebas físicas fueron realizadas bajo condiciones de 6 m de altura, 2.6 L/s de caudal y en una operación de descarga (flujo no estacionario). En este caso, es necesario verificar el desarrollo para condiciones estacionarias bajo diferentes escenarios de carga hidráulica. Para ello, se pretende desarrollar una metodología para la comparación de modelos a escala geométrica, cinética y dinámicamente similares al modelo físico de experimentación de esta turbina Pelton.

1.2 Justificación

Entre los tipos de turbinas que existen, las turbinas de impulso requieren cargas hidráulicas mayores que en una turbina de reacción, pero el caudal requerido es relativamente menor. Estas condiciones son las esperadas en un sistema de captación de agua de lluvia. Por lo tanto, es deseable que la turbina opere en función de la velocidad del flujo en mayor medida que la presión, como ocurre en las turbinas de impulso. Por otro lado, debido a su complejidad y alto costo, las turbinas de reacción generalmente no se usan para proyectos a microescala (Corbera, 2022).

Un ejemplo de turbina de impulso es una turbina tipo Pelton que puede ser instalada de forma horizontal o vertical, de acuerdo con la orientación de su eje. La turbina de eje horizontal es adecuada únicamente para dos inyectores, mientras que la de eje vertical puede ser diseñada hasta con seis inyectores. La principal ventaja de esta instalación es que los inyectores están

distribuidos simétricamente alrededor del rotor (Zhang, 2016). El modelo a escala será de una turbina de eje vertical.

En general, el rendimiento de turbinas utilizadas para la generación de energía eléctrica es representado por variables tanto dimensionales, i.e. potencia y torque, así como adimensionales, e.g. velocidad específica y eficiencia (Krivchenko, 1994; Ha y Kim, 2009; Potter, 2011b; Zamora *et al.*, 2019). Las relaciones entre ellas son comparadas por medio de pruebas experimentales. Por ejemplo, Alomar *et al.* (2022b) describieron las variaciones de la carga hidráulica y potencia en función del caudal para varios diámetros de chorro de una turbina Pelton. Muis *et al.* (2015b), en una turbina de flujo axial, obtuvieron una familia de curvas de eficiencia, potencia y carga efectiva en función de la velocidad de rotación con varios flujos máxicos y Stefanizzi *et al.* (2020b) describieron una curva del coeficiente de carga de una turbina y bomba a máxima eficiencia en función de la velocidad específica de la bomba utilizada como turbina.

Si bien para las turbinas Pelton se han desarrollado relaciones entre algún parámetro geométrico y la eficiencia a través de pruebas experimentales (p.ej. el número de cazoletas y el análisis del flujo en ellas, Kim *et al.*, 2017b; Zoppé *et al.*, 2006); el presente proyecto pretende proporcionar relaciones entre características físicas del rendimiento como potencia y torque en función de parámetros adimensionales como el número de Reynolds, número de Euler y relación de diámetros, entre otros.

A diferencia de estudios previos, y como mayor aportación metodológica, este proyecto proporcionará un procedimiento, no sólo para encontrar un diseño a escala de una turbina Pelton con similitud geométrica, sino también la curva representativa de la relación entre magnitudes físicas del rendimiento y grupos adimensionales relevantes.

El modelo a escala estará basado en la turbina de eje vertical desarrollada por Zamora *et al.* (2019), la cual está orientada a la generación de energía a partir de un sistema de recolección de lluvia. La comparación de este modelo físico de experimentación por medio de modelos a escala se encuentra enmarcada en el proyecto “Modelos para toma de decisiones en recuperación de recursos hídricos: caracterización por sensores remotos y sistemas integrales de cosecha de lluvia” (con registro 7006/2024CIB). Por ello, y como contribución social al

Estado de México, los modelos a escala de micro centrales hidroeléctricas toman como base diseños propios de turbinas tipo Pelton para sistemas de captación de agua de lluvia en zonas urbanas.

1.3 Hipótesis

El rendimiento de un modelo a escala manufacturado con polímeros en impresión 3D, será comparable con el modelo físico de experimentación de una turbina Pelton para generación de energía hidroeléctrica ($R_2^2 \geq R_1^2$; donde R_1^2 es del coeficiente de determinación para la caracterización de las observaciones considerando sólo el modelo físico de experimentación $i=1$ con el modelo a escala $i=2$) mediante la determinación de relaciones causales entre grupos adimensionales relevantes y cuyas dimensiones son determinadas por similitud geométrica.

1.4 Objetivo general

Evaluar el rendimiento de una turbina para la generación de energía hidroeléctrica, por medio de la comparación experimental de un modelo a escala, similar geoméricamente a un modelo físico de experimentación tipo Pelton para la relación de indicadores en sistemas de captación de agua de lluvia.

1.5 Objetivos específicos

1. Analizar el mecanismo de una turbina Pelton en la generación de energía hidroeléctrica a microescala por medio del teorema Pi de Buckingham para la estimación de indicadores de rendimiento en términos de grupos adimensionales.
2. Diseñar un modelo a escala de una turbina Pelton mediante similitud geométrica para la medición de indicadores de rendimiento bajo diferentes valores de caudal y carga hidráulica.
3. Determinar la correlación entre indicadores de rendimiento de una turbina Pelton mediante alguna medida de dispersión y de manera gráfica para la comparación de indicadores de rendimiento.

Capítulo 2. Antecedentes

2.1 Sistemas de generación eléctrica a microescala

Los sistemas de generación de energía eléctrica están diseñados para suministrar electricidad a nivel doméstico, comercial, rural o en entornos específicos donde no es viable o no es necesario conectarse a grandes redes eléctricas (Ceballos *et al.*, 2022). Algunos enfoques de estos sistemas abarcan paneles solares fotovoltaicos, pequeñas turbinas eólicas, biogás o la energía micro hidráulica. Si bien, pueden representar una solución flexible, sustentable y promover la descentralización y uso de fuentes de energía renovable; existen desafíos en su implementación como la intermitencia y áreas de oportunidad en su desarrollo.

En el caso de la energía micro hidráulica, algunos autores han estudiado el desempeño de turbinas tipo Pelton en sistemas de captación de agua de lluvia. Zamora *et al.* (2023) proporcionaron estimaciones de eficiencia, torque, velocidad angular, velocidad del rotor y carga mediante la modificación de parámetros geométricos con CFD.

El diseño del modelo físico de experimentación (Figura 1) de estos autores describe la geometría tanto del diámetro del chorro como de la turbina (Tabla 1). Sin embargo, las pruebas físicas fueron realizadas bajo condiciones de 6 m de altura, 2.6 L/s de caudal y en una operación de descarga (flujo no estacionario). De igual forma, la cazoleta fue diseñada de acuerdo con el método propuesto por diversos autores (Nechleba, 1957, Rai *et al.*, 2016, Atthanayaka, 2009), su caracterización se muestra en la Figura 2.



Figura 1. Instalación del modelo físico de experimentación de la turbina y la bajada de lluvia:
a) vista isométrica y b) frontal
 Fuente: (Zamora, 2019)

Tabla 1. Parámetros de diseño del modelo físico de experimentación

Parámetro	Unidades	Rango
Diámetro de turbina	m	0.4004
Número de boquillas	-	1-2
Carga hidráulica	m	3..0-6.0
Caudal	L/s	2.4-3.6
Diámetro del chorro	mm	19.05
Diámetro de bajada	mm	152.4
Número de cazoletas	-	26-33
Volumen de cazoletas	cm ³	14.69
Altura de cazoleta	mm	43.43
Potencia mínima esperada	W	60.891-176.45

Pérdidas por fricción	m	0.3-0.822
Torque mínimo del generador	N·m	1.146
Tensión del generador	V	3-77
Corriente del generador	A	0.01-16.5
Velocidad de operación	rad/s	6.2-34.1
Velocidad de entrada del chorro	m/s	8.526-12.801
Ángulo de salida de la cazoleta	-	165°

Fuente: (Zamora, 2019)

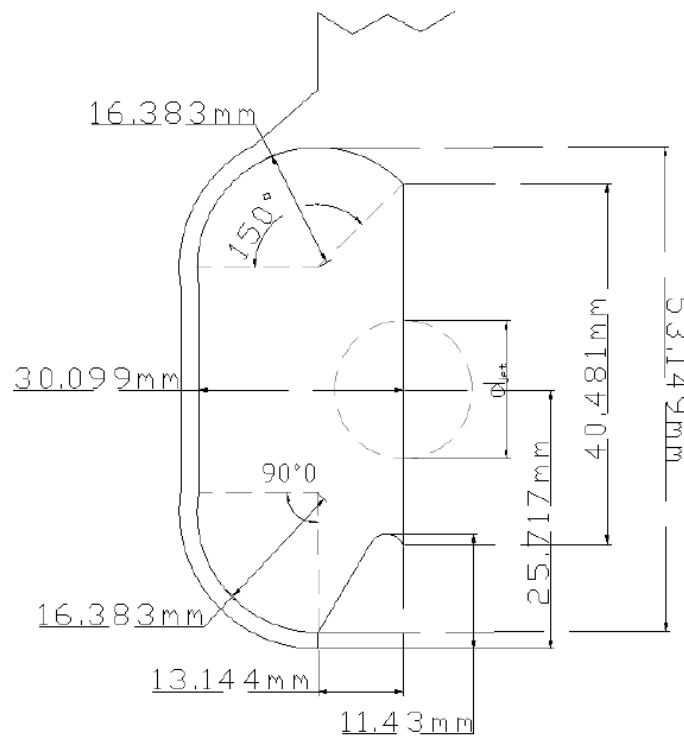


Figura 2. Caracterización geométrica base cazoleta de una turbina tipo Pelton

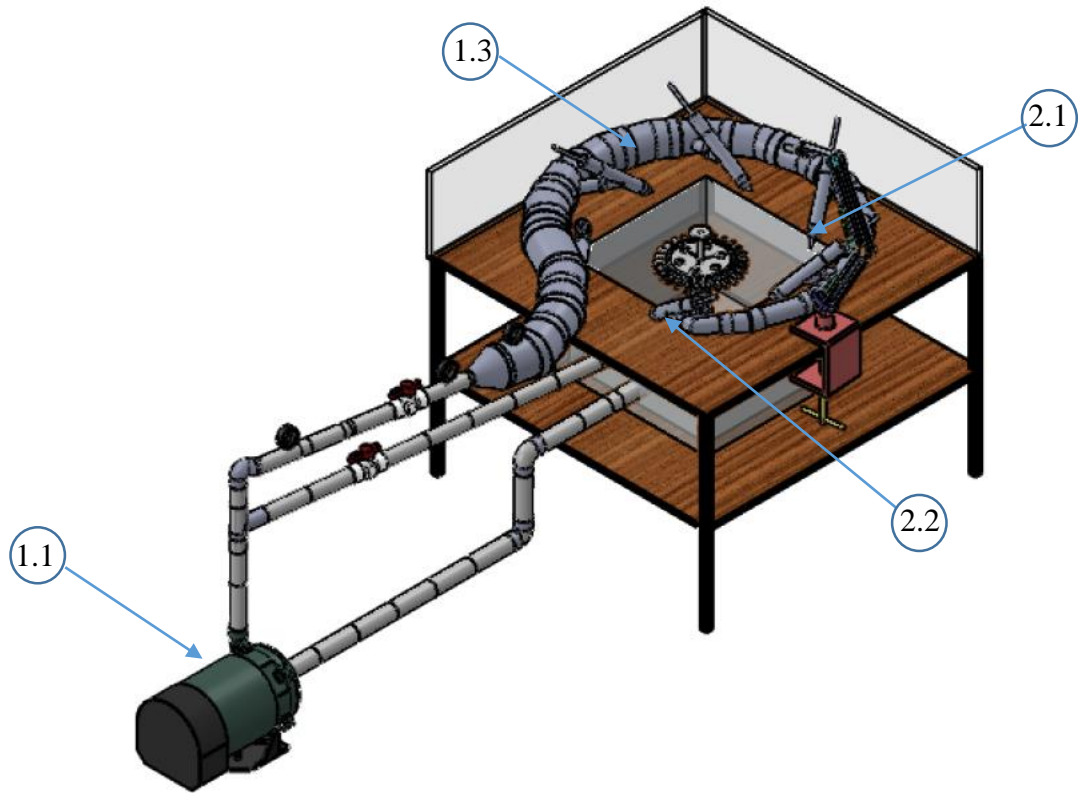
Fuente: (Nechleba, 1957, Rai *et al.*, 2016, Atthanayaka, 2009)

2.2 Banco de pruebas

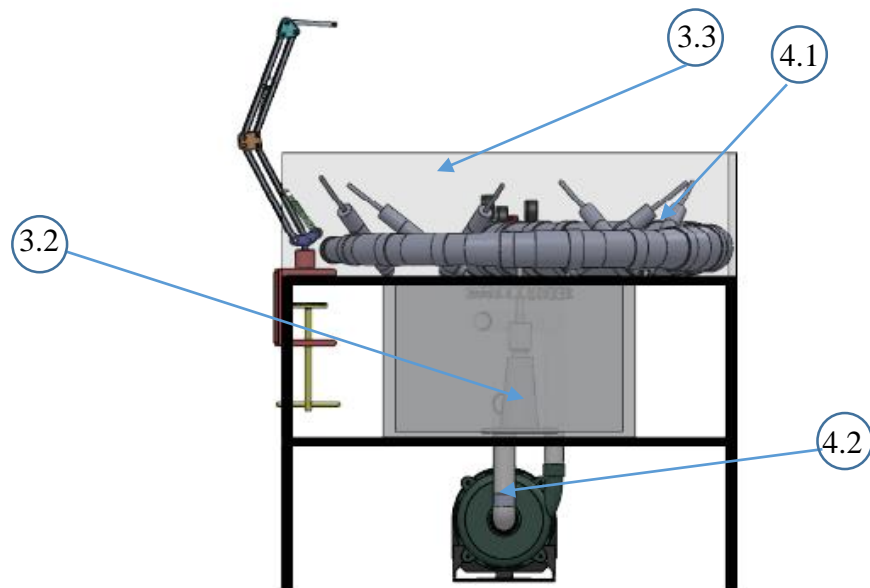
Con el fin de extender el estudio de este tipo de turbinas, el laboratorio de tecnodesarrollo en ciencias del agua ha diseñado un módulo de pruebas para modelos a escala. Este módulo contempla las siguientes funciones:

1. Alimentación y distribución: Hace referencia a la conducción de agua por bombeo y su almacenamiento. Los materiales usados para la conducción fueron PVC y PLA (Figura 3a y 3c).
 - 1.1 Bomba
 - 1.2 Alimentación
 - 1.3 Caracola
2. Inyección: Se compone de una serie de boquillas de salida de chorro hacia la turbina, válvulas y distribuidores (Figura 3a)
 - 2.1 Inyectores
 - 2.2 Deflectores
3. Soporte: Se refiere a la posición de los modelos a escala en el laboratorio, el impedimento de vibraciones y salpicaduras de agua (Figura 3b y 3c)
 - 3.1 Soportes para caracola
 - 3.2 Soporte de turbina
 - 3.3 Carcasa
4. Infraestructura: Involucra el sistema de conducciones y bifurcaciones entre los parámetros de inyección y alimentación (Figura 3b)
 - 4.1 División modular
 - 4.2 Acoplamiento
5. Recirculación: Bombeo de regreso al almacenamiento y sus conductos (Figura 3c)
 - 5.1 Bypass
6. Medición: Equipo necesario para medir y su posicionamiento (Figura 3c)
 - 6.1 Manómetros
 - 6.2 Sensor magnético

a)



b)



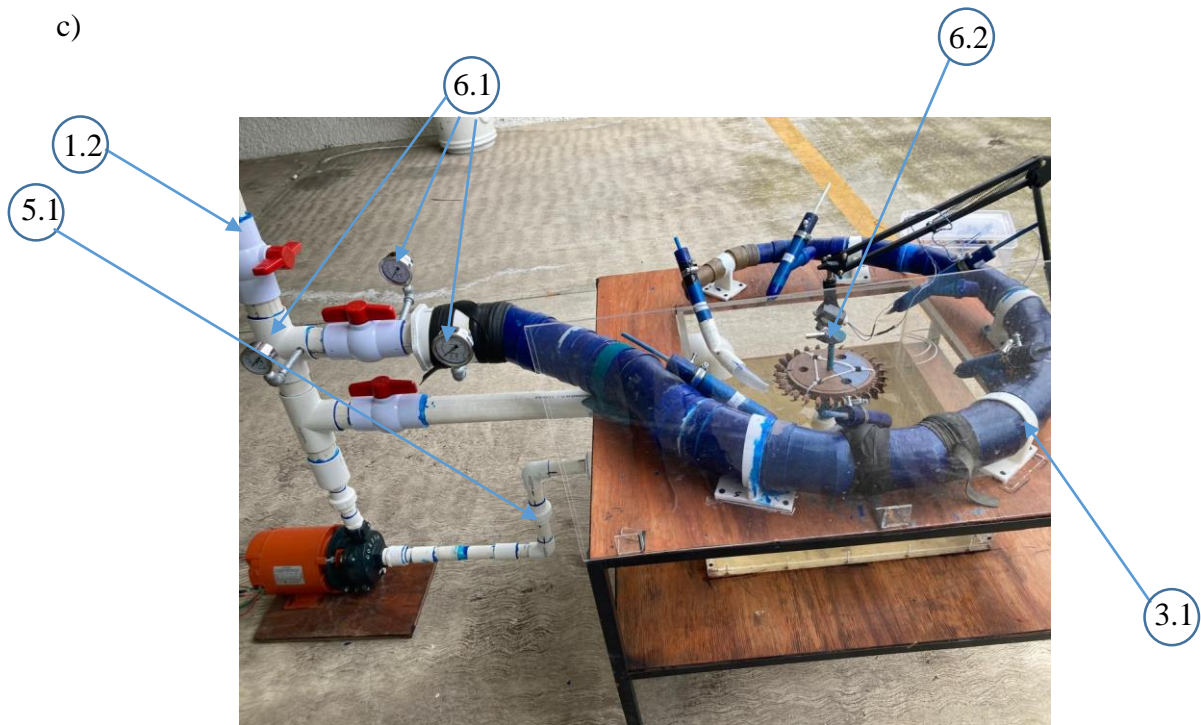


Figura 3. Laboratorio de tecnodesarrollo para montaje de modelos hidráulicos a escala: a) Alimentación y distribución e Inyección, b) Soporte e Infraestructura, c) Recirculación y Medición

Fuente: Elaboración propia

Capítulo 3. Marco teórico

La micro generación es una alternativa usada en zonas de difícil acceso y que no están conectadas al sistema eléctrico nacional. Para resolver esta limitación, se utilizan diferentes tecnologías de aprovechamiento de las energías renovables, entre ellas las turbinas tipo Pelton, que se distinguen por requerir grandes cargas hidráulicas y pequeños caudales.

Tradicionalmente, se han usado tecnologías convencionales para generación de energía eléctrica como las turbinas hidráulicas tipo Pelton y Kaplan, turbinas eólicas, motores de combustión interna y, más recientemente sistemas basados en microturbinas a gas, celdas de combustible y sistemas fotovoltaicos (Fernández de Alarcón, 2010). Aunque estos sistemas buscan reducir el costo medioambiental, los proyectos de micro generación presentan algunas desventajas competitivas: altos costos de inversión inicial, altos costos unitarios de generación eléctrica y, dependiendo del país, algunas barreras regulatorias que dificultan su implementación efectiva (Ackermann *et al.*, 2001).

3.1 Turbinas hidráulicas

Una turbina hidráulica es un dispositivo que extrae energía cinética de un flujo de agua y la convierte en energía mecánica por medio de hélices o álabes giratorios (Potter, 2011b). La energía mecánica puede transformarse en energía eléctrica al conectar un generador eléctrico directamente al eje de la turbina. El componente móvil de una turbina se llama rotor, formado por álabes o paletas que se fijan a un eje giratorio y el par de torsión en el fluido se transfiere al eje por medio del rotor (Potter, 2011b).

Las turbinas pueden clasificarse en: turbinas de reacción y turbinas de impulso, según la forma en que transforman la carga hidráulica. En las turbinas de reacción, el cambio de carga o caída de presión tiene lugar en el rotor; son dispositivos de baja carga y gran caudal. Una turbina de impulso convierte primero la carga hidráulica en un chorro de alta velocidad por medio de una tobera; el chorro golpea los álabes que van pasando, el flujo en ellos se produce a presión constante; son dispositivos de gran carga y bajo caudal (Potter, 2011b).

Entre los varios tipos de turbinas de impulso, la turbina Pelton es ideal donde el agua disponible se encuentra en un lago o depósito hasta 1800 m por encima de la turbina y puede

generar tanto como 400 MW (Angehrn, 2000). Este tipo de turbina consiste en un rotor con álabes en forma de cazoletas y uno o más inyectores que generan chorros a alta velocidad al dejar la boquilla del inyector (Zhang, 2016).

3.2 Teorema Pi de Buckingham

Dado que el rendimiento de una turbina depende de un considerable número de variables, su estudio puede ser abordado a través del Teorema Pi de Buckingham. Bajo este enfoque, dado un problema físico, la variable dependiente x_i puede expresarse en términos de variables independientes como la ecuación 1:

$$x_1 = f(x_2, x_3, x_4, \dots, x_n) \quad (1)$$

Donde n es el número total de variables. El teorema π establece que $(n-m)$ grupos adimensionales de variables, llamados términos π , donde m es el número de dimensiones básicas incluidas en las variables, pueden relacionarse según la ecuación 2:

$$\pi_1 = f_1(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}) \quad (2)$$

Donde π_1 incluye la variable dependiente y los términos π restantes incluyen sólo variables independientes.

Potter (2011b) describe el procedimiento como sigue:

1. Identificar las variables físicas que intervengan en un fenómeno determinado para formar la ecuación

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0 \quad (3)$$

Donde n representa el número total de variables.

2. Escribir las dimensiones de cada variable de acuerdo con el sistema utilizado $\{M, L, T, \theta\}$ o $\{F, L, T, \theta\}$.
3. Como la relación de las n variables debe ser dimensionalmente homogénea, el teorema establece la existencia de otra relación, derivada de la ecuación 3 entre $n - m$ parámetros adicionales

$$g(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}) = 0 \quad (4)$$

Donde cada grupo adimensional π_i es un monomio independiente de los demás, formados con los productos de las variables físicas elevadas a las potencias k_j :

$$\pi_i = x_1^{k_1} \cdot x_2^{k_2} \cdot x_3^{k_3} \cdot \dots \cdot x_n^{k_n} \quad (5)$$

4. De acuerdo con esta última relación (ecuación 5) y con la condición de adimensionalidad de cada parámetro se puede establecer lo siguiente:

$$[\pi_i] = [M^0 L^0 T^0]$$

$$[\pi_i] = [M^0 L^0 T^0]$$

Si a_1 , b_1 y c_1 son los exponentes a los que están elevadas las dimensiones fundamentales de la primera variable física hasta a_n , b_n y c_n de la n variable física, entonces:

$$[\pi_i] = \left[(M^{a_1} L^{b_1} T^{c_1})^{k_1} \cdot (M^{a_2} L^{b_2} T^{c_2})^{k_2} \cdot (M^{a_3} L^{b_3} T^{c_3})^{k_3} \cdot \dots \cdot (M^{a_n} L^{b_n} T^{c_n})^{k_n} \right]$$

5. Aplicando la condición de adimensionalidad para los parámetros π , se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$a_1 k_1 + a_2 k_2 + a_3 k_3 + \dots + a_n k_n = 0$$

$$b_1 k_1 + b_2 k_2 + b_3 k_3 + \dots + b_n k_n = 0$$

$$c_1 k_1 + c_2 k_2 + c_3 k_3 + \dots + c_n k_n = 0$$

Estas ecuaciones representan un sistema de m ecuaciones (dimensiones fundamentales) y n incógnitas k_j , cuyos valores corresponden a los exponentes a los que deben elevarse las variables que intervienen en el fenómeno de cada uno de los $n-m$ grupos adimensionales π .

6. Seleccionar m variables repetitivas que se combinarán con cada variable restante para formar los términos π . Las variables repetitivas seleccionadas de entre las otras variables deben incluir las dimensiones básicas, pero no deben formar un término π por sí mismas.
7. Escribir la forma funcional de los grupos $n-m$ adimensionales π .

3.3 Similitud

De acuerdo con Potter (2011b), similitud es el estudio de predecir condiciones en un modelo físico de experimentación a partir de observaciones en un modelo. Para asegurar una similitud total entre el modelo y el modelo físico de experimentación se requiere que se satisfagan:

1. Similitud dinámica: Las fuerzas que actúan sobre masa correspondientes en el flujo del modelo y en flujo del modelo físico de experimentación están a la misma proporción en todos los flujos.
2. Similitud cinética: Condición donde la relación de la velocidad es una constante entre todos los puntos correspondientes en los flujos.
3. Similitud geométrica: Condición donde el modelo tiene la misma forma que el modelo físico de experimentación.

La semejanza geométrica debe asegurarse que se cumple antes de proceder a los ensayos con cualquier modelo, la semejanza cinética se cumple si las partículas homólogas alcanzan puntos homólogos en instantes homólogos. Existe semejanza dinámica cuando modelo y modelo físico de experimentación tienen la misma relación de escala de longitudes, la misma relación de escala de tiempo y la misma relación de escala de fuerza (o de masa).

Suponiendo que exista una similitud entre el modelo y el modelo físico de experimentación, se pueden predecir cantidades de interés en un modelo o modelo físico de experimentación a partir de mediciones en un modelo.

Capítulo 4. Metodología

La Figura 4 muestra el diagrama del flujo correspondiente a la metodología para la caracterización de turbinas Pelton en la generación de energía hidroeléctrica por medio de modelos a escala. La metodología consiste en 3 etapas divididas en cuatro pasos, desde la concepción analítica del modelo hasta la medición de indicadores de rendimiento de la turbina para su comparación con el modelo físico de experimentación.

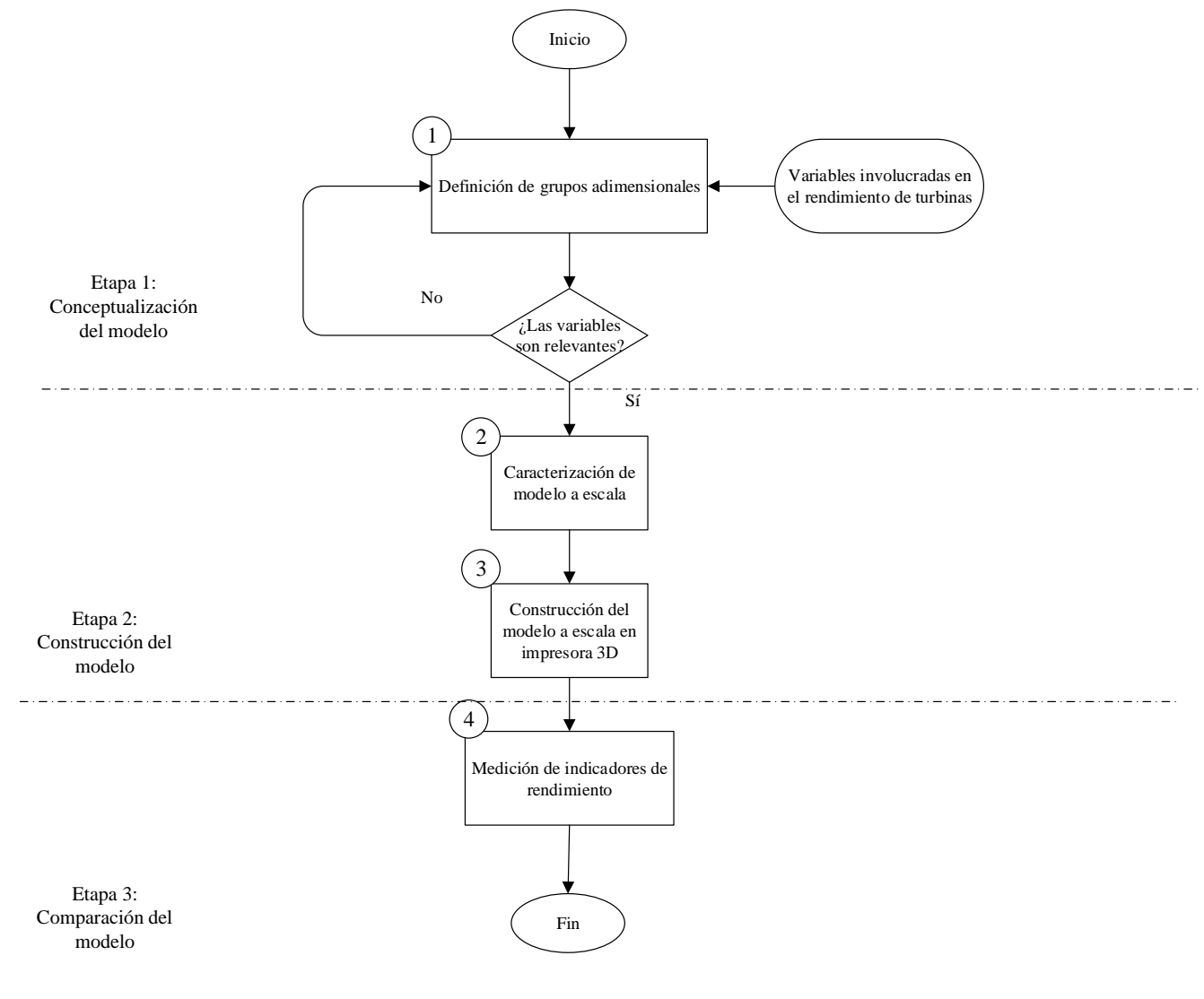


Figura 4. Metodología para la caracterización de turbinas tipo Pelton en la generación de energía hidroeléctrica por medio de modelos a escala

Fuente: Elaboración propia

En la etapa 1, se conceptualiza el modelo a escala de una turbina Pelton mediante la definición de grupos adimensionales con el Teorema Pi de Buckingham. Para esto, se consideran las variables relevantes involucradas en el rendimiento de una turbina, tales como la potencia y el torque. Sin embargo, la caracterización geométrica de la turbina está sujeta a las características presentadas en el modelo físico de experimentación de prueba. Con ello, este proyecto pretende estimar el rendimiento del modelo físico de experimentación en diferentes escenarios a través de la medición de indicadores en el modelo a escala.

En la etapa 2, se caracteriza y construye el modelo a escala mediante los grupos adimensionales definidos en la etapa anterior. Para ello, se considera el modelo físico de experimentación de una turbina Pelton basado en el desarrollo de Zamora (2019) que funciona a partir de un sistema de captación de agua de lluvia. La caracterización del modelo está sujeta a restricciones propias de laboratorio donde se efectuarán las mediciones de los indicadores de rendimiento (carga hidráulica y potencia de la bomba). Sin embargo, con estas limitaciones se asegura el mismo efecto en el modelo y modelo físico de experimentación sin la necesidad de comprometer grandes cargas hidráulicas.

En la etapa 3, se comparan los indicadores de rendimiento en el modelo a escala y en el modelo físico de experimentación por medio de la determinación analítica causal entre los grupos adimensionales obtenidos. Los indicadores de rendimiento son estimados través de la velocidad angular medida en el modelo según condiciones similares al modelo físico de experimentación. La estimación está restringida a las mediciones hechas en el laboratorio. No obstante, este proyecto pretende extender el entendimiento de la caracterización de la turbina Pelton con una configuración similar a un modelo físico de experimentación.

4.1 Definición de grupos adimensionales

Los grupos adimensionales son parámetros adimensionales que sirven para relacionar las distintas variables que intervienen en un proceso físico (Carvallo, 1982). El arreglo de estos grupos se logra con el análisis dimensional, una técnica basada en la homogeneidad dimensional, es decir, que todos los términos de una expresión tengan las mismas dimensiones. Los grupos adimensionales proporcionan las leyes de escala para lograr una

similitud entre un modelo físico de experimentación y un modelo a escala de forma que sus propiedades sean equivalentes. Cuando estas leyes son válidas, existe similitud entre el modelo y el modelo físico de experimentación (White, 2004).

En el caso de las turbinas, autores como Krivchenko (1984), Ha y Kim (2009), Potter (2011b) y Zamora *et al.* (2023) han considerado algunas variables como indicadores (Tabla 2), por ejemplo: potencia mecánica, potencia teórica, velocidad tangencial, relación de velocidades, velocidad específica, eficiencia, entre otros.

Tabla 2. Parámetros que intervienen en el rendimiento de turbinas

Indicador	Expresión	Referencia	Variables
Potencia teórica	$P_t = \gamma QH$	Krivchenko (1994)	<p>P_t: Potencia teórica [W]</p> <p>γ: Peso específico [N/m³]</p> <p>Q: Gasto o caudal de agua [m³/s]</p> <p>H: Carga hidráulica (por posición, por presión, por velocidad, por fricción) [m]</p>
Potencia mecánica	$P = T \cdot \omega = \int \rho (\bar{r} \times \bar{v}) (\bar{v} \cdot d\bar{A}) \cdot \omega$	Ha y Kim (2009)	<p>P: Potencia mecánica [W]</p> <p>T: Torque [N·m]</p>

Velocidad específica	$\omega_s = \frac{\omega(P/\rho)^{1/2}}{(gH)^{5/4}}$	Potter (2011b)	ω : Velocidad angular [rad/s] ρ : Densidad [kg/m ³] \bar{r} : Radio [m] \bar{v} : Velocidad tangencial [m/s]
Relación de velocidades	$\frac{w_2}{w_1}$	Zamora <i>et al.</i> (2019)	w_1 : Velocidad relativa a la entrada [m/s] w_2 : Velocidad relativa a la salida [m/s]
Eficiencia	$\eta = \frac{T\omega}{\gamma QH}$	Ha y Kim (2009)	ω_s : Velocidad específica [-] g : Gravedad [m/s ²]

Fuente: Elaboración propia

La velocidad específica y la relación de velocidades son grupos adimensionales propios, que se orientan en el rendimiento de operación (dada la naturaleza de sus variables) de una turbina e incluso entre sus diferentes tipos. Sin embargo, se observan necesarios grupos adimensionales que, además permitan el análisis en la caracterización geométrica de una misma turbina, tal es el caso de los modelos a escala.

De esta forma, la primera etapa consiste en definir indicadores de rendimiento como funciones de grupos adimensionales (ecuación 6) por medio del teorema Pi de Buckingham a partir de las variables implicadas en el rendimiento de una turbina de la Tabla 2. El teorema Pi de Buckingham es uno de los métodos para equiparar el análisis de una serie de variables físicas con un número más reducido de grupos adimensionales (White, 2004).

$$IR = f(\pi_1, \dots, \pi_n) g(\text{variables}) \quad (6)$$

De acuerdo con el procedimiento descrito por Potter (2011b), el presente proyecto considera como punto de partida el análisis de la potencia y torque para su posterior medición en el modelo a escala. Por lo tanto, se esperan 2 variables independientes (P y T) y 7 variables dependientes (D_r , d_{jet} , ω , ρ , V , γH y μ), 3 grupos adimensionales para el torque y 4 para la potencia, dadas las dimensiones fundamentales involucradas: masa, longitud y tiempo.

4.2 Caracterización geométrica del modelo a escala

En la segunda etapa se evalúan las características geométricas del modelo a escala a partir de los grupos adimensionales definidos previamente y las condiciones operativas del modelo físico de experimentación. Este modelo físico de experimentación corresponde a una turbina Pelton (Figura 1) basada en el desarrollo de Zamora (2019). La turbina fue diseñada para la generación de energía a microescala a partir de un sistema de captación de agua de lluvia bajo las condiciones de operación mostradas en la sección de antecedentes.

Las pruebas del modelo físico de experimentación se realizaron en condiciones de descarga, la carga hidráulica alcanzada fue de 6 m y se alcanzó una velocidad relativa de 9.964 m/s (0.0028 m³/s), limitada debido a la potencia de la bomba. Por lo que, el modelo a escala pretende comparar el comportamiento del modelo físico de experimentación en condiciones similares a las pruebas realizadas (Anexo 2) para extender el entendimiento de la caracterización de una turbina tipo Pelton.

El dimensionamiento geométrico del modelo está sujeto a restricciones del laboratorio como una potencia de 0.5 hp proporcionada por la bomba para mover el fluido y una carga hidráulica máxima de 1.5 m. Se establece un diámetro del chorro en el modelo de 7.62 mm (0.3 pulgadas) con el objetivo de alcanzar una velocidad relativa hasta de 5.6 m/s (0.0013 m³/s), el coeficiente de fricción fue equivalente a 0.0047 PLA fue utilizado en la construcción

de la turbina y en la caracola que distribuye el fluido, mientras que PVC fue considerado como material de alimentación del sistema.

Con la propuesta del diámetro del chorro para el modelo se determina un factor de escala geométrico de 0.4, es decir, el modelo es 1:4 al modelo físico de experimentación. Con este factor de escala se iguala un grupo adimensional entre el modelo y modelo físico de experimentación. En caso de tener más de un grupo adimensional relevante, se establecen familias de curvas que serán comparadas en la experimentación.

4.3 Construcción del modelo a escala en impresora 3D

Tras la caracterización geométrica, el modelo a escala se manufactura utilizando materiales y técnicas de impresión 3D. Se emplea PLA debido a que su deformación es menor en comparación al ABS (acrilonitrilo butadieno estireno) de acuerdo con Zamora (2019). Los parámetros de la impresora se muestran en la Tabla 3, para asegurar la resistencia del material se emplea una densidad del 80% en todas las piezas.

Tabla 3. Parámetros de la impresión.

Especificaciones	3D40 Flex Dremel
Diámetro de la boquilla	0.4 mm
Temperatura máxima del extrusor	230°C
Velocidad de impresión	30-300 mm/s
Diámetro del filamento	1.75 mm
Grosor de capa	0.05 mm
Volumen de presión	230×150×140 mm
Software	Dremel Digilab 3D Slicer

Fuente: Elaboración propia

Para su impresión, el rotor se divide en tres partes, con un tercio que incluye un eje dividido en cuatro partes de 12 mm de diámetro y 70 mm de longitud (Figura 5a). Incluso cuando el

modelo físico de experimentación y el modelo conservan el mismo número de cazoletas (26), se propone la implementación de un sistema de rieles (Figura 5b). Con ello, es posible el intercambio de piezas entre la parte central del rotor y su periferia donde están las cazoletas y, además permitir una evaluación de la eficiencia en función del número de cazoletas en futuros proyectos. Para el ahorro de material y reducción de peso del rotor, se diseñaron 6 barrenos de 20 mm de diámetro distribuidos a cada 60° en las tres partes del rotor (Figura 5c).

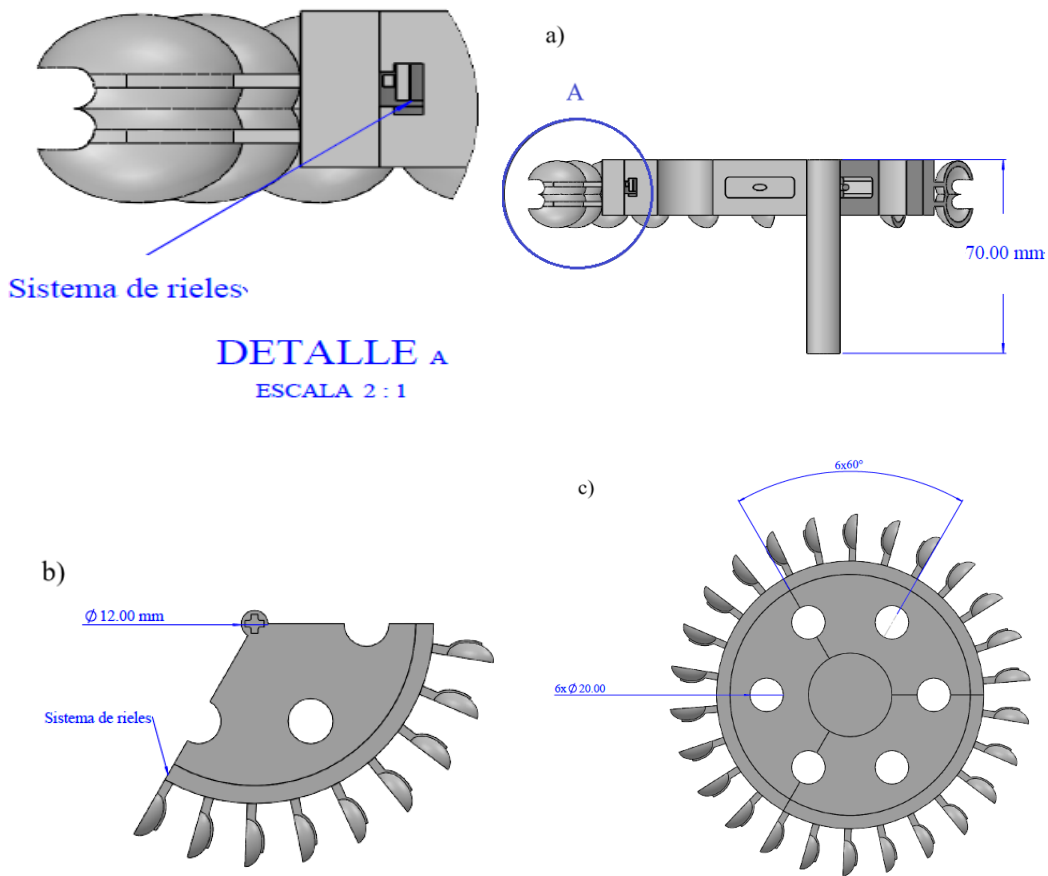


Figura 5. Modelo CAD del modelo a escala: a) Vista isométrica y detalle del sistema de rieles, b) Vista superior de un tercio de la turbina y barreno del eje superior, c) Vista superior de la turbina

Fuente: Elaboración propia

Para la lectura de indicadores de rendimiento, el eje superior tiene posicionado un disco en su extremo (Figura 6) con un imán que es detectado por un sensor magnético, esto para medir las revoluciones por minuto de la turbina.

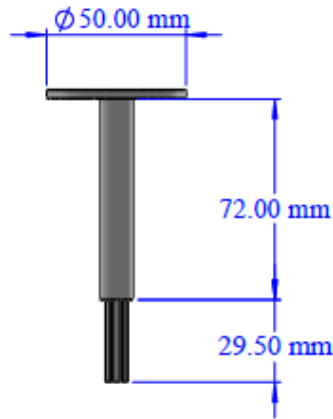


Figura 6. Modelo CAD del eje superior del modelo a escala de la turbina

Fuente: Elaboración propia

4.4 Medición de indicadores de rendimiento en modelo a escala

Con el modelo a escala manufacturado y ensamblado, se miden las variables involucradas en los indicadores de rendimiento de la turbina en el laboratorio de tecnodesarrollo diseñado para el montaje de modelos hidráulicos descrito en la sección de antecedentes. En el módulo de Medición se dispone del equipo necesario para medir los indicadores de rendimiento (Figura 7 y Tabla 4).

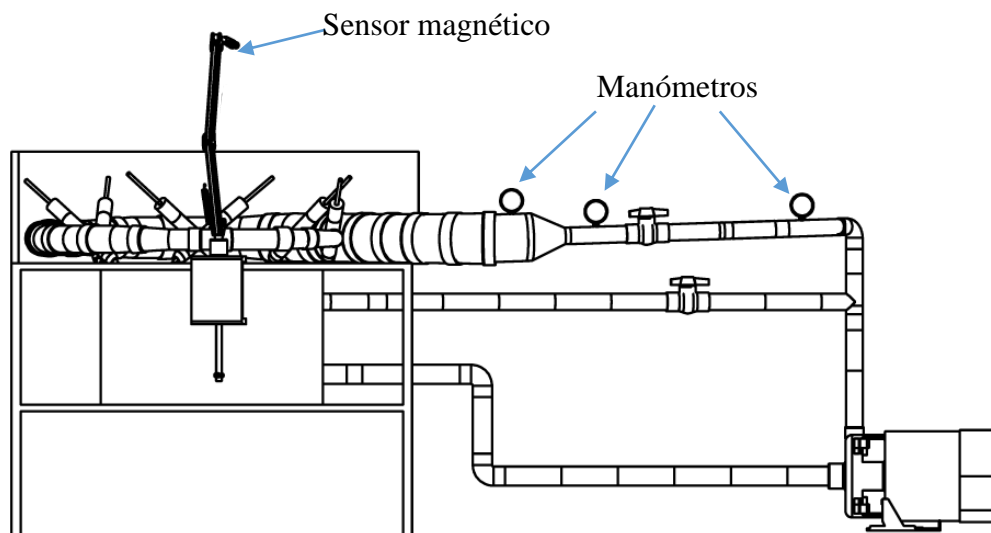


Figura 7. Disposición de instrumentos de medición en el banco de pruebas

Fuente: Elaboración propia

El agua es administrada a la caracola por medio de una bomba eléctrica de 0.5 hp. El flujo se controla con una válvula reguladora y se miden las presiones, las pérdidas de carga se asumen. El conjunto de alimentación y distribución está equipado con una conexión T que se utiliza para la fuente de agua entrante y para la lectura de la presión. Se instalan manómetros en la conexión T, después de la válvula de esfera y en la entrada de la caracola. Las pruebas estuvieron sujetas a condiciones propias del laboratorio, además de la potencia de la bomba, se tuvieron diferencias de presiones entre 50-150 g/cm², se mantuvo una temperatura registrada de 20°C y otras condiciones controladas que se muestran en la Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.

Después de que el agua golpea las cazoletas, regresa a un depósito donde se encuentra la entrada de la alimentación de la bomba. Utilizando datos experimentales, se calcula el torque y la potencia mecánica, a partir de la velocidad angular y pérdidas de carga, para comparar el rendimiento del modelo a escala y modelo físico de experimentación de la turbina.

La lectura y registro de la velocidad angular es en forma de revoluciones por minuto mediante un circuito electrónico y un sensor magnético programado en Arduino exclusivamente para este fin (Anexo 1). En el disco anexado en la parte superior del eje de la turbina se coloca un imán para ser detectado por el sensor magnético.

Tabla 4. Características de los instrumentos de medición

Variable	Instrumento	Especificaciones
Velocidad angular (rpm)	Sensor magnético programado en Arduino	Sensor de posición para cigüeñal WALKER Número de artículo: 235-1297 GTIN/EAN: 00724620101717
Presiones	Manómetro	Manómetro de glicerina WESTON

		Rango de medición: 0-30 psi Diámetro: 2.5" Conexión: 1/4" NPT Modelo: FERRETERA21 MANOM2136 W-10199-1
--	--	--

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5. Condiciones de operación del banco de pruebas

Condición	Unidades	Rango
Presión	g/cm^2	50-150
Temperatura	$^{\circ}C$	20
Tiempo	min	37
Densidad	kg/m^3	1000
Viscosidad dinámica	$kg/m \cdot s$	0.001
Viscosidad cinemática	m^2/s	0.000001

Fuente: Elaboración propia

Con la medición de las variables involucradas en el rendimiento y, al menos una familia de curvas para la estimación del torque y potencia mecánica, se compara el modelo a escala y el modelo físico de experimentación para extender la caracterización de una turbina tipo Pelton.

Capítulo 5. Resultados y discusión

Se muestran los resultados obtenidos durante el desarrollo del proyecto de acuerdo con la metodología de la Figura 4. Los resultados describen la definición de los grupos adimensionales, la caracterización, construcción y comparación del modelo a escala con los indicadores de rendimiento del modelo físico de experimentación.

5.1 Indicadores de rendimiento para modelos a escala de turbinas Pelton

El torque y la potencia desarrollados por una turbina Pelton fueron analizados por medio del teorema Pi de Buckingham (etapa 1 de la metodología). Con ellos, se definieron 4 grupos adimensionales a partir de 6 y 7 variables relevantes para el torque y la potencia, respectivamente.

La Tabla 6 muestra el arreglo de exponentes de las variables asociadas al torque: la velocidad angular ω , el diámetro del rotor D_r , el diámetro de chorro d_{jet} la velocidad relativa V y la densidad del fluido ρ . La velocidad angular y la tangencial representan el efecto de la carga hidráulica en el rotor, por lo que la viscosidad no fue considerada como una variable involucrada. A pesar de que el torque es definido a partir de la potencia y la velocidad angular, este análisis dimensional pretendió incluir variables asociadas con una caracterización geométrica de la turbina.

Tabla 6. Matriz de exponentes de las variables involucradas en el torque de una turbina

Dimensión	T $\left[\frac{kg \cdot m^2}{s^2}\right]$	ω $\left[\frac{1}{s}\right]$	D_r $[m]$	d_{jet} $[m]$	V $\left[\frac{m}{s}\right]$	ρ $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
M	1	0	0	0	0	1
L	2	0	1	1	1	-3
T	-2	-1	0	0	-1	0
	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6

Donde M : masa, L : longitud, T : tiempo y k_i : exponentes. Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con el procedimiento descrito por Potter (2011b), el sistema de ecuaciones formado por los exponentes k_i (ecuaciones 7, 8 y 9) requirió de la asignación de 3 variables no repetitivas. Para este caso, como variables no repetitivas se seleccionaron el torque por ser la variable objeto de estudio, la velocidad relativa por la complejidad de sus dimensiones y el diámetro del chorro como variable representante de la caracterización geométrica.

$$k_1 + k_6 = 0 \quad (7)$$

$$2k_1 + k_3 + k_4 + k_5 - 3k_6 = 0 \quad (8)$$

$$-2k_1 - k_2 - k_5 = 0 \quad (9)$$

El sistema de ecuaciones se resuelve para cada uno de los grupos adimensionales, asignando un valor arbitrario a los exponentes de las variables no repetitivas. Para el primer grupo, se desea la presencia k_1 , cuya variable asociada es el torque; pero la ausencia en el mismo grupo de k_4 ni k_5 , relacionadas el diámetro de chorro y la velocidad relativa, respectivamente. Por lo que se asignan los valores:

$$k_1 = 1; k_4 = 0; k_5 = 0$$

Resolviendo para las otras variables se obtuvo:

$$k_2 = -2; k_3 = -5; k_6 = -1$$

Se reemplazan los exponentes en la ecuación 5 mostrada en la sección de marco teórico y resulta el primer grupo adimensional:

$$\pi_1 = T^1 \omega^{-2} D_r^{-2} d_{jet}^0 V^0 \rho^{-1} \quad (10)$$

En el segundo grupo, se asignó un valor a k_4 , asociada con el diámetro de chorro; y otros valores a k_1 y k_5 para que formen parte del mismo grupo:

$$k_1 = 0; k_4 = 1; k_5 = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, los valores de las variables restantes fueron:

$$k_2 = 0; k_3 = -1; k_6 = 0$$

Al reemplazar los exponentes, se obtuvo el segundo grupo adimensional:

$$\pi_2 = T^0 \omega^0 D_r^{-1} d_{jet}^1 V^0 \rho^0 \quad (11)$$

Por último, en el tercer grupo a k_5 (relacionada con la velocidad de chorro) se le asignó un valor para que forme parte del grupo, procurando la omisión de k_1 y k_4 . Después de resolver el sistema de ecuaciones, se llegó al tercer grupo adimensional:

$$\pi_3 = T^0 \omega^{-1} D_r^{-1} d_{jet}^0 V^1 \rho^0 \quad (12)$$

Ordenando las ecuaciones 10, 11 y 12, se obtuvieron los grupos adimensionales:

$$\pi_1 = \frac{T}{\omega^3 D_r^5 \rho}, \pi_2 = \frac{d_{jet}}{D_r}, \pi_3 = \frac{V}{\omega D_r}, \text{ con lo que se demostró que en el torque existe}$$

proporcionalidad entre el diámetro del chorro y del rotor. El último grupo adimensional representa la proporción de la velocidad relativa requerida para generar la velocidad tangencial. De esta manera, el torque expresado en términos de los grupos adimensionales tiene la forma de la ecuación 13.

$$T = \omega^2 D_r^5 \rho f_1 \left(\frac{d_{jet}}{D_r} \right) f_2 \left(\frac{V}{\omega D_r} \right) \quad (13)$$

De manera análoga, la Tabla 7 muestra el arreglo de exponentes de las variables asociadas con la potencia: la velocidad relativa V , el diámetro del rotor D_r , el diámetro del chorro, d_{jet} , la carga por presión γH , la densidad ρ y la viscosidad μ . Si bien la potencia teórica puede ser definida a través del caudal y la carga hidráulica (en el caso de la potencia teórica), o del torque y la velocidad angular (en el caso de la potencia mecánica), al igual que con el torque, se pretendió incluir variables asociadas con una caracterización geométrica de la turbina.

Tabla 7. Matriz de exponentes de las variables involucradas en la potencia generada por una turbina

Dimensión	P $\left[\frac{kg \cdot m^2}{s^3} \right]$	V $\left[\frac{m}{s} \right]$	D_r $[m]$	γH $\left[\frac{kg}{m \cdot s^2} \right]$	d_{jet} $[m]$	ρ $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$	μ $\left[\frac{kg}{m \cdot s} \right]$
M	1	0	0	1	0	1	1
L	2	1	1	-1	1	-3	-1
T	-3	-1	0	-2	0	0	-1
	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7

Donde M : masa, L : longitud, T : tiempo y k_i : exponentes. Fuente: Elaboración propia

El sistema de ecuaciones formado por los exponentes k_i (ecuaciones 6, 7 y 8) requirió de la asignación de 4 variables no repetitivas. En este caso, se seleccionaron como variables no repetitivas, la potencia por ser la variable objeto de estudio, la viscosidad y carga hidráulica por la complejidad de sus dimensiones y el diámetro del chorro como variable representante de la caracterización geométrica.

$$k_1 + k_4 + k_6 + k_7 = 0 \quad (14)$$

$$2k_1 + k_2 + k_3 - k_4 + k_5 - 3k_6 - k_7 = 0 \quad (15)$$

$$-3k_1 - k_2 - 2k_4 - k_7 = 0 \quad (16)$$

Se siguió un procedimiento análogo al mostrado para el análisis del torque, asignando para cada grupo adimensional un valor arbitrario a los exponentes de las variables no repetitivas.

Los grupos adimensionales resultantes $\left(\pi_1 = \frac{P}{V^3 d_{jet}^2 \rho}, \pi_2 = \frac{D_r}{d_{jet}}, \pi_3 = \frac{\gamma H}{V^2 \rho}, \pi_4 = \frac{\mu}{V d_{jet} \rho} \right)$

demonstraron que la potencia está estrechamente vinculada con el número de Reynolds, el número de Euler y que la relación de diámetros puede conformar una familia de curvas en el caso de representar tanto la potencia como el torque como una función del grupo adimensional restante. Sin embargo, por la naturaleza del fenómeno es importante resaltar que el número de Euler es una constante, con valor igual a 0.5 para este caso, dado que la velocidad es una función directa de la carga hidráulica, tal como lo afirman Rogovyi y Khovansky (2011) y Potter (2011b). Por lo tanto, la potencia en función de los grupos adimensionales adquiere la forma de la ecuación 9.

$$P = V^3 d_{jet}^2 \rho f_1 \left(\frac{D_r}{d_{jet}} \right) f_2 \left(\frac{\mu}{V d_{jet} \rho} \right) \quad (17)$$

Las ecuaciones 13 y 17 se componen de una parte analítica y una empírica en forma de funciones, cuyo comportamiento se puede deducir a través de la medición de los indicadores de rendimiento en el modelo a escala. Este proceso es similar a los mostrados en el diagrama de Moody (White, 2004), que representa el factor de fricción en función del número de Reynolds y la rugosidad relativa de una tubería; o en el coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds para flujos externos (Munson, 2010).

5.2 Caracterización geométrica del modelo a escala

Con grupos los adimensionales relevantes $\left(\frac{\omega r}{V}, \frac{D_r}{d_{jet}}, Re = \frac{V d_{jet}}{\mu} \right)$ de la etapa anterior se definieron tanto las características geométricas como las condiciones de prueba del modelo a escala por similitud.

En relación con la geometría del modelo, y considerando el factor de escala de 0.4 descrito en la metodología, el diámetro de rotor del modelo resultó en 0.16 m dado el grupo adimensional $\frac{D_r}{d_{jet}}$ (Figura 8 y Tabla 8). La geometría de las cazoletas conservó la proporcionalidad, mientras que su número permaneció en 26, al igual que en el modelo físico de experimentación.

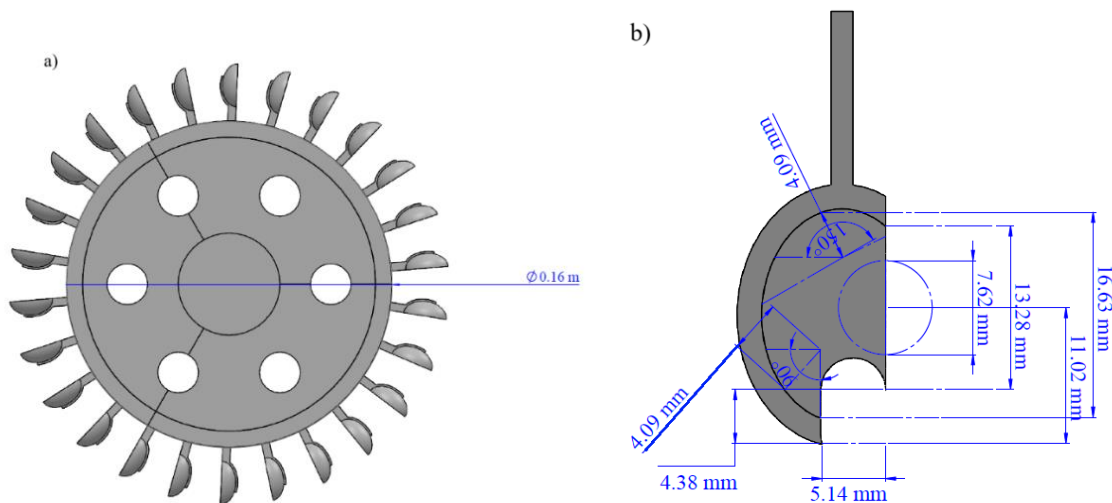


Figura 8. Caracterización geométrica de modelo a escala: a) Rotor de la turbina y, b) Detalle de cazoleta

Fuente: Elaboración propia

Tabla 8. Comparación de parámetros de diseño del modelo a escala y modelo físico de experimentación

Parámetros de diseño	Modelo a escala	Modelo físico de experimentación
Diámetro del rotor	0.16 m	0.4 m

Diámetro del inyector	7.6 mm	19.5 mm
Número de cazoletas	26	26

Fuente: Elaboración propia

5.3 Construcción del modelo a escala en impresora 3D

Por otro lado, el modelo a escala fue probado bajo diferentes condiciones de operación para su comparación con el modelo físico de experimentación. Las pruebas del sistema se efectuaron bajo condiciones controladas de carga hidráulica (Tabla 9), midieron también la velocidad en forma de revoluciones por minuto mediante un circuito electrónico y un sensor magnético programado en Arduino, para estimar la velocidad relativa de la turbina, el caudal y el polígono de velocidades (Figura 9). Además, para comparar el torque generado en el modelo, el tercer grupo adimensional relevante identificado $\left(\frac{\omega r}{V}\right)$ requirió de las mediciones de la velocidad angular en el modelo a escala, mostradas de igual manera en la Tabla 9 y Anexo 3.

Tabla 9. Variables de prueba para el modelo a escala

p [g/cm ²]	p [g/cm ²¹]	Q [m ³ /s]	V [m/s]	H [m]	ω [rad/s]	T [N·m]	P [W]
100	50	0.0092	4.5747	1	3.351	0.1992	0.6677
100	50	0.0092	4.5747	1	3.351	0.1992	0.6677
100	50	0.0092	4.5747	1	3.4557	0.2054	0.71
100	50	0.0092	4.5747	1	3.351	0.1992	0.6677
100	50	0.0092	4.5747	1	3.4557	0.2054	0.71
100	50	0.0092	4.5747	1	3.351	0.1992	0.6677
100	50	0.0092	4.5747	1	3.351	0.1992	0.6677
100	50	0.0092	4.5747	1	3.2463	0.193	0.6266
100	50	0.0092	4.5747	1	5.2359	0.3113	1.63
150	50	0.0113	5.6028	1.5	5.3407	0.3889	2.0771
150	50	0.0113	5.6028	1.5	5.3407	0.3889	2.0771
150	50	0.0113	5.6028	1.5	5.3407	0.3889	2.0771
150	50	0.0113	5.6028	1.5	5.0265	0.3660	1.83998
150	50	0.0113	5.6028	1.5	5.2359	0.3813	1.9965
150	50	0.0113	5.6028	1.5	5.2359	0.3813	1.9965
150	50	0.0113	5.6028	1.5	5.2359	0.3813	1.9965
150	50	0.0113	5.6028	1.5	5.2359	0.3813	1.9965
150	50	0.0113	5.6028	1.5	5.3407	0.3889	2.0771

Fuente: Elaboración propia

De igual forma, como parte de la caracterización se determinaron las velocidades absoluta y tangencial mostradas en la Figura 9. Donde u es la velocidad tangencial, V es la velocidad relativa y V_a es la velocidad absoluta (Figura 9a); los subíndices 1 y 2 representan las velocidades a la entrada (Figura 9b) y a la salida (Figura 9c), respectivamente.

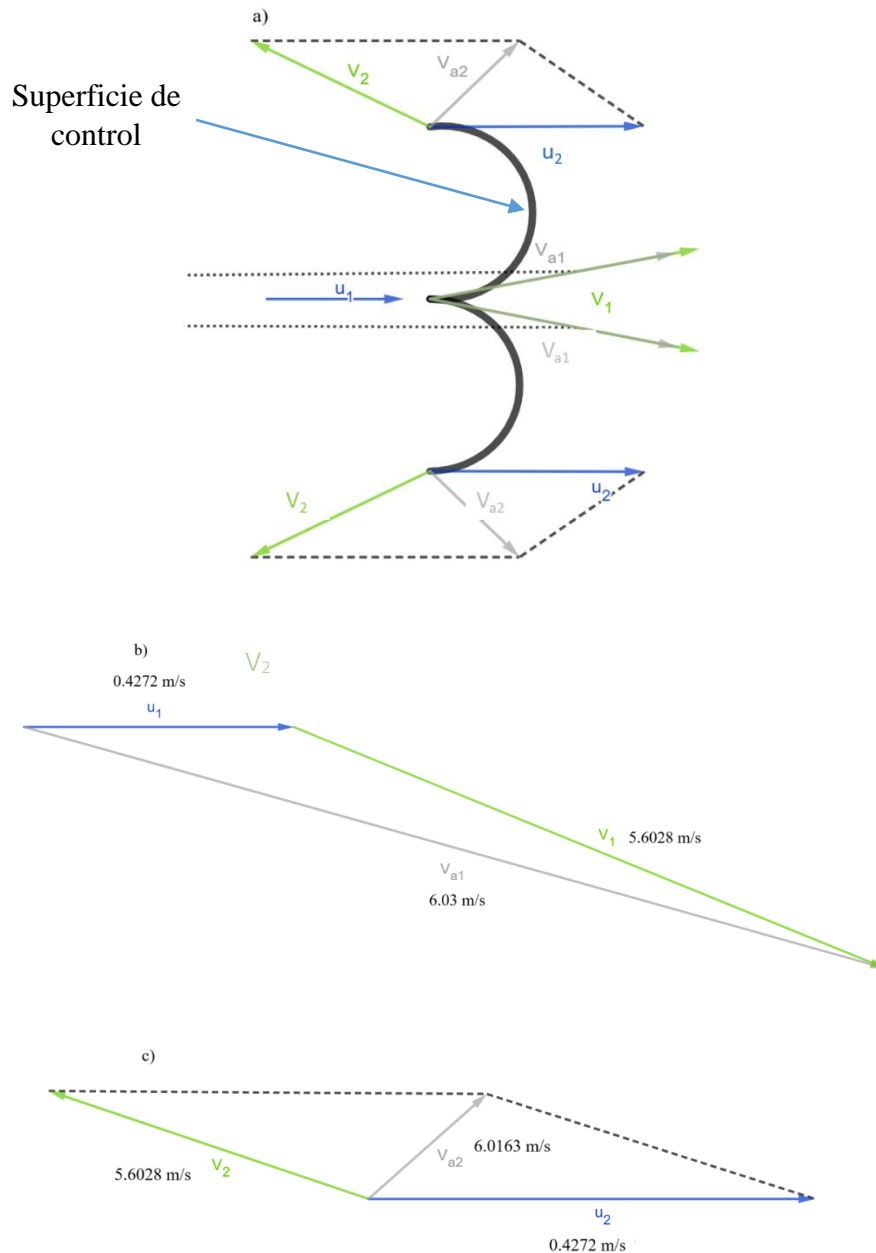


Figura 9. Polígono de velocidades: a) En superficie de control, b) Entrada y c) Salida

Fuente: Elaboración propia

Como en el modelo físico de experimentación, las pruebas del modelo a escala fueron efectuadas con una sola boquilla alcanzando una mayor eficiencia debido a una menor disminución de carga en el tiempo. La disminución del diámetro en la boquilla explica el aumento en la velocidad relativa en el modelo a escala. La velocidad angular resultó ser algo menor que la registrada en el modelo físico de experimentación por el factor de escala que disminuyó el diámetro del rotor.

Con los datos obtenidos de la caracterización geométrica, se estiman los grupos adimensionales (Anexo 4) del modelo y modelo físico de experimentación para comparar las observaciones y entender la caracterización de la turbina Pelton bajo una configuración cinéticamente similar.

La impresión de las partes centrales de la turbina, sin considerar las cazoletas, se realizó en un periodo aproximado de 13 horas con una densidad del 80%, y fueron ensambladas mediante un sistema de presión macho-hembra (Figura 10). Mientras que, la impresión de la periferia con las cazoletas tuvo una duración de 9 horas, ocupando la misma densidad.

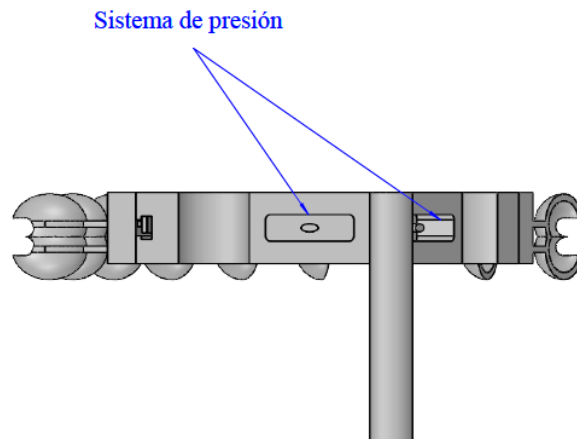


Figura 10. Vista isométrica del sistema de ensamblaje del rotor del modelo a escala de la turbina

Fuente: Elaboración propia

La muestra el ensamble del modelo a escala en su totalidad; las piezas fueron aseguradas por collarines (Figura 11a) para evitar su desprendimiento durante las pruebas debido a la tolerancia empleada en la impresión. La turbina fue sujeta por medio de su eje inferior en

un soporte ubicado en el módulo de pruebas ya descrito en la sección de antecedentes (Figura 11b).

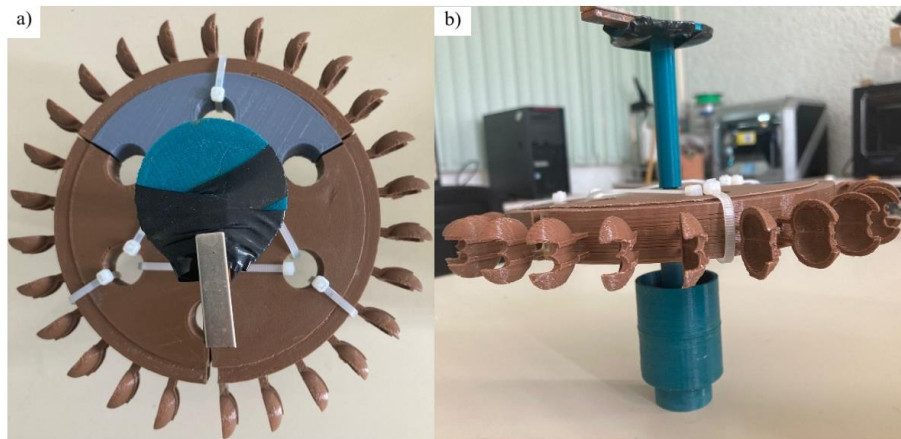


Figura 11. Impresión 3D del modelo a escala de la turbina: a) Vista superior y, b) Vista isométrica

Fuente: Elaboración propia

5.4 Medición de indicadores de rendimiento en modelo a escala

A partir de los datos registrados de la velocidad angular y presiones, fue posible inferir valores como la velocidad relativa de la turbina, las pérdidas de carga, la carga hidráulica, la velocidad específica y el caudal (Figura 12).

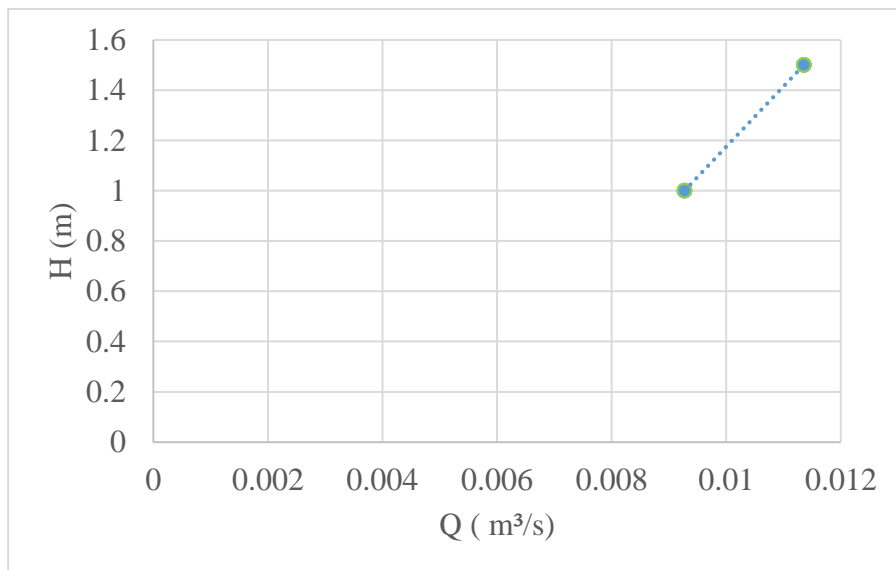


Figura 12. Curva de carga hidráulica vs gasto

Fuente: Elaboración propia

Para la evaluación del sistema, se suministró agua al sistema mediante una bomba cuyo flujo se controló con una válvula reguladora para alcanzar diferentes valores de presión y estimar las pérdidas de carga. Mientras, el circuito realizaba la lectura del número de revoluciones por minuto. Las primeras pruebas se realizaron con una carga hidráulica entre 1 y 1.5 m.

A partir de la lectura de estos datos, se estimaron los grupos adimensionales (Anexo 4)

relevantes $\left(\frac{\omega r}{V}, \frac{D_r}{d_{jet}}, \text{Re} = \frac{V d_{jet}}{\mu} \right)$ del modelo (Figura 13) y posteriormente del modelo a

escala y del modelo físico de experimentación para su comparación (Figura 14) con una

relación de diámetros $\frac{D_r}{d_{jet}} = 21.0183$.

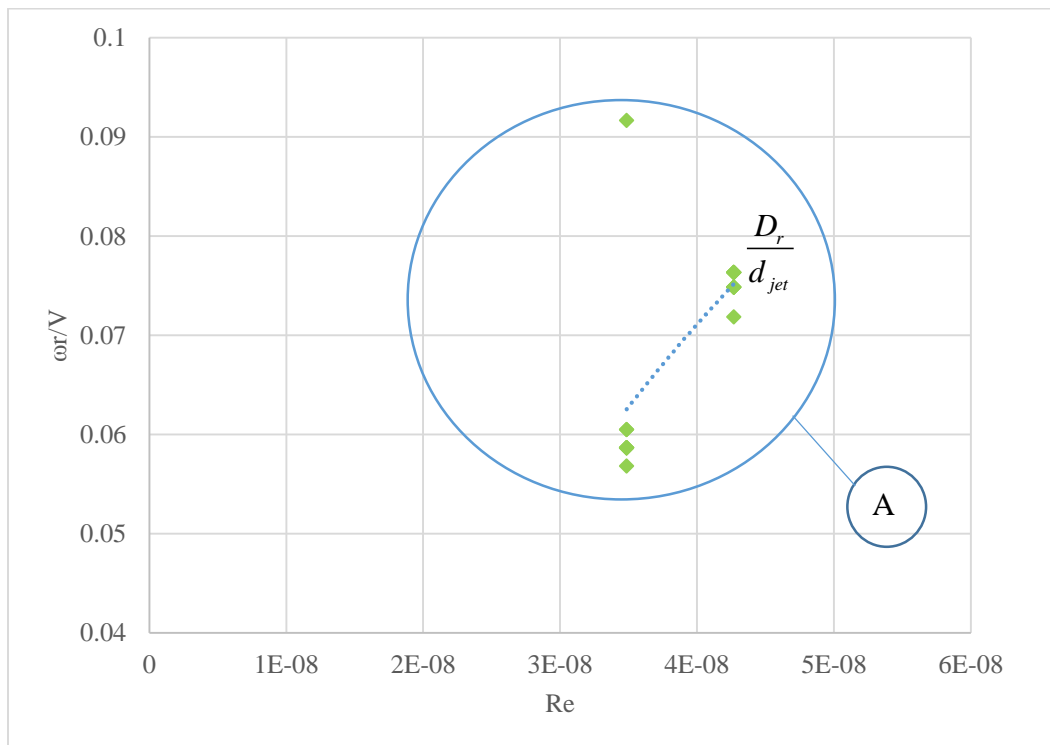


Figura 13. Observaciones del modelo a escala

Fuente: Elaboración propia

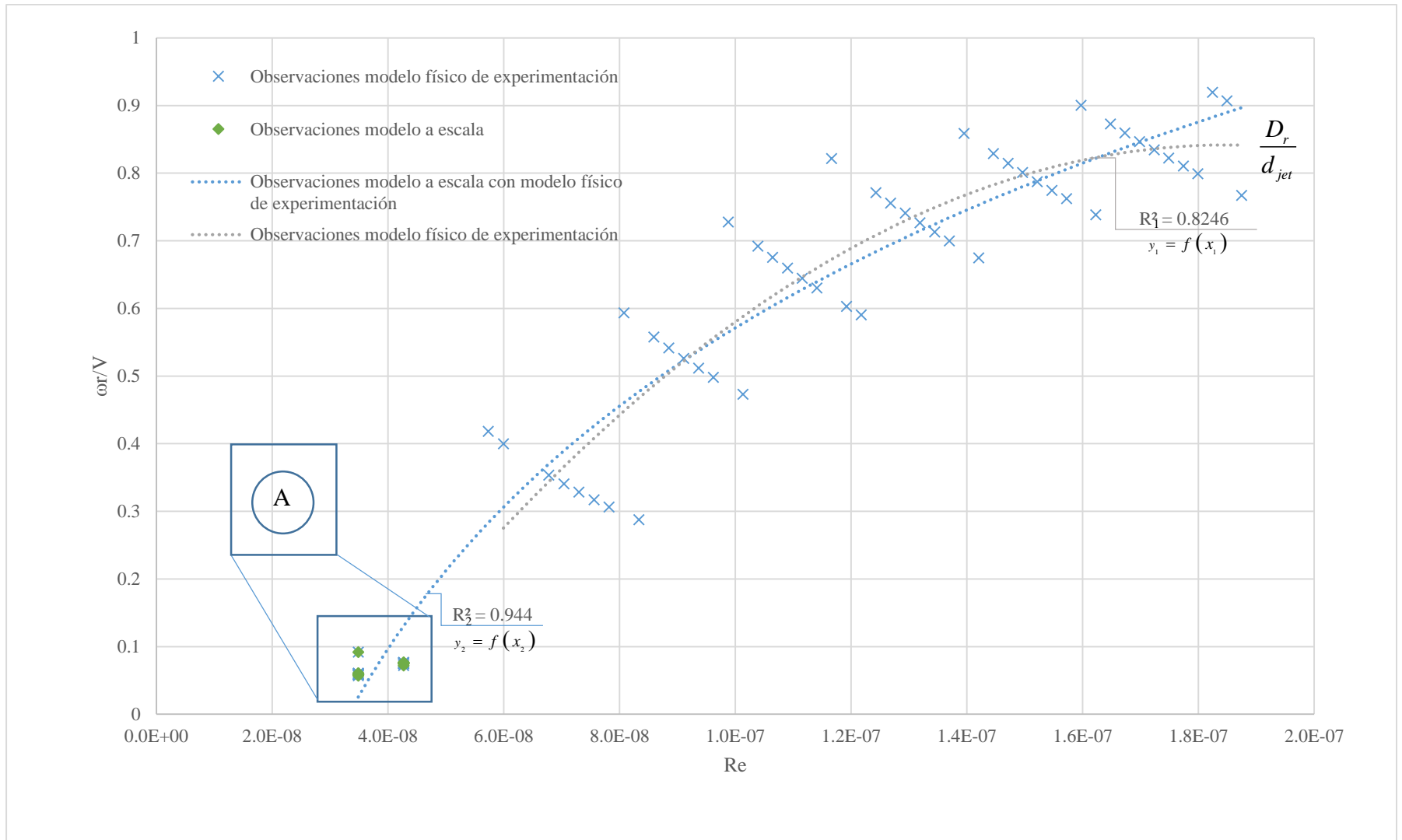


Figura 14. Comparación de la potencia generada del modelo a escala con el modelo físico de experimentación
 Fuente: Elaboración propia

Las líneas punteadas representan las líneas de tendencia de acuerdo con la muestra; la línea gris es la línea de tendencia de las pruebas realizadas en el modelo físico de experimentación. Por otro lado, la línea azul considera las pruebas tanto del modelo a escala como del modelo físico de experimentación.

La diferencia de los coeficientes de determinación es positiva y se aprecia, además una mejoría del 14% al considerar las observaciones del modelo a escala. Esto permite resultados y predecir el comportamiento del modelo físico de experimentación en otros escenarios de carga hidráulica (Tabla 10).

Para estimar condiciones del modelo físico de experimentación a partir de las observaciones en el modelo a escala, al menos con similitud geométrica, se emplean con las ecuaciones 18 y 19. Se consideró la misma densidad del fluido para modelo y modelo físico de experimentación, al igual que la misma gravedad y tiempo de operación.

$$\frac{P_m}{P_p} = \frac{l_m^4}{l_p^4} \quad (18)$$

$$\frac{T_m}{T_p} = \frac{l_m^4}{l_p^4} \quad (19)$$

Tabla 10. Predicciones del modelo físico de experimentación a partir de observaciones en el modelo a escala

Carga hidráulica del modelo [m]	Velocidad relativa del modelo [m/s]	Torque del modelo [N·m]	Potencia del modelo [W]	Torque proyectado en modelo físico de experimentación [N·m]	Potencia proyectada en modelo físico de experimentación [W]
1	4.5747	0.1992	0.6677	7.7833	26.0823
1	4.5747	0.1992	0.6677	7.7833	26.0823
1	4.5747	0.2054	0.710	8.0266	27.7379
1	4.5747	0.1992	0.6677	7.7833	26.0823
1	4.5747	0.2054	0.71	8.0266	27.7379
1	4.5747	0.1992	0.6677	7.7833	26.0823
1	4.5747	0.1992	0.6677	7.7833	26.0823
1	4.5747	0.193	0.6266	7.5401	24.4776
1	4.5747	0.3113	1.6301	12.1615	63.6775
1.5	5.6028	0.3889	2.0771	15.1926	81.1395
1.5	5.6028	0.3889	2.07717	15.1926	81.1395
1.5	5.6028	0.3889	2.0771	15.1926	81.1395
1.5	5.6028	0.366	1.8399	14.2989	71.8744
1.5	5.6028	0.3813	1.9965	14.8947	77.9887
1.5	5.6028	0.3813	1.9965	14.8947	77.9887
1.5	5.6028	0.3813	1.9965	14.8947	77.9887
1.5	5.6028	0.3813	1.9965	14.8947	77.9887

1.5	5.6028	0.38893	2.0771	15.1926	81.1395
-----	--------	---------	--------	---------	---------

Fuente: Elaboración propia

Como se observa, la potencia esperada del modelo físico de experimentación se encuentra en el rango de la potencia mínima esperada mencionada en la Tabla 1 de la sección de antecedentes lo que representa una prueba más de la confiabilidad del modelo para realizar predicciones en el modelo físico de experimentación.

En este proyecto, se presentó un solo caso de relación de diámetros para el cálculo de potencia mecánica y torque por medio de los grupos adimensionales ya establecidos, sin embargo, pueden establecerse tantas relaciones como se requieran.

Capítulo 6. Conclusiones y recomendaciones

La caracterización de una turbina Pelton para la generación de energía eléctrica a microescala fue posible gracias a la comparación experimental mediante un modelo a escala. En este sentido, el modelo a escala y el modelo físico de experimentación presentaron un rendimiento estadísticamente aceptable. Con ello, la estimación de indicadores de rendimiento en el modelo permite predecir el comportamiento del modelo físico de experimentación bajo diferentes condiciones de operación.

En primer lugar, se estudió la similitud geométrica que un modelo a escala debe cumplir para proporcionar un comportamiento equivalente a un modelo físico de experimentación de turbina tipo Pelton para la generación de energía eléctrica a microescala. Si bien, algunos números adimensionales relevantes como el número de Reynolds y la velocidad específica siguen siendo cruciales para la comparación entre modelo físico de experimentación y modelo a escala, fue necesario introducir parámetros adimensionales que involucren características geométricas adicionales. Este fue el caso de la relación de diámetro entre el chorro y el rotor, así como de la relación entre la velocidad relativa y el producto del diámetro del rotor y la velocidad angular. De aquí, se infiere que, el primero de ellos permite condicionar al tamaño de la turbina con el mecanismo que alimenta el flujo; es decir, evita la desproporcionalidad entre el diámetro del chorro con los parámetros receptores (cazoletas). El segundo de ellos representó el efecto del torque generado por el flujo de entrada, en otras palabras, la proporción de la velocidad del chorro que es transformada en la velocidad tangencial del rotor.

A su vez, estos parámetros adimensionales relacionados con parámetros geométricos, en conjunto con el Número de Reynolds, pueden ser utilizados para la caracterización del modelo a escala de la turbina Pelton, e incluso con representación gráfica. En este caso, fue propuesta la representación de familia de curvas según la relación de diámetros de chorro y de rotor, en un sistema conformado por el número de Reynolds y la relación de velocidades relativa y tangencial. Sin embargo, por el alcance del proyecto solo fue representada una familia de curva. Esto debido a que se presentaron problemas de golpe de ariete, es decir, se presentó una repentina subpresión por una variación de la velocidad y caudal. También se observó cavitación en la caracola, provocada por las altas velocidades manejadas y la

subpresión en el sistema; las evidencias se muestran en el Anexo 5. No obstante, se recomienda que, a partir de esta configuración, sean validadas más proporcionalidades de diámetros.

Para la comparación del modelo, en el módulo de pruebas se midieron revoluciones por minuto de la turbina y la diferencia de presiones, para estimar a partir de ello una carga hidráulica, el caudal recibido por la turbina, la velocidad de chorro, las pérdidas de carga, la velocidad específica y el caudal. El uso del modelo a escala permitió extender el entendimiento de la caracterización de la turbina Pelton bajo una configuración cinéticamente similar.

Se recomienda estudiar, además de diferentes condiciones de operación (gasto y carga), variaciones en parámetros geométricos como el diámetro, número de cazoletas (razón de ser del riel) y de número de boquillas. Además de abordar estudios de las pérdidas de carga en módulo para pruebas. En cuanto a la manufactura de futuros modelos hidráulicos, se aconseja manejar una tolerancia de ± 0.5 mm para asegurar el buen ajuste de las piezas a ensamblar.

Para evitar problemas de cavitación y golpe de ariete, se propuso la implementación de una válvula de alivio en las partes afectadas de la caracola, al igual que más soportes para reducir vibraciones. Lo anterior es fundamental para asegurar que el diseño sea funcional, seguro, eficiente y rentable antes de llevar a cabo la construcción definitiva.

Referencias

Ackerman, T., Andersson, G. & Soder, L. Distributed generation: A definition. *Electric Power Systems Research*. 2001; 57 (3): 195-204

Agudelo, S., Chica, E., Obando, F., Sierra, N. S. N., Velásquez, L., & Enríquez, W. (2013). Diseño, simulación, fabricación y caracterización de una turbina tipo Pelton de 5 kW. *Ingeniería y Competitividad*, 15(1), 183-193. <https://doi.org/10.25100/iyc.v15i1.2631>

Albuja Silva, E. C. y Tenelanda Patiño, D. O, (2014). Desarrollo de un modelo conceptual de lluvia-escorrentía para interpretación de procesos hidrológicos en la cuenca altoandina del río Zhurucay [tesis de licenciatura, Universidad de Cuenca]. Repositorio Institucional. UCUENCA. <http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/19863>

Alomar, O. R., Maher, H., Salih, M. M. M., & Ali, F. A. (2022b). Performance analysis of pelton turbine under different operating conditions: an experimental study. *Ain Shams Engineering Journal*, 13(4), 101684. <https://doi.org/10.1016/j.asej.2021.101684>

Angehrn, R. (2000). Safety engineering for the 423 MW-Pelton-runners at Bieudron. *Proceeding of the 20th IAHR Symposium*, Charlotte, NC.

Atthanayake, I. (2009). Analytical Study of Flow Thorough a Pelton Turbine Bucket Using Boundary Layer Theory. *International Journal of Engineering & Technology*, 9 (9), 11-15

Azimov, U., & Avezova, N. (2022). Sustainable small-scale hydropower solutions in Central Asian countries for local and cross-border energy/water supply. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 167, 112726. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2022.112726>

Bennis, A., Furgerot, L., Du Bois, P. B., Dumas, F., Odaka, T. E., Lathuilière, C., y Filipot, J. (2020). Numerical modelling of three-dimensional wave-current interactions in complex environment: Application to Alderney Race. *Applied Ocean Research*, 95, 102021. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2019.102021>

Berga, L. (2016). The role of hydropower in climate change mitigation and adaptation: A review. *Engineering*, 2 (1), 313-318.

Carvalho, E. Sur une similitude dans les fonctions des machines. *J. Phys. Theor. Appl.* 1892, 1, 209-212. [Google Scholar] [CrossRef]

Ceballos Zuluaga, J. M., Isaza Merino, C. A., Patiño Arcilla, I. D., & Morales Rojas, A. D. (2023) Análisis comparativo de las tecnologías de dimensionamiento de cangilones para turbinas Pleton en sistemas de micro-generación. *Ingeniería y Competitividad*, 25 (1), e-21411797. <https://doi.org/10.25100/iyc.1925100/iyc,v25il.11797>

Chaturvedi, D. K. (2010). *Modeling and Simulation of Systems Using MATLAB and Simulink*. Taylor and Francis Group

Chen, Z., He, Y., Zhao, Y., Meng, L., He, C., Yang, H., & Liu, Y. (2020b). High-order redesign method for wind turbine blade optimization in model test considering aerodynamic similarity. *Ocean Engineering*, 202, 107156. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.107156>

Corbera, C. (2022). Propuesta de turbina para un microhidrogenerador en el Río Reque, Alican Bajo, Monsefú, Lambayeque. [Tesis de bachiller, Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo]. https://tesis.usat.edu.pe/bitstream/20.500.12423/5127/1/TIB_CorberaDiazCelso.pdf

Coy Murcia, L. (2017). Ajuste y validación del modelo precipitación – escorrentía GR2M aplicado a la subcuenca nevado. Universidad Santo Tomás.

Espinosa, J. B. C., & Correa, D. M. (2016). Desarrollo de modelo físico de experimentaciones en CAD para generación de energía por métodos alternos. Aprovechamiento de la energía hidráulica en la DCI. *Jóvenes En la Ciencia: Verano de la Investigación Científica Vol. 2*, No.1 (2016), 2(1), 1922-1926. <http://repositorio.ugto.mx/bitstream/20.500.12059/3123/1/Desarrollo%20de%20Modelo%20f%C3%ADsico%20de%20experimentaciones%20en%20Cad%20para%20Generaci%C3%B3n%20de%20Energ%C3%ADa%20por%20M%C3%A9todos%20Alternos.%20Aprovechamiento%20de%20la%20Energ%C3%ADa%20Hidr%C3%A9ulica%20En%20La%20DCI.pdf>

Fernández de Alarcón, J. F. (2010). Estudio de los sistemas de microgeneración en España [Tesis de licenciatura, Universidad Carlos III de Madrid]. <https://e-archivo.uc3m.es/entities/publication/a9d44a92-da9d-4bda-92e2-1e321e178d60>

Garcia, A. V. M., Sánchez-Romero, F. J., Jiménez, P. A. L., & Sánchez, M. P. (2022b). A new optimization approach for the use of hybrid renewable systems in the search of the zero net energy consumption in water irrigation systems. *Renewable Energy*, 195, 853-871. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2022.06.060>

Guo, B., Mohamed, A., Bacha, S., Alamir, M., Boudinet, C., & Pouget, J. (2020c). Reduced-Scale models of variable speed Hydro-Electric plants for power Hardware-in-the-Loop Real-Time simulations. *Energies*, 13(21), 5764. <https://doi.org/10.3390/en13215764>

Ha, J., y Kim, C. S. (2009). A Study on the Performance Analysis of Francis Hydraulic Turbine. *Journal of the Korean Society of Marine Engineering*, 33(7), 1052-1059. <https://doi.org/10.5916/jkosme.2009.33.7.1052>

Kajishima, T., & Taira, K. (2017). Computational fluid dynamics. En Springer eBooks. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-45304-0>

Kavurmaci, B., Çelebioğlu, K., Aradağ, S., & Taşcıoğlu, Y. (2017). Model testing of Francis-Type hydraulic turbines. *Measurement and Control*, 50(3), 70-73. <https://doi.org/10.1177/0020294017702284>

Kim, J. W., Jo, I. C., Park, J. H., Shin, Y., & Chung, J. T. (2017b). Theoretical method of selecting number of cazoletas for the design and verification of a Pelton turbine. *Journal of Hydraulic Research*, 55(5), 695-705. <https://doi.org/10.1080/00221686.2017.1354933>

Krishnan, V. G., Romanin, V., Carey, V. P., & Maharbiz, M. M. (2013). Design and scaling of microscale Tesla turbines. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 23(12), 125001. <https://doi.org/10.1088/0960-1317/23/12/125001>

Krivchenko, G. I. (1994). *Hydraulic Machines Turbines and Pumps*. CRC Press.

Li, B., Zhou, D., Wang, Y., Shuai, Y., Liu, Q., & Cai, W. (2019). The design of a small lab-scale wind turbine model with high performance similarity to its utility-scale prototype. *Renewable Energy*, 149, 435-444. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.12.060>

Li, Z. J., Wang, Z. W., & Bi, H. (2014). Numerical study of similarity in prototype and model pumped turbines. *IOP Publishing*, 22(3), 032049. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/22/3/032049>

Mejuto, M., Mayorga, A. & Castaño, S. (1997). La utilización de modelos en hidrología. *Revista de la Facultad de Educación de Albacete*, 12, 305-318

Muis, A., Sutikno, P., Soewono, A., & Hartono, F. (2015). Design Optimization of Axial Hydraulic Turbine for Very Low Head Application. *Energy Procedia*, 68, 263-273. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2015.03.255>

Munson, B. R., Okiishi, T. H., Huebsch, W. W., & Rothmayer, A. P. (2013). *Fundamentals of Fluid Mechanics*. John Wiley & Sons.

Nechleba, M. (1957). *Hydraulic turbines: Their design and Equipment* 1° Edition, Constable & Co Ltd, United Kingdom, 636 p.

Potter, M. C., Wiggert, D. C., & Ramadan, B. H. (2011b). *Mechanics of Fluids*. Cengage Learning.

Rogovyi, A., & Khovansky, S. (2017). Application of the similarity theory for vortex chamber superchargers. *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*, 233, 012011. <https://doi.org/10.1088/1757-899x/233/1/012011>

Rai, A., Kumar, A. y Staubli, T. (2016). Forces acting on particles in a Pelton bucket and similarity considerations for erosions. *Earth and Environmental science*, 49(1), 1-10

Roy, S. (2005). Optimal Planning of Generating Units Over Micro-Hydro Resources Within a Catchment Area. *IEEE Transactions On Energy Conversion*, 20(1), 231-236. <https://doi.org/10.1109/tec.2004.8.42360>

Signe, E. B. K., Bogno, B., Aillerie, M., & Hamandjoda, O. (2019b). Performance in feasibility studies of micro hydro power plants. New software development and application cases in Cameroon. *Energy Procedia*, 157, 1391-1403. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2018.11.304>

Stefanizzi, M., Capurso, T., Balacco, G., Binetti, M., Camporeale, S. M., & Torresi, M. (2020b). Selection, control and techno-economic feasibility of pumps as turbines in water distribution networks. *Renewable Energy*, 162, 1292-1306. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2020.08.108>

Thake, J. (2000). *The micro-hydro Pelton turbine manual: Design, manufacture and installation for small-scale hydro-power*. Rugby, UK: Practical Action Publishing.

Tiwari, G., Kumar, J., Prasad, V., & Patel, V. K. (2020). Utility of CFD in the design and performance analysis of hydraulic turbines — a review. *Energy Reports*, 6, 2410-2429. <https://doi.org/10.1016/j.egypr.2020.09.004>

Vagnoni, E., Valentín, D., & Avellan, F. (2021b). Dynamic behaviour of a Francis turbine during voltage regulation in the electrical power system. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 125, 106474. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2020.106474>

Walther, D. C., & Ahn, J. (2011). Advances and challenges in the development of power-generation systems at small scales. *Progress in Energy and Combustion Science*, 37(5), 583-610. <https://doi.org/10.1016/j.pecs.2010.12.002>

White, F. M. (2004). *Mecánica de Fluidos*. McGraw Hill México.

Xue, X., & Day, S. (2021b). Experimental investigation on dynamic responses of a SPAR-type offshore floating wind turbine and its mooring system behaviour. *Ocean Engineering*, 236, 109488. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.109488>

Zamora Juárez, M. A. (2019). Eficiencia de micro central hidroeléctrica relativa al dimensionamiento geométrico de la turbina [tesis de maestría, Universidad Autónoma del Estado de México]. Repositorio Institucional UAEMéx. <http://hdl.handle.net/20.500.11799/104406>

Zamora, M. A., Fonseca-Ortiz, C. R., Guerra-Cobián, V. H., López-Rebollar, B. M., Alarcón, I. G., y García-Pulido, D. (2023). Parametric assessment of a Pelton turbine within a rainwater harvesting system for micro hydro-power generation in urban zones. *Energy for Sustainable Development*, 73, 101-115. <https://doi.org/10.1016/j.esd.2023.01.015>

Zamora Juárez, M. Á., Guerra-Cobián, V. H., Fonseca, C. R., López-Rebollar, B. M., Fierro, A. L. F., & Flores, J. L. B. (2022b). Performance of modified gravitational water vortex turbine through CFD for hydro power generation on micro-scale. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 44(11). <https://doi.org/10.1007/s40430-022-03834-y>

Zhang, Z. (2016). *Pelton Turbines*. Springer.

Zoppé, B., Pellone, C., Maître, T., & Leroy, P. (2006). Flow Analysis Inside a Pelton Turbine Bucket. *Journal of Turbomachinery*, 128(3), 500-511. <https://doi.org/10.1115/1.2184350>

Anexos

Anexo 1. Código de programación para medir revoluciones por minuto

```
//PROGRAMA PARA MEDIR RPM EN MICROTURBINA HIDRAULI
#include <avr/io.h>
#include <avr/interrupt.h>
#include <SD.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h> //
#include <SPI.h>

// definiendo la estructura de datos
struct datos_h{
    byte dia;
    byte mes;
    byte ano;
    byte hora;
    byte minuto;
    byte seg;
    float tension; //10 bytes
    int rpms;
    int dbs;
};
union datos{
    char bytes[sizeof(struct datos_h)];
    struct datos_h data;
}TXpacket;

//DECLARACION DE VARIABLES GLOBALES
volatile int cont;

// ARDUINO TIENE DOS INTERRUPTIONES EXTERNAS PINES 2 Y 3 DIGITAL
#define pin_revoluciones 2 //pin digital donde entraran lar revoluciones
turbina
```

```

#define pin_voltaje 1    // Analog 1 definimos pin para la entrada de
voltaje pin 1 analógico
//#define pin_temp 2    // Analog 2 definimos pin de entrada de
temperatura
#define pin_ruidoRPMS 3 //Analogico 3 pin de entrada del valor analógico
de pin interrupcion de RPMS

volatile int revoluciones;

void setup()
{
    byte second, minute, hour, dayOfWeek, dayOfMonth, month, year;
    int minutos;int segundos;
    Serial.begin(9600);
    pinMode(pin_revoluciones, INPUT); //pin 2 como entrada
    delay(2000); //esperamos 2 segundos para comenzar ya que en el encendido
se están introduciendo ruido por los pines de las interrupciones
    attachInterrupt(0, RPMS, FALLING);//llama a contador de rpms de ALTO A
BAJO FALLING DE A-B
    pinMode(53, OUTPUT);
    SD.begin(53);
    delay(1000);
    ////////////////////////////////////generamos archivo del dia////////////////////////////////

    // Inicializo variables
    revoluciones=0; //inicializamos las revoluciones en cero
    voltaje=0;
    TXpacket.data.tension= 0;
    TXpacket.data.rpms= 0;

    cont=0;
    //DDRD=_BV(PD1);
    //CONFIGURACIÓN DEL TIMER1 POR COMPARACION DE VALOR
    TCNT1 = 0;           // Clear the timer
    TIMSK1 = 0;         // Clear the interrupt mask

```

```

TCCR1A = 0; // TCCR1A register to 0
TCCR1B = 0; // TCCR1B register to 0
OCR1A = 15625; // Valor de comparación y alcanzamos 1 segundo
OCR1B = 15625; // Valor de comparación y alcanzamos 1 segundo
TCCR1B |= (1 << WGM12); // Activamos el modo CTC
TCCR1B |= (1 << CS10); // Con estos bits colocamos un prescaler de 1024
TCCR1B |= (1 << CS12);
// TIMSK1 |= (1 << OCIE1B); // habilitamos la interrupción por comparación
de valor
TIMSK1 |= (1 << OCIE1A); // habilitamos la interrupción por comparación
de valor
// OBTENEMOS LOS DATOS DEL RTC

sei(); //Activamos las interrupciones globales

}

void loop()
{
  if(cont==60)
  {
    cont=0;
    Serial.print(revoluciones, DEC);
    Serial.println(" rpm");
    revoluciones=0;

  }
}

ISR(TIMER1_COMPA_vect) // Vector de interrupción por comparación
{
  cont++;
}

```

```
//RUTINA PARA LEER A LA SUBIDA DEL PULSO DE REVOLUCIONES ELIMINANDO EL  
RUIDO  
void RPMS(){  
    revoluciones++;  
}
```


Prueba 2								
Tiempo [s]	rps	rad/s	Velocidad tangencial [m/s]	Trabajo adsorbido [W]	Voltaje [V]	Corriente electrica [A]	Potencia Generador [W]	Eficiencia Generador
0	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00	-	-
1	4	25.133	5.03	36.30	13.95	0.75	10.50	0.2892
2	7	43.982	8.81	194.57	24.81	5.36	133.10	0.6841
3	6	37.699	7.55	122.53	21.19	3.78	80.02	0.6531
4	7	43.982	8.81	194.57	24.81	5.36	133.10	0.6841
5	6	37.699	7.55	122.53	21.19	3.78	80.02	0.6531
6	7	43.982	8.81	194.57	24.81	5.36	133.10	0.6841
7	6	37.699	7.55	122.53	21.19	3.78	80.02	0.6531
8	6	37.699	7.55	122.53	21.19	3.78	80.02	0.6531
9	6	37.699	7.55	122.53	21.19	3.78	80.02	0.6531
10	5	31.416	6.29	70.91	17.57	2.24	39.34	0.5548
11	6	37.699	7.55	122.53	21.19	3.78	80.02	0.6531
12	6	37.699	7.55	122.53	21.19	3.78	80.02	0.6531
13	5	31.416	6.29	70.91	17.57	2.24	39.34	0.5548
14	5	31.416	6.29	70.91	17.57	2.24	39.34	0.5548
15	5	31.416	6.29	70.91	17.57	2.24	39.34	0.5548
16	5	31.416	6.29	70.91	17.57	2.24	39.34	0.5548
17	5	31.416	6.29	70.91	17.57	2.24	39.34	0.5548
18	5	31.416	6.29	70.91	17.57	2.24	39.34	0.5548
19	5	31.416	6.29	70.91	17.57	2.24	39.34	0.5548
20	4	25.133	5.03	36.30	13.95	0.75	10.50	0.2892
21	5	31.416	6.29	70.91	17.57	2.24	39.34	0.5548
22	4	25.133	5.03	36.30	13.95	0.75	10.50	0.2892
23	4	25.133	5.03	36.30	13.95	0.75	10.50	0.2892
24	4	25.133	5.03	36.30	13.95	0.75	10.50	0.2892
25	4	25.133	5.03	36.30	13.95	0.75	10.50	0.2892
26	4	25.133	5.03	36.30	13.95	0.75	10.50	0.2892
27	4	25.133	5.03	36.30	13.95	0.75	10.50	0.2892
28	3	18.85	3.77	15.32	10.34	-0.68	0.00	0.0000
29	3	18.85	3.77	15.32	10.34	-0.68	0.00	0.0000
30	4	25.133	5.03	36.30	13.95	0.75	10.50	0.2892
31	3	18.85	3.77	15.32	10.34	-0.68	0.00	0.0000
32	3	18.85	3.77	15.32	10.34	-0.68	0.00	0.0000
33	3	18.85	3.77	15.32	10.34	-0.68	0.00	0.0000
34	3	18.85	3.77	15.32	10.34	-0.68	0.00	0.0000
35	2	12.566	2.52	4.54	6.73	-2.07	0.00	0.0000
36	3	18.85	3.77	15.32	10.34	-0.68	0.00	0.0000
37	2	12.566	2.52	4.54	6.73	-2.07	0.00	0.0000
38	3	18.85	3.77	15.32	10.34	-0.68	0.00	0.0000
39	2	12.566	2.52	4.54	6.73	-2.07	0.00	0.0000
40	2	12.566	2.52	4.54	6.73	-2.07	0.00	0.0000
41	2	12.566	2.52	4.54	6.73	-2.07	0.00	0.0000
42	1	6.2832	1.26	0.57	3.13	-3.41	0.00	0.0000
43	2	12.566	2.52	4.54	6.73	-2.07	0.00	0.0000
44	1	6.2832	1.26	0.57	3.13	-3.41	0.00	0.0000
45	2	12.566	2.52	4.54	6.73	-2.07	0.00	0.0000
46	1	6.2832	1.26	0.57	3.13	-3.41	0.00	0.0000
47	1	6.2832	1.26	0.57	3.13	-3.41	0.00	0.0000
48	1	6.2832	1.26	0.57	3.13	-3.41	0.00	0.0000
49	0	0	0.00	0.00	-0.48	-4.69	2.23	#DIV/0!
50	1	6.2832	1.26	0.57	3.13	-3.41	0.00	0.0000
51	1	6.2832	1.26	0.57	3.13	-3.41	0.00	0.0000
					Trabajo absorbido turbina		Trabajo generador	
						2564.57	1410.22	
							0.5499	
							Eficiencia Generador	

Anexo 3. Resultados de pruebas experimentales del modelo a escala

Modelo

P ₁ g/cm ²	P ₂ g/cm ²	Q m ³ /s	V m/s	H m	ω rpm	ω rad rad/s	T N*m	P W	ω s	Re	cor/V
100	50	0.00927217	4.57471311	1	32	3.35103216	0.19925439	0.66770786	0.00498753	3.4859E-08	0.05865956
100	50	0.00927217	4.57471311	1	32	3.35103216	0.19925439	0.66770786	0.00498753	3.4859E-08	0.05865956
100	50	0.00927217	4.57471311	1	33	3.45575192	0.20548109	0.71009166	0.00530412	3.4859E-08	0.06049267
100	50	0.00927217	4.57471311	1	32	3.35103216	0.19925439	0.66770786	0.00498753	3.4859E-08	0.05865956
100	50	0.00927217	4.57471311	1	33	3.45575192	0.20548109	0.71009166	0.00530412	3.4859E-08	0.06049267
100	50	0.00927217	4.57471311	1	32	3.35103216	0.19925439	0.66770786	0.00498753	3.4859E-08	0.05865956
100	50	0.00927217	4.57471311	1	32	3.35103216	0.19925439	0.66770786	0.00498753	3.4859E-08	0.05865956
100	50	0.00927217	4.57471311	1	31	3.24631241	0.19302769	0.62662818	0.00468068	3.4859E-08	0.05682645
100	50	0.00927217	4.57471311	1	50	5.23598776	0.31133498	1.63014615	0.01217659	3.4859E-08	0.09165556
150	50	0.01135604	5.60285641	1.5	51	5.34070751	0.38893204	2.07717227	0.00844568	4.2694E-08	0.07633318
150	50	0.01135604	5.60285641	1.5	51	5.34070751	0.38893204	2.07717227	0.00844568	4.2694E-08	0.07633318
150	50	0.01135604	5.60285641	1.5	51	5.34070751	0.38893204	2.07717227	0.00844568	4.2694E-08	0.07633318
150	50	0.01135604	5.60285641	1.5	48	5.02654825	0.36605368	1.83998651	0.0074813	4.2694E-08	0.07184299
150	50	0.01135604	5.60285641	1.5	50	5.23598776	0.38130592	1.99651314	0.00811773	4.2694E-08	0.07483645
150	50	0.01135604	5.60285641	1.5	50	5.23598776	0.38130592	1.99651314	0.00811773	4.2694E-08	0.07483645
150	50	0.01135604	5.60285641	1.5	50	5.23598776	0.38130592	1.99651314	0.00811773	4.2694E-08	0.07483645
150	50	0.01135604	5.60285641	1.5	50	5.23598776	0.38130592	1.99651314	0.00811773	4.2694E-08	0.07483645
150	50	0.01135604	5.60285641	1.5	51	5.34070751	0.38893204	2.07717227	0.00844568	4.2694E-08	0.07633318

Anexo 4. Grupos adimensionales de modelo a escala y de modelo físico de experimentación

Modelo			Prototipo		
ω_s	Re	$\omega r/V$	ω_s	Re	$\omega r/V$
0.00498753	3.48593E-08	0.05865956	0.08651983	-	-
0.00498753	3.48593E-08	0.05865956	0.13163121	1.87456E-07	0.76699292
0.00530412	3.48593E-08	0.06049267	0.1362844	1.84941E-07	0.90699635
0.00498753	3.48593E-08	0.05865956	0.09602484	1.82424E-07	0.91950912
0.00530412	3.48593E-08	0.06049267	0.09952028	1.79907E-07	0.79917919
0.00498753	3.48593E-08	0.05865956	0.10319764	1.77388E-07	0.8105241
0.00498753	3.48593E-08	0.05865956	0.10706937	1.74869E-07	0.82219933
0.00468068	3.48593E-08	0.05682645	0.11114893	1.7235E-07	0.83421963
0.01217659	3.48593E-08	0.09165556	0.11545097	1.69829E-07	0.84660063
0.00844568	4.26938E-08	0.07633318	0.11999142	1.67308E-07	0.85935894
0.00844568	4.26938E-08	0.07633318	0.07910765	1.64786E-07	0.87251223
0.00844568	4.26938E-08	0.07633318	0.12985856	1.62263E-07	0.73839938
0.0074813	4.26938E-08	0.07184299	0.0857242	1.59739E-07	0.90008002
0.00811773	4.26938E-08	0.07483645	0.0893277	1.57214E-07	0.7621132
0.00811773	4.26938E-08	0.07483645	0.09314851	1.54688E-07	0.77455786
0.00811773	4.26938E-08	0.07483645	0.09720389	1.52161E-07	0.78742093
0.00811773	4.26938E-08	0.07483645	0.10151278	1.49633E-07	0.80072403
0.00844568	4.26938E-08	0.07633318	0.10609607	1.47104E-07	0.81449035

Anexo 5. Banco de pruebas y modelo impreso en 3D de la turbina

