Prueba de hipótesis

problem
as

Ejemplo

Solución

2) Datos

$P=0.05$

$p=4/200$

$=0.02$

$\alpha=0.05$

$n=200$

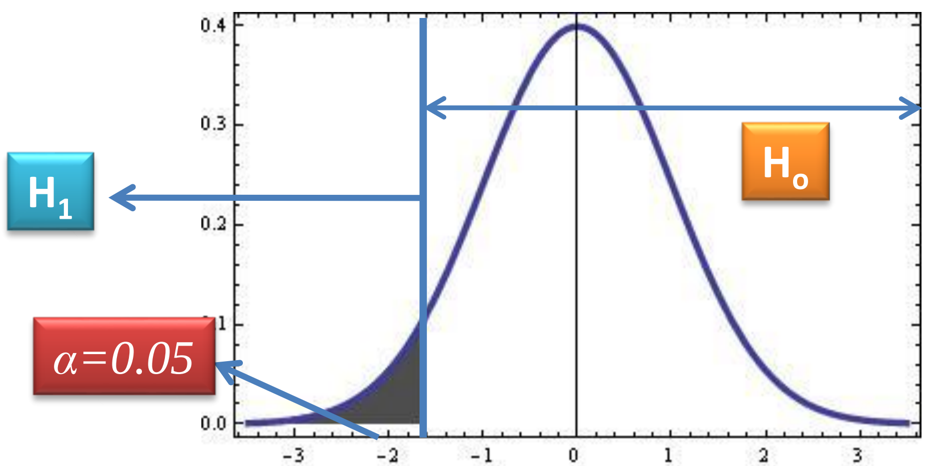
3) Ensayo de hipótesis

H_o; $P = 0.05$

H_1; $P < 0.05$

Un fabricante produce controladores que se emplean en aplicaciones de motores. El cliente requiere que la fracción de controladores defectuosos en uno de los pasos de manufactura críticos no sea mayor que 0.05, y que el fabricante demuestre esta característica del proceso de fabricación con este nivel de calidad, utilizando $\alpha = 0.05$. El fabricante toma una muestra aleatoria de 200 dispositivos y encuentra que cuatro de ellos son defectuosos. ¿El fabricante puede demostrar al cliente la calidad del proceso?

1) Se trata de una distribución muestral de proporciones.



$z = -1.645$

4) Regla de decisión:

Si $-1.645 \le z$ No se rechaza Ho

Si $z < -1.645$ Se rechaza Ho

Ejemplo

Solución

Un fabricante produce controladores que se emplean en aplicaciones de motores. El cliente requiere que la fracción de controladores defectuosos en uno de los pasos de manufactura críticos no sea mayor que 0.05, y que el fabricante demuestre esta característica del proceso de fabricación con este nivel de calidad, utilizando $\alpha = 0.05$. El fabricante toma una muestra aleatoria de 200 dispositivos y encuentra que cuatro de ellos son defectuosos. ¿El fabricante puede demostrar al cliente la calidad del proceso?

2) Datos

$P=0.05$

$p=0.02$

$\alpha=0.05$

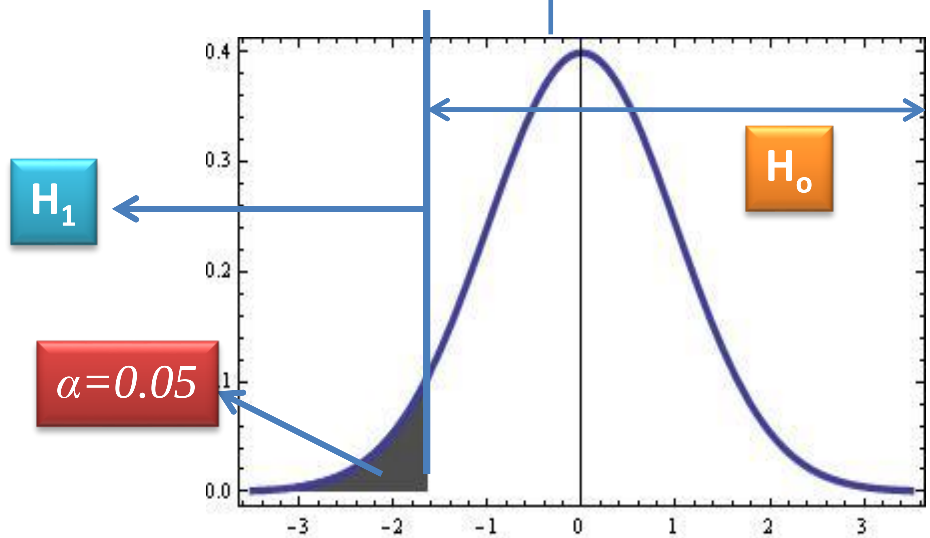
$n=200$

3) Ensayo de hipótesis

H_o; $P= 0.05$ | H_1; $\mu < 0.05$

5. Cálculos

$$z = \frac{p-P}{\sqrt{\frac{Pq}{n}}} = \frac{0.02-0.05}{\sqrt{\frac{0.05(1-0.05)}{200}}} = \frac{-0.03}{0.01541} = -1.94665$$



z = -1.645

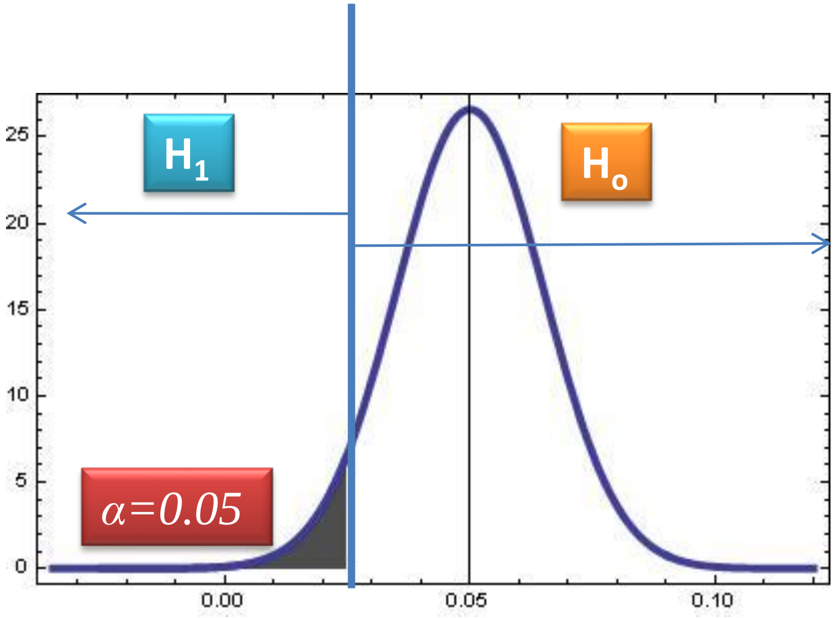
6) Justificación y decisión:

Dado que $-1.946 < -1.645$, se rechaza H_o y se concluye con un nivel de significancia del 0.05 que la fracción de artículos defectuosos es menor que 0.05.

Solución por el otro método:

$$z = \frac{p-P}{\sqrt{Pq/n}} \Rightarrow$$

$$p = P \pm z\sqrt{\frac{Pq}{n}} = 0.05 - 1.645\left(\sqrt{\frac{0.05\times 0.95}{200}}\right) = 0.05 - 0.025 = 0.0246$$



Regla de decisión:
Si $p \geq 0.0246$ No se Rechaza H_o
Si $p < 0.0246$ Se rechaza Ho

Como el valor del estadístico real es de 0.02 por lo tanto se rechaza H_o y se llega a la misma conclusión.

Ejemplo

Solución

2) Datos

$\mu_1=121$

$\mu_2=112$

$\sigma_1=\sigma_2=8.0$

$\alpha=0.05$

$n_1=n_2=10$

Se está interesado en reducir el tiempo de secado de una pintura. Probamos dos fórmulas; la fórmula 1 tiene el contenido químico estándar, y la fórmula 2 contiene un nuevo ingrediente secante que suponemos reducirá el tiempo de secado. De la experiencia se sabe que la desviación estándar del tiempo de secado es de **ocho** minutos, y esta variabilidad no se afectada por la adición del nuevo ingrediente. Se pintan diez elementos con la fórmula 1, y otros diez con la fórmula 2. Los dos tiempos promedio de secado muestrales son 121 min y 112 min respectivamente. ¿A qué conclusiones puede llegar el diseñador del producto sobre la eficacia del nuevo ingrediente, utilizando α = 0.05?

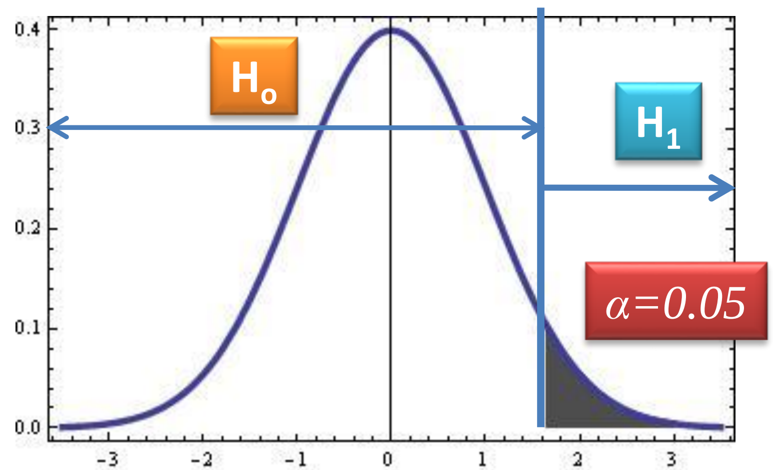
1) Se trata de una distribución muestral de diferencia de medias con desviación estándar conocida.

3) Ensayo de hipótesis

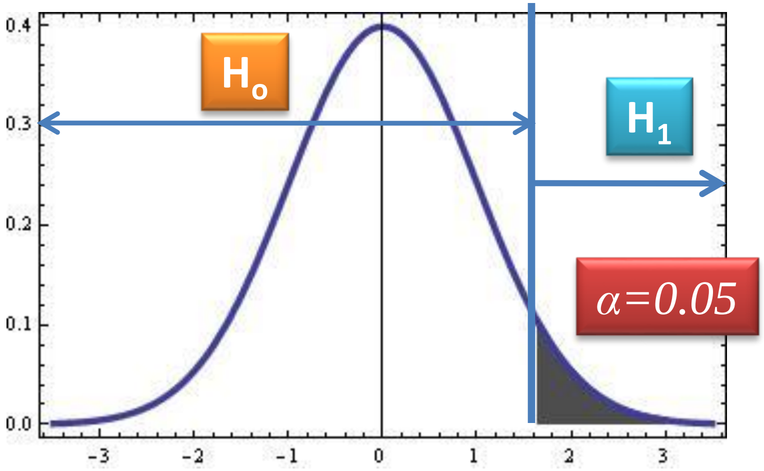
$H_o; \mu_1-\mu_2 = 0.0$

$H_1; \mu_1-\mu_2 > 0.0$

Se desea rechazar H_o si el nuevo ingrediente disminuye el tiempo promedio de secado, por eso se pone la diferencia mayor a cero o sea positiva para poder probar que μ_2 es menor que μ_1.



z =1.645



z =1.645

4) Regla de decisión:
Si z ≤1.645 no se rechaza H_o.
Si z >1.645 se rechaza H_o.

5. Cálculos

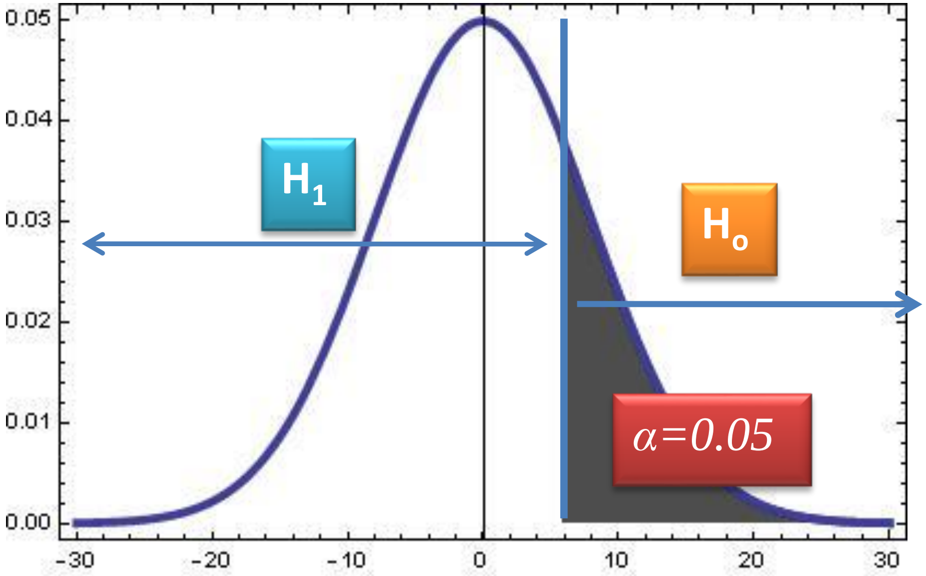
$$z=\frac{[x_1-x_2]-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}=\frac{(121-112)-(0.0)}{\sqrt{2\left(\frac{8^2}{10}\right)}}=\frac{9}{3.5777}=2.5155$$

6) Justificación y decisión:
Debido a que 2.5155 > 1.645, se rechaza H_o, y se concluye con un nivel de significancia de 0.05 que la adición del nuevo ingrediente a la pintura si disminuye de manera significativa el tiempo promedio de secado.

Solución por el otro método:

$$z=\frac{[x_1-x_2]-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}\Rightarrow$$

$$[x_1-x_2]=(\mu_1-\mu_2)\pm z\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}=0.0+1.645\left(\sqrt{2\frac{64}{10}}\right)=5.8853$$



z =5.8853

Regla de decisión:
Si $(x_1-x_2) \leq 5.8853$ No se Rechaza H_o
Si $(x_1-x_2) > 5.8853$ Se rechaza H_o

Puesto que $(x_1-x_2) \leq 121-112 = 9$ y este número es mayor a 5.8853 por lo tanto se rechaza H_o.

Ejemplo

Solución

2) Datos

$x_1=$

$x_2=$

$\sigma_1=0.02$

$\sigma_2=0.025$

$\alpha=0.05$

$n_1=n_2=10$

Se utilizan dos máquinas para llenar botellas de plástico con un volumen neto de 16.0 onzas. Las distribuciones de los volúmenes de llenado pueden suponerse normales, con desviaciones estándar σ_1= 0.020 y σ_2 = 0.025 onzas. Un miembro del grupo de ingeniería de calidad sospecha que el volumen neto de llenado de ambas máquinas es el mismo, sin importar si éste es o no de 16 onzas. De cada máquina se toma una muestra aleatoria de 10 botellas. ¿Se encuentra el ingeniero en lo correcto? Utilice α = 0.05

MAQUINA 1		MAQUINA 2	
16.03	16.01	16.02	16.03
16.04	15.96	15.97	16.04
16.05	15.98	15.96	16.02
16.05	16.02	16.01	16.01
16.02	15.99	15.99	16.00

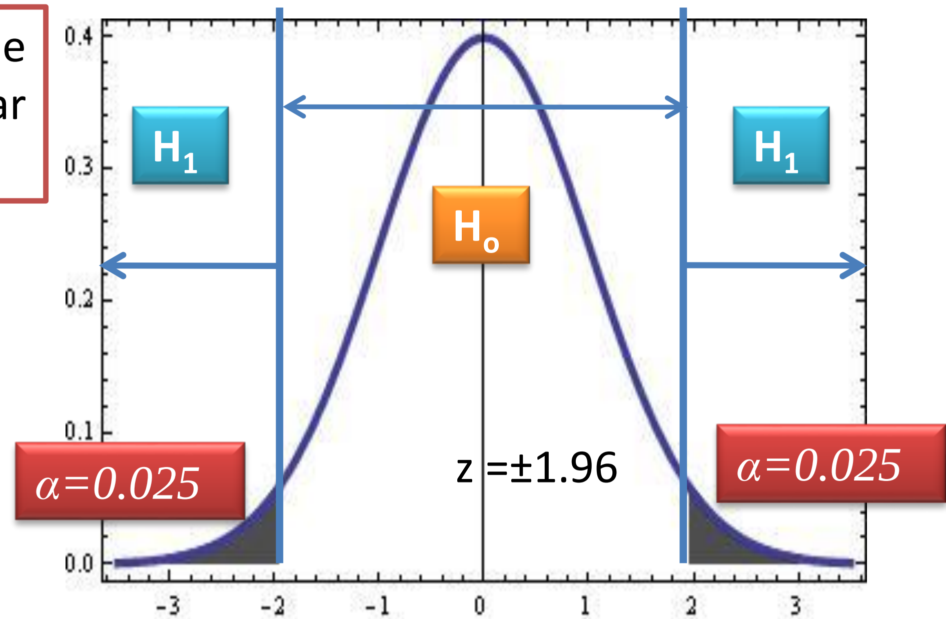
1) Se trata de una distribución muestral de diferencia de medias con desviación estándar conocida.

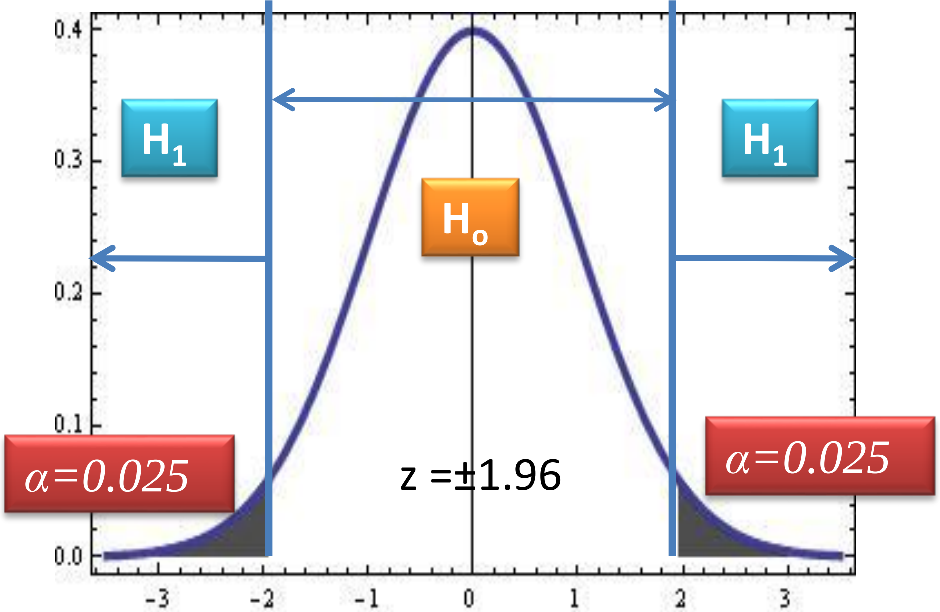
3) Ensayo de hipótesis

H_o; $\mu_1-\mu_2 = 0$

H_1; $\mu_1- \mu_2 \neq 0$

Si cae en H_o se podrá probar que el volumen de llenado es el mismo en las dos máquinas.





4) Regla de decisión:
Si $-1.96 \leq z \leq 1.96$ No se rechaza H_o.
Si $z > 1.96$ ó $z < -1.96$ Se rechaza H_o.

5. Cálculos

$$z=\frac{[x_1-x_2]-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}=\frac{[16.015-16.005]-(0.0)}{\sqrt{\left(\frac{0.02^2}{10}+\frac{0.025^2}{10}\right)}}=\frac{0.01}{0.01012}=0.9877$$

6) Justificación y decisión:

Como –1.96 ≤ 0.987 ≤ 1.96 entonces no se rechaza Ho y se concluye con un nivel de significancia de 0.05 que las dos máquinas tienen en promedio la misma cantidad de llenado.

7. Se utilizan dos máquinas para llenar botellas de plástico con un volumen neto de 16.0 onzas. Las distribuciones de los volúmenes de llenado pueden suponerse normales, con desviaciones estándar $s1= 0.020$ y $s2 = 0.025$ onzas. Un miembro del grupo de ingeniería de calidad sospecha que el volumen neto de llenado de ambas máquinas es el mismo, sin importar si éste es o no de 16 onzas. De cada máquina se toma una muestra aleatoria de 10 botellas. ¿Se encuentra el ingeniero en lo correcto? Utilice $a = 0.05$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-4.0	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00002	0.00002	0.00002	0.00002
-3.9	0.00005	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00003	0.00003
-3.8	0.00007	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005
-3.7	0.00011	0.00010	0.00010	0.00010	0.00009	0.00009	0.00008	0.00008	0.00008	0.00008
-3.6	0.00016	0.00015	0.00015	0.00014	0.00014	0.00013	0.00013	0.00012	0.00012	0.00011
-3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
-3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
-3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
-3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
-3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
-3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00103	0.00100
-2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
-2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
-2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
-2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
-2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480
-2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
-2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
-2.2	0.01390	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.01160	0.01130	0.01101
-2.1	0.01786	0.01743	0.01700	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.01500	0.01463	0.01426
-2.0	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02067	0.02018	0.01970	0.01923	0.01876	0.01831
-1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.02680	0.02619	0.02559	0.02500	0.02442	0.02385	0.02330
-1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
-1.7	0.04456	0.04363	0.04272	0.04181	0.04093	0.04006	0.03920	0.03836	0.03754	0.03673
-1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
-1.5	0.06681	0.06552	0.06425	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
-1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07214	0.07078	0.06944	0.06811
-1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
-1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09852
-1.1	0.13566	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
-1.0	0.15865	0.15625	0.15386	0.15150	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
-0.9	0.18406	0.18141	0.17878	0.17618	0.17361	0.17105	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
-0.8	0.21185	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
-0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23269	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21769	0.21476
-0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26434	0.26108	0.25784	0.25462	0.25143	0.24825	0.24509
-0.5	0.30853	0.30502	0.30153	0.29805	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28095	0.27759
-0.4	0.34457	0.34090	0.33724	0.33359	0.32997	0.32635	0.32276	0.31917	0.31561	0.31206
-0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36692	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34826
-0.2	0.42074	0.41683	0.41293	0.40904	0.40516	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38590
-0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43250	0.42857	0.42465
-0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48404	0.48006	0.47607	0.47209	0.46811	0.46414