



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MÉXICO**



FACULTAD DE ECONOMÍA

***“PÉRDIDA AGREGADA MEDIANTE SIMULACIÓN MONTE CARLO
APLICADO AL RAMO DE RESPONSABILIDAD CIVIL 2018-2022.”***

TESINA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN ACTUARÍA

PRESENTA:

JOSÉ EDUARDO AYALA OCHOA

ASESOR:

DRA. EN C. ANNEL HURTADO JARAMILLO

REVISORES:

M. EN ESRM. MARTHA PAOLA HERNÁNDEZ SOTO

M. EN ED. JAIME ALBERTO RANGEL BERNAL

TOLUCA, ESTADO DE MÉXICO

OCTUBRE 2024.

Tabla de contenido

| | |
|--|-----------|
| Introducción | 4 |
| 1 Breve historia de los seguros | 7 |
| 1.1 Evolución del seguro en México | 9 |
| 1.2 Sistema Financiero Mexicano..... | 14 |
| 2 El seguro: definición y características..... | 20 |
| 2.1 Elementos materiales del contrato de seguro | 21 |
| 2.2 Elementos personales..... | 26 |
| 2.3 Regulación Mexicana para la industria aseguradora | 27 |
| 2.3.1 Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas (DOF, 2013b) | 27 |
| 2.3.2 Ley sobre el contrato de seguro (DOF, 2013b): | 29 |
| 2.3.3 Circular Única de Seguros y de Fianzas (DOF, 2013a): | 29 |
| 2.4 Fundamentos de los modelos actuariales para el cálculo de la pérdida agregada..... | 31 |
| 2.4.1 Variables aleatorias y distribuciones usadas en el cálculo de la pérdida agregada..... | 33 |
| 2.4.2 Medidas de riesgo: Value at Risk (VaR) y Tail Value at Risk (TVaR) | 44 |
| 2.4.3 Estimación de parámetros..... | 45 |
| 2.4.4 Pruebas de bondad de ajuste | 47 |
| 2.4.5 Modelo de riesgo Individual y Modelo de riesgo colectivo | 49 |
| 2.4.6 Simulación Monte Carlo para obtener la distribución de la pérdida agregada | 50 |
| 2.5 Estado del arte | 53 |
| 3 Aplicación a los datos de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas para el ramo de Responsabilidad Civil | 55 |
| 3.1 Participación en el mercado mexicano del ramo de Responsabilidad Civil | 55 |
| 3.2 Estadística descriptiva | 58 |
| 3.3 Ajuste de Frecuencia y Severidad | 60 |
| 3.4 Modelación de pérdidas agregadas y resultados..... | 68 |
| 3.4.1 Pérdida agregada simulada y medidas de riesgo..... | 68 |
| 3.4.2 Distribución paramétrica de la variable de Pérdida agregada..... | 72 |
| 4 Conclusiones | 76 |
| 5 Bibliografía | 79 |
| 6 Anexos | 80 |
| 6.1 Código en R..... | 80 |

Índice de gráficas

| | |
|--|----|
| Gráfica 1. Función de probabilidad Binomial | 34 |
| Gráfica 2. Función de probabilidad Poisson | 35 |
| Gráfica 3. Función de probabilidad Geométrica | 36 |
| Gráfica 4. Función de probabilidad Binomial Negativa | 37 |
| Gráfica 5. Función de probabilidad Normal..... | 38 |
| Gráfica 6. Función de probabilidad Gamma | 39 |
| Gráfica 7. Función de probabilidad Exponencial..... | 40 |
| Gráfica 8. Función de probabilidad Weibull..... | 41 |
| Gráfica 9. Función de probabilidad Lognormal..... | 42 |
| Gráfica 10. Función de probabilidad Pareto..... | 43 |
| Gráfica 11. Función de probabilidad Logística..... | 44 |
| Gráfica 12. Histogramas de la cobertura de Arrendatario 2018-2022 | 59 |
| Gráfica 13. Histogramas de la cobertura de Viajero 2018-2022..... | 60 |
| Gráfica 14. Ajuste de severidad para la cobertura de Arrendatario 2018 | 63 |
| Gráfica 15. Ajuste de severidad para la cobertura de Viajero en el año 2018 | 63 |
| Gráfica 16 Ajuste de severidad para la cobertura de Arrendatario en el año 2019 | 64 |
| Gráfica 17 Ajuste de severidad para la cobertura de Viajero en el año 2019 | 64 |
| Gráfica 18 Ajuste de severidad para la cobertura de Arrendatario en el año 2020 | 65 |
| Gráfica 19 Ajuste de severidad para la cobertura de Viajero en el año 2020 | 65 |
| Gráfica 20 Ajuste de severidad para la cobertura de Arrendatario en el año 2021 | 66 |
| Gráfica 21 Ajuste de severidad para la cobertura de Viajero en el año 2021 | 66 |
| Gráfica 22 Ajuste de severidad para la cobertura de Arrendatario en el año 2022 | 67 |
| Gráfica 23 Ajuste de severidad para la cobertura de Viajero en el año 2022 | 67 |
| Gráfica 24. Distribución de pérdidas agregadas para la cobertura de Arrendatario | 71 |
| Gráfica 25. Distribución de pérdidas agregadas para la cobertura de Viajero | 72 |
| Gráfica 26. PP-Plot para las simulaciones de pérdida agregada en la cobertura de Arrendatario 2018-2022..... | 75 |
| Gráfica 27. PP-Plot para las simulaciones de pérdida agregada en la cobertura de Viajero 2018-2022 | 75 |

Índice de tablas

| | |
|---|----|
| Tabla 1 Participación en el mercado mexicano de los ramos de Daños respecto al total de pólizas en vigor y tipo de riesgo “Póliza” de 2018 a 2022..... | 56 |
| Tabla 2 Participación en el mercado mexicano de los ramos de Daños respecto al total de pólizas en vigor y tipo de riesgo “Multipóliza” de 2018 a 2022..... | 57 |
| Tabla 3. Estadística descriptiva para la cobertura de Arrendatario 2018-2022..... | 58 |
| Tabla 4. Estadística descriptiva para la cobertura de Viajero 2018-2022 | 59 |
| Tabla 5. Prueba Kolmogorov Smirnov para la cobertura de Arrendatario 2018-2022 | 61 |
| Tabla 6. Prueba Kolmogorov Smirnov para la cobertura de Viajero 2018-2022..... | 61 |
| Tabla 7. Parámetros estimados de la distribución Lognormal para la cobertura de Arrendatario 2018-2022..... | 62 |
| Tabla 8. Parámetros estimados de la distribución Lognormal para la cobertura de Viajero 2018-2022..... | 62 |

| | |
|--|----|
| Tabla 9. Valores AIC para la cobertura de Arrendatario 2018-2022..... | 68 |
| Tabla 10. Valores AIC para la cobertura de Viajero 2018-2022..... | 68 |
| Tabla 11. Resultados de la simulación de pérdida agregada para la cobertura de Arrendatario..... | 69 |
| Tabla 12. Resultados de la simulación de pérdida agregada para la cobertura de Viajero..... | 69 |
| Tabla 13. Estadístico KS para la cobertura de Arrendatario 2018-2022 | 73 |
| Tabla 14. Estadístico KS para la cobertura de Viajero 2018-2022..... | 73 |
| Tabla 15. Parámetros óptimos de la distribución Lognormal para la simulación de Pérdida agregada en la cobertura de Arrendatario 2018-2022 | 74 |
| Tabla 16. Parámetros óptimos de la distribución Lognormal para la simulación de Pérdida agregada en la cobertura de Viajero 2018-2022..... | 74 |

Índice de diagramas

| | |
|--|----|
| Diagrama 1 Estructura del Sistema Financiero Mexicano..... | 14 |
| Diagrama 2 Etapas de un modelo | 32 |
| Diagrama 3 Proceso de un modelo matemático | 52 |

Introducción

La siguiente tesina titulada “Pérdida agregada mediante simulación Monte Carlo aplicado al ramo de Responsabilidad Civil 2018-2022” tiene como principal objetivo modelar la pérdida agregada (PA) para datos a nivel nacional de la industria aseguradora mexicana en el ramo seleccionado y comparar los resultados con los montos reales de dicho periodo para evaluar la consistencia del modelo en la estimación.

La importancia del proyecto y el análisis en general radica en el aporte teórico al mercado mexicano para el ramo de Responsabilidad Civil, con el fin de que sirva como antecedente para una mayor investigación en el campo actuarial, incluso con los datos del mercado que año con año van generándose. A su vez, el estudio de los datos del mercado permite a los estudiantes y jóvenes profesionistas la aplicación de una gran variedad de temas actuariales que están inmersos en la industria aseguradora, tal como la siniestralidad anual y la siniestralidad esperada para las compañías.

Este proyecto fue pensado como una investigación que agrupa desde los antecedentes de la industria hasta la aplicación de un modelo actuarial, y tiene como objetivo general: Modelar la pérdida agregada mediante simulación Monte Carlo a nivel nacional para el ramo de Responsabilidad Civil y comparar los resultados con la pérdida agregada real del periodo 2018-2022.

Mientras que los objetivos particulares son:

- Exponer la historia de la industria aseguradora y como ha sido su evolución en México.
- Construir un Marco teórico-conceptual que incluya los fundamentos del seguro, los aspectos relevantes de la regulación para el cálculo de la pérdida agregada, las bases de los modelos actuariales y el estado del arte (trabajos previos) de la metodología propuesta.
- Realizar el análisis estadístico, ajuste de variables, la modelación de la pérdida agregada y la obtención de resultados, concluyendo con la variación respecto a la siniestralidad real.

Para llevar a cabo estos objetivos el documento se divide en tres capítulos que fueron escritos de manera precisa y exhaustiva.

El capítulo uno consiste en un breve recuento histórico de la industria aseguradora, donde se puede apreciar como a través de los años con la evolución de las civilizaciones y los intercambios económicos, surge la necesidad de protegerse ante eventos de carácter aleatorio y fortuito que puedan afectar a las personas o a sus intereses. Dicho recorrido histórico fluye desde la antigua Babilonia en el año 3000 A.C y los viajes marítimos de los comerciantes hasta la fundación de las primeras compañías de seguros organizadas y reconocidas como tal.

A su vez, en este capítulo se explora la evolución de la industria en el mercado mexicano, narrando la incorporación progresiva de las empresas, aún en los tiempos de inestabilidad política y empezando con una gran participación de instituciones extranjeras, para después consolidarse como un mercado con su propia regulación para operar en los diferentes ramos.

Una vez descritos los antecedentes históricos de los seguros, más adelante en el capítulo uno se describe de forma general el funcionamiento del Sistema Financiero Mexicano y de cada uno de sus participantes, con el fin de identificar el lugar e importancia de las instituciones de seguros y las entidades reguladoras correspondientes.

En el capítulo dos, por su parte, se contempla la información del marco teórico y conceptual del proyecto, iniciando con las principales definiciones y características del Seguro y las partes que lo componen. A su vez, se describen a profundidad los diferentes elementos del contrato del seguro y principalmente las diferentes formas en las que se puede entender al Riesgo. Lo anterior es de vital importancia para el desarrollo de los modelos actuariales debido a que su principal objetivo es contribuir a la mitigación del riesgo dentro de las instituciones, por lo que en este apartado se detallan desde los principales conceptos hasta las agrupaciones que pueden existir para su estudio.

Más adelante, se resumen las principales leyes y reglamentos a los que está sujeta la operación en México, tales como la Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas, la Ley sobre el contrato de seguro, la Circular Única de Seguros y Fianzas, entre otras. En dichos reglamentos se abarcan los temas relacionados con la operación en los ramos, incluyendo la gestión del riesgo y la función actuarial dentro de las instituciones.

Para completar este capítulo, se describen los fundamentos de los modelos actuariales para el cálculo de la pérdida agregada, donde se describen las etapas para la creación de un modelo matemático, los fundamentos probabilísticos tales como las diferentes variables aleatorias utilizadas para modelar, las medidas de riesgo VaR y TVaR, los métodos para la estimación de parámetros, las pruebas de bondad de ajuste, etc. También se profundiza en los diferentes enfoques que se pueden estudiar para obtener la pérdida agregada, los cuales son el modelo de riesgo individual y colectivo o la simulación Monte Carlo. El capítulo termina con los aportes teóricos de diferentes autores que han trabajado con la metodología de pérdida agregada.

Por último, en el capítulo tres se realiza la aplicación del modelo, empezando por la descripción del ramo de responsabilidad civil y su participación en el mercado mexicano para el periodo 2018-2022, además, se presenta la estadística descriptiva de los montos de siniestralidad por año y la modelación de la Frecuencia y Severidad.

Con las distribuciones ajustadas para ambas variables se procede a simular la pérdida agregada mediante el Método de Monte Carlo, para así concluir con la estimación de parámetros, la variación respecto a los valores reales y el cálculo de las medidas de riesgo para analizar si la simulación es adecuada para estimar la siniestralidad de cada año.

La tesina finalizó con resultados satisfactorios y conclusiones relevantes respecto al funcionamiento de la metodología además de concluyendo todos los objetivos propuestos.

1 Breve historia de los seguros

Actualmente, la industria aseguradora ha cobrado relevancia en las economías alrededor del mundo; sin embargo, para entender como fue dicha evolución, es necesario precisar su definición para identificar las raíces de dichas operaciones antes de que se convirtiera en la industria que se conoce hoy en día.

MAPFRE (s.f) define al seguro como un medio para la protección de los individuos frente a las consecuencias de los riesgos, donde una aseguradora repara o indemniza el perjuicio por situaciones accidentales. Lo anterior implica el pago de una prima por parte del asegurado, y el recibimiento de una compensación o servicio según la póliza.

A su vez, el fundamento de la operación consiste en repartir los daños en un gran número de personas con las mismas necesidades. Las especificaciones de los tipos de riesgo, sus características o incluso la misma definición del seguro varía según el autor que se considere, no obstante, algunos puntos de vital importancia para los seguros son:

- La existencia de incertidumbre: En los riesgos asegurables, no se puede saber si los eventos ocurrirán o no.
- Posibilidad de que ocurra un siniestro: No se pueden asegurar sucesos que sean imposibles de ocurrir.
- Riesgos concretos: Que se puedan describir con exactitud.
- De objeto legal y que no perjudique a terceros.
- Los eventos deben ser fortuitos: ajenos a la voluntad de producirlos.

Partiendo de lo anterior, se puede entender que el fundamento del seguro es protegerse ante eventos de carácter aleatorio y fortuito que puedan causar algún tipo de pérdida, ya sea que afecte a las personas o a algún objeto que se quiera asegurar y esté expuesto al riesgo; Silva (2003), menciona que esta idea se remonta hasta Babilonia, unos 3000 A.C, donde los hombres de negocios estaban expuestos a una gran cantidad de riesgos en sus inversiones, pues dicha civilización se considera el centro económico del mundo primitivo, en donde los inversionistas comerciaban con oro, piedras preciosas, aceite, esclavos, etc.

A partir de ello, los viajes marítimos que involucraban el transporte de mercancías se consideran el seguro más antiguo para la economía social moderna.

Dentro de los viajes marítimos, se podían encontrar acuerdos que llevaban la naturaleza del seguro, aunque con diferencias de cómo se entiende hoy en día. El caso más representativo en la historia es el préstamo a la gruesa, el cual evolucionó en las diferentes civilizaciones de acuerdo con sus intereses. En Grecia, 1000 A.C, se repartían los costos entre los propietarios de la carga y del barco ante la ocurrencia de un incidente causado por tomar acciones extraordinarias para salvar el cargamento, en otras palabras, funcionaba como una contribución compartida para emergencias (Macías, 2015).

Expresado de otra manera, el préstamo a la gruesa se ocupaba cuando un prestamista daba a un comerciante una suma garantizada por las mercancías, las cuales el comerciante tenía planeado transportar por el mar. Si durante el viaje se perdiera la mercancía, el comerciante no devolverá nada al prestamista, pero si el viaje tiene éxito, el comerciante regresará lo otorgado más un interés del 30%. En casos posteriores, el prestamista se podía quedar con el capital hasta el final del viaje y recibir los intereses por adelantado, entre otras variantes que surgieron (Silva, 2003).

Los siguientes avances llegaron en la edad media a manos de los romanos, donde surgió la Collegia, la cual es el antecedente primario de los seguros de vida, mismo que ofrecía servicios de enterramiento y pago de gastos en caso de fallecimiento. Pfeffer & Clock (1978), explican que la Collegia evolucionó en las guildas en Inglaterra, las cuales eran una especie de gremios que ofrecían protecciones por pérdidas de diversos tipos que podían involucrar desde incendios hasta ganado.

Con los hechos descritos anteriormente, se planteaba lo que serían las bases prácticas de los seguros, siendo Italia el país en el que se firma el primer contrato de seguro marítimo en 1374, y extendiéndose a los demás países de Europa acompañado de las practicas desarrolladas desde la civilización de Babilonia, el crecimiento demográfico y el aumento del comercio y el transporte (Minzoni, 1990).

Por su parte, la Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros (CONDUSEF) en 2013, menciona los siguientes eventos como antecedentes de los seguros:

- En 1500 aparecen las “Cajas”, que correspondían a un monto que se podría ocupar en caso de incendio.
- En 1549, Carlos V regula con carácter obligatorio el Seguro marítimo (remarcando la importancia del transporte de mercancías como actividad precursora en el surgimiento de los seguros).
- En 1666 ocurrió un gran incendio que dejó destruidas 12,300 viviendas y 87 iglesias, lo cual originó la necesidad de asegurar las construcciones de la época con la compañía aseguradora contra incendios “*Fire Office*”.
- En Inglaterra, se crea la Corporación Lloyd’s, constituida como una compañía de seguros en 1871 y que tiene su origen en la cafetería Lloyd’s, lugar donde se reunían comerciantes y hombres de negocio a mover información de viajes marítimos; esto empezó el uso de estadísticas para las operaciones y la gestión de riesgos.
- Durante el siglo XVII surgen las “Tontinas”, el cual era un sistema en donde se creaba un fondo de contribuciones para los miembros, el total se invertía y al final de cada año el interés obtenido se repartía entre los supervivientes.

1.1 Evolución del seguro en México

Mientras en Europa el comercio y la sociedad estaban atravesando los avances mencionados anteriormente, el seguro en México se remonta a la época en la que estaba bajo el poder español, específicamente en el puerto de Veracruz en 1789, donde surge la primera compañía de seguros de nombre “Compañía de Seguros Marítimos de Nueva España”. Prácticamente, el comercio de la Nueva España se realizaba por Veracruz, moviendo una gran cantidad de artículos preciosos de la región y regresaban a México barras de plata, monedas, vinos, etc. (Minzoni, 1990).

Minzoni a su vez menciona que la segunda compañía de seguros llegaría en el año de 1802, donde la gaceta del mismo año especificaba que esta compañía podría trabajar con todo tipo de riesgos incluyendo fletes, valor de buques, trayectos a islas, entre otros. Sin embargo, al ser años cercanos al movimiento de independencia y con alta inestabilidad política, el sector asegurador tuvo un crecimiento lento. A continuación, se presenta un breve resumen de Minzoni (1990) acerca de los puntos importantes del siglo XIX:

- Código de comercio en 1854: Durante el último gobierno de Santa Anna apareció el conocido Código de Lares, en el que se incluyó a los seguros de transporte terrestre, además de la distinción de sumas aseguradas para diferentes objetos en los seguros marítimos.
- En el periodo de Maximiliano de Habsburgo, se establecieron varias compañías de seguros de vida e incendios extranjeras en el país, dándole crecimiento a la actividad aseguradora que era escasa. “La Previsora” fue la primera compañía de seguros contra incendio en México y posteriormente en 1865 se establecería “La Bienhechora”, compañía de seguros de vida.
- En el código civil de 1870, Juárez reforma el código de Lares, donde se regula el contrato del seguro, mencionando que es aquel en el que una de las partes se obliga a responder a otra por un daño que podría ser causado por eventos fortuitos.
- En 1887 se instauró “La Mexicana”, compañía de seguros de vida inaugurada en Chihuahua y que posteriormente se trasladaría a la capital de la república mexicana.

Como se mencionó, México atravesaba una época de inestabilidad política y económica, por lo que muchas de las compañías establecidas en este periodo no prosperaron, las que operaban el seguro marítimo eran extranjeras y en los demás ramos no existía demasiado interés, pese a esto, fue una etapa sumamente importante para el surgimiento de la primera ley que rige a las compañías de seguros en 1892.

Para finales de los 1800, el General Porfirio Díaz toma el gobierno del país mediante un movimiento armado, y este impulsó de manera importante al estado y a la actividad aseguradora (que estaba en manos de las compañías extranjeras), por lo que, en 1892

surgió la primera ley que rige a las compañías de seguros con el objetivo de controlar la operación de instituciones locales y extranjeras (Silva, 2003).

Posteriormente, las compañías que operaban en el ramo de incendios formaron una asociación a interés de los agentes y representantes en 1897 llamada “Asociación Mexicana de Agentes de Seguros contra incendio”, compuesta por diecisiete compañías extranjeras que operaban en México (CONDUSEF, 2013).

Regresando al autor Minzoni (1990), de acuerdo con su relato, para finales del siglo XIX la actividad ya tenía un desarrollo importante, siendo las instituciones extranjeras aquellas que tenían mayor auge en el país. Por parte de los Estados Unidos de Norteamérica la operación se concentró en los seguros de vida, mientras que en Europa prevalecían los riesgos de incendios.

En el ramo de vida se encontraban dos compañías nacionales, las cuales eran “La Mexicana” y “La Fraternal”, esta última fundada en 1890. Por otra parte, dentro de las compañías extranjeras se encontraban “La Equitativa” de Estados Unidos, “La Mutua de New York”, “La New York Life”, “La Germania de New York” y “La Mutual Reserve Fund Life”.

Para el ramo de incendio, existía solo una compañía nacional, siendo esta la “Compañía General Anglo-Mexicana”, mientras que, dentro de las compañías extranjeras se podían encontrar nombres como: “Liverpool, London Globe”, “Commercial Union y Hanseatica”, “Hamburgo, Bremense; Sun Insurance Office”, entre otras.

Iniciando 1900, el interés por desarrollar más instituciones de seguros de vida aumentó, teniendo así el surgimiento de las siguientes cuatro empresas:

- La Nacional, Compañía de seguros sobre la vida: Surge a partir del interés de la “Union Assurance Society” de Londres y la “New York Life” para establecer una compañía de seguros de vida en el país.

- La Confederación de Canadá: Sucursal de la “Confederation Life Association” de Canadá que se liquidó con la mexicanización del seguro.
- La Latino Americana, Mutualista, S. C.: Surge en 1906 con el objetivo de proteger a las clases más necesitadas en el ramo de vida.
- Compañía de Seguros Veracruzana: Autorizada en 1908 para operar en el ramo de incendio.

Para 1910, aún bajo el mando del General Porfirio Díaz, se promulgó la Ley Relativa de la Organización de las Compañías de Seguros sobre la Vida; a continuación, se presenta un resumen de los puntos más importantes de dicha ley (Minzoni, 1990):

- Se prohibió la actividad a quienes no fueran sociedades anónimas o mutualistas.
- Se hace obligatoria la autorización de la Secretaría de Hacienda para operar.
- Se exigió la constitución de reservas técnicas y de previsión.
- Se reglamentó la inversión de las reservas.
- Se estableció la vigilancia de las empresas por la autoridad.
- Obligación de publicar estados financieros.
- Se ordenó la creación del Departamento de Seguros.
- Se estableció un capital mínimo para organización de las sociedades anónimas.

Años después, el 25 de mayo de 1926, surge la “Ley General de Sociedades de Seguros”, la cual, según la CONDUSEF (2013), es el primer documento importante en la legislación de los seguros, debido a que se regulaban todos los aspectos para operar dentro de la república.

En las siguientes líneas se mencionan algunos puntos relevantes de esta ley de acuerdo con el autor Minzoni (1990):

- Las instituciones de seguro podrían operar en los ramos que se les hayan autorizado únicamente.
- Solo se pueden organizar como sociedades anónimas y mutualistas, dando continuidad con la ley de 1910.
- Establecimiento de capital mínimo para operar por ramo.

- Limitación de gastos de establecimiento durante los primeros años de funcionamiento.
- Obligación de constituir reservas técnicas, de obligaciones pendientes de cumplir por siniestros ocurridos y de previsión de fluctuaciones de valores.
- Artículos referentes a la suficiencia en primas, mencionando que las tarifas y los métodos para el cálculo de reservas y primas deberán demostrar la posibilidad de cumplir con los compromisos que se tengan con el asegurado.

Siendo estas las bases para la operación en el país, a continuación se muestran los hechos más relevantes en la historia moderna del seguro para México (CONDUSEF, 2013):

- En 1935 se publica la Ley General de Instituciones de Seguros, en la cual se “mexicanizaba” la actividad, siendo una minoría el capital extranjero y se daba el control de las instituciones de seguro a la Secretaría de Hacienda.
- En 1936 se publicó el primer Reglamento del Seguro en Grupo para vida y accidentes y enfermedades.
- Durante el gobierno del General Manuel Ávila Camacho se fundó la Comisión Nacional de Seguros, misma que hoy se conoce como Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, desde ese entonces una autoridad para el sector asegurador.
- En 1970 la Comisión Nacional de Seguros fue fusionada con la Comisión Nacional Bancaria, dando origen a la Comisión Nacional Bancaria y de Seguros.
- En 1989 mediante un decreto que reforma la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, surgen los siguientes cambios para la operación:
 - Régimen de autorización para organizarse como una institución de seguros.
 - Las instituciones podrían realizar operaciones de reafianzamiento.
 - Se estipuló que las primas que no sean del ramo de vida las calcularán en cada compañía con su experiencia.
 - Nuevo procedimiento para la estimación de solvencia en cada institución.
 - Se establecieron filiales de compañías extranjeras debido al Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN).

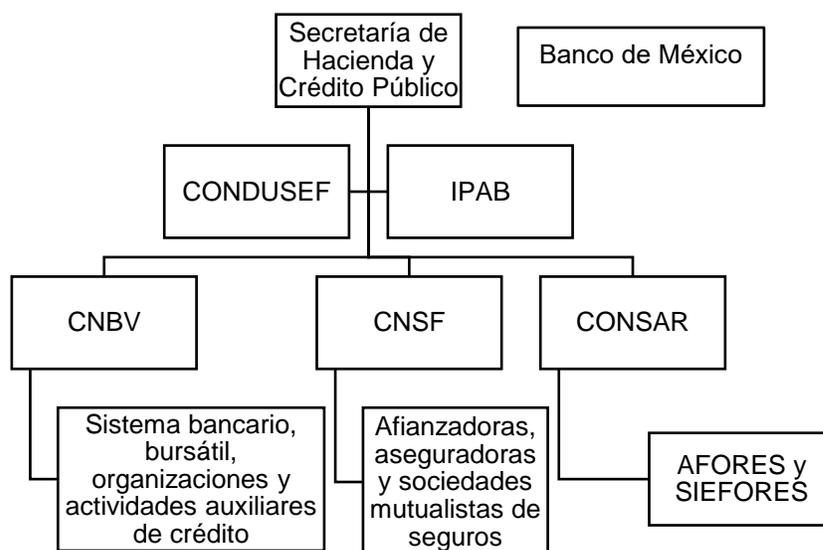
- Se crearon nuevos ramos de acuerdo con las necesidades del mundo.
- Esta reforma fue el antecedente para la división en dos comisiones: la de Seguros y Fianzas y la bancaria.

Todos los hechos mencionados fueron acompañados de una evolución en la estadística en Europa y una mayor libertad en las instituciones para realizar cálculos actuariales de acuerdo con sus datos; el presente trabajo es una aplicación a datos nacionales de los ramos que surgieron con el paso de los años en el México moderno, donde los resultados se analizan en los próximos apartados.

1.2 Sistema Financiero Mexicano

Se puede entender al Sistema Financiero Mexicano (SFM), como un conjunto de instituciones que operan tanto el ahorro como la inversión en el país, siendo estas instituciones las encargadas de captar, administrar, regular y dirigir todo aquello relacionado a los recursos monetarios, los fondos o las normas de operación (Daza, Daza, Ponce, Blanco, Ramírez & Delgado, 2007). El siguiente diagrama muestra la estructura a nivel general del SFM y a continuación se describen los aspectos más relevantes de las instituciones que lo componen:

Diagrama 1 Estructura del Sistema Financiero Mexicano



Fuente: elaboración propia con base en Daza *et al.* (2007).

En general, el Sistema Financiero Mexicano está integrado por autoridades financieras, las cuales regulan y supervisan a los integrantes; además de estos, se encuentran también los intermediarios, que captan y administran el ahorro y la inversión. Dentro de las autoridades financieras se encuentran:

La Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP):

Es un órgano que establece y dirige las políticas de regulación y vigilancia de las instituciones participantes en el SFM; lo anterior se ve reflejado desde la creación como en el funcionamiento de dichas instituciones. A continuación, se presenta el detalle de algunas de sus funciones (Daza, et al., 2007):

- Otorgar y revocar concesiones para operar en banca y crédito.
- Regular la constitución y operación de las Instituciones de Seguros y Fianzas, sociedades de inversión, bolsas de valores, grupos financieros, etc.
- Fijar el capital mínimo de las sociedades nacionales de crédito.
- Designar representantes en la junta de gobierno de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, etc.

Banco de México:

Es el Banco central autónomo, cuyos objetivos principales son: procurar la estabilidad del poder adquisitivo de la moneda nacional (esto implica regular la circulación de la moneda y crédito), fungir como banco de reserva respecto a las sociedades de crédito, así como de agente financiero del Gobierno Federal en las operaciones de crédito. Lo anterior implica asesorar al gobierno federal, comprar y vender valores.

Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV):

Órgano desconcentrado de la SHCP con la autonomía y facultades contenidas en su propia ley. Su objetivo es supervisar y regular a las entidades financieras bancarias y bursátiles, además de supervisar a personas físicas y morales en actividades relacionadas al sistema financiero. Algunas de las instituciones que supervisa son las sociedades controladoras de grupos financieros, sociedades de inversión, almacenes generales de depósito, uniones de crédito, entre otras.

Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF):

Órgano desconcentrado de la SHCP que ejerce funciones en las actividades de seguros y fianzas, tales como:

- Realizar la vigilancia de las instituciones autorizadas para operar como Instituciones de seguros o afianzadoras.
- Vigilar la elaboración de los estados financieros de las instituciones y su publicación según sea el caso.
- Autorizar la constitución de reservas técnicas y requerimiento de capital.
- Autorizar el ejercicio de la actividad.

Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR):

Según la Ley de los sistemas de ahorro para el retiro publicada el 23 de mayo de 1996, la coordinación, regulación, supervisión y vigilancia de los sistemas de ahorro para el retiro están a cargo de la CONSAR, siendo un órgano desconcentrado de la SHCP. Los puntos anteriores involucran la recepción, el depósito, la transmisión y administración de las cuotas de dichos sistemas, así como la regulación de los participantes en los sistemas de ahorro.

Además de los mencionados, existen dos organismos descentralizados que se resumen a continuación (Quintana, 2018):

- Instituto de Protección al Ahorro Bancario (IPAB): Tiene como objetivo mantener la confianza y estabilidad en el sistema bancario; esto es en beneficio a los ahorradores que realicen operaciones bancarias y dicho sistema de protección del ahorro garantiza el pago de las obligaciones correspondientes al público ahorrador.
- Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros (CONDUSEF): Organismo con el objetivo de promover, proteger y defender los derechos de las personas que hacen uso de un producto o servicio financiero. Algunas de sus facultades son atender consultas de los usuarios del sistema financiero, resolver reclamaciones, actuar como árbitro entre los usuarios y las instituciones financieras, mantener registros de los prestadores de servicios

financieros, de usuarios que deseen privacidad en sus datos personales para que su información no sea utilizada con fines mercadotécnicos, etc.

Una vez que se tiene conocimiento de los organismos desconcentrados y descentralizados que se encargan de la regulación y supervisión de las entidades/instituciones del SFM, se detallan las instituciones y participantes que permiten el flujo de recursos y se relacionan con el usuario. Empezando por las instituciones reguladas por la CNBV se puede realizar el siguiente desglose (Daza, et al., 2017):

Banca múltiple: también conocida como banca comercial, opera con los ramos de depósito, ahorro, financiero, hipotecario y fiduciario. Las operaciones que realizan en función de la canalización de recursos son las siguientes:

- Operaciones pasivas: son aquellas en las que el banco obtiene recursos del público, por lo cual, se convierte en deudor de las personas. Algunos ejemplos son los depósitos a la vista, cuentas de ahorro, etc.
- Operaciones activas: en este tipo de operaciones, los bancos invierten el dinero que reciben de los depositantes y se constituyen como acreedores las personas que soliciten crédito.

Banca de desarrollo: Son instituciones del gobierno federal que dan apoyo financiero a actividades que contribuyen al desarrollo del país y que sus necesidades de financiamiento no son cubiertas por la banca múltiple. Algunos ejemplos son la Nacional Financiera (NAFIN), encargada del desarrollo en el sector industrial, el Banco Nacional de Obras y Servicios Públicos (BANOBRAS) para el desarrollo urbano, el Banco Nacional del Ejército, Fuerza Aérea y Armada (BANJERCITO), encargado de brindar apoyo financiero a los miembros del ejército mexicano, etc.

Además de las bancas, existen organizaciones y actividades auxiliares del crédito que forman parte del sector de intermediarios financieros no bancarios y son reguladas por la Ley General de Organizaciones y Actividades Auxiliares del Crédito, siendo instituciones o entidades que complementan el SFM y brindan apoyo a los intermediarios financieros.

Algunos ejemplos de estas son:

- Almacenes generales de depósito: Realizan el almacenamiento, la guarda, la conservación, entre otras cosas, de bienes o mercancías. Estos pueden estar facultados para diferentes actividades, como el depósito fiscal o el otorgamiento de financiamientos.
- Arrendadoras financieras: Sociedades anónimas de capital variable en las que se transmite el derecho de uso de bienes muebles o inmuebles al arrendatario y este último se compromete al pago de una renta.
- Uniones de crédito: organizaciones auxiliares del crédito, donde las personas físicas o morales que forman parte de estas obtienen créditos, reciben préstamos, emiten títulos de crédito, etc.
- Factoraje financiero: Tiene por objeto celebrar contratos de factoraje en los que se adquieren los derechos de crédito de los clientes, además de que estas sociedades están autorizadas para obtener préstamos de instituciones de crédito, emitir obligaciones para el público inversionista, prestar servicios de cobranza de crédito, de administración, etc.
- Casas de cambio: Sociedades anónimas con la autorización para la compra y/o venta de divisas. Sus operaciones con divisas y metales preciosos están sujetas a las disposiciones del Banco de México y se sujetan a proporcionar información a la Comisión Nacional Bancaria y de Valores.

Dentro de estos intermediarios no bancarios, se constituyeron las Sociedades Financieras de Objeto Múltiple (SOFOMES), las cuales pueden realizar operaciones de crédito, arrendamiento financiero y factoraje (en caso de ser reguladas, están sujetas a la supervisión de la CNBV).

Por otra parte, dentro del sistema bursátil se encuentra el mercado de valores, integrado por oferentes y demandantes de instrumentos y con amplia participación de instituciones y autoridades. En este apartado del SFM operan diversos intermediarios bursátiles como lo son las Casas de bolsa, las cuales son autorizadas por la CNBV y que actúan como agentes colocadores, además de ser socias de una bolsa de valores. La Bolsa Mexicana

de Valores y la recién creada Bolsa Institucional de Valores son instituciones que facilitan la transacción de valores inscritos mediante la compra-venta.

Dentro del Sector de seguros y fianzas, se encuentran las siguientes instituciones supervisadas por la CNSF:

- Aseguradoras: instituciones o sociedades mutualistas con autorización de la SHCP que, mediante el pago de una prima, se obligan a pagar un monto acordado en la póliza contratada al momento de la ocurrencia de un siniestro o eventualidad de carácter fortuito (se abordan con mayor detalle los conceptos relacionados con la operación de la industria aseguradora en el capítulo 2).
- Instituciones de fianzas: Similar a la industria del seguro y de igual manera reguladas por la ley de instituciones de seguros y fianzas, son instituciones autorizadas por la SHCP que, mediante el pago de una prima, la institución se compromete con un acreedor a cumplir la obligación de su deudor en caso de incumplimiento.

Por último, se encuentra el Sistema de Ahorro para el Retiro (SAR), supervisado por la CONSAR y que regula a las Administradoras de Fondos para el Retiro (AFORE), las cuales son entidades financieras que administran las cuentas individuales del público, administran inversiones, beneficios, etc. El segundo componente del SAR son las Sociedades de Inversión Especializadas en Fondos para el Retiro (SIEFORES) y que fueron creadas para captar los recursos del fondo de pensiones de los trabajadores que están afiliados a una AFORE.

2 El seguro: definición y características

Como se describió en el capítulo anterior, la industria aseguradora es un componente importante en el SFM que le permite a la población estar protegida ante eventualidades financieras, y desde un punto de vista humano apoya en momentos críticos en los que se materializan los riesgos a los que se está expuesto y se desea reducir su impacto.

Fundación MAPFRE (1990), menciona que la importancia de la industria radica en que logra la redistribución de capitales, teniendo un gran número de unidades expuestas a siniestros que le puedan ocurrir a cualquiera de ellas; a su vez, define a los seguros como una operación en la que, a cambio de una prima (remuneración para la aseguradora por parte del asegurado), el asegurado se hace acreedor a una prestación que le permite satisfacer las necesidades económicas producidas por la ocurrencia de un siniestro.

El momento en el que el asegurado y la aseguradora establecen una relación es cuando se emite un contrato o póliza en el que queda estipulado el detalle de la(s) cobertura(s) contratada(s) y el monto máximo que la aseguradora pagará a los beneficiarios de la póliza en caso de la ocurrencia de un siniestro (Suma asegurada). Los principios básicos del contrato de seguro son los siguientes (Fundación MAPFRE, 1990):

- Consensual: se establece con el consentimiento del asegurado y la aseguradora.
- Bilateral: Ambas partes se obligan recíprocamente.
- Aleatorio: mediante el contrato se garantiza una ganancia o protección contra la posibilidad de una pérdida resultante de un evento fortuito.
- Oneroso: Cada una de las partes obtiene una prestación a cambio de otra a realizar.
- Adhesión: corresponde a un tipo de contrato de adhesión debido a que solo una de las partes fija las cláusulas mientras que la otra las acepta.
- Buena fe: es un principio básico en los contratos que obliga a los involucrados a actuar con honestidad, sin anteponer el beneficio propio ni limitando o exagerando la naturaleza del riesgo a asegurar.

2.1 Elementos materiales del contrato de seguro

En la definición del seguro mencionada en la sección anterior resaltan sus componentes: la prima, el siniestro, la indemnización y el riesgo, mismos que forman parte de los elementos materiales del seguro, los cuales se describirán a detalle a continuación (Fundación MAPRE, 1990):

La prima corresponde a la aportación económica del asegurado a la aseguradora con la que obtiene la contraprestación de la suma asegurada en caso de que ocurra el siniestro. Existen diversas clasificaciones, por ejemplo:

a) Según sus componentes:

1. Prima de riesgo: Unidad más básica de la prima que representa el costo del riesgo sin incluir los gastos o la utilidad de la compañía.
2. Prima de inventario: A la prima de riesgo se le suman los gastos de administración.
3. Prima comercial (de tarifa): Compuesta por la prima de riesgo más los gastos de administración, de adquisición, gastos generales y el porcentaje de utilidad del producto.

b) Según su situación económico-contable:

Principalmente se encuentra la Prima emitida, la cual corresponde al nacimiento o renovación del contrato de seguro, y puede ser clasificada de las siguientes tres formas: *anulada* si se elimina del vigor ya sea por rescisión de la póliza o por sustitución, *cobrada* si el importe ha sido cubierto por el contratante o *pendiente* cuando el importe de la póliza aún no ha sido cubierto por el contratante.

c) Según su período de cálculo y forma de pago:

1. Prima fraccionaria: Calculada para el período de tiempo menor de un año durante el cual tiene vigencia el seguro.
2. Prima fraccionada: Es un tipo de prima que se liquida en pagos periódicos distintos a los anuales, tales como mensuales, trimestrales o semestrales.

3. Prima anual: Corresponde a un solo pago que satisface la cobertura por 12 meses.
4. Prima única: Su importe satisface en una sola exhibición el monto establecido por la aseguradora e incluye el conjunto de obligaciones futuras de la empresa para la póliza en cuestión.
5. Prima regular: Es pagada periódicamente hasta que termine la duración del seguro.

d) Por su relación con el riesgo:

1. Prima nivelada: Permanece invariable durante la vigencia del riesgo.
2. Prima creciente: Tiene un aumento en su importe a medida que pasa el tiempo, como en los seguros de vida.
3. Prima decreciente: Tiene una disminución en su importe a medida que pasa el tiempo.

Estos son solo algunos ejemplos de la forma en la que se puede clasificar a la prima, dependiendo las necesidades de agrupamiento y la cartera de productos que se tengan en una empresa o en el sector en general.

El siguiente elemento material del contrato de seguro es el siniestro, el cual es la materialización del riesgo que produce daños en la persona u objeto asegurado. Una parte importante de los siniestros es su valoración, la cual está encaminada a cuantificar el valor económico de la afectación. Algunas de sus clasificaciones son las siguientes:

a) Según el grado de intensidad del daño producido:

1. Siniestro total: ha sido afectado/destruido totalmente el objeto asegurado.
2. Siniestro parcial: Solo ha afectado una parte del objeto asegurado.

b) Según su estado o situación

1. Siniestro declarado: ha sido comunicado por el asegurado a la aseguradora.
2. Siniestro pendiente: las consecuencias económicas aún no han sido completamente cubiertas por la aseguradora.

3. Siniestro liquidado: Las consecuencias económicas han sido indemnizadas por la aseguradora.

c) Según la regularidad estadística del riesgo

1. Siniestro ordinario: Su origen es de un riesgo ordinario o normal, como un accidente de autos.
2. Seguro extraordinario: originado por un riesgo extraordinario o excepcional, como un sismo.

El tercer elemento material corresponde a la indemnización, la cual corresponde al importe que está obligado a pagar la aseguradora como contraprestación al pago de la prima que realiza el asegurado. El punto importante de este elemento consiste en que la indemnización no puede ser mayor al capital asegurado en la póliza ni al precio del objeto dañado inmediatamente antes del siniestro.

Por último, se encuentra el Riesgo: anteriormente se ha hecho referencia al riesgo como una parte indispensable en la operación de la industria aseguradora, por lo que vale la pena profundizar en su concepto y características. Fundación MAPFRE (1990), menciona dos visiones acertadas respecto al riesgo, la primera como el objeto asegurado y la segunda como la posibilidad de que ocurra de forma aleatoria un acontecimiento que produzca una necesidad económica. Esta última definición trae consigo las siguientes características del riesgo que evitan malas interpretaciones en el contrato del seguro (CONDUSEF, 2013):

- Incierto o aleatorio: Alineado al Principio Aleatorio del contrato del seguro, debe existir incertidumbre ante la ocurrencia de un suceso; en caso de que se conozca con certeza cuando ocurría el siniestro y su impacto, se violaría incluso el principio de buena fe por parte del asegurado.
- Posible: Debe existir la posibilidad de que ocurra el siniestro, pues en caso de que sea imposible, no habría una contraprestación por parte de la aseguradora y posiblemente no existiría interés por parte del asegurado para protegerse en caso de siniestro.

- Concreto: debe ser determinado con precisión tanto de forma cuantitativa como cualitativa.
- Lícito: El riesgo que se asegure no debe ir contra las reglas y legislación de los países, ni debe ser en perjuicio de terceros.
- Fortuito: El riesgo debe provenir de un acto ajeno a la voluntad humana, lo cual complementa el principio de buena fe.
- Contenido Económico: La materialización del riesgo debe tener una valoración económica que corresponde al derecho indemnizatorio del asegurado.

Tipos de riesgos

El riesgo tiene diversas clasificaciones según la fuente que se consulte y las necesidades de agrupación que se tengan. Algunos tipos según la CONDUSEF (2013) son:

a) Según su asegurabilidad:

1. Riesgo asegurable: aquel que es objeto de ser asegurado y cumple con las características señaladas anteriormente.
2. Riesgo no asegurable: Carece de alguno de los elementos del riesgo mencionados que impiden su aseguramiento.

b) Según el objeto sobre el que recae:

1. Riesgo patrimonial: implica una pérdida total o parcial del patrimonio asegurado.
2. Riesgo personal: Afectan a la persona en aspectos como la salud, la integridad física, la vejez, supervivencia, etc.

c) Según su frecuencia estadística:

1. Riesgo ordinario: son susceptibles de medición estadística y responde a características comunes en el mercado de seguros.
2. Riesgo extraordinario: muestra irregularidad en su frecuencia, por lo que necesita fórmulas especiales para su aseguramiento.

d) Según su grado de intensidad:

1. Variable: puede tener consecuencias diferentes, por ejemplo, los seguros de daños.

2. Constante: Siempre tiene los mismos efectos, por ejemplo, la cobertura de fallecimiento en un asegurado.
- e) Según su comportamiento con el paso del tiempo:
1. Riesgo progresivo: va aumentando con el transcurso del tiempo, como el riesgo de muerte.
 2. Riesgo regresivo: va disminuyendo con el paso del tiempo.

Por otra parte, Hernández (2015), menciona los siguientes riesgos a los que están expuestas las aseguradoras y que están relacionados específicamente con la medición de la pérdida agregada:

- Riesgo de suscripción pura: Principal riesgo de las aseguradoras en el que el costo real de los siniestros difiere de los importes estimados cuando los contratos fueron calculados. Para mitigarlo, las primas deben ser suficientes para cubrir los costos totales de la operación.
- Riesgo de estimación incorrecta: Cuando la previsión de las pérdidas está basada en un inadecuado conocimiento de la distribución de las pérdidas y su frecuencia.
- Riesgo de desviación aleatoria: Las pérdidas esperadas se desvían debido a un incremento aleatorio de la frecuencia o severidad de los siniestros.

Independientemente de su clasificación, el riesgo puede ser objeto de distintos conceptos relacionados con la aceptación del riesgo, valoraciones y alteraciones que se describen a continuación (Fundación MAPFRE, 1990):

Como parte de la aceptación del riesgo, sobresale el concepto de **interés asegurable**, el cual es un requisito que refleja el deseo sincero de que no se produzca el siniestro. Sin este sería imposible cumplir con la operación del seguro, pues existiría un exceso de siniestralidad. Por otra parte, “riesgo” también es el objeto sobre el que cae la cobertura del seguro, conocido como “Bien asegurado”.

La valoración del riesgo es el cálculo o la estimación del valor económico de una cosa. Dentro de los tipos de valor se encuentran los siguientes:

- Valor convenido (estimado): Aquel de común acuerdo entre el asegurado y la aseguradora.
- Valor de mercado: Se valora de acuerdo con el precio por el que puede adquirirse un bien similar en el momento del siniestro.
- Valor venal: es el precio de venta que tiene el objeto inmediatamente antes de producirse el siniestro.

Por último, la alteración del riesgo sucede cuando este no permanece constante a lo largo del seguro y se puede producir mediante los siguientes fenómenos:

- Agravación: Situación que se produce cuando el riesgo cubierto es más peligroso de lo que se tenía pensado originalmente y esto ocurre por acontecimientos ajenos a la voluntad del asegurado.
- Disminución: El riesgo cubierto por una póliza adquiere una menor peligrosidad a la prevista inicialmente.

2.2 Elementos personales

A diferencia de los elementos materiales, los elementos personales del contrato de seguro corresponden a las personas o entidades que están involucradas en la vigencia del contrato, las cuales se detallan a continuación (CONDUSEF, 2013):

- Asegurado: persona física o moral en el que recaen los derechos y obligaciones del contrato de seguro. Es la persona titular del interés asegurado; en ocasiones esta persona coincide con el contratante del seguro, que es la persona encargada del pago de primas.
- Institución de seguros: Sociedades anónimas autorizadas por la SHCP que pueden operar en distintos ramos y que es la obligada a indemnizar los daños en caso de que un riesgo se materialice en contra del objeto asegurado establecido en la póliza.
- Beneficiario: Es la persona designada por el contratante o asegurado como titular de los derechos de indemnización por parte de la aseguradora.

2.3 Regulación Mexicana para la industria aseguradora

Una vez explicados los diferentes componentes de la industria aseguradora y su papel dentro del Sistema Financiero Mexicano, el objetivo de este apartado es resumir las principales leyes y reglamentos a los que está sujeta la operación en México.

2.3.1 Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas (DOF, 2013b)

Esta Ley tiene como objeto regular la organización, operación y funcionamiento de las instituciones de seguros, de fianzas y sociedades mutualistas de seguros, donde se establece que, para operar como institución o sociedad mutualista se requiere autorización del Gobierno Federal por medio de la CNSF.

Aunado a la autorización para operar como Instituciones de Seguros o Sociedades Mutualistas, en el artículo 25 de la Sección II “*De las operaciones y ramos de seguros*”, se establecen las operaciones y ramos en los que pueden funcionar, siendo los datos que se utilizan en el presente trabajo de la operación de daños en el ramo de Responsabilidad civil y riesgos profesionales.

1. Vida
2. Accidentes y enfermedades en alguno de los siguientes ramos
 - a. Accidentes personales
 - b. Gastos médicos
 - c. Salud
3. Daños en alguno de los siguientes ramos:
 - a. Responsabilidad civil y riesgos profesionales
 - b. Marítimo y transportes
 - c. Incendio
 - d. Agrícola y de animales
 - e. Automóviles
 - f. Crédito
 - g. Caución
 - h. Crédito a la vivienda

- i. Garantía financiera
- j. Riesgos catastróficos
- k. Diversos
- l. Especiales que declare la SHCP

Acerca del ramo de responsabilidad civil y riesgos profesionales, la ley menciona que su objeto es el pago de la indemnización que el asegurado deba a un tercero a consecuencia de un daño establecido en el contrato de seguro.

Por otra parte, respecto a la función del actuario dentro de las aseguradoras, en la sección III “DEL GOBIERNO CORPORATIVO”, se menciona que las instituciones deben contar con una función actuarial encargada de los siguientes aspectos, mismos que contribuyen a la correcta gestión del riesgo:

- a) Coordinar labores actuariales relacionadas con el diseño y viabilidad técnica de los productos.
- b) Coordinar el cálculo y valuación de las reservas técnicas que se deban constituir.
- c) Verificar la adecuación de las metodologías y modelos utilizados, así como las hipótesis utilizadas en el cálculo de las reservas técnicas.
- d) Evaluar la calidad de los datos utilizados en el cálculo de las reservas técnicas.
- e) Comparar la estimación del cálculo de las reservas técnicas con la experiencia de la institución.
- f) Pronunciarse ante el consejo de administración y dirección general sobre la política de suscripción de riesgos.
- g) Pronunciarse ante el consejo de administración y dirección general sobre la idoneidad de los contratos de reaseguro o políticas de dispersión de riesgos
- h) Contribuir a la aplicación efectiva del sistema integral de administración de riesgos al modelar el riesgo en el que se basa el cálculo del requerimiento de capital de solvencia.
- i) La función actuarial deberá ser desempeñada por personas con conocimientos y experiencia suficientes en matemática actuarial y financiera.

2.3.2 Ley sobre el contrato de seguro (DOF, 2013b):

Como se mencionó anteriormente, el momento en el que queda establecida la relación entre el asegurado y la aseguradora es con la emisión de la Póliza o contrato del seguro; tal es la importancia de dicho contrato, que todo lo relacionado con sus reglas y funcionamiento se encuentran establecidos en esta ley. En general, la ley profundiza en aspectos como las obligaciones de los involucrados al estar vigente el contrato, así como sus derechos, las posibles causas de rescisión, etc.

Respecto al ramo de responsabilidad civil, a continuación, se mencionan algunos de los puntos más relevantes respecto a la ocurrencia de siniestros:

- Artículo 145: En este tipo de seguro, la empresa se obliga a pagar una indemnización hasta un límite de suma asegurada establecida en el contrato, que el asegurado deba a un tercero a causa de un daño previsto.
- Artículo 147: El tercero dañado se considera el beneficiario del seguro desde el momento del siniestro.
- Artículo 150: Los seguros de responsabilidad que por disposición legal sean obligatorios, no podrán cesar en sus efectos, rescindir ni darse por terminados antes de la fecha de terminación de la vigencia.

El artículo 145 menciona un componente importante para la aplicación del modelo de pérdidas agregadas y es que, en el ramo de responsabilidad civil, se especifica una suma asegurada máxima hasta la que está cubierto el asegurado, es decir, no corresponde a un monto fijo tal como ocurre en las pólizas de vida, en las que desde un inicio se conoce el monto a indemnizar en caso de la ocurrencia de un siniestro. Debido a esto, resulta de interés ajustar sus correspondientes distribuciones de frecuencia y severidad para estimar la pérdida total.

2.3.3 Circular Única de Seguros y de Fianzas (DOF, 2013a):

Es un documento emitido por la CNSF que contiene detalles acerca de las metodologías a las que se deben apegar las aseguradoras.

En su contenido se encuentran especificaciones acerca del otorgamiento de autorizaciones para organizarse como instituciones de seguros o sociedades mutualistas, aspectos del gobierno corporativo, especificaciones de los productos, notas técnicas y documentación contractual, especificaciones de reservas técnicas y requerimiento de capital, etc.

En lo que compete al presente trabajo, la simulación Monte Carlo funciona como un método para aproximarse a la pérdida agregada y esto puede ser visto como una herramienta para mitigar diferentes tipos de riesgos a los que está expuesta una institución. En el capítulo 3.2 “De la administración integral de riesgos” de la circular, se menciona que toda institución o sociedad mutualista deberá establecer un sistema de administración de riesgos eficaz y permanente. Algunos puntos relevantes mencionados en este capítulo acerca de la gestión de riesgos son los siguientes:

Artículo 3.2.3 El sistema de administración de riesgos deberá formar parte de la estructura organizacional de la institución y deberá establecerse con independencia a las áreas operativas.

Artículo 3.2.4 El área de administración de riesgos tiene como objetivo vigilar, administrar, medir, controlar e informar sobre los riesgos a los que se encuentra expuesta la institución.

Artículo 3.2.10 fracción III La definición de los riesgos a los que puede estar expuesta la Institución debe considerar al menos los siguientes riesgos:

- a) El riesgo de suscripción de seguros: Se especifican los aspectos para cada tipo de operación; en lo referente a la operación de daños, se refleja el riesgo que derive de la suscripción tanto de los siniestros cubiertos como de los procesos operativos y considerará los riesgos de primas, de reservas, gastos de administración, etc.
- b) El riesgo de mercado, influenciado por factores como el valor de los activos y pasivos, tasas de interés, tipos de cambio, entre otros.
- c) El riesgo de descalce entre activos y pasivos, el cual refleja la pérdida derivada de la falta de correspondencia entre los mismos, por el hecho de que una posición no

pueda ser cubierta con el establecimiento de una posición contraria y considerará la duración, moneda, tasas, tipos de cambio, etc.

- d) El riesgo de liquidez, el cual refleja la pérdida potencial provocada por la venta anticipada de activos a descuentos inusuales para hacer frente a obligaciones.
- e) El riesgo de crédito, el cual refleja la pérdida potencial derivada de la falta de pago o deterioro de la solvencia de los deudores.
- f) El riesgo de concentración, el cual refleja las pérdidas potenciales asociadas a una inadecuada diversificación entre activos y pasivos.
- g) El riesgo operativo, el cual refleja la pérdida potencial por deficiencias en los procesos operativos, las tecnologías, los recursos humanos o cualquier otro evento relacionado con la operación de la institución.

Algunos otros reglamentos relevantes para la operación de los que no se profundizará más debido a que no es el objeto de esta investigación son el Reglamento del Seguro de Grupo para la operación de vida y del seguro colectivo para la operación de accidentes y enfermedades y el Reglamento de Agentes de Seguros y de Fianzas.

2.4 Fundamentos de los modelos actuariales para el cálculo de la pérdida agregada

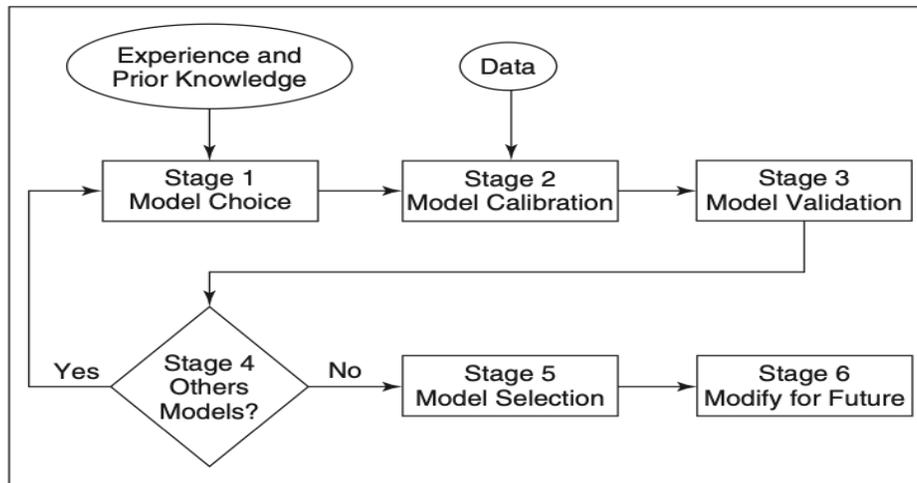
Los seguros tienen como fundamento aceptar los riesgos a los que están expuestos los asegurados a cambio de una prima, a diferencia de la mayoría de las instituciones que intentan gestionar sus operaciones evitando y controlando la mayor cantidad de riesgos internos y externos (Hernández, 2015).

Partiendo de la peculiar forma de exposición al riesgo por parte de las aseguradoras, la ciencia actuarial tiene la necesidad de modelar datos mediante distribuciones de probabilidad, simulaciones y demás métodos existentes con el fin de contribuir a disminuir los riesgos a los que están expuestas estas instituciones, donde las técnicas existentes para la cuantificación del riesgo están en constante evaluación y desarrollo para adaptarse a las nuevas tendencias.

En términos generales, un modelo actuarial es una descripción matemática de un fenómeno alimentado con datos del pasado; el actuario es el encargado de formar el modelo y calibrar los parámetros que necesita para su correcto funcionamiento.

A continuación, en el diagrama 2 se muestran las etapas para la correcta selección de un modelo (Klugman, Panjer & Willmot, 2019):

Diagrama 2 Etapas de un modelo



Fuente: Klugman, Panjer & Willmot (2019: p. 4).

En la etapa 1, se seleccionan los modelos considerando los datos disponibles, los conocimientos y la experiencia del encargado de crear el modelo. En el caso de la estimación de pérdidas de seguros, es el paso en el que se eligen las distribuciones estadísticas que describirán su magnitud, tales como la distribución Lognormal, gamma, etc.

En la etapa 2, el modelo se calibra con los datos disponibles, por ejemplo, en un estudio del número de reclamaciones para determinada cobertura, los datos a utilizar pueden ser información sobre un conjunto de pérdidas reales y su respectiva frecuencia.

Como puede notarse en el diagrama 2, en la etapa 3, se valida si el ajuste del modelo es el adecuado con respecto a los datos a través de pruebas estadísticas, mejor conocidas como pruebas de bondad de ajuste, tales como la prueba Chi-cuadrado o la prueba Kolmogorov-Smirnov. Con un correcto ajuste de variables, se espera que la pérdida

agregada dada por el modelo se aproxime en buena manera a la pérdida agregada de los datos reales.

En la etapa 4, se prueban algunos otros modelos en caso de que los resultados de la primera propuesta sean inadecuados respecto a lo que reflejan los datos reales.

En la etapa 5, se comparan los modelos realizados mediante las pruebas ya hechas o mediante algún criterio diferente para seleccionar al modelo más adecuado para los datos.

Por último, en la etapa 6 se adapta el modelo para el futuro; comúnmente se ajustan los parámetros conforme a lo que se tenga previsto en el control interno de la compañía.

2.4.1 Variables aleatorias y distribuciones usadas en el cálculo de la pérdida agregada

Un modelo actuarial es una representación de pagos futuros que tienen como componente a la incertidumbre y aleatoriedad; estas mismas características son las que describen a un modelo de pérdida agregada, pues dentro de la variable aleatoria de pérdida agregada que representa el monto total a pagarse en un determinado lapso, están involucradas otras dos variables aleatorias sumamente relevantes tanto en la literatura como en la práctica (Klugman *et al.*, 2019):

- La frecuencia, también conocida como distribución de reclamaciones o número de siniestros y con naturaleza discreta.
- Y la severidad, que en la práctica se refiere a cuánto paga la aseguradora como indemnización de los siniestros y con naturaleza continua.

Frees, Derrig, & Meyers (2014), mencionan que el modelado de estas variables es de suma importancia para la industria debido a que ambos conceptos aparecen en todo el ciclo económico de las aseguradoras, desde las características de los contratos, el comportamiento de los asegurados, las bases de datos que se generan, hasta los requisitos regulatorios. Partiendo de ello, es importante profundizar en la variedad de distribuciones que se tienen disponibles para aplicar los diferentes métodos actuariales.

A continuación, se describen algunas de las distribuciones discretas más utilizadas para ajustar la variable de frecuencia (Broverman, 2015):

Distribución binomial con parámetros n y p

Suponga que, en un experimento, el resultado puede resultar en éxito, con probabilidad p o fallo, con probabilidad $1-p$. Si este experimento se repite n veces y X representa el número de éxitos que ocurren, entonces X sigue una distribución binomial representada como:

$$p(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x} \quad \text{para } x = 0, 1, \dots, n$$

donde

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x! (n - x)!}$$

El número promedio de éxitos se expresa como:

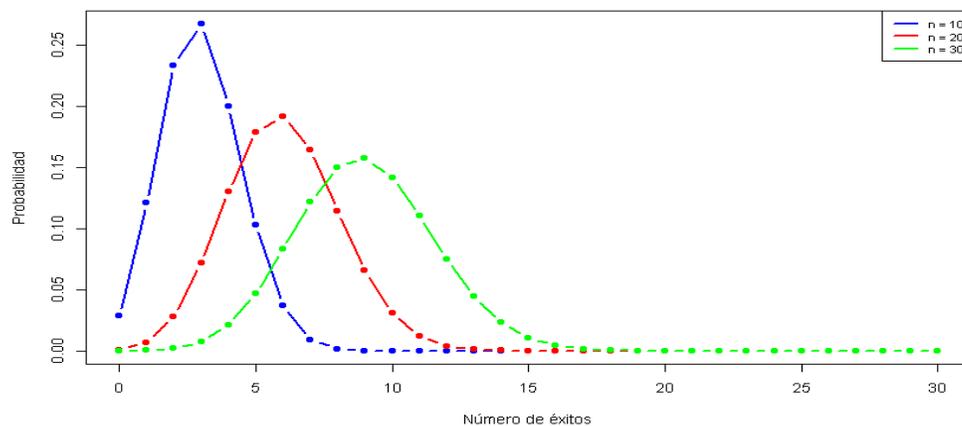
$$E(X) = np$$

Y su varianza es:

$$V(X) = np(1 - p)$$

Un ejemplo de la representación de esta distribución se puede ver en la gráfica 1.

Gráfica 1. Función de probabilidad Binomial



Fuente: Elaboración propia generada en el software R.

Distribución de Poisson con parámetro λ

Esta distribución es usada comúnmente para contar el número de eventos que ocurren en un cierto periodo de tiempo o espacio.

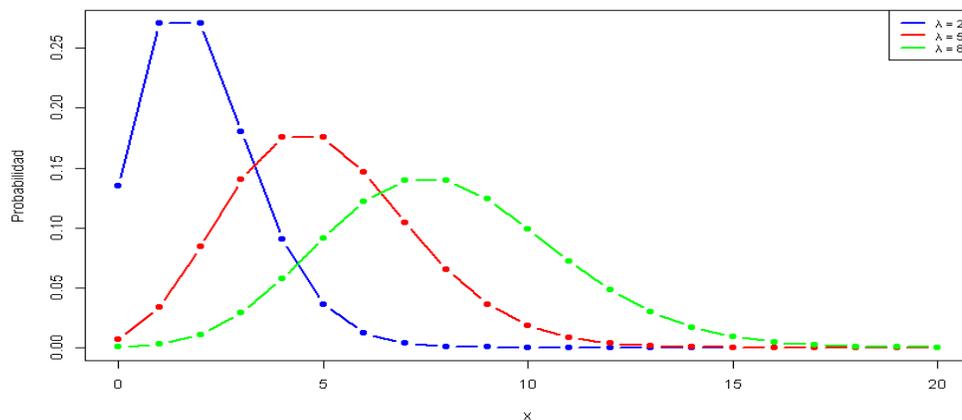
Su función de masa es la siguiente:

$$p(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Y, teóricamente, la variable aleatoria x puede tomar valores de cero a infinito.

La distribución de Poisson cuenta con la peculiaridad de que tanto su valor esperado, como su varianza son el parámetro λ . Gráficamente toma la forma de la gráfica 2.

Gráfica 2. Función de probabilidad Poisson



Fuente: Elaboración propia generada en el software R.

Geométrica con parámetro p

Suponga que un experimento puede resultar en éxito con probabilidad p y fracaso con probabilidad $1-p$. El experimento se repite de forma independiente hasta que el primer éxito ocurra, en este caso, X , la variable aleatoria en cuestión representará el número de fracasos antes del primer éxito. Su función de masa se define de la siguiente manera:

$$p(X = x) = p (1 - p)^x, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

Su valor esperado está dado por:

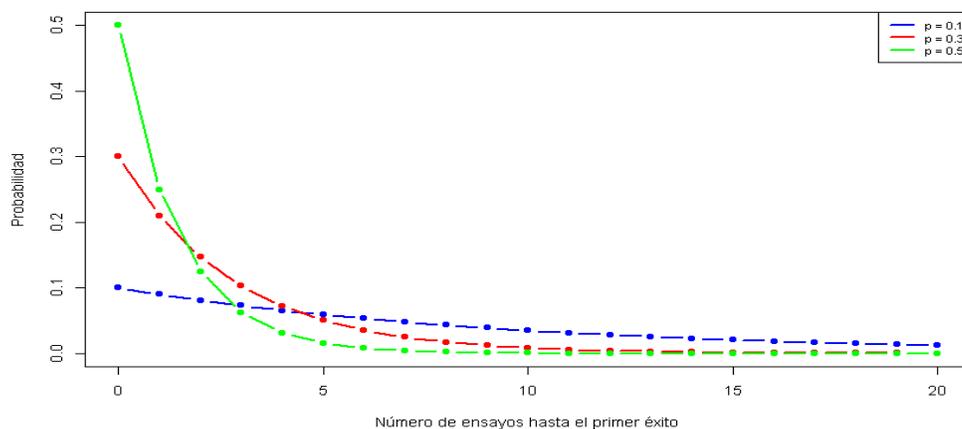
$$E(X) = \frac{q}{p}$$

Y su varianza es:

$$V(X) = \frac{q}{p^2}$$

Su comportamiento se puede observar en la gráfica 3.

Gráfica 3. Función de probabilidad Geométrica



Fuente: Elaboración propia generada en el software R.

Binomial negativa con parámetros r y p

Una generalización de la distribución geométrica es la binomial negativa, en donde la variable aleatoria X sigue la misma lógica que una variable aleatoria geométrica, pero en este caso, representa el número de fracasos antes del r -ésimo éxito. Su función de masa es la siguiente:

$$p(X = x) = \binom{r + x - 1}{x} p^r (1 - p)^x$$

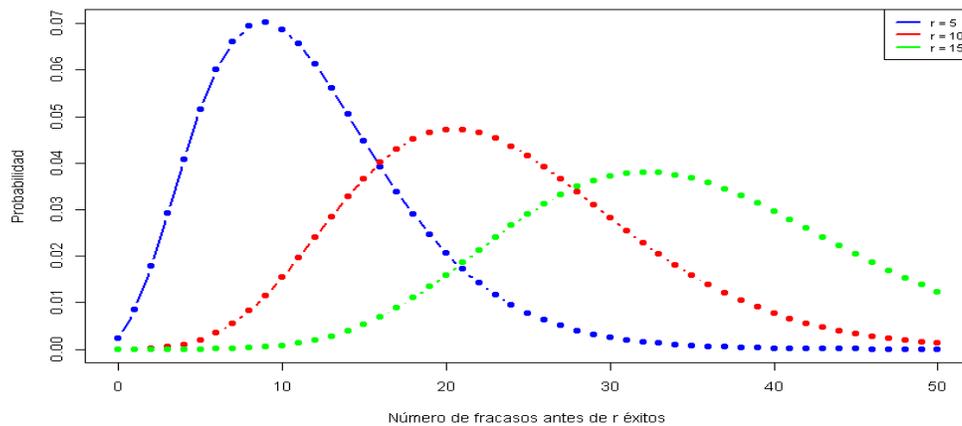
$$E(X) = \frac{r * q}{p}$$

Y su varianza es:

$$V(X) = \frac{r * q}{p^2}$$

Gráficamente, tiene un comportamiento muy similar al de la distribución geométrica, mismo que se puede observar en la gráfica 4:

Gráfica 4. Función de probabilidad Binomial Negativa



Fuente: Elaboración propia generada en el software R.

Por otra parte, las distribuciones continuas comúnmente utilizadas para modelar la severidad son las que se mencionan en los párrafos siguientes.

Distribución normal

Una variable aleatoria X , de tipo continuo, se dice que sigue una distribución normal si su función de densidad es

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

$$\mu \in \mathbb{R}, \quad \sigma^2 > 0$$

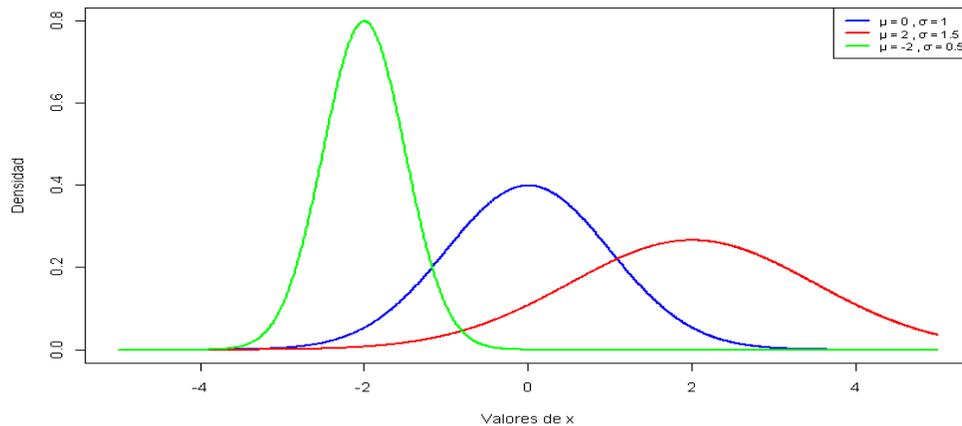
Su valor esperado y su varianza están definidas como:

$$E(X) = \mu$$

$$Var(X) = \sigma^2$$

Su representación gráfica se puede observar en la gráfica 5.

Gráfica 5. Función de probabilidad Normal



Fuente: Elaboración propia generada en el software R.

Distribución gamma

Se dice que una variable aleatoria, X , tiene distribución gamma de parámetros $\alpha > 0$, parámetro de forma, y $\beta > 0$, parámetro de escala, cuando

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)}, \quad \text{si } x > 0$$

$$= 0, \quad \text{de otra manera}$$

Donde

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

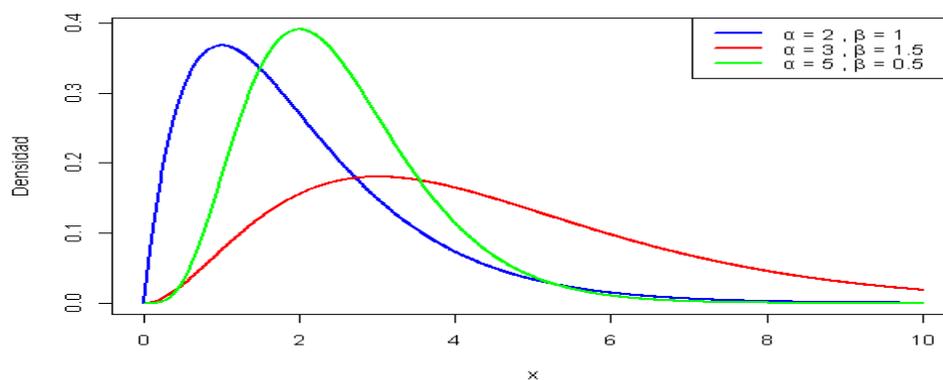
El valor esperado y la varianza para esta variable aleatoria está dada por:

$$E(X) = \alpha\beta$$

$$Var(X) = \alpha\beta^2$$

La forma de esta distribución se puede encontrar en la gráfica 6.

Gráfica 6. Función de probabilidad Gamma



Fuente: Elaboración propia generada en el software R.

Distribución exponencial

Es una distribución de cola ligera y es el caso particular de la función gamma en la que $\alpha = 1$, por lo que se define como:

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}}, \quad \text{si } x > 0$$

= 0, de otra manera

siendo $\beta > 0$.

Su valor esperado y su varianza están definidas como:

$$E(X) = \beta$$

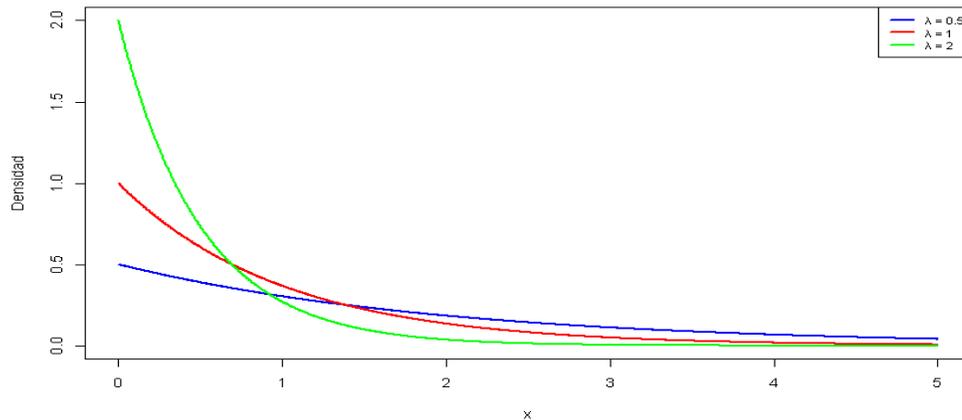
$$Var(X) = \beta^2$$

Esta distribución tiene la propiedad de falta de memoria, es decir, si $X \sim Ex(\beta)$, y s y t son números reales positivos cualesquiera entonces:

$$P(X > s + t \mid X > s) = P(X > t)$$

La forma de esta distribución se puede observar en la gráfica 7.

Gráfica 7. Función de probabilidad Exponencial



Fuente: Elaboración propia generada en el software R.

Distribución Weibull

Se dice que una variable aleatoria X de tipo continuo tiene distribución Weibull de parámetros α (parámetro de escala) y β (parámetro de forma), con $\alpha, \beta > 0$ si su función de densidad es:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}, \quad x > 0$$

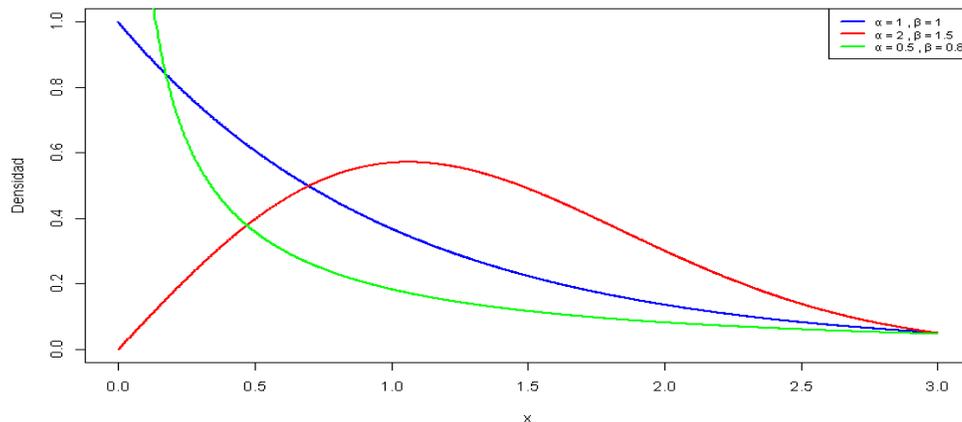
= 0, *de otra manera*

Su valor esperado y su varianza están definidas como:

$$E(X) = \beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$$
$$Var(X) = \beta^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right]$$

Su comportamiento gráfico se puede observar en la gráfica 8.

Gráfica 8. Función de probabilidad Weibull



Fuente: Elaboración propia generada en el software R.

Distribución Lognormal

También es conocida como distribución logarítmico-normal, al igual que la distribución Pareto, en estadística es considerada como una distribución de cola pesada. Es decir, hay una alta probabilidad de que la variable aleatoria tome valores alejados de la media. Sirve para modelar siniestros con grandes costos o cuantías por reclamación.

Su función de densidad viene dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$x \geq 0, \sigma > 0, -\infty < \mu < \infty,$$

Donde:

μ : es el parámetro de escala.

σ : es el parámetro de forma.

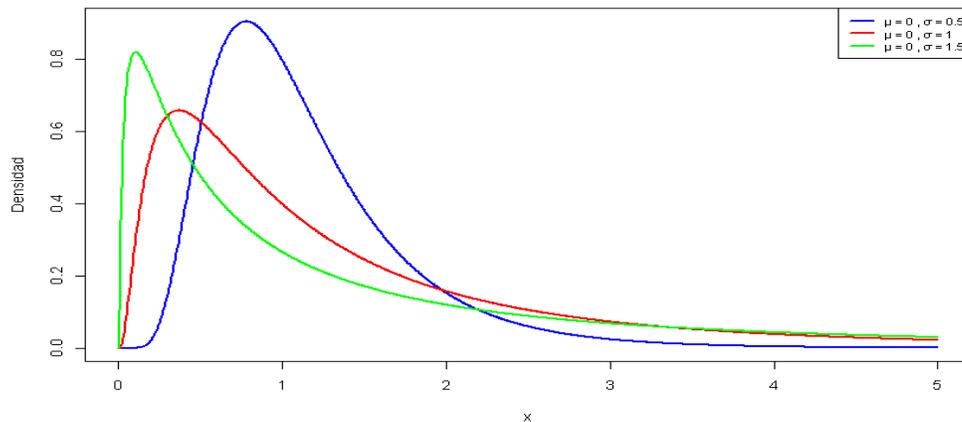
Mientras que, su valor esperado y su varianza están definidas como:

$$E(X) = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)$$

$$Var(X) = (\exp(\sigma^2) - 1)\exp(2\mu + \sigma^2)$$

Su representación gráfica se puede observar en la gráfica 9.

Gráfica 9. Función de probabilidad Lognormal



Fuente: Elaboración propia generada en el software R.

Distribución Pareto

Es una distribución de cola pesada, por lo que, se usa para modelar cuantías elevadas en el área de seguros, y a menudo se utiliza para estimar las primas de riesgo.

La distribución Pareto surge al considerar que la probabilidad de que una variable aleatoria X tome un valor superior a un x determinado, tiene la siguiente forma funcional:

$$P(X > x) = \left(\frac{k}{x}\right)^\alpha$$

Su función de densidad viene dada por:

$$f(x) = \frac{\alpha k^\alpha}{x^{\alpha+1}}$$

si $x > k$, $\alpha, k \geq 0$

Donde:

α : es el parámetro de forma.

k : es el parámetro de escala.

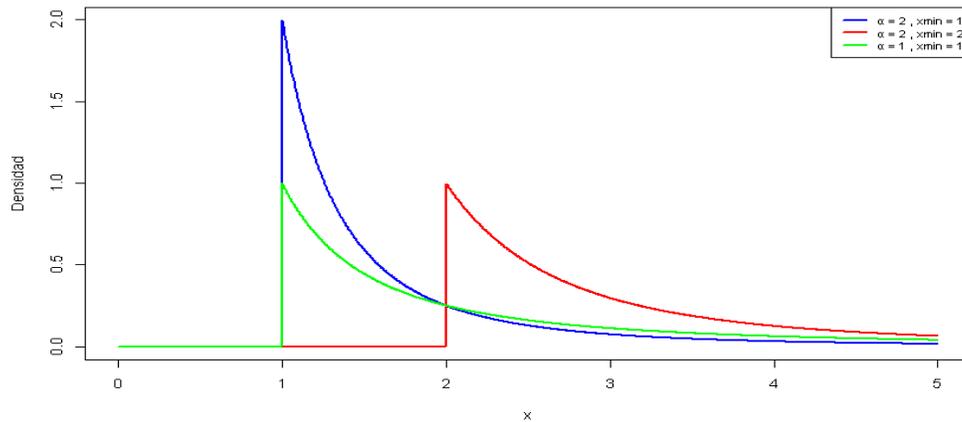
Su valor esperado y su varianza están definidas como:

$$E(X) = \frac{k}{\alpha - 1}$$

$$Var(X) = k^2 \left(\frac{\alpha}{(\alpha - 1)^2(\alpha - 2)} \right)$$

El comportamiento de su función de densidad se puede observar en la gráfica 10.

Gráfica 10. Función de probabilidad Pareto



Fuente: Elaboración propia generada en el software R.

Distribución logística

Se dice que una variable aleatoria X tiene distribución logística si

$$f(x) = \frac{e^{-\left(\frac{x-\mu}{s}\right)}}{s \left(1 + e^{-\left(\frac{x-\mu}{s}\right)}\right)^2}, \quad -\infty < x < \infty$$

= 0, de otra manera

donde $-\infty < \mu < \infty$ es el parámetro de localización y $s > 0$ es el parámetro de escala.

Su valor esperado y su varianza están definidas como:

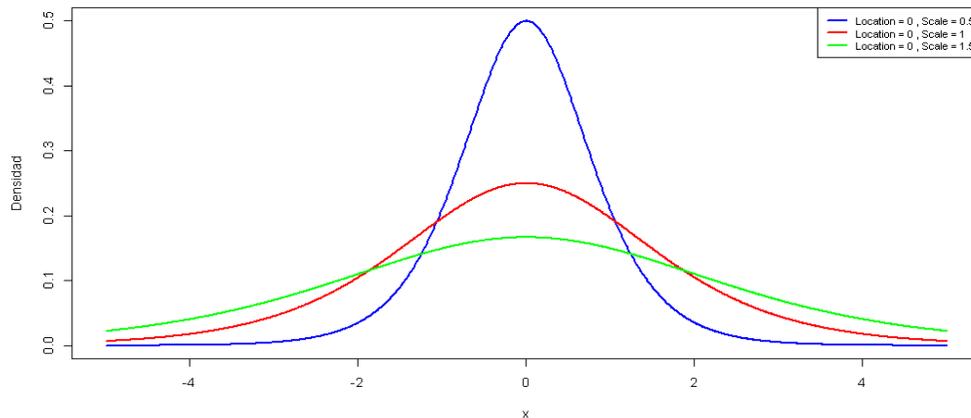
$$E(X) = \mu$$

$$Var(X) = \frac{\pi^2}{3} s^2$$

Una parametrización alternativa es cuando $\mu = \ln(\alpha)$ y $s = 1/\beta$, lo que da origen a la **distribución loglogística** (en economía también se conoce como distribución Fisk).

Su comportamiento gráfico se puede observar en la gráfica 11.

Gráfica 11. Función de probabilidad Logística



Fuente: Elaboración propia generada en el software R.

2.4.2 Medidas de riesgo: Value at Risk (VaR) y Tail Value at Risk (TVaR)

El Valor en Riesgo es la cantidad de capital necesaria para asegurar que una empresa no se vuelva insolvente a un alto grado de certeza. Este grado de certeza es elegido de acuerdo con las necesidades del estudio, aunque comúnmente es utilizado el 99.95% o si se desea un nivel más bajo el 95%. Klugman *et al.* (2019: p. 43), mencionan el siguiente ejemplo, el cual es muy útil para entender la importancia del VaR en términos de la pérdida agregada:

Supongamos que $F_X(x)$ representa la función de distribución de los resultados durante un período de tiempo fijo, como un año, de una cartera de riesgos. Los valores positivos de la variable aleatoria X son resultados adversos, es decir, las pérdidas. El VaR de la variable aleatoria X es el percentil 100 de la distribución de x , denotado por $\text{VaR}_p(X) = \pi_p$. Esto muestra por qué el VaR a menudo se denomina una medida de riesgo cuantílico. Cuando la compañía de seguros tiene esta cantidad de capital disponible, puede absorber el 100% de los posibles resultados. Cuando se establece en 99.95% para un período de tiempo de un año, la interpretación es que solo hay una posibilidad muy pequeña (0.05%) de que la compañía de seguros quebrará por un resultado adverso durante el próximo año.

En otras palabras, se podría interpretar al VaR como la máxima pérdida probable a un determinado nivel de confianza. El $VaR_p(X)$ o π_p , se puede expresar de la siguiente manera:

$$VaR_p(X) = \inf\{x | F_X(x) \geq p\}, \quad 0 < p < 1$$

De tal forma que $P(X > \pi_p) = 1 - p$.

El VaR es una medida usada en el riesgo financiero en donde generalmente las pérdidas o ganancias siguen una distribución normal; sin embargo, las pérdidas en los seguros suelen tener otro comportamiento. Lo anterior no implica que el VaR solo tenga que ser usado en datos que siguen la distribución normal, y según Klugman *et al.* (2019), podría considerarse como una medida de riesgo de “Todo o nada”, debido a que ante la ocurrencia de un evento extremo que exceda el VaR, ya no habrá capital para amortizar las pérdidas. Partiendo de lo anterior, el TVaR (también conocido como CVAR o Expected shortfall) proporciona una medida adicional de riesgo que complementa el análisis de los eventos extremos y se podría describir como el promedio de los valores del VaR por encima del nivel de confianza p . En otras palabras, se refiere a aquellas pérdidas promedio que exceden el umbral del VaR, en donde no se agota todo el capital disponible. La expresión para su cálculo es la siguiente:

$$TVaR_p(X) = \frac{\int_p^1 VaR_u(X) du}{1 - p}$$

Expresado de una manera más simple:

$$TVaR_p(X) = E[X | X > VaR_p(X)]$$

2.4.3 Estimación de parámetros

Una vez presentadas las principales distribuciones utilizadas en la práctica, es importante centrar la atención en decidir qué método es el más viable para estimar los parámetros de la distribución, los cuales le van a brindar información al modelo; existen diferentes métodos, no obstante, son tres los que resaltan por su simplicidad y eficiencia al momento de trabajar con las diferentes bases de datos (Klugman *et al.*, 2019):

Método de momentos:

En este método, se igualan los momentos de los datos empíricos con la distribución teórica deseada, de tal manera que se pueden calcular la estimación de sus parámetros de una forma sencilla. En términos matemáticos, se puede expresar de la siguiente manera, donde θ es el parámetro estimado y es la solución de las p ecuaciones obtenidas por los momentos:

$$E[X^k] = \mu'_k(\theta) = \mu'_k, \quad k = 1, 2, \dots, p$$

Método Matching-Percentile

De forma similar al método de momentos, en este caso se trabaja con los percentiles de los datos empíricos y la distribución teórica; en ocasiones se hace uso del percentil suavizado para trabajar con los datos empíricos. Su expresión es la siguiente:

$$\pi_{g_k}(\theta) = \hat{\pi}_{g_k}, \quad k = 1, 2, \dots, p$$

Donde g_1, g_2, \dots, g_p son p percentiles escogidos de forma arbitraria.

Método de Máxima Verosimilitud

Los métodos mencionados anteriormente son fáciles de manipular; sin embargo, su desempeño es muy pobre al trabajar con los datos reales, y, de hecho, en algunas ocasiones las estimaciones obtenidas pueden llegar a ser inconsistentes (Klugman *et al.*, 2019). La estimación por máxima verosimilitud, por su parte, gracias a sus propiedades asintóticas, ha ganado popularidad con el paso de los años, y se ha convertido en una buena manera de estimar los parámetros de las distribuciones para análisis probabilísticos.

La función de verosimilitud se define como:

$$L(\theta) = \prod_{j=1}^n P(X_j \in A_j | \theta)$$

De tal manera que la estimación de máxima verosimilitud de θ es el vector que maximiza dicha función. Debido a que se asumen que las observaciones son independientes, el producto representa la probabilidad conjunta $P(X_j \in A_j | \theta)$, es decir, la función de verosimilitud es la probabilidad de obtener los resultados de la muestra que se obtuvieron, dado un valor de parámetro particular.

2.4.4 Pruebas de bondad de ajuste

En la tercera etapa para la elaboración de un modelo (ver Diagrama 2), se mencionaba la necesidad de validar si el modelo proporciona el ajuste adecuado para los datos y posteriormente pasar a la selección o probar otros modelos en caso de que los resultados no sean los deseados. Para conseguir esto, las pruebas de bondad de ajuste operan con las siguientes hipótesis:

H_0 : Los datos provienen de una población con un modelo teórico establecido.

H_1 : Los datos no provienen de dicha población.

Dentro de las pruebas de bondad de ajuste podemos mencionar las siguientes:

Prueba Kolmogorov Smirnov (KS)

Este estadístico se define como:

$$D = \max_{t \leq x \leq u} |F_n(x_i) - F_0(x_i)|$$

donde:

x_i es el i -ésimo valor observado en la muestra (cuyos valores se han ordenado previamente de menor a mayor).

$\hat{F}_n(x_i)$ es un estimador de la probabilidad de observar valores menores o iguales que x_i

$F_0(x_i)$ es la probabilidad de observar valores menores o iguales que x_i cuando H_0 es cierta.

Así pues, D es la mayor diferencia absoluta observada entre la frecuencia acumulada observada $\hat{F}_n(x)$ y la frecuencia acumulada teórica $F_0(x)$, obtenida a partir de la distribución de probabilidad que se especifica como hipótesis nula.

Si los valores observados $\hat{F}_n(x)$ son similares a los esperados $F_0(x_i)$, el valor de D será pequeño. Cuanto mayor sea la discrepancia entre la distribución empírica $\hat{F}_n(x)$ y la distribución teórica, mayor será el valor de D .

Una vez determinado el valor del estadístico, solo queda determinar el valor crítico con ayuda de las tablas estadísticas. Por tanto, el criterio para la toma de la decisión entre las dos hipótesis será de la forma:

$$\begin{aligned} \text{Si } D \leq D_\alpha &\rightarrow \text{No rechazar } H_0 \\ \text{Si } D > D_\alpha &\rightarrow \text{Rechazar } H_0 \end{aligned}$$

Prueba Anderson Darling

El estadístico de bondad de ajuste de Anderson-Darling -AD- mide el área entre la línea ajustada, basada en la distribución normal, y la función de distribución empírica, que se basa en los puntos de los datos. El estadístico de Anderson-Darling es una distancia elevada al cuadrado que tiene mayor ponderación en las colas de la distribución.

Su estadístico se define como:

$$\begin{aligned} A^2 = & -nF^*(u) + n \sum_{j=0}^k [1 - F_n(y_j)]^2 \{\ln [1 - F^*(y_j)] - \ln [1 - F^*(y_{j+1})]\} \\ & + n \sum_{j=1}^k F_n(y_j)^2 [\ln F^*(y_{j+1}) - \ln F^*(y_j)] \end{aligned}$$

Este estadístico tiene un uso muy similar a la prueba KS y es útil para probar la normalidad de los datos en muchas ocasiones.

Prueba Chi-cuadrada

Por último, la prueba Chi-cuadrada es utilizada en su mayoría para calcular el ajuste en datos agrupados en intervalos. Consiste en una comparación entre el histograma de los datos con la función de densidad de la distribución ajustada. El estadístico de esta prueba está dado como:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(E_j - O_j)^2}{E_j}$$

donde E_j representa el número esperado de observaciones en el intervalo, mientras que O_j representa el número real de observaciones en el mismo. El valor crítico para esta prueba proviene de la distribución chi-cuadrada con grados de libertad iguales al número de términos en la suma (k) menos 1 menos el número de parámetros estimados.

2.4.5 Modelo de riesgo Individual y Modelo de riesgo colectivo

Los modelos de riesgo individual y colectivo son modelos actuariales que permiten estimar las indemnizaciones que paga una aseguradora, ya sea a nivel total, por línea de negocio o por grupos de asegurados. La forma de construir este modelo es mediante variables aleatorias que describen el número de reclamaciones y los montos (frecuencia y severidad). En términos generales, para calcular la pérdida agregada (S) se deben sumar los N pagos individuales en determinado periodo. La expresión matemática es la siguiente:

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_N \quad N=0, 1, 2, \dots,$$

La diferencia entre ambos modelos corresponde a la forma de tratar a las variables aleatorias. En el modelo de riesgo colectivo, las variables aleatorias X_j son aleatorias e idénticamente distribuidas, con las siguientes consideraciones (Klugman *et al.*, 2019):

- Considerando la condicional $N = n$, la distribución común de las variables aleatorias X_j no depende de n .
- La distribución de N no depende de los valores de X_j .

Por otra parte, la pérdida agregada en el modelo de riesgo individual, representada como la suma $S = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ tiene un número fijo de contratos n (a diferencia del modelo de riesgo colectivo en el que N se modelaba a través de una variable aleatoria) y las X_j son variables aleatorias independientes, pero no son idénticamente distribuidas.

El modelo de riesgo individual es utilizado en los casos en los que se tienen pólizas de grupo con n individuos establecidos, aunque cada uno de ellos tenga diferentes montos de suma asegurada o coberturas.

Respecto al presente trabajo, al ser un consolidado a nivel nacional obtenido de la CNSF y además tener las particularidades mencionadas acerca del ramo de Responsabilidad Civil y riesgos profesionales, no es posible considerar a n como un número fijo de contratos, por lo que es necesario ajustar la distribución de la frecuencia y la severidad.

2.4.6 Simulación Monte Carlo para obtener la distribución de la pérdida agregada

Todos los puntos revisados anteriormente acerca de las distribuciones de la frecuencia y severidad y el modelo de riesgo colectivo se unen al momento de estimar la distribución de la pérdida agregada.

Franco & Velásquez (2010), mencionan que, a partir de la regulación de Basilea referente a un mayor procesamiento y cuantificación del riesgo operacional de las instituciones financieras, los AMA (*Advanced Measurement Approches*), se han convertido en un término muy común para representar a los modelos de medición del riesgo. Dentro de los AMA, la técnica más común es conocida como *Loss Distribution Approach* (LDA), la cual incluye la modelación de la frecuencia y severidad, tal como se han establecido las bases en este trabajo, y posteriormente se combinan para obtener la distribución de la pérdida agregada. Los métodos más comunes de LDA son:

- El algoritmo de recursión de Panjer: basado en el cálculo de la distribución compuesta mediante convoluciones.

- La aproximación analítica de Böcker y Klüppelberg: es un modelo de distribución de pérdidas simple basado en una propiedad analítica de las distribuciones pertenecientes a una clase llamada subexponenciales. Los autores aplican el método en particular a un modelo de severidad Pareto.
- Simulación Monte Carlo: mediante este enfoque, se aproxima la distribución de pérdida agregada generando un número suficiente de escenarios aleatorios a partir de las distribuciones de frecuencia y severidad.

González (2008), menciona que particularmente la simulación Monte Carlo es de gran utilidad en las finanzas, pues permite evaluar un portafolio, el precio de opciones, estimar el Valor en Riesgo etc. A su vez, la importancia de este método radica en la existencia de problemas de difícil solución por métodos analíticos, y que en cierta parte dependen de factores aleatorios.

Franco & Velásquez (2010), mencionan el siguiente algoritmo para realizar la Simulación Monte Carlo:

1. Generar un valor aleatorio n de la distribución de frecuencia.
2. Generar n valores aleatorios de la distribución de severidad.
3. Sumar las n pérdidas simuladas y obtener una pérdida para el período $S = L_1 + L_2 + \dots + L_n$
4. Repetir los pasos del 1 al 3, de tal manera que se obtengan M simulaciones de pérdida agregada, representadas como: S_1, S_2, \dots, S_M
5. Graficar el histograma que representa la distribución de pérdidas agregadas simuladas.
6. Calcular la pérdida esperada como la media de las M pérdidas agregadas simuladas.
7. La carga de capital por riesgo operacional será el percentil 99.9 de las pérdidas agregadas simuladas.

Raychaudhuri (2008), por su parte, menciona que esta metodología se basa en muestras aleatorias repetidas y análisis estadísticos para interpretar los resultados. Por lo que, de

forma resumida, este método se puede considerar como un modelo matemático, en donde el proceso se puede observar en el Diagrama 3.

Diagrama 3 Proceso de un modelo matemático



Fuente: Raychaudhuri (2008: p. 91).

Las distribuciones identificadas sirven para alimentar a los datos de entrada. Para todos los datos de entrada, se obtiene un conjunto de parámetros de salida, en los que cada uno es un escenario de un resultado particular en la ejecución de la simulación.

Siguiendo esa lógica, los pasos que se realizan normalmente en una simulación Monte Carlo son:

1. Identificación de los datos de entrada.
2. Generación de variables aleatorias: después de haber identificado las distribuciones, se genera un conjunto de números aleatorios, que consta de un valor para cada una de las variables de entrada, para proporcionar el conjunto de variables de salida. Luego se repite este proceso generando más conjuntos de números aleatorios, uno para cada distribución de entrada, y se recopilan diferentes conjuntos de posibles valores de salida.

El último punto que queda precisar acerca de la simulación Monte Carlo es la forma en la que se generan los números aleatorios de los que se va a alimentar la simulación. Esto se puede hacer mediante el método de transformación inversa.

El método de transformación inversa proporciona la ruta más directa para generar una muestra aleatoria a partir de una distribución. En este método, se usa la inversa de la función de distribución acumulativa, que puede obtenerse a partir de la función de densidad de probabilidad (PDF) (para distribuciones continuas) o la función de masa de probabilidad (PMF) (para distribuciones discretas), y se convierte un número aleatorio

entre 0 y 1, el cual será considerado como un valor aleatorio para la distribución de entrada. El proceso se puede describir matemáticamente de la siguiente manera (Raychaudhuri, 2008):

Sea X una variable aleatoria continua (que queremos generar) siguiendo una PDF f . Sea la función de distribución de probabilidad acumulativa (CDF) para la variable aleatoria denotada por F , que es continua y estrictamente creciente en $(0,1)$. Sea F^{-1} el inverso de la función F , que a menudo se llama función CDF inversa. Los siguientes dos pasos generarán un número aleatorio X a partir del PDF f .

1. Generar $U \sim U(0,1)$.
2. Retorno $X = F^{-1}(U)$.

2.5 Estado del arte

Como parte de la necesidad de mejorar la gestión de riesgos en las instituciones financieras y en las aseguradoras a través de los modelos internos, se ha profundizado el estudio de los modelos basados en el ajuste a distribuciones de probabilidad, particularmente a las variables de frecuencia y severidad dentro de las entidades de seguros. El objetivo de este apartado es compilar diversos estudios que sirvieron como inspiración para aplicar este tipo de modelos a los datos del mercado mexicano.

En 2013, Martínez y Hernández implementaron los modelos LDA con el fin de profundizar la investigación de la gestión de riesgos operacionales a través del VaR y la identificación de las distribuciones de frecuencia y severidad.

Estos autores confirman que los modelos más utilizados para calcular el riesgo operacional con datos internos son los probabilísticos y al mismo tiempo, una parte importante para poder realizar estos modelos internos es el procesamiento de datos, en donde se debe considerar la filtración para obtener aquellos que impactan a la aseguradora y que no fueron importes anulados o situaciones similares; también se debe tener presente que las bases estén bien agrupadas de acuerdo con el ramo al que pertenecen, etc. Algunos resultados de ajuste de distribuciones que se encontraron para la severidad en este estudio por ramo fueron:

Daños: Distribución Normal y Lognormal

Responsabilidad civil sanitaria: Gauss Inversa

Responsabilidad civil: Log Normal y Exponencial

Por otro lado, Restrepo, Medina & Vallejo (2016), estudiaron las pérdidas económicas para las compañías de seguros derivadas de personas lesionadas en accidentes de tráfico mediante un modelo de pérdidas agregadas, incluyendo el cálculo del VaR operacional (máxima pérdida probable). Dentro de dicho trabajo, se modeló la severidad mediante el uso de simulación, pues ninguna distribución paramétrica pasó las pruebas de bondad de ajuste, mientras que la frecuencia se ajustó a una distribución binomial negativa, encontrando así la máxima pérdida probable para un día y con base en análisis estadísticos, el porcentaje de accidentes que correspondía a motociclistas en el país de Colombia.

García (2014), por su parte, modeló la distribución de la pérdida agregada por siniestros de cáncer de mama en una aseguradora, donde los datos de frecuencia se ajustaron a una distribución binomial, mientras que la severidad se ajustó a una distribución Log normal; una vez realizado esto se acudió a la simulación Monte Carlo para encontrar la distribución de la Pérdida agregada en este ramo.

Mientras que, Franco & Murillo (2008), estudiaron la metodología actuarial aplicada al riesgo operacional para la pérdida agregada, en donde obtuvieron datos para una institución financiera, y mediante la simulación se modeló la frecuencia y severidad de los datos. Algunas conclusiones a las que llegaron fueron las siguientes:

- Se debe tener cuidado con la ausencia de información en los modelos de riesgo operacional.
- La frecuencia se debe modelar a partir de datos internos, ya que esta representa situaciones específicas de cada entidad. Con respecto a la severidad, los datos internos pueden ser combinados con datos externos, aunque se debe poner especial atención para no heredar errores de otras entidades.

- Los modelos para la estimación del riesgo operacional deben combinar variables aleatorias continuas y discretas; la distribución de pérdida agregada no corresponde a ningún modelo aleatorio predeterminado; y la relación entre variables del modelo es no lineal.

Como parte de un caso más complejo, Septiany, Setiawaty & Putu (2020) realizaron un análisis actuarial que consistió en hacer uso del modelo de pérdidas agregadas y la simulación Monte Carlo en conjunto, ya que en 2011 se promulgó una ley en la que fue establecido un programa de protección social universal, por lo que era de vital importancia asignar distribuciones de probabilidad a los datos empíricos con los que se contaba y hacer uso de la simulación para que no se produjera algún desajuste en el futuro en el pago de la siniestralidad. Los datos de severidad presentaron un comportamiento Lognormal y se pudo hacer una estimación de la máxima pérdida probable para ese ramo.

Diversos estudios han demostrado la practicidad y los buenos resultados del modelo de pérdidas agregadas teniendo como base al modelo colectivo de riesgos y a la simulación Monte Carlo; el propósito de este trabajo es contribuir al desarrollo de este tipo de modelos aplicándolo a datos con mayor dispersión como lo es el consolidado de la CNSF y además dejar una base acerca de las mejores distribuciones paramétricas para ajustar el ramo de Responsabilidad Civil en México.

3 Aplicación a los datos de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas para el ramo de Responsabilidad Civil

3.1 Participación en el mercado mexicano del ramo de Responsabilidad Civil

Tal como se hacía mención en el capítulo anterior, el ramo de responsabilidad civil forma parte de la regulación mexicana, permitiendo a las instituciones autorizadas operar este tipo de seguros en los que se pueden cubrir los riesgos que impliquen el pago de una indemnización al asegurado que deba un tercero a causa de un daño previsto en la póliza.

Dentro del mercado mexicano, la mayor concentración de las pólizas se encuentra en las operaciones de Vida y de Accidentes y Enfermedades; sin embargo, en la operación de daños, el ramo de Responsabilidad civil y riesgos profesionales es de los más representativos, tanto a nivel póliza como multipóliza. A continuación, en las tablas 1 y 2 se detalla la participación en el sector asegurador mexicano, donde vale la pena resaltar que, cuando el tipo de riesgo cubierto es a nivel Póliza, los ramos más relevantes para la operación de daños respecto al número de pólizas en vigor son Responsabilidad Civil y Automóviles, mientras que en los riesgos multipóliza, responsabilidad civil muestra una participación creciente con el paso de los años.

Tabla 1 Participación en el mercado mexicano de los ramos de Daños respecto al total de pólizas en vigor y tipo de riesgo "Póliza" de 2018 a 2022 (Porcentajes)

| RAMO | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 |
|-------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Responsabilidad Civil | 2.08 | 1.79 | 1.08 | 1.46 | 1.25 |
| Transportes de Mercancías | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.04 |
| Cascos | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.02 |
| Incendio | 0.18 | 0.39 | 0.05 | 0.70 | 0.06 |
| Terremoto | 0.05 | 0.39 | 0.04 | 0.37 | 0.04 |
| Fenómenos Hidrometeorológicos | 0.18 | 0.40 | 0.05 | 0.38 | 0.05 |
| Agrícola y de Animales | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.05 | 0.04 |
| Automóviles | 38.50 | 39.95 | 31.80 | 31.55 | 31.30 |
| Crédito | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| Crédito a la Vivienda | 0.54 | 0.47 | 0.37 | 0.37 | 0.42 |
| Garantía Financiera | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| Diversos Misceláneos | 9.34 | 6.33 | 9.15 | 12.21 | 7.09 |

Fuente: Elaboración propia con base en las Formas Estadísticas de Seguros (FES) de la CNSF de 2018 al 2022.

Tabla 2 Participación en el mercado mexicano de los ramos de Daños respecto al total de pólizas en vigor y tipo de riesgo “Multipóliza” de 2018 a 2022 (Porcentajes)

| RAMO | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 |
|-------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Responsabilidad Civil | 10.64 | 13.67 | 13.63 | 18.06 | 21.87 |
| Transportes de Mercancías | 0.00 | 0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.01 |
| Cascos | 0.01 | 0.02 | 0.01 | 0.02 | 0.03 |
| Incendio | 8.79 | 9.52 | 8.37 | 12.41 | 14.19 |
| Terremoto | 4.35 | 4.56 | 4.45 | 7.19 | 8.63 |
| Fenómenos Hidrometeorológicos | 7.56 | 8.12 | 7.11 | 10.71 | 12.23 |
| Agrícola y de Animales | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| Automóviles | 1.00 | 0.82 | 0.37 | 0.46 | 1.21 |
| Diversos Misceláneos | 8.21 | 20.59 | 20.51 | 11.81 | 15.48 |

Fuente: Elaboración propia con base en las Formas Estadísticas de Seguros (FES) de la CNSF de 2018 al 2022.

Dentro del ramo de responsabilidad civil, existen distintos subramos que se pueden analizar, esto dependiendo del número de datos y la agrupación que se quiera considerar en el modelo de pérdida agregada. Trabajar con todos los subramos agrupados implica una mayor variación en los datos, debido a que cada uno de estos tiene un comportamiento diferente a pesar de pertenecer a Responsabilidad Civil. Algunos de los subramos que se pueden encontrar son:

- Actividades e inmuebles
- Daños por trabajos y obras especiales
- RC Profesionistas
- RC Viajero
- Arrendatario
- RC Familiar
- Buques
- Daños a instalaciones
- Estacionamientos
- Talleres automotrices
- Entre otros

Para fines del presente trabajo, se realizó la aplicación del modelo sobre los datos de dos subramos escogidos con base en aquellos que mostraban *un mejor ajuste paramétrico a sus variables de frecuencia y severidad*. El primero es RC Viajero, el cual es un seguro que cubre las indemnizaciones por las que fuere responsable el concesionario de servicios públicos de transporte de pasajeros, con motivo de daños al viajero en su persona o equipaje, según la Ley de Vías Generales de Comunicación y Reglas de Aplicación del Seguro de Viajero, dictadas por la Secretaría de Comunicaciones y Transportes. El segundo corresponde a RC Arrendatario, el cual es una cobertura en la que el inquilino de una propiedad (considerando el pago de la renta de un inmueble), materializa alguno de los riesgos mostrados en la póliza y provoca una pérdida financiera para el propietario (Revista Siniestro, 2021).

3.2 Estadística descriptiva

Tanto la cobertura de Arrendatario como la de viajero muestran comportamientos similares al analizar el monto de las reclamaciones. En las tablas 3 y 4 es posible observar que, para todos los años de análisis, la media es mucho mayor a la mediana, lo cual evidencia que la distribución de los datos no es simétrica. Por otra parte, es posible notar que el valor máximo de los años 2018, 2019, 2020 y 2022 para la cobertura de arrendatario y, de los años 2018 y 2021 para la cobertura de viajero, es considerablemente mayor al tercer cuartil y a la media, por lo que, desde esta instancia resultó importante considerar estos valores para ajustar la severidad a distribuciones que no tengan la cola ligera.

Tabla 3. Estadística descriptiva para la cobertura de Arrendatario 2018-2022

| Año | 1st Qu. | Mediana | Media | 3rd Qu. | Max. |
|------------|----------------|----------------|--------------|----------------|---------------|
| 2018 | 12,249.00 | 49,342.00 | 420,373.00 | 168,087.00 | 20,661,838.00 |
| 2019 | 9,714.00 | 37,867.00 | 266,022.00 | 105,419.00 | 16,420,153.00 |
| 2020 | 7,754.00 | 26,520.00 | 665,363.00 | 128,521.00 | 52,016,000.00 |
| 2021 | 7,748.00 | 25,478.00 | 237,524.00 | 132,087.00 | 6,607,739.00 |
| 2022 | 9,995.00 | 49,775.00 | 764,074.00 | 202,288.00 | 18,900,000.00 |

Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

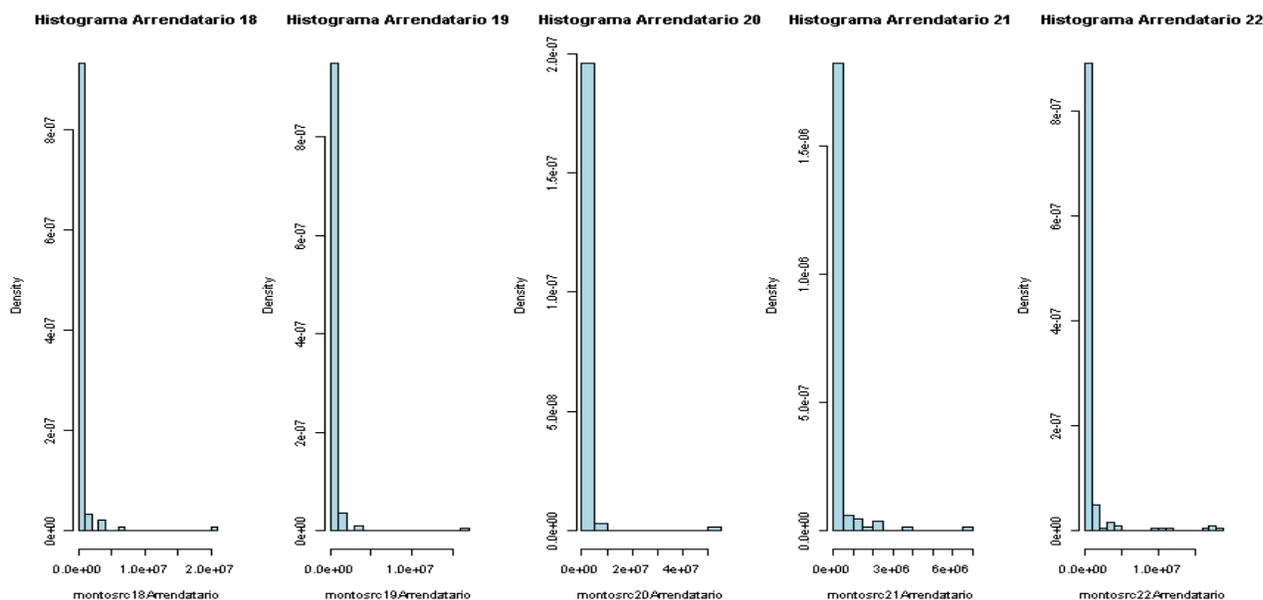
Tabla 4. Estadística descriptiva para la cobertura de Viajero 2018-2022

| Año | 1st Qu. | Mediana | Media | 3rd Qu. | Max. |
|------------|----------------|----------------|--------------|----------------|---------------|
| 2018 | 8,389.00 | 40,029.00 | 560,227.00 | 234,220.00 | 47,428,803.00 |
| 2019 | 9,883.00 | 64,744.00 | 417,466.00 | 300,000.00 | 5,864,164.00 |
| 2020 | 10,143.00 | 76,545.00 | 317,244.00 | 310,654.00 | 5,028,099.00 |
| 2021 | 14,024.00 | 74,623.00 | 789,904.00 | 274,168.00 | 61,005,930.00 |
| 2022 | 13,792.00 | 93,195.00 | 356,469.00 | 336,759.00 | 5,165,974.00 |

Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

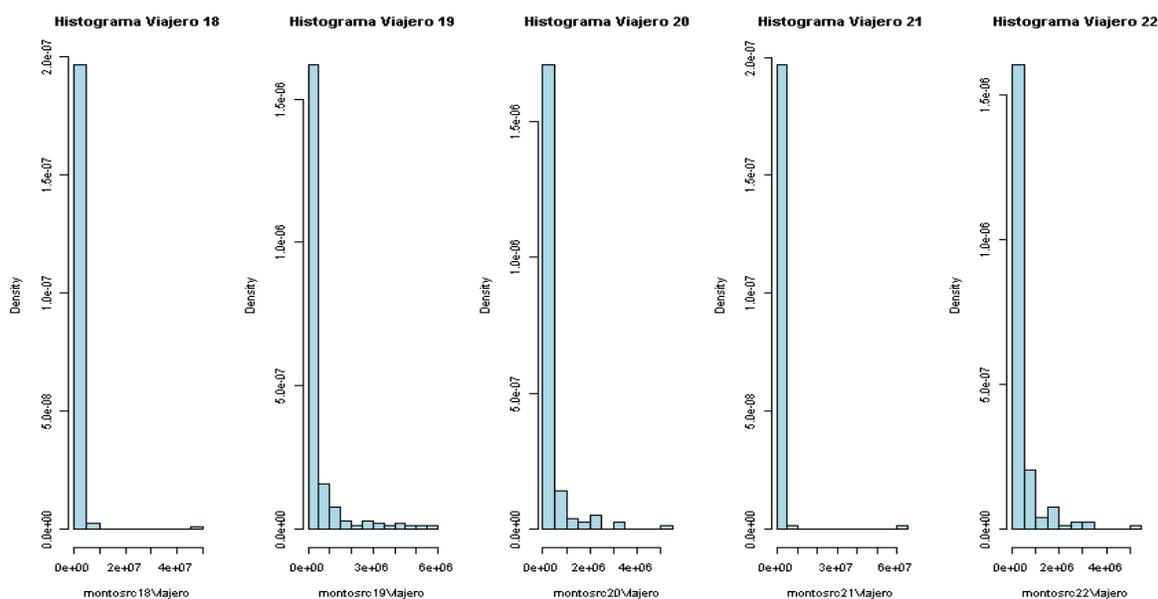
Para complementar de forma gráfica lo observado en las tablas de estadística descriptiva, a continuación, se muestran los histogramas por año para las coberturas de arrendatario y viajero en las gráficas 12 y 13 respectivamente, donde es posible observar los valores en las colas de la distribución para los años mencionados.

Gráfica 12. Histogramas de la cobertura de Arrendatario 2018-2022



Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

Gráfica 13. Histogramas de la cobertura de Viajero 2018-2022



Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

3.3 Ajuste de Frecuencia y Severidad

Como se mostraba en el apartado anterior, en una buena parte de los años analizados existen siniestros considerablemente mayores al promedio, por lo que el ajuste de la severidad se basa en las distribuciones continuas de colas pesadas que se muestran en la sección 2.4.1, dejando por lo tanto fuera a distribuciones simétricas como la normal o la logística y de cola ligera como la exponencial. Además, en el ajuste se incluyen otras tres distribuciones: la Weibull, Gamma y lognormal, todas de tres parámetros¹. Los resultados del estadístico KS para las coberturas analizadas se resumen a continuación en las tablas 5 y 6.

¹ El tercer parámetro de estas distribuciones se refiere al parámetro de localización (también conocido como umbral). Este parámetro define al valor más pequeño que la variable aleatoria toma en cada una de las distribuciones mencionadas. Las distribuciones Gamma y Weibull de 3 parámetros son comúnmente utilizadas para el estudio de datos de confiabilidad (Lakshmi y Vaidyanathan, 2016; Cousineau, 2019), mientras que la lognormal de 3 parámetros se utiliza en análisis de valores extremos (Singh, 1998).

Tabla 5. Prueba Kolmogorov Smirnov para la cobertura de Arrendatario 2018-2022

| Valor Crítico $\alpha = 0.05$ | 0.11 | 0.10 | 0.11 | 0.10 | 0.09 |
|-------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Distribución | Valor KS 2018 | Valor KS 2019 | Valor KS 2020 | Valor KS 2021 | Valor KS 2022 |
| Weibull3p | 0.11 | 0.08 | 0.14 | 0.13 | 0.12 |
| Lognormal | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.05 | 0.07 |
| Burr | 0.87 | 0.87 | 0.88 | 0.87 | 0.96 |
| Weibull | 0.12 | 0.11 | 0.14 | 0.15 | 0.14 |
| Pareto | 0.35 | 0.28 | 0.20 | 0.26 | 0.28 |
| Gamma | 0.65 | 0.66 | 0.80 | 0.48 | 0.56 |
| Lognormal3p | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.05 | 0.07 |
| Gamma3p | 0.66 | 0.15 | 0.80 | 0.48 | 0.23 |
| LogLogística | 0.09 | 0.09 | 0.11 | 0.09 | 0.08 |
| Logística | 0.38 | 0.36 | 0.43 | 0.36 | 0.39 |

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 6. Prueba Kolmogorov Smirnov para la cobertura de Viajero 2018-2022

| Valor Crítico $\alpha = 0.05$ | 0.09 | 0.09 | 0.11 | 0.12 | 0.11 |
|-------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Distribución | Valor KS 2018 | Valor KS 2019 | Valor KS 2020 | Valor KS 2021 | Valor KS 2022 |
| Weibull3p | 0.11 | 0.09 | 0.13 | 0.14 | 0.10 |
| Lognormal | 0.06 | 0.08 | 0.08 | 0.09 | 0.07 |
| Burr | 0.89 | 0.88 | 0.84 | 0.95 | 0.92 |
| Weibull | 0.11 | 0.09 | 0.13 | 0.11 | 0.10 |
| Pareto | 0.32 | 0.42 | 0.43 | 0.21 | 0.46 |
| Gamma | 0.72 | 0.29 | 0.22 | 0.82 | 0.21 |
| Lognormal3p | 0.06 | 0.08 | 0.08 | 0.10 | 0.08 |
| Gamma3p | 0.72 | 0.29 | 0.22 | 0.24 | 0.22 |
| LogLogístico | 0.25 | 0.13 | 0.12 | 0.10 | 0.12 |
| Logística | 0.38 | 0.32 | 0.30 | 0.40 | 0.30 |

Fuente: Elaboración propia.

Entre los resultados se encuentra que, para ambas coberturas, las distribuciones Lognormal, Weibull y LogLogística muestran un mejor ajuste que las demás. Sin embargo, la distribución Lognormal es la que tiene un menor estadístico de forma consistente, por lo que, al mostrar en todos los casos un valor de estadístico menor que el valor crítico de la prueba se puede decir que, con una confianza del 95%, existe evidencia estadística para no rechazar la hipótesis nula, la cual se refiere al ajuste de los datos a la distribución

de interés, en este caso la distribución Lognormal (ver sección 2.4.4 para el planteamiento de hipótesis). Este resultado a su vez muestra relación con los estudios previos expuestos en el marco teórico, donde la distribución Lognormal es una buena opción para modelar la severidad para Daños y Responsabilidad Civil. Dado lo anterior, una vez seleccionado el modelo Lognormal, en las tablas 7 y 8 se muestran los parámetros estimados por máxima verosimilitud para ambas coberturas.

Tabla 7. Parámetros estimados de la distribución Lognormal para la cobertura de Arrendatario 2018-2022

| Año | μ_{log} | σ_{log} |
|------|-------------|----------------|
| 2018 | 10.8 | 2.3 |
| 2019 | 10.4 | 2.2 |
| 2020 | 10.4 | 2.3 |
| 2021 | 10.4 | 2.1 |
| 2022 | 10.9 | 2.3 |

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 8. Parámetros estimados de la distribución Lognormal para la cobertura de Viajero 2018-2022

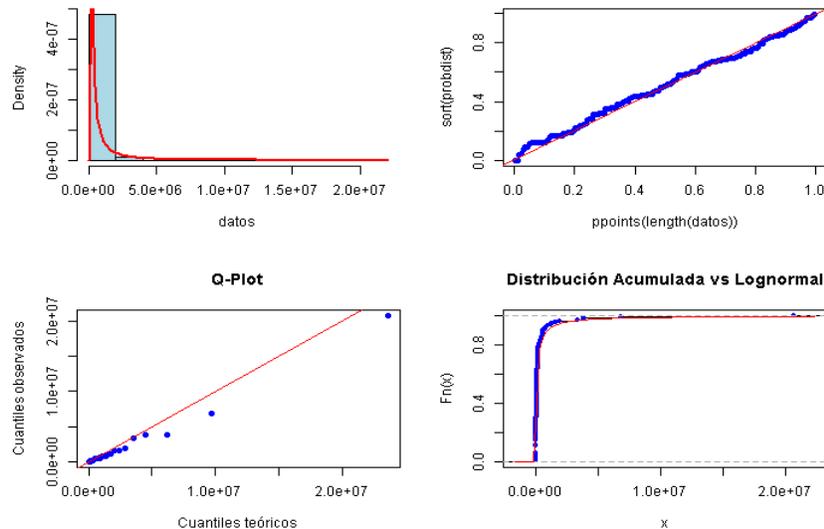
| Año | μ_{log} | σ_{log} |
|------|-------------|----------------|
| 2018 | 10.7 | 2.4 |
| 2019 | 11.0 | 2.3 |
| 2020 | 10.9 | 2.3 |
| 2021 | 11.1 | 2.1 |
| 2022 | 11.2 | 2.1 |

Fuente: Elaboración propia.

Una forma adicional de comprobar que el ajuste a la distribución Lognormal sea el adecuado es mediante un análisis visual, por lo que, a continuación se muestran los principales gráficos que permiten evaluar un buen ajuste al comparar los montos de siniestro analizados con la distribución Lognormal (ver en las gráficas 14-23). Como se observa, en todos los casos, la distribución lognormal muestra un buen ajuste al compararla con el histograma de cada año analizado y en la pplot no se muestran desviaciones importantes, al igual que en la distribución acumulada. Por su parte, en la gráfica QQ plot se muestra algunas discrepancias para los valores más grandes que se

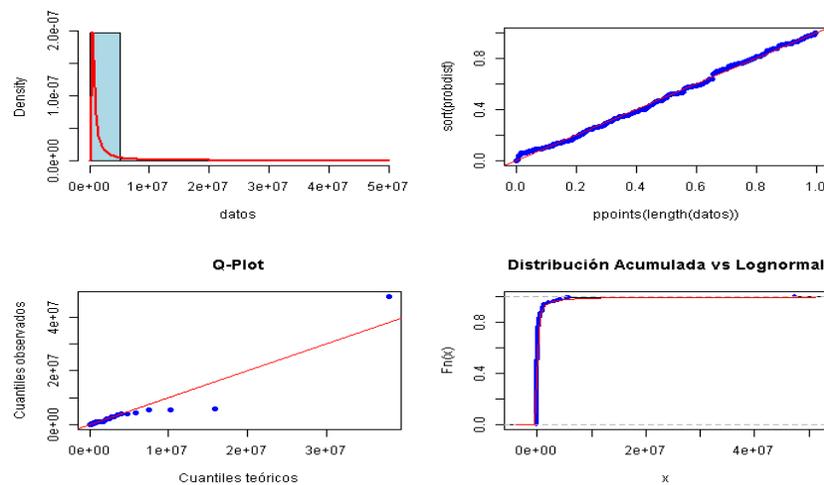
podrían considerar como atípicos; sin embargo, con estos gráficos y los resultados de la prueba KS mostrados en párrafos anteriores, se tiene evidencia suficiente de que la distribución Lognormal es una buena opción para modelar la severidad de ambas coberturas.

Gráfica 14. Ajuste de severidad para la cobertura de Arrendatario 2018



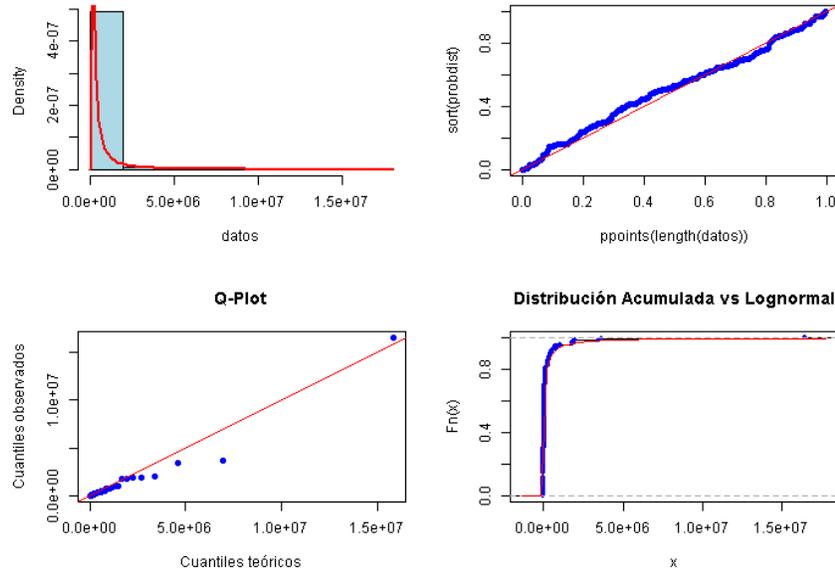
Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

Gráfica 15. Ajuste de severidad para la cobertura de Viajero en el año 2018



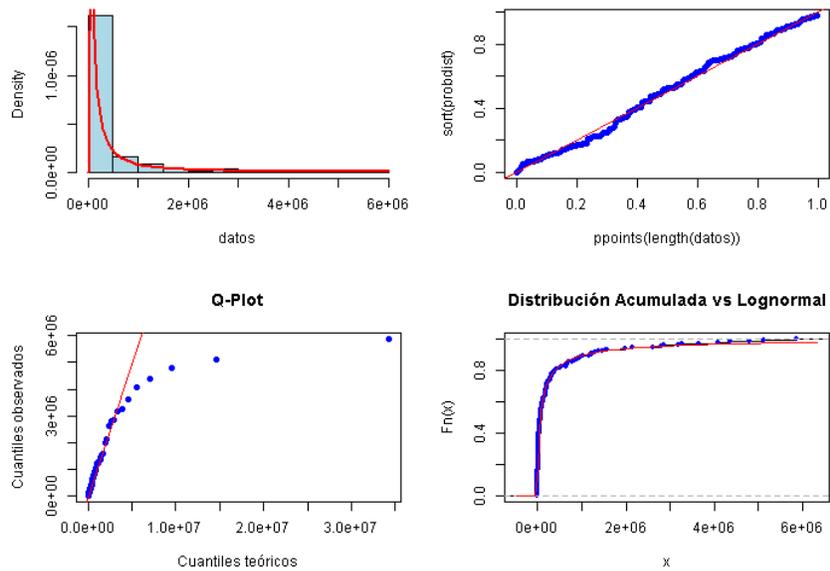
Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

Gráfica 16 Ajuste de severidad para la cobertura de Arrendatario en el año 2019



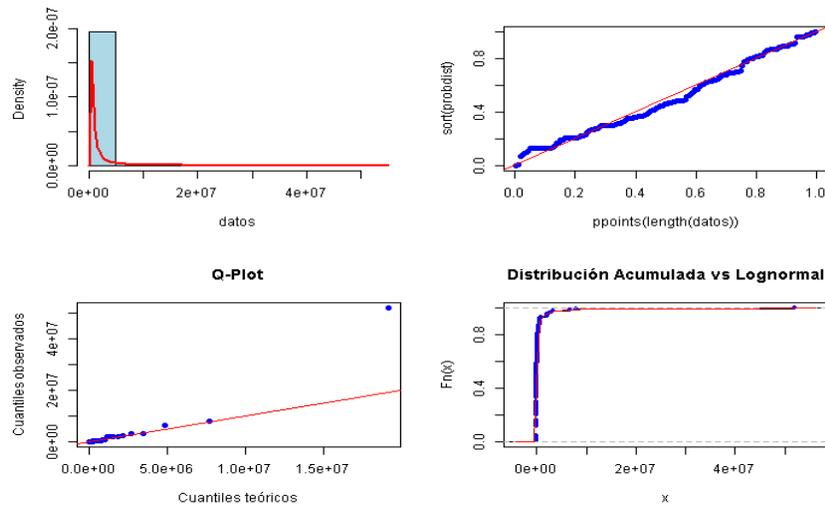
Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

Gráfica 17 Ajuste de severidad para la cobertura de Viajero en el año 2019



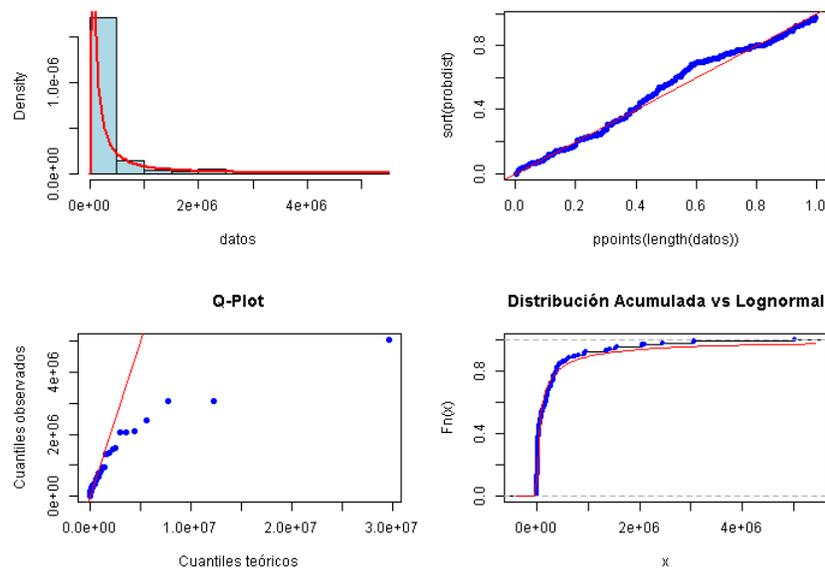
Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

Gráfica 18 Ajuste de severidad para la cobertura de Arrendatario en el año 2020



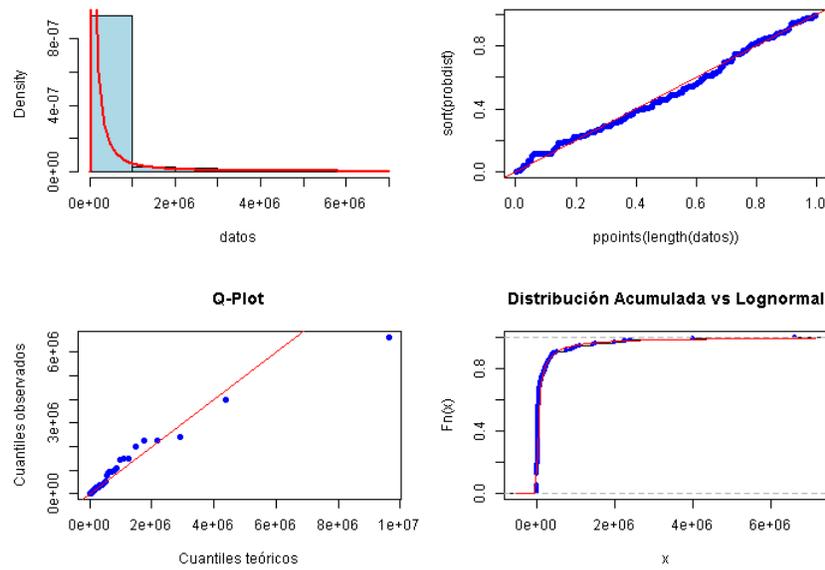
Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

Gráfica 19 Ajuste de severidad para la cobertura de Viajero en el año 2020



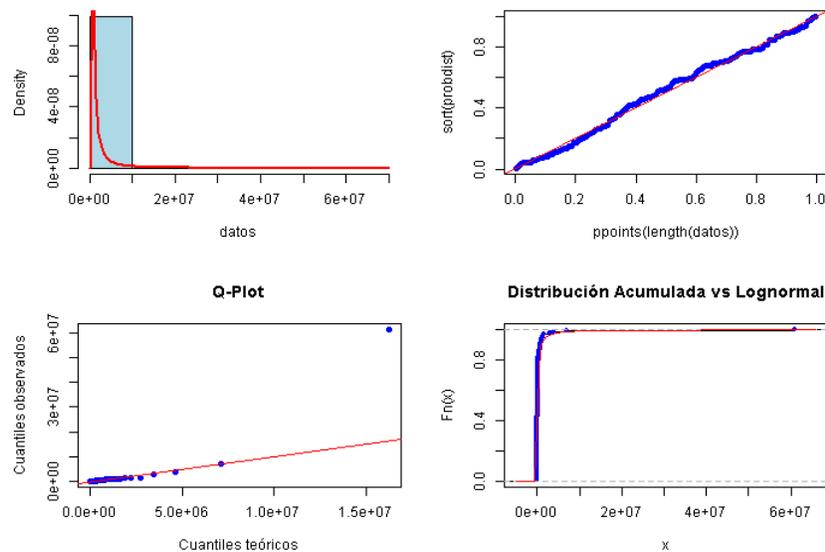
Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

Gráfica 20 Ajuste de severidad para la cobertura de Arrendatario en el año 2021



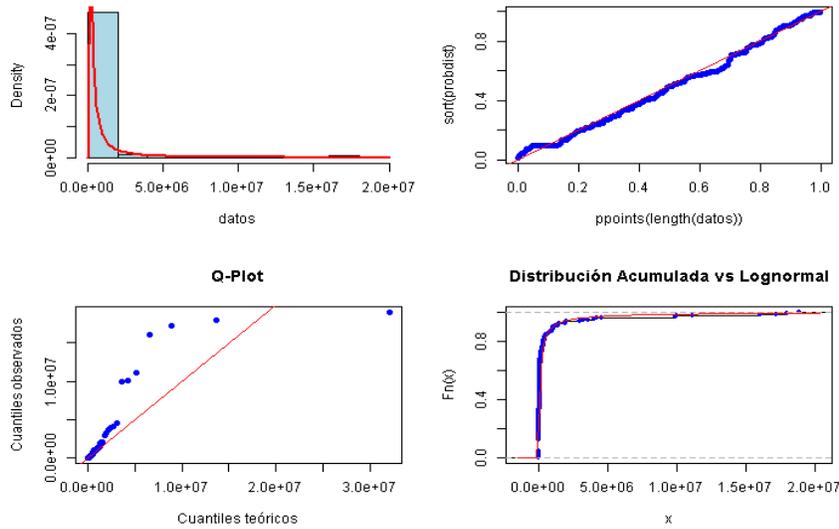
Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

Gráfica 21 Ajuste de severidad para la cobertura de Viajero en el año 2021



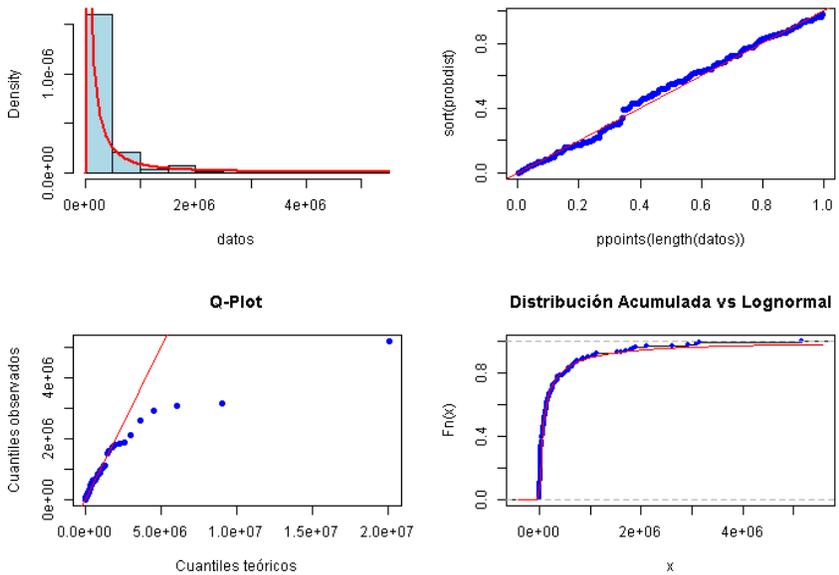
Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

Gráfica 22 Ajuste de severidad para la cobertura de Arrendatario en el año 2022



Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

Gráfica 23 Ajuste de severidad para la cobertura de Viajero en el año 2022



Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

Con respecto a la variable aleatoria de frecuencia, se consideró al criterio AIC como el medio para la elección de la mejor distribución que se ajusta a los datos. Para la modelación de esta variable se consideraron tres distribuciones que en la literatura son

ampliamente usadas para analizar este fenómeno las cuales son: Binomial Negativa, Geométrica y Poisson. Entre los resultados obtenidos se tiene que la distribución Binomial Negativa es considerada estadísticamente como la mejor opción para ambas coberturas, al mostrar un menor AIC en todos los casos. Los valores AIC se resumen en las tablas 9 y 10.

Tabla 9. Valores AIC para la cobertura de Arrendatario 2018-2022

| Distr. | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 |
|-------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Binomial Negativa | 663.27 | 1,017.77 | 657.86 | 798.54 | 976.06 |
| Geométrica | 665.01 | 1,040.41 | 659.85 | 798.89 | 976.45 |
| Poisson | 1,124.43 | 3,625.89 | 1,210.19 | 1,712.00 | 2,093.97 |

Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

Tabla 10. Valores AIC para la cobertura de Viajero 2018-2022

| Distr. | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 |
|-------------------|-----------|-----------|----------|----------|----------|
| Binomial Negativa | 1,902.97 | 1,670.77 | 1,285.89 | 1,020.16 | 1,251.71 |
| Geométrica | 2,117.37 | 1,854.99 | 1,361.24 | 1,099.49 | 1,328.74 |
| Poisson | 23,110.02 | 21,929.40 | 9,767.69 | 9,404.68 | 9,586.11 |

Fuente: Elaboración propia con base en datos del Sistema Estadístico del Sector Asegurador del 2018 al 2022.

3.4 Modelación de pérdidas agregadas y resultados

3.4.1 Pérdida agregada simulada y medidas de riesgo

El proceso de simulación consistió en lo siguiente:

- Se ajustaron las variables de frecuencia y severidad de acuerdo con los criterios mostrados en el apartado anterior y mediante el método de Máxima verosimilitud.
- Se generaron 500,000 simulaciones de pérdida agregada (Matrices) donde cada una de estas contiene números aleatorios de frecuencia a los que se les asigna un monto aleatorio de severidad con base en las distribuciones seleccionadas; la suma de cada matriz corresponde a una simulación de pérdida agregada. Como, de acuerdo con la ley de los grandes números, el promedio de estas 500,000

simulaciones converge a la pérdida agregada real y con base en las matrices generadas se obtiene el VaR y TVaR.

Los resultados de la simulación Monte Carlo para la cobertura de Arrendatario y Viajero se muestran en la tabla 11 y 12 respectivamente.

Tabla 11. Resultados de la simulación de pérdida agregada para la cobertura de Arrendatario

| Año | PA Real | PA Simulada | Variación % | Varianza | TVaR95 | VaR95 | VaR99 | VaR99.5 |
|------|-------------|-------------|-------------|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 2018 | 63,055,887 | 63,040,348 | -0.02% | 7.42E+15 | 267,734,746 | 148,852,768 | 299,324,897 | 413,357,960 |
| 2019 | 53,736,442 | 53,843,812 | 0.20% | 2.07E+15 | 180,821,198 | 112,859,912 | 203,580,830 | 272,238,392 |
| 2020 | 98,473,684 | 97,447,685 | -1.04% | 8.93E+15 | 342,950,125 | 205,546,657 | 391,882,150 | 511,017,013 |
| 2021 | 40,616,657 | 41,150,390 | 1.31% | 9.61E+14 | 121,033,917 | 79,281,777 | 133,137,218 | 170,987,331 |
| 2022 | 159,691,569 | 156,441,814 | -2.04% | 1.63E+16 | 488,480,375 | 308,793,771 | 547,090,122 | 700,399,531 |

Fuente: Elaboración propia

Tabla 12. Resultados de la simulación de pérdida agregada para la cobertura de Viajero

| Año | PA Real | PA Simulada | Variación % | Varianza | TVaR95 | VaR95 | VaR99 | VaR99.5 |
|------|-------------|-------------|-------------|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 2018 | 132,213,667 | 136,585,046 | 3.31% | 2.43E+16 | 586,069,249 | 376,627,978 | 661,135,015 | 822,011,151 |
| 2019 | 85,580,462 | 75,223,719 | -12.10% | 1.23E+16 | 405,129,474 | 249,120,765 | 453,981,368 | 581,199,535 |
| 2020 | 50,124,515 | 41,454,891 | -17.30% | 5.45E+15 | 265,015,158 | 151,779,815 | 306,027,190 | 405,484,789 |
| 2021 | 99,527,919 | 95,276,719 | -4.27% | 7.88E+15 | 344,235,533 | 240,560,899 | 377,453,199 | 462,456,701 |
| 2022 | 55,965,668 | 59,901,729 | 7.03% | 4.19E+15 | 251,920,000 | 169,365,411 | 284,945,424 | 350,307,476 |

Fuente: Elaboración propia

En los resultados de la cobertura de Arrendatario se puede notar que las estimaciones de la PA Simulada son, en todos los años del análisis muy cercanas a su valor real. Sin embargo, se puede destacar que, para los años 2018, 2020 y 2022 la PA Simulada es una subestimación del valor real, esto al encontrarse ligeramente debajo de los datos reales presentados. Los datos simulados más alejados de los reales corresponden a los del año 2022, mientras que los que se encuentran más cercanos son los del 2018 con tal solo -0.02% de variación.

La máxima pérdida probable a los niveles de 95, 99 y 99.5% se muestran en las columnas VaR95, VaR99 y VaR99.5, respectivamente. Entre los resultados se puede notar que, para que exista un 5% de probabilidad de que en los años 2018, 2019 y 2020, la pérdida

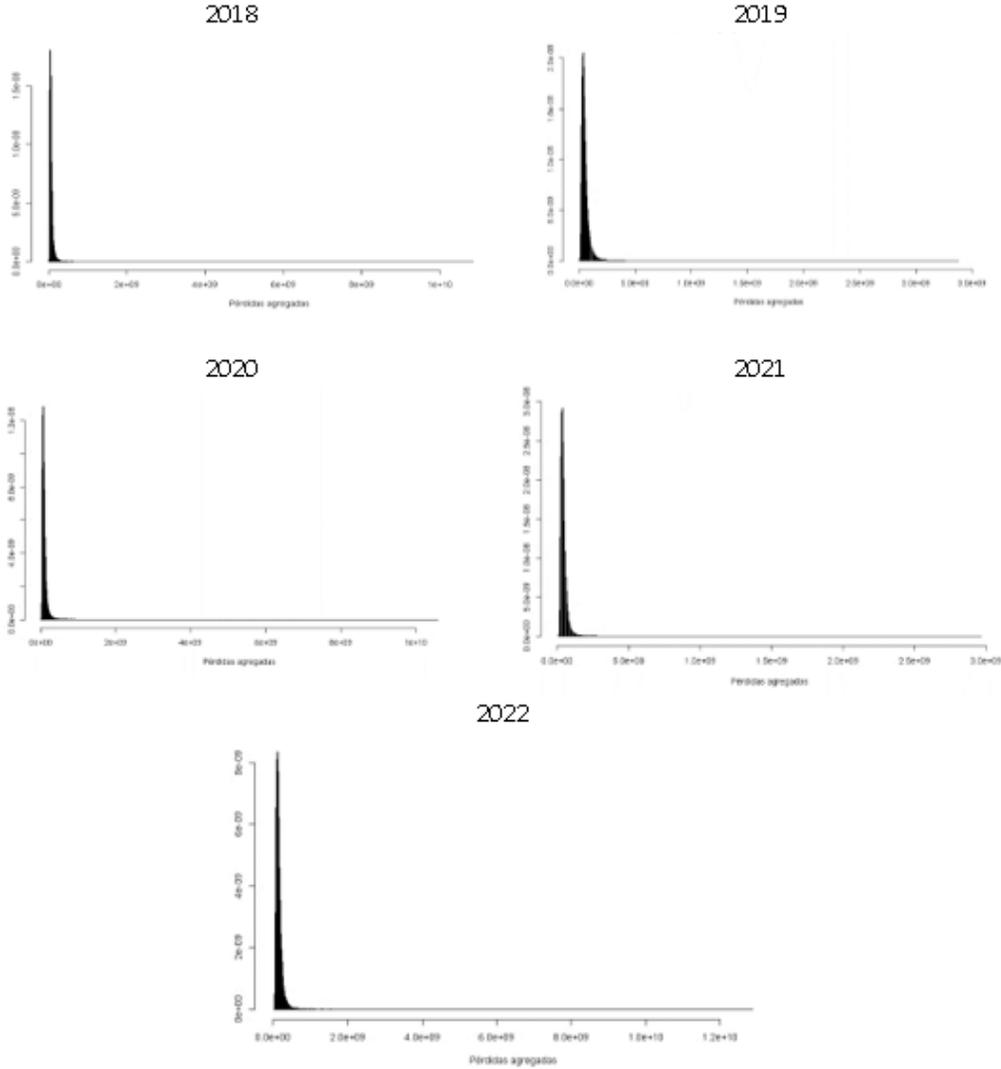
agregada supere los montos 148,852,768; 112,859,912 y 205,546,657, ésta debería crecer en más del 100%, mientras que, para que este suceso se presente en los años 2021 y 2022 la PA real debería crecer entre en 93 y 95%. Asimismo, para que la probabilidad de que la pérdida agregada supere los montos más altos (correspondientes a los valores de VaR99 y Var99.5) sea de 1 y 0.05%, la PA real debería presentar un crecimiento superior al 100% en todos los años de estudio.

Por otro lado, el valor obtenido del TVaR al 95% permite observar el valor de la pérdida esperada en los años analizados más allá del 95%, por lo que, durante condiciones económicas altamente volátiles o extremas, es posible que para los años 2018, 2019, 2020, 2021 y 2022 se pierda más de los montos sugeridos en la columna de TVaR95 de la tabla 11. Siendo aquí el peor de los casos el que se puede presentar en 2018, al ser el TVaR95= 267,734,746 el monto que representa un crecimiento del 325% de la PA real.

Con respecto al análisis para los datos de la cobertura de Viajero (ver Tabla 12) se puede notar que las estimaciones de la PA simulada tienden a estar un poco más alejas de la PA real (ver columna de Variación %), en comparación con la estimación que se obtuvo para la cobertura de Arrendatario. En este caso en los años que se tiene una subestimación son 2019, 2020 y 2021, siendo las simulaciones más alejadas del valor real las correspondientes a los años 2019 y 2020 (-12.10 y -17.30%, respectivamente). En este caso, para que la probabilidad de que la pérdida máxima supere los niveles presentados al 95, 99 y 99.5% de la tabla, la PA real debería presentar un crecimiento superior al 100% en todos los años analizados, y en el caso del TVaR95 la PA real debería crecer en más del 240% en todos los años, presentándose el peor escenario en el año 2020, donde TVaR95= 265,015,158 representa un crecimiento de 429% de la PA real.

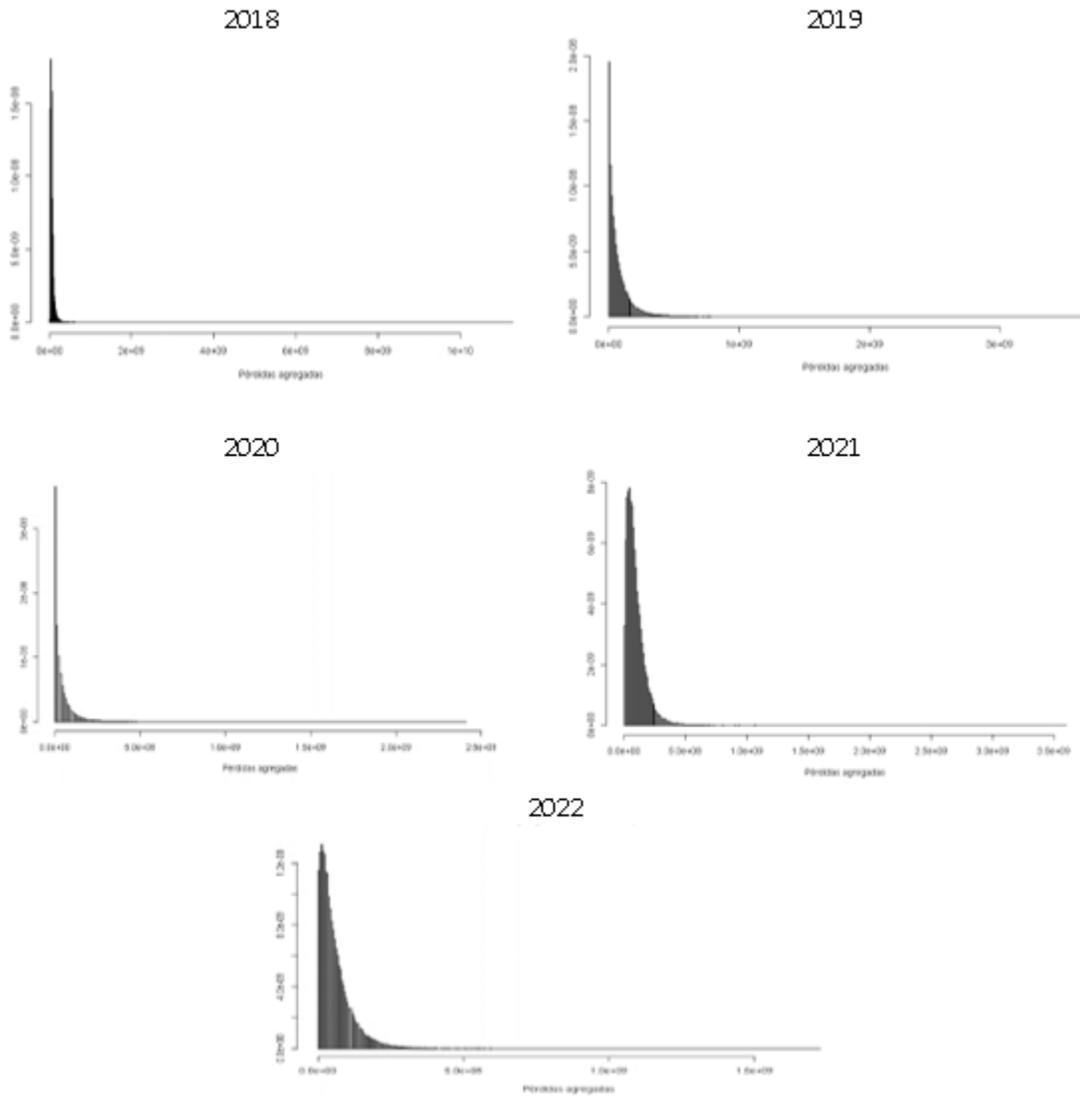
La forma de la distribución simulada para las coberturas analizadas y los años contemplados se muestra en los paneles de las gráficas 24 y 25, en estas se puede notar el comportamiento esperado con sesgo a la derecha, característica de la distribución lognormal.

Gráfica 24. Distribución de pérdidas agregadas para la cobertura de Arrendatario



Fuente: Elaboración propia generada con los datos simulados en el software R.

Gráfica 25. Distribución de pérdidas agregadas para la cobertura de Viajero



Fuente: Elaboración propia generada con los datos simulados en el software R.

3.4.2 Distribución paramétrica de la variable de Pérdida agregada

Una vez obtenidas las simulaciones de pérdida agregada, es posible aplicar las pruebas de bondad de ajuste para conocer la distribución paramétrica a la cual se aproximan. En esta instancia, es posible considerar las distribuciones Normal (en la cual se aplica el modelo de riesgo colectivo), Lognormal, y algunas de las distribuciones propuestas en la sección 2.4.1 que, de acuerdo con el comportamiento observado los histogramas de las simulaciones se asemejan a los datos simulados. A continuación, se muestran en las

tablas 13 y 14 los valores del estadístico KS para las simulaciones de pérdida agregada de ambas coberturas en los años 2018-2022, los cuales se comparan contra un valor crítico de 0.006 al 95% de confianza para todos los años (valor fijo debido a que se usa un mismo número de simulaciones a diferencia del ajuste de severidad por año en donde el número de observaciones era diferente).

Tabla 13. Estadístico KS para la cobertura de Arrendatario 2018-2022

| Distribución | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 |
|---------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Exponencial | 0.213 | 0.237 | 0.294 | 0.313 | 0.301 |
| Gen. Pareto | 0.009 | 0.008 | 0.009 | 0.007 | 0.008 |
| Logistic | 0.251 | 0.179 | 0.187 | 0.158 | 0.177 |
| Lognormal | 0.006 | 0.005 | 0.007 | 0.003 | 0.007 |
| Normal | 0.107 | 0.097 | 0.136 | 0.095 | 0.113 |
| Pareto | 0.317 | 0.345 | 0.328 | 0.394 | 0.345 |
| Weibull | 0.013 | 0.011 | 0.017 | 0.009 | 0.016 |

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 14. Estadístico KS para la cobertura de Viajero 2018-2022

| Distribución | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 |
|---------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Exponencial | 0.009 | 0.012 | 0.019 | 0.014 | 0.010 |
| Gen. Pareto | 0.007 | 0.007 | 0.016 | 0.007 | 0.006 |
| Logistic | 0.124 | 0.209 | 0.257 | 0.153 | 0.117 |
| Lognormal | 0.004 | 0.005 | 0.004 | 0.004 | 0.005 |
| Normal | 0.158 | 0.202 | 0.279 | 0.187 | 0.165 |
| Pareto | 0.016 | 0.157 | 0.177 | 0.294 | 0.185 |
| Weibull | 0.009 | 0.010 | 0.012 | 0.011 | 0.007 |

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de esta simulación Monte Carlo mostraron que la distribución empírica de la pérdida agregada sigue una distribución Lognormal al igual que la severidad, aunque siendo de igual manera buenas opciones la Pareto generalizada y en ocasiones la distribución Weibull. Este hallazgo sugiere que las características de los datos de entrada pueden estar influyendo para no obtener una distribución Normal mediante el Modelo de riesgo colectivo, además es importante resaltar que se están simulando valores en la cola de la distribución. En el apartado de las conclusiones se detallará más acerca de este

punto. Los parámetros estimados para la distribución lognormal, obtenidos mediante máxima verosimilitud se pueden observar en las tablas 15 y 16.

Tabla 15. Parámetros óptimos de la distribución Lognormal para la simulación de Pérdida agregada en la cobertura de Arrendatario 2018-2022

| Año | μ_{log} | σ_{log} |
|------------|-------------|----------------|
| 2018 | 17.737 | 0.629 |
| 2019 | 17.647 | 0.545 |
| 2020 | 18.240 | 0.521 |
| 2021 | 17.411 | 0.458 |
| 2022 | 18.744 | 0.461 |

Fuente: Elaboración propia.

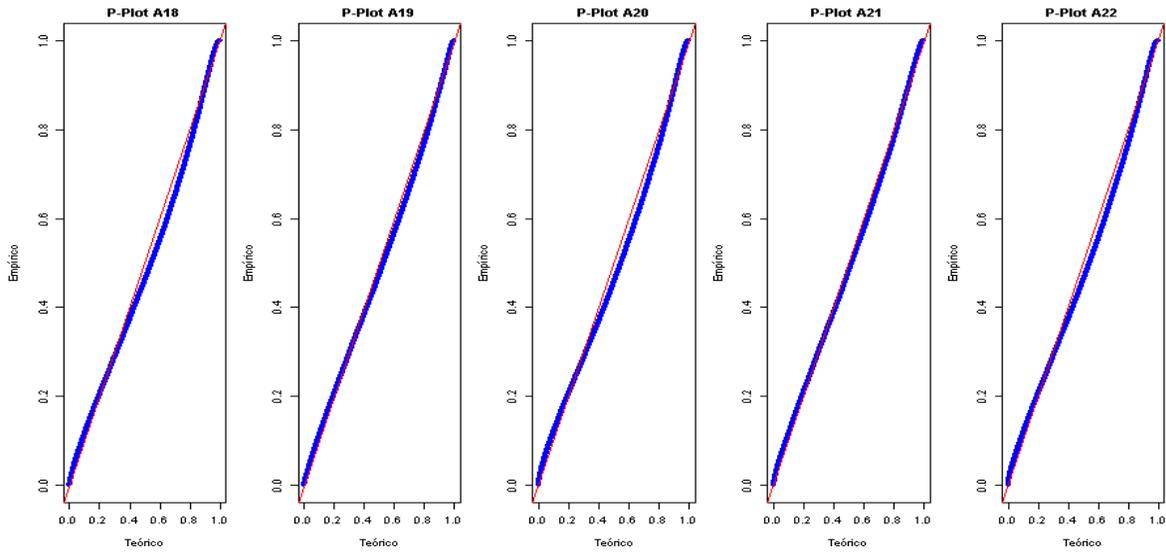
Tabla 16. Parámetros óptimos de la distribución Lognormal para la simulación de Pérdida agregada en la cobertura de Viajero 2018-2022

| Año | μ_{log} | σ_{log} |
|------------|-------------|----------------|
| 2018 | 18.270 | 1.043 |
| 2019 | 17.292 | 1.655 |
| 2020 | 16.336 | 2.011 |
| 2021 | 18.007 | 0.932 |
| 2022 | 17.398 | 1.180 |

Fuente: Elaboración propia.

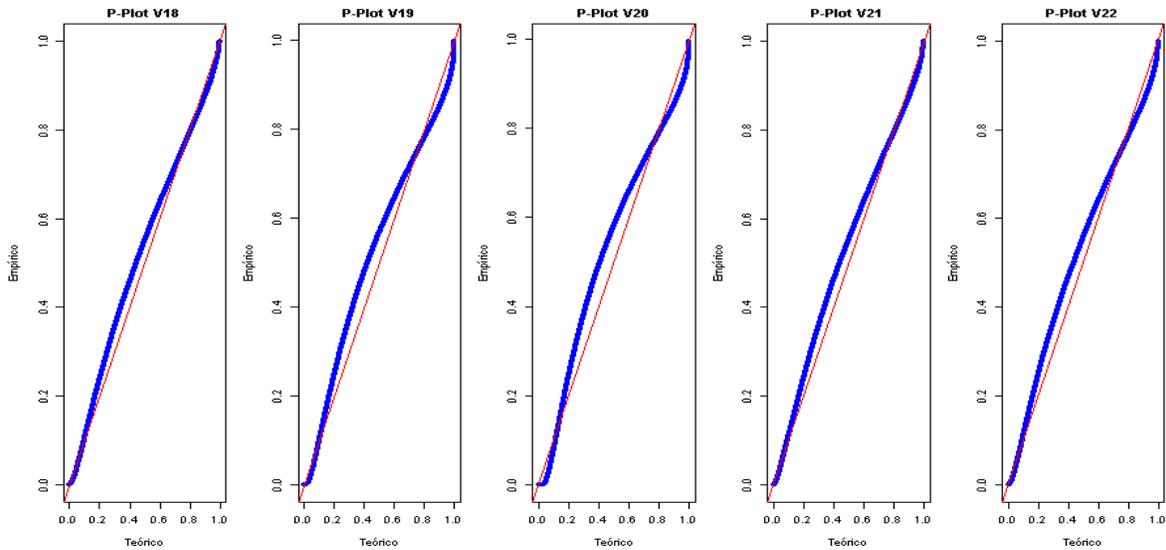
A su vez, se puede complementar esta decisión observando las PP-plot en las gráficas 26 y 27, en donde resalta que la cobertura de viajero muestra una mayor desviación en comparación a la cobertura de arrendatario, sin embargo, se llega a la mejor opción ocupando el ajuste paramétrico mediante la distribución Lognormal.

Gráfica 26. PP-Plot para las simulaciones de pérdida agregada en la cobertura de Arrendatario 2018-2022



Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 27. PP-Plot para las simulaciones de pérdida agregada en la cobertura de Viajero 2018-2022



Fuente: Elaboración propia.

4 Conclusiones

Después de analizar cinco años de los datos abiertos de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas para el Ramo de responsabilidad civil, se tiene evidencia de que la distribución Lognormal muestra solidez para modelar el monto de siniestros ocurridos por año, pasando estadísticamente las pruebas de bondad de ajuste y teniendo pequeñas variaciones en la estimación de sus parámetros μ_{log} y σ_{log} .

Se puede observar como la pérdida agregada simulada se aproxima de manera óptima a la pérdida agregada real, particularmente en la cobertura de arrendatario, donde las variaciones entre la pérdida agregada real y la simulada van desde el -0.02% en el año 2018 hasta el -2.04% en el año 2022. Por otra parte, se obtiene una mayor diferencia para la cobertura de viajero, con variaciones que van desde el 3.31% en el 2018 hasta el -17.3% en el año 2020.

Las conclusiones más importantes de la aplicación del modelo se obtienen al analizar los valores la máxima pérdida probable (VaR) en conjunto con los valores de pérdida agregada real; para la cobertura de arrendatario, los resultados se resumen a continuación:

- 2018: La pérdida agregada real fue de 63,055,887, mientras que la máxima pérdida probable a un nivel del 95% de confianza fue de 148,852,768, al 99% de 299,324,897 y al 99.5% de 413,357,960, mostrando suficiencia para cubrir la siniestralidad del año.
- 2019: La pérdida agregada real fue de 53,736,442, mientras que la máxima pérdida probable a un nivel del 95% de confianza fue de 112,859,912, al 99% de 203,580,830 y al 99.5% de 272,238,392, mostrando suficiencia para cubrir la siniestralidad del año y valores simulados menores a los de 2018.
- 2020: La pérdida agregada real fue de 98,473,684, mientras que la máxima pérdida probable a un nivel del 95% de confianza fue de 205,546,657, al 99% de 391,882,150 y al 99.5% de 511,017,013, mostrando suficiencia para cubrir la siniestralidad del año.

- 2021: La pérdida agregada real fue de 40,616,657, mientras que la máxima pérdida probable a un nivel del 95% de confianza fue de 79,281,777, al 99% de 133,137,218 y al 99.5% de 170,987,331, mostrando suficiencia para cubrir la siniestralidad del año y sin mostrar valores considerados como atípicos.
- 2022: La pérdida agregada real fue de 159,691,569, mientras que la máxima pérdida probable a un nivel del 95% de confianza fue de 308,793,771, al 99% de 547,090,122 y al 99.5% de 700,399,531, mostrando suficiencia para cubrir la siniestralidad del año y resaltando el incremento en montos más grandes de siniestros ocurridos.

Para la cobertura de viajero, las conclusiones por año son las siguientes:

- 2018: La pérdida agregada real fue de 132,213,667, mientras que la máxima pérdida probable a un nivel del 95% de confianza fue de 376,627,978, al 99% de 661,135,015 y al 99.5% de 822,011,151, mostrando suficiencia para cubrir la siniestralidad del año.
- 2019: La pérdida agregada real fue de 85,580,462, mientras que la máxima pérdida probable a un nivel del 95% de confianza fue de 249,120,765, al 99% de 453,981,368 y al 99.5% de 581,199,535, mostrando suficiencia para cubrir la siniestralidad del año.
- 2020: La pérdida agregada real fue de 50,124,515, mientras que la máxima pérdida probable a un nivel del 95% de confianza fue de 151,779,815, al 99% de 306,027,190 y al 99.5% de 405,484,789, mostrando suficiencia para cubrir la siniestralidad del año.
- 2021: La pérdida agregada real fue de 99,527,919, mientras que la máxima pérdida probable a un nivel del 95% de confianza fue de 240,560,899, al 99% de 377,453,199 y al 99.5% de 462,456,701, mostrando suficiencia para cubrir la siniestralidad del año.
- 2022: La pérdida agregada real fue de 55,965,668, mientras que la máxima pérdida probable a un nivel del 95% de confianza fue de 169,365,411, al 99% de 284,945,424 y al 99.5% de 350,307,476, mostrando suficiencia para cubrir la siniestralidad del año.

Como punto negativo, a pesar de haber pasado las pruebas de bondad de ajuste y ser las mejores elecciones en las distribuciones, la variable de severidad muestra una sobreestimación para los valores más grandes. Esto no significa que la metodología no funcione de forma óptima, en realidad, la metodología resultó bastante práctica de utilizar y muestra resultados que funcionan si se comparan con la siniestralidad real. En su lugar, el principal factor que afecta al modelo proviene de los datos, ya que son observaciones que corresponden a un consolidado de diferentes instituciones, donde cada una de ellas muestra un comportamiento diferente en su cartera y apetito al riesgo, por lo que se espera que la aplicación de la metodología y de las distribuciones utilizadas sea aún mejor en casos particulares de las aseguradoras.

El punto anterior a su vez tiene implicaciones en el ajuste de la distribución de la pérdida agregada, donde las simulaciones sugieren un ajuste Lognormal mientras que el modelo de riesgo colectivo espera una distribución Normal mediante $E(S)$ y la $V(S)$ o una gamma trasladada. Partiendo de esto, el presente trabajo funciona como antecedente para futuras investigaciones en las que se aborden las diferentes formas de ajustar las variables de frecuencia y severidad, incluyendo ajustes no paramétricos y demás métodos existentes, además de ampliar el estudio a los diferentes ramos que operan en el mercado mexicano o en algún caso particular de una institución de seguros.

En conclusión, este trabajo se finaliza aplicando la metodología y comparando con los datos reales de forma exitosa, dejando así un antecedente teórico acerca de la evolución de los seguros, los fundamentos de los modelos actuariales y la aplicación de la metodología de pérdida agregada a través de la simulación Monte Carlo para el ramo de Responsabilidad Civil. Con ello, se cumplen todos los objetivos establecidos para la investigación.

5 Bibliografía

- Broverman, S. (2015). *SOA Exam P Study Manual*. ACTEX Learning.
- CONDUSEF. (2013). *Diplomado en seguros*. Obtenido de Educación Financiera CONDUSEF: <https://educacionfinanciera.condusef.gob.mx/DiplomadoSeguros/login/contenido/pdf/m1.pdf>.
- Cousineau, D. (2009). Fitting the three-parameter weibull distribution: review and evaluation of existing and new methods. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 16, no. 1, pp. 281-288.
- Daza, M., Daza, L., Ponce, J., Blanco, J., Sánchez, J., Ramírez, J., Delgado, L. (2007). *Generalidades sobre los sistemas financiero mexicano y monetario internacional*. Zapopan, Jalisco: Centro Universitario de Ciencias Económico Administrativas.
- Diario Oficial de la Federación. (2013a). Circular Única de Seguros y Fianzas.
- Diario Oficial de la Federación (DOF). (2013b). Ley Sobre el Contrato de Seguro.
- Franco, L., & Murillo, J. (2008). Loss distribution approach (LDA): metodología actuarial aplicada al riesgo operacional. *Ingenierías Universidad de Medellín*, 143-156.
- Franco, L., & Velásquez, E. (2010). Alternativas fundamentales para cuantificar el riesgo operacional. *Ecos de Economía*, 8-43.
- Frees, E., Derris, R & Meyers, G. (2014). *PREDECTIVE MODELING APPLICATIONS IN ACTUARIAL SCIENCE*. New York: Cambridge University Press
- Fundación MAPFRE. (1990). *MANUAL DE INTRODUCCION AL SEGURO*. Madrid: MAPFRE.
- García, M. (2014). Modelación de pérdida agregada aplicada a siniestros de cáncer de mama: caso de una empresa aseguradora. Tesina. Toluca, México, México.
- González, K. (2008). *APLICACIONES DEL MÉTODO DE MONTE CARLO A LA SOLUCIÓN DE ALGUNOS PROBLEMAS FINANCIEROS*. Recuperado de: TESIS PARA OBTENER EL TITULO DE INGENIERO MATEMÁTICO: <https://www.repositoriodigital.ipn.mx/bitstream/123456789/5944/1/GONZALEZ%20JUAREZ%20KARLA%20Tesis%202008.pdf>
- Hernández, R. (2015). Los riesgos de las entidades aseguradoras en el marco del Enterprise Risk Management (ERM) y el control interno. *Innovar*, 61-70.
- Klugman, S., Panjer, H., & Willmot, G. (2019). *Loss Models: From Data to Decisions*. Nueva Jersey: Society of Actuaries.
- Lakshmi, R. V. y Vaidyanathan, V. S. (2016). Three-parameter gamma distribution: Estimation using likelihood, spacings and least squares approach. *Journal of Statistics and Management Systems*, vol. 19, no.1, pp. 37-53.
- Macías, A. (2015). *El préstamo a riesgo de mar*. Canarias: Gobierno, Archivo Histórico Provincial de Santa Cruz de Tenerife.

- MAPFRE. (S.f). *Educación financiera*. Obtenido de Fundación MAPFRE:
<https://www.fundacionmapfre.mx/educacion-divulgacion/educacion-financiera/seguros/que-es-el-seguro/>
- Martínez, M., & Hernández, R. (2013). Modelos Internos en Solvencia II. *Anuario Jurídico y Económico Escurialense*, 389-406.
- Minzoni, A. (1990). *Crónica de dos siglos del seguro en México*. México: Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.
- Pfeffer, I., & Clock, D. (1978). *Perspectivas del seguro*. Madrid: MAPFRE.
- Quintana, E. (2018). *Marco jurídico de las finanzas*. México: Instituto de Investigaciones Jurídicas UNAM.
- Raychaudhuri, S. (2008). Introduction to Monte Carlo Simulation. *Winter Simulation Conference* (págs. 91-100). Broomfield: Oracle Crystal Ball Global Business Unit.
- Restrepo, J., & Medina, S. V. (2016). Pérdidas económicas para las compañías aseguradoras derivadas de personas lesionadas en accidentes de tránsito: aplicación de un modelo de pérdidas agregadas. *Gerencia y Políticas de Salud*, 80-93.
- Revista Siniestro. (2021). *Cobertura de RC Arrendatario, un seguro que debería ser obligatorio en México*. Obtenido de SINIESTRO: <https://revistasiniestro.com.mx/2021/07/05/cobertura-de-rc-arrendatario-un-seguro-que-deberia-ser-obligatorio-en-mexico/>
- Septiany, R., & Setiawaty, B. P. (2020). The use of Monte Carlo method to model the aggregate loss distribution. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 179-190.
- Silva, J. (2003). *HISTORIA DEL SEGURO EN MÉXICO*. México: Universidad Autónoma Metropolitana.
- Singh, V. P. (1998). Three-Parameter Lognormal Distribution. *Water Science and Technology Library*, 82–107. doi:10.1007/978-94-017-1431-0_7.

6 Anexos

6.1 Código en R

```
install.packages("readxl")
library(readxl)
install.packages("rriskDistributions")
library(rriskDistributions)
install.packages("fitdistrplus")
library(fitdistrplus)
install.packages("univariateML")
library(univariateML)
library(stats)
library(actuar)
```

```

install.packages("vcd")
library(vcd)
install.packages("MASS")
library(MASS)
install.packages("FAdist")
library(FAdist)

base<-read_excel("ruta")
severidad<-base$`MONTO DEL SINIESTRO`
frecuencia<-base$`NUMERO DE SINIESTROS`

datos<-severidad
num<-frecuencia

'ajuste weibull 3p'
thres <- 60
x <- rweibull(200, 3, 1) + thres

EPS = sqrt(.Machine$double.eps)

llik.weibull <- function(shape, scale, thres, x)
{
  sum(dweibull(x - thres, shape, scale, log=T))
}

thetahat.weibull <- function(x)
{
  if(any(x <= 0)) stop("x values must be positive")

  toptim <- function(theta) -llik.weibull(theta[1], theta[2], theta[3], x)

  mu = mean(log(x))
  sigma2 = var(log(x))
  shape.guess = 1.2 / sqrt(sigma2)
  scale.guess = exp(mu + (0.572 / shape.guess))
  thres.guess = 1

  res = nlm(inb(c(shape.guess, scale.guess, thres.guess), toptim, lower=EPS)

  c(shape=res$par[1], scale=res$par[2], thres=res$par[3])
}

weibullParametros <- thetahat.weibull(datos)

```

```

# Generar muestras de la distribución Weibull ajustada con los parámetros estimados
set.seed(123) # Para reproducibilidad
simulated_data1 <- rweibull3(nosin, shape = weibullParametros[1], scale = weibullParametros[2],
thres = weibullParametros[3])
ks_result1 <- ks.test(datos, simulated_data1)
ks_result1

'ajuste lognormal'
logn<-mllnorm(datos)
set.seed(123) # Para reproducibilidad
simulated_data2 <- rlnorm(nosin, meanlog = logn[1], sdlog = logn[2])
ks_result2 <- ks.test(datos, simulated_data2)
ks_result2

'ajuste burr'

fitburr <- fitdist(datos,"burr",method = "mle", start = list(shape1=10, shape2=10,scale = 100))
set.seed(123) # Para reproducibilidad
simulated_data3 <- rburr(nosin, shape1 = fitburr$estimate[1], shape2 = fitburr$estimate[2],
fitburr$estimate[3])
ks_result3 <- ks.test(datos, simulated_data3)
ks_result3

'ajuste weibull'
weib <- fitdist(datos,"weibull",method = "mle")
set.seed(123) # Para reproducibilidad
simulated_data4 <- rweibull(nosin, shape = weib$estimate[1], scale = weib$estimate[2])
ks_result4 <- ks.test(datos, simulated_data4)
ks_result4

'ajuste pareto'

"pareto"
scale <- 1 # Parámetro de escala para la distribución Pareto
shape <- 2 # Parámetro de forma para la distribución Pareto

# Generar datos de ejemplo: distribución Pareto con parámetro de escala 1 y forma 2
x <- rpareto(200, scale = scale, shape = shape)

EPS = sqrt(.Machine$double.eps) # "epsilon" para números muy pequeños

# Función de log-verosimilitud para la distribución Pareto
llik.pareto <- function(scale, shape, x) {

```

```

sum(dpareto(x, scale = scale, shape = shape, log = TRUE))
}

# Función para estimar los parámetros de la distribución Pareto
thetahat.pareto <- function(x) {
  if(any(x <= 0)) stop("Los valores de x deben ser positivos")

  # Función interna para optimizar la log-verosimilitud negativa
  toptim <- function(theta) -llik.pareto(theta[1], theta[2], x)

  # Estimación inicial de los parámetros usando métodos heurísticos
  mean_x = mean(x) # Media de x
  shape.guess = 1 + length(x) / sum(log(x) / mean_x) # Estimación inicial del parámetro de forma
  (shape)
  scale.guess = mean_x * (shape.guess - 1) / shape.guess # Estimación inicial del parámetro de
  escala (scale)

  # Optimización de los parámetros usando nlm (método de optimización sin restricciones)
  res = nlm(c(scale.guess, shape.guess), toptim, lower = EPS)

  # Devolver los parámetros estimados
  c(scale = res$par[1], shape = res$par[2])
}

# Estimar los parámetros de la distribución Pareto para los datos x
paramPareto = thetahat.pareto(datos)

set.seed(123) # Para reproducibilidad
simulated_data5 <- rpareto(nosin, scale = paramPareto[1], shape = paramPareto[2])
ks_result5 <- ks.test(datos, simulated_data5)
ks_result5

'ajuste gamma'
gam <- fitdist(datos, "gamma", method = "mme")
set.seed(123) # Para reproducibilidad
simulated_data6 <- rgamma(nosin, shape = gam$estimate[1], scale = 1/gam$estimate[2])
ks_result6 <- ks.test(datos, simulated_data6)
ks_result6

'ajuste lognormal 3p'

thres <- 1 # Umbral (threshold) para la distribución lognormal

```

```

# Generar datos de ejemplo: distribución lognormal con media de log 1 y desviación estándar de
log 1, desplazados por el umbral
x <- rlnorm(200, meanlog = 1, sdlog = 1) + thres

EPS = sqrt(.Machine$double.eps) # "epsilon" para números muy pequeños

# Función de log-verosimilitud para la distribución lognormal
llik.lognormal <- function(meanlog, sdlog, thres, x) {
  sum(dlnorm(x - thres, meanlog = meanlog, sdlog = sdlog, log = TRUE))
}

# Función para estimar los parámetros de la distribución lognormal
thetahat.lognormal <- function(x) {
  if(any(x <= 0)) stop("Los valores de x deben ser positivos")

  # Función interna para optimizar la log-verosimilitud negativa
  toptim <- function(theta) -llik.lognormal(theta[1], theta[2], theta[3], x)

  # Estimación inicial de los parámetros usando métodos heurísticos
  mu = mean(log(x)) # Media de log(x)
  sigma2 = var(log(x)) # Varianza de log(x)
  meanlog.guess = mu # Estimación inicial de la media del logaritmo
  sdlog.guess = sqrt(sigma2) # Estimación inicial de la desviación estándar del logaritmo
  thres.guess = 1 # Estimación inicial del umbral (threshold)

  # Optimización de los parámetros usando nlm (método de optimización sin restricciones)
  res = nlm(c(meanlog.guess, sdlog.guess, thres.guess), toptim, lower = EPS)

  # Devolver los parámetros estimados
  c(meanlog = res$par[1], sdlog = res$par[2], thres = res$par[3])
}

# Estimar los parámetros de la distribución lognormal para los datos x
paramlnorm3 <- thetahat.lognormal(datos)

set.seed(123) # Para reproducibilidad
simulated_data7 <- rlnorm3(nosin, scale = paramlnorm3[1], shape = paramlnorm3[2],
  paramlnorm3[3])
ks_result7 <- ks.test(datos, simulated_data7)
ks_result7

'ajuste gamma 3p'

```

```

thres <- 1 # Umbral (threshold) para la distribución Gamma

# Generar datos de ejemplo: distribución Gamma con forma (shape) 2, tasa (rate) 1, desplazados
por el umbral
x <- rgamma(200, shape = 2, rate = 1) + thres

EPS = sqrt(.Machine$double.eps) # "epsilon" para números muy pequeños

# Función de log-verosimilitud para la distribución Gamma
llik.gamma <- function(shape, rate, thres, x) {
  sum(dgamma(x - thres, shape = shape, rate = rate, log = TRUE))
}

# Función para estimar los parámetros de la distribución Gamma
thetahat.gamma <- function(x) {
  if(any(x <= 0)) stop("Los valores de x deben ser positivos")

  # Función interna para optimizar la log-verosimilitud negativa
  toptim <- function(theta) -llik.gamma(theta[1], theta[2], theta[3], x)

  # Estimación inicial de los parámetros usando métodos heurísticos
  mean_x = mean(x) # Media de x
  var_x = var(x) # Varianza de x
  shape.guess = mean_x^2 / var_x # Estimación inicial del parámetro de forma (shape)
  rate.guess = shape.guess / mean_x # Estimación inicial del parámetro de tasa (rate)
  thres.guess = 1 # Estimación inicial del umbral (threshold)

  # Optimización de los parámetros usando nlm (método de optimización sin restricciones)
  res = nlm(c(shape.guess, rate.guess, thres.guess), toptim, lower = EPS)

  # Devolver los parámetros estimados
  c(shape = res$par[1], rate = res$par[2], thres = res$par[3])
}

# Estimar los parámetros de la distribución Gamma para los datos x
gam3Param <- thetahat.gamma(datos)

# Generar muestras de la distribución Weibull ajustada con los parámetros estimados
set.seed(123) # Para reproducibilidad
simulated_data8 <- rgamma3(nosin, shape = gam3Param[1], scale = 1/gam3Param[2], thres =
gam3Param[3])
# Aplicar la prueba KS entre los datos observados y los datos simulados
ks_result8 <- ks.test(datos, simulated_data8)
ks_result8

```

```

ajusteLogLogis <- fitdist(datos, "llogis", method = "mle")

# Función para simular datos de log-logística
simular_loglogistica <- function(n, shape, scale) {
  set.seed(1)
  u <- runif(n) # Generar n números aleatorios uniformemente distribuidos entre 0 y 1
  simulated_data <- scale * (u / (1 - u))^(1/shape)
  return(simulated_data)
}

# Simular datos usando los parámetros ajustados
simulated_data9 <- simular_loglogistica(nosin, shape = ajusteLogLogis$estimate[1], scale =
ajusteLogLogis$estimate[2])

# Aplicar la prueba KS entre los datos observados y los datos simulados
ks_result9 <- ks.test(datos, simulated_data9)
ks_result9

'ajuste Logistic'
logis <- fitdist(datos,"logis",method = "mle")
set.seed(123) # Para reproducibilidad
simulated_data10 <- rlogis(nosin, location = logis$estimate[1], scale = logis$estimate[2])
ks_result10 <- ks.test(datos, simulated_data10)
ks_result10

# Crear tabla combinada de resultados
results <- data.frame(
  Distribucion = c("Weibull3p", "Lognormal", "Burr", "Weibull", "Pareto", "Gamma", "Lognormal3p",
"Gamma3p", "LogLogistic", "Logistic"),
  Estadistico_KS = c(ks_result1$statistic, ks_result2$statistic, ks_result3$statistic,
ks_result4$statistic, ks_result5$statistic, ks_result6$statistic, ks_result7$statistic,
ks_result8$statistic,ks_result9$statistic, ks_result10$statistic),
  Valor_p = c(ks_result1$p.value, ks_result2$p.value, ks_result3$p.value, ks_result4$p.value,
ks_result5$p.value, ks_result6$p.value, ks_result7$p.value, ks_result8$p.value,
ks_result9$p.value, ks_result10$p.value)
)

# Mostrar los resultados
print(results)

```

```

logn<-mllnorm(datos)

nbin<-fitdist(num, "nbinom")

set.seed(3)
N <- S <- matrix(nrow = nsim, ncol = sim)
X = list()

for(k in 1:sim){
  N[,k]<- rnbinom(n = nsim, mu = nbin$estimate[2], size = nbin$estimate[1])
  X[[k]] <- matrix(nrow = nsim, ncol = max(N[,k]))

  for (i in 1:nsim){
    if(N[i,k] == 0){
      X[[k]][i,] <- rep(NA, max(N[,k]))
    } else{
      X[[k]][i,] <- c(rlnorm(N[i,k], meanlog = logn[1], sdlog = logn [2]), rep(NA, max(N[,k])- N[i,k]))
    }
  }
  S[,k] <- rowSums(X[[k]], na.rm = TRUE)
}
medias<-c()
for(i in 1:sim){
  medias[i] = sum(S[,i])
}

# Modelo de pérdidas agregadas
# Parte 1
es<-function(dat,a) {
  n<-trunc((length(dat))*(1-a))
  ord<-sort(dat,decreasing=TRUE)
  return(sum(ord[1:n])/n)
}
truehist(medias,main="Pérdas agregadas", col="skyblue", xlab = "Pérdidas agregadas")
vec1<- data.frame(cbind(PA = sum(datos),
MediaSim=mean(medias),Varianza=var(medias),TVaR95=es(medias,.95)))
vec<-c(quantile(medias,0.95),quantile(medias,0.99),quantile(medias,0.995))
print(vec1)
print(vec)

```