
Estimación
Estimaciones

# Estimaciones

El objetivo fundamental de la estadística inferencial es obtener una buena ***estimación***. A través del estudio de alguna muestra poblacional se busca generalizar las conclusiones al total de la misma. En el estudio de las distribuciones muestrales, vimos que los estadísticos varían mucho dentro de sus distribuciones, y mientras menor sea el error estándar de un estadístico, más cercanos serán unos de otros sus valores.

Existen dos tipos de estimaciones para parámetros (población):

a) Puntuales
   Una estimación puntual es un único valor estadístico y se usa para estimar un parámetro. El estadístico usado se denomina estimador.

a) Por intervalo.
   Una estimación por intervalo es un rango, generalmente de ancho finito, que se espera que contenga el parámetro.

La inferencia estadística está concentrada en obtener algún tipo de conclusión acerca de uno o más parámetros (características poblacionales). Para hacerlo, se requiere de datos muestrales de cada una de las poblaciones en estudio. Entonces, las conclusiones pueden estar basadas en los valores calculados de varias cantidades muestrales .

Cuando se analizan conceptos generales y métodos de inferencia es conveniente tener un símbolo genérico para el parámetro de interés. Se utilizará la letra griega $\theta$ para este propósito. El objetivo de la estimación puntual es seleccionar sólo un número, basados en datos de la muestra, que represente el valor más razonable de $\theta$.

**Definición**

Una estimación puntual de un parámetro $\theta$ es un solo número que se puede considerar como el valor más razonable de $\theta$. La estimación puntual se obtiene al seleccionar una estadística apropiada y calcular su valor a partir de datos de la muestra dada. La estadística seleccionada se llama estimador puntual de $\theta$.

El símbolo $\hat{\theta}$ (theta sombrero) suele utilizarse para representar el estimador de $\theta$ y la estimación puntual resultante de una muestra dada. Entonces = $\hat{\mu}$ se lee $\bar{X}$ como "el estimador puntual de $\mu$ es la media muestral $\bar{x}$". El enunciado "la estimación puntual de $\mu$ es 5.77" se puede escribir en forma abreviada = 5.77 $\hat{\mu}$

**Ejemplo:**

En el futuro habrá cada vez más interés en importar al país tecnología mas limpia y de bajo costo, Examine la siguiente muestra de mediciones del gasto de energía obtenidos para muestras de teléfonos celulares:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 44.2 | 43.9 | 44.7 | 44.2 |
| 44.0 | 43.8 | 44.6 | 43.1 |

Suponga que esas observaciones son el resultado de una muestra aleatoria. Se desea estimar la varianza poblacional $\sigma^2$.

**Solución:**

Un estimador natural es la varianza muestral:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}(x_i - \bar{x})^2$$

**Ponderación**

$$n\text{-}1 = 8\text{-}1 = 7$$

La media muestral

$$\bar{x} = \frac{1}{8}(44.2 + 43.9 + 44.7 + 44.2 + 44.0 + 43.8 + 44.6 + 43.1)$$
$$= 44.0625$$

Varianza muestral

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{7}\left\{\begin{array}{l}(44.2-44.0625)^2 + (43.9-44.0625)^2 + (44.7-44.0625)^2 + \\ (44.2-44.0625)^2 + (44.0-44.0625)^2 + (43.8-44.0625)^2 + \\ (44.6-44.0625)^2 + (43.1-44.0625)^2\end{array}\right\}$$
$$= 0.251$$

En el mejor de los casos, se encontrará un estimador $\hat{\theta}$ para el cual $\hat{\theta} = \theta$ siempre. Sin embargo, $\hat{\theta}$ es una función de las $X_i$ muestrales, por lo que es en sí misma una variable aleatoria.

$$\hat{\theta} = \theta + error\ de\ estimación$$

entonces el estimador preciso sería uno que produzca sólo pequeñas diferencias de estimación, de modo que los valores estimados se acerquen al valor verdadero.

# Propiedades de un buen estimador

- Insesgado
- Eficiente
- Coherencia
- Suficiencia
- Robustez
- Invariancia

## Tarea

Investigar de que tratan estas propiedades para entregar la próxima clase

# Revisión de tarea segunda tanda

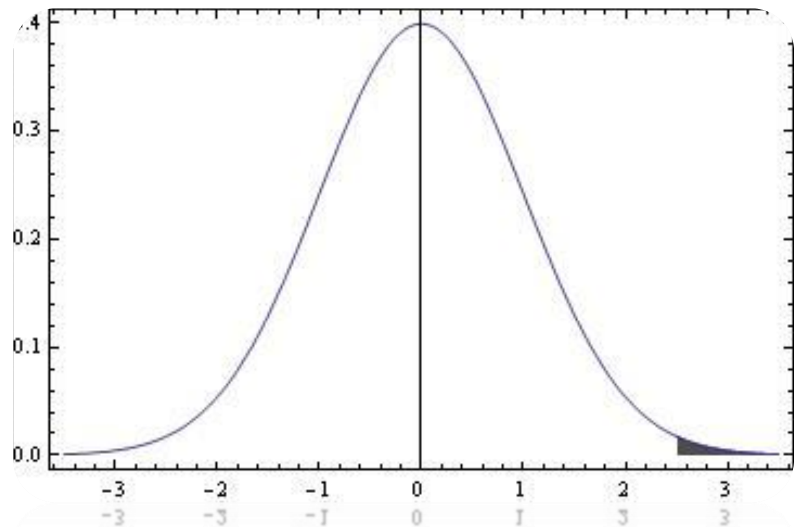
La población de millas recorridas por camioneros de Over the Road Van Lines presenta una media de 8,500, con una desviación estándar de 1,950. Si se toma una muestra de $n = 100$ conductores, cuál es la probabilidad de que la media sea:

*a.* ¿Mayor que 8,900?

*b.* ¿Menor que 8,000?

*c.* ¿Entre 8,200 y 8,700?

*d.* ¿Entre 8,100 y 8,400?




**Datos**

$$\mu = 8500$$
$$\sigma = 1950$$
$$n = 100$$

**Formula**

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma_x}$$

a) $P(x_m > 8900)$

$$x = 8900$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1950}{\sqrt{100}} = \frac{1950}{10} = 195$$

$$z = \frac{8900-8500}{195} = \frac{400}{195} = 2.05$$

$$P(x \geq 8900) = P(z \geq 2.05) = 0.02018$$

$$P(x \geq 8900) = 2.01\%$$

# Revisión de tarea segunda tanda

La población de millas recorridas por camioneros de Over the Road Van Lines presenta una media de 8,500, con una desviación estándar de 1,950. Si se toma una muestra de $n = 100$ conductores, cuál es la probabilidad de que la media sea:

*a.* ¿Mayor que 8,900?
*b.* ¿Menor que 8,000?
*c.* ¿Entre 8,200 y 8,700?
*d.* ¿Entre 8,100 y 8,400?

**Datos**

$$\mu = 8500$$
$$\sigma = 1950$$
$$n = 100$$

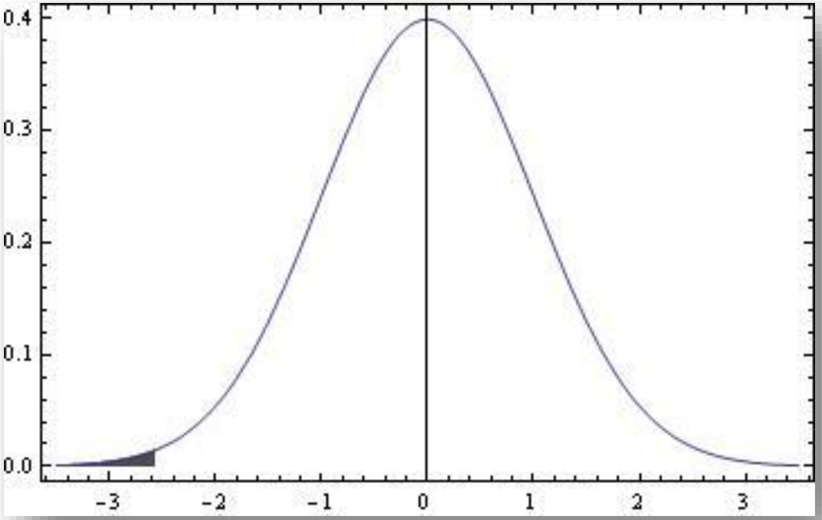
**Formula**

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma_x}$$

b) $P(x_m < 8000)$

$$x = 7999$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 195$$




$$z = \frac{7999 - 8500}{195} = \frac{-501}{195} = 2.57$$

$$P(x < 8000) = P(z < -2.57) = 0.00508$$
$$P(x < 8000) = 0.51\%$$

# Revisión de tarea segunda tanda

La población de millas recorridas por camioneros de Over the Road Van Lines presenta una media de 8,500, con una desviación estándar de 1,950. Si se toma una muestra de $n = 100$ conductores, cuál es la probabilidad de que la media sea:

a. ¿Mayor que 8,900?
b. ¿Menor que 8,000?
c. ¿Entre 8,200 y 8,700?
d. ¿Entre 8,100 y 8,400?

**Datos**

$\mu=8500$

$\sigma=1950$

$n=100$

**Formula**

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma_x}$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 195$$

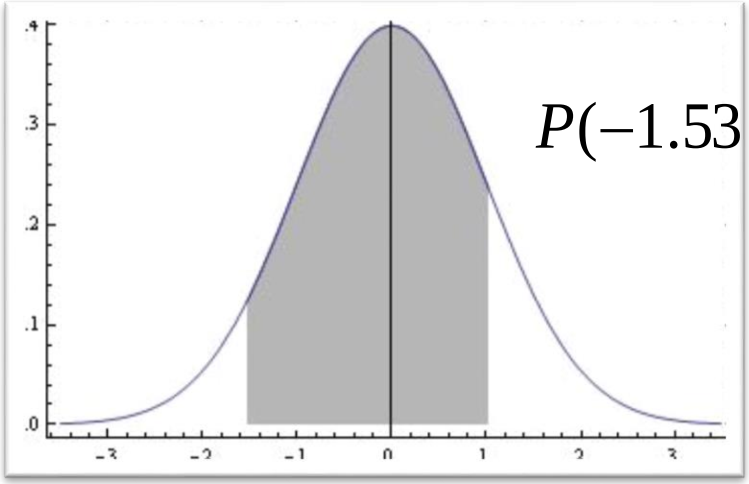
c) $P(8200 < x_m < 8700)$

$$x = 8201$$

$$x = 8699$$

$$z = \frac{8201-8500}{195} = -1.53$$

$$z = \frac{8699-8500}{195} = 1.02$$




$$P(-1.53 < z < 1.02) = 78.31\%$$

$$P(8200 < x < 8700) = P(-1.53 < z < 1.02)$$

$$P(x > 8700) = P(z > 1.02) = 0.15386$$

$$P(x < 8200) = P(z < -1.53) = 0.06301$$

$$P(-1.53 < z < 1.02) = 1 - 0.06301 - 0.15386 = 0.7831$$

# Revisión de tarea segunda tanda

La población de millas recorridas por camioneros de Over the Road Van Lines presenta una media de 8,500, con una desviación estándar de 1,950. Si se toma una muestra de $n = 100$ conductores, cuál es la probabilidad de que la media sea:

*a.* ¿Mayor que 8,900?
*b.* ¿Menor que 8,000?
*c.* ¿Entre 8,200 y 8,700?
*d.* ¿Entre 8,100 y 8,400?

$$x = 8201$$
$$x = 8699$$

d) $P(8100 < x_m < 8400)$

$$z = \frac{8101 - 8500}{195} = -2.05$$

$$z = \frac{8399 - 8500}{195} = -0.52$$

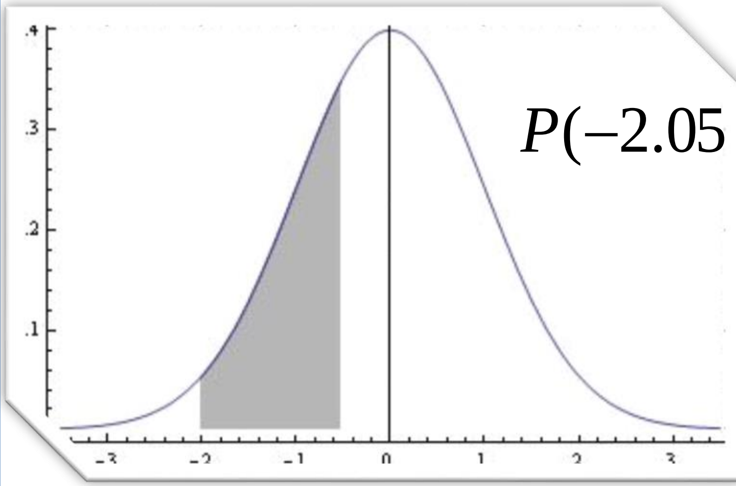
**Datos**

$\mu = 8500$
$\sigma = 1950$
$n = 100$

**Formula**

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma_x}$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 195$$




$$P(-2.05 < z < -0.52) = 28.13\%$$

$$P(8100 < x < 8400) = P(-2.05 < z < -0.52)$$
$$P(x < 8700) = P(z < -0.52) = 0.30153$$
$$P(x < 8100) = P(z < -2.05) = 0.02018$$
$$P(-1.53 < z < 1.02) = 0.30153 - 0.02018 = 0.28135$$

| z | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -4.0 | 0.00003 | 0.00003 | 0.00003 | 0.00003 | 0.00003 | 0.00003 | 0.00002 | 0.00002 | 0.00002 | 0.00002 |
| -3.9 | 0.00005 | 0.00005 | 0.00004 | 0.00004 | 0.00004 | 0.00004 | 0.00004 | 0.00004 | 0.00003 | 0.00003 |
| -3.8 | 0.00007 | 0.00007 | 0.00007 | 0.00006 | 0.00006 | 0.00006 | 0.00006 | 0.00005 | 0.00005 | 0.00005 |
| -3.7 | 0.00011 | 0.00010 | 0.00010 | 0.00010 | 0.00009 | 0.00009 | 0.00008 | 0.00008 | 0.00008 | 0.00008 |
| -3.6 | 0.00016 | 0.00015 | 0.00015 | 0.00014 | 0.00014 | 0.00013 | 0.00013 | 0.00012 | 0.00012 | 0.00011 |
| -3.5 | 0.00023 | 0.00022 | 0.00022 | 0.00021 | 0.00020 | 0.00019 | 0.00019 | 0.00018 | 0.00017 | 0.00017 |
| -3.4 | 0.00034 | 0.00032 | 0.00031 | 0.00030 | 0.00029 | 0.00028 | 0.00027 | 0.00026 | 0.00025 | 0.00024 |
| -3.3 | 0.00048 | 0.00047 | 0.00045 | 0.00043 | 0.00042 | 0.00040 | 0.00039 | 0.00038 | 0.00036 | 0.00035 |
| -3.2 | 0.00069 | 0.00066 | 0.00064 | 0.00062 | 0.00060 | 0.00058 | 0.00056 | 0.00054 | 0.00052 | 0.00050 |
| -3.1 | 0.00097 | 0.00094 | 0.00090 | 0.00087 | 0.00084 | 0.00082 | 0.00079 | 0.00076 | 0.00074 | 0.00071 |
| -3.0 | 0.00135 | 0.00131 | 0.00126 | 0.00122 | 0.00118 | 0.00114 | 0.00111 | 0.00107 | 0.00103 | 0.00100 |
| -2.9 | 0.00187 | 0.00181 | 0.00175 | 0.00169 | 0.00164 | 0.00159 | 0.00154 | 0.00149 | 0.00144 | 0.00139 |
| -2.8 | 0.00256 | 0.00248 | 0.00240 | 0.00233 | 0.00226 | 0.00219 | 0.00212 | 0.00205 | 0.00199 | 0.00193 |
| -2.7 | 0.00347 | 0.00336 | 0.00326 | 0.00317 | 0.00307 | 0.00298 | 0.00289 | 0.00280 | 0.00272 | 0.00264 |
| -2.6 | 0.00466 | 0.00453 | 0.00440 | 0.00427 | 0.00415 | 0.00402 | 0.00391 | 0.00379 | 0.00368 | 0.00357 |
| -2.5 | 0.00621 | 0.00604 | 0.00587 | 0.00570 | 0.00554 | 0.00539 | 0.00523 | 0.00508 | 0.00494 | 0.00480 |
| -2.4 | 0.00820 | 0.00798 | 0.00776 | 0.00755 | 0.00734 | 0.00714 | 0.00695 | 0.00676 | 0.00657 | 0.00639 |
| -2.3 | 0.01072 | 0.01044 | 0.01017 | 0.00990 | 0.00964 | 0.00939 | 0.00914 | 0.00889 | 0.00866 | 0.00842 |
| -2.2 | 0.01390 | 0.01355 | 0.01321 | 0.01287 | 0.01255 | 0.01222 | 0.01191 | 0.01160 | 0.01130 | 0.01101 |
| -2.1 | 0.01786 | 0.01743 | 0.01700 | 0.01659 | 0.01618 | 0.01578 | 0.01539 | 0.01500 | 0.01463 | 0.01426 |
| -2.0 | 0.02275 | 0.02222 | 0.02169 | 0.02118 | 0.02067 | 0.02018 | 0.01970 | 0.01923 | 0.01876 | 0.01831 |
| -1.9 | 0.02872 | 0.02807 | 0.02743 | 0.02680 | 0.02619 | 0.02559 | 0.02500 | 0.02442 | 0.02385 | 0.02330 |
| -1.8 | 0.03593 | 0.03515 | 0.03438 | 0.03362 | 0.03288 | 0.03216 | 0.03144 | 0.03074 | 0.03005 | 0.02938 |
| -1.7 | 0.04456 | 0.04363 | 0.04272 | 0.04181 | 0.04093 | 0.04006 | 0.03920 | 0.03836 | 0.03754 | 0.03673 |
| -1.6 | 0.05480 | 0.05370 | 0.05262 | 0.05155 | 0.05050 | 0.04947 | 0.04846 | 0.04746 | 0.04648 | 0.04551 |
| -1.5 | 0.06681 | 0.06552 | 0.06425 | 0.06301 | 0.06178 | 0.06057 | 0.05938 | 0.05821 | 0.05705 | 0.05592 |
| -1.4 | 0.08076 | 0.07927 | 0.07780 | 0.07636 | 0.07493 | 0.07353 | 0.07214 | 0.07078 | 0.06944 | 0.06811 |
| -1.3 | 0.09680 | 0.09510 | 0.09342 | 0.09176 | 0.09012 | 0.08851 | 0.08691 | 0.08534 | 0.08379 | 0.08226 |
| -1.2 | 0.11507 | 0.11314 | 0.11123 | 0.10935 | 0.10749 | 0.10565 | 0.10383 | 0.10204 | 0.10027 | 0.09852 |
| -1.1 | 0.13566 | 0.13350 | 0.13136 | 0.12924 | 0.12714 | 0.12507 | 0.12302 | 0.12100 | 0.11900 | 0.11702 |
| -1.0 | 0.15865 | 0.15625 | 0.15386 | 0.15150 | 0.14917 | 0.14686 | 0.14457 | 0.14231 | 0.14007 | 0.13786 |
| -0.9 | 0.18406 | 0.18141 | 0.17878 | 0.17618 | 0.17361 | 0.17105 | 0.16853 | 0.16602 | 0.16354 | 0.16109 |
| -0.8 | 0.21185 | 0.20897 | 0.20611 | 0.20327 | 0.20045 | 0.19766 | 0.19489 | 0.19215 | 0.18943 | 0.18673 |
| -0.7 | 0.24196 | 0.23885 | 0.23576 | 0.23269 | 0.22965 | 0.22663 | 0.22363 | 0.22065 | 0.21769 | 0.21476 |
| -0.6 | 0.27425 | 0.27093 | 0.26763 | 0.26434 | 0.26108 | 0.25784 | 0.25462 | 0.25143 | 0.24825 | 0.24509 |
| -0.5 | 0.30853 | 0.30502 | 0.30153 | 0.29805 | 0.29460 | 0.29116 | 0.28774 | 0.28434 | 0.28095 | 0.27759 |
| -0.4 | 0.34457 | 0.34090 | 0.33724 | 0.33359 | 0.32997 | 0.32635 | 0.32276 | 0.31917 | 0.31561 | 0.31206 |
| -0.3 | 0.38209 | 0.37828 | 0.37448 | 0.37070 | 0.36692 | 0.36317 | 0.35942 | 0.35569 | 0.35197 | 0.34826 |
| -0.2 | 0.42074 | 0.41683 | 0.41293 | 0.40904 | 0.40516 | 0.40129 | 0.39743 | 0.39358 | 0.38974 | 0.38590 |
| -0.1 | 0.46017 | 0.45620 | 0.45224 | 0.44828 | 0.44433 | 0.44038 | 0.43644 | 0.43250 | 0.42857 | 0.42465 |
| -0.0 | 0.50000 | 0.49601 | 0.49202 | 0.48803 | 0.48404 | 0.48006 | 0.47607 | 0.47209 | 0.46811 | 0.46414 |

1

2

3

4

5

6

2. Una población de las producciones semanales de una fábrica en miles de toneladas es 200, 250, 150, 200 y 300. Realice una distribución muestral y calcule la media de las medias y el error estándar para las muestras de tamaño $n = 2$.

3. ¿Qué pasará con el error estándar del ejercicio anterior si $n = 3$? ¿Por qué hay diferencia?

Población

muestral

| xi | Pi | mu | | sigma2 | DST | | Xi | | xi+xj/2 | frec | | | fi*medi | mux | (Xi-mux)2 | frec | | | fi*sigm i | sigma x | (sig x)2= (sig)2/n | dst x | dst x=sig x/raiz(2) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 50.9901951 | | | | | | | | | | | | | | | | | 36.0555127 | |
| 200 | 0.20 | 220 | 400 | 2600 | | 4 | 200 | 200 | 200 | 300 | 1 | 0.04 | 12 | 220 | 400 | 6400 | 1 | 0.04 | 256 | 1300 | 1300 | 5 | 36.05551275 |
| 250 | 0.20 | | 900 | | | | 200 | 250 | 225 | 275 | 2 | 0.08 | 22 | | 25 | 4900 | 1 | 0.04 | 196 | | | | |
| 150 | 0.20 | | 4900 | | | | 200 | 150 | 175 | 250 | 5 | 0.2 | 50 | | 2025 | 3025 | 2 | 0.08 | 242 | | | | |
| 200 | 0.20 | | 400 | | | | 200 | 200 | 200 | 225 | 6 | 0.24 | 54 | | 400 | 2025 | 4 | 0.16 | 324 | | | | |
| 300 | 0.20 | | 6400 | | | | 200 | 300 | 250 | 200 | 6 | 0.24 | 48 | | 900 | 900 | 5 | 0.2 | 180 | | | | |
| | | | | | | | 250 | 200 | 225 | 175 | 4 | 0.16 | 28 | | 25 | 400 | 6 | 0.24 | 96 | | | | |
| | | | | | | | 250 | 250 | 250 | 150 | 1 | 0.04 | 6 | | 900 | 25 | 6 | 0.24 | 6 | | | | |
| | | | | | | | 250 | 150 | 200 | | 25 | | | | 400 | | 25 | 1 | | | | | |
| | | | | | | | 250 | 200 | 225 | | | | | | 25 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 250 | 300 | 275 | | | | | | 3025 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 150 | 200 | 175 | | | | | | 2025 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 150 | 250 | 200 | | | | | | 400 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 150 | 150 | 150 | | | | | | 4900 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 150 | 200 | 175 | | | | | | 2025 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 150 | 300 | 225 | | | | | | 25 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 200 | 200 | 200 | | | | | | 400 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 200 | 250 | 225 | | | | | | 25 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 200 | 150 | 175 | | | | | | 2025 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 200 | 200 | 200 | | | | | | 400 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 200 | 300 | 250 | | | | | | 900 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 300 | 200 | 250 | | | | | | 900 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 300 | 250 | 275 | | | | | | 3025 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 300 | 150 | 225 | | | | | | 25 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 300 | 200 | 250 | | | | | | 900 | | | | | | | | |
| | | | | | | | 300 | 300 | 300 | | | | | | 6400 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | 25 | | | | | | | | | | | | | | |