Tratamiento de imágenes

Relaciones básicas entre píxeles

Héctor Alejandro Montes
h.a.montes@fi.uaemex.mx
http://fi.uaemex.mx/h.a.montes

Advertencia

No use estas diapositivas como referencia única de estudio durante este curso. La información contenida aquí es sólo una guía para las sesiones de clase y de estudio futuro. Para obtener información más completa, refiérase a la bibliografía dada durante la presentación del curso.

Relaciones entre píxeles

- Las operaciones de *procesamiento de imágenes* pueden considerarse como:
  - Pixel a pixel: el pixel (x,y) en la imagen de salida depende del pixel (x,y) en la imagen de entrada
  - Ventana a pixel: el pixel (x,y) de salida depende de una ventana de *n x n* de *vecinos* del pixel (x,y) en la imagen de entrada

Vecindad

- Un píxel *p(x,y)* tiene 4 vecinos horizontales y verticales:

Posición	Píxel	Coordenadas
Superior	P3	(x-1,y)
Inferior	P7	(x+1,y)
Izquierdo	P5	(x,y-1)
Derecho	P1	(x,y+1)

Vecindad

- Un píxel *p(x,y)* tiene 4 vecinos *diagonales*

Posición	**Píxel**	**Coordenadas**
Superior Izquierdo	P4	(x-1,y-1)
Superior Derecho	P2	(x-1,y+1)
Inferior Izquierdo	P6	(x+1,y-1)
Inferior Derecho	P8	(x+1,y+1)

Vecindad

- Los píxeles horizontales y verticales se le conoce como *4-vecinos*, denotado $\boldsymbol{N_4(p)}$
- Se denota al conjunto de los *4-vecinos diagonales* como $\boldsymbol{N_D(p)}$
- Se le llama a $N_D(p) \cup N_4(p)$, los *8-vecinos* y se denotan como $\boldsymbol{N_8(p)}$

Adyacencia

- Un pixel p con coordenadas en (x,y) tiene un vector de intensidades:

$$p = \langle p_1, p_2, \ldots, p_R \rangle$$

R = número de filtros o canales de la imagen

- Dos píxeles p y q tienen el mismo valor si sus vectores de intensidades son iguales

$$\langle p_1, p_2, p_3, \ldots, p_R \rangle = \langle q_1, q_2, \ldots, q_R \rangle$$

es decir: $p_i = q_i \mid i = 1..R$

Adyacencia

- Para definir *adyacencia* se define un conjunto V de vectores de intensidad

$$V=\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$$

tal que $v_i = \langle v_{i1}, v_{i2}, \ldots, v_{iR} \rangle$

- Dos píxeles p y q con valores en V son 4-adyacentes si $q \in N_4(p)$
- Dos píxeles p y q con valores en V son 8-adyacentes si $q \in N_8(p)$

Adyacencia mixta y de regiones

- Dos píxeles *p* y *q* son *m-adyacentes* o de adyacencia mixta si:

  $q \in N_4(p)$, o

  $q \in N_D(p)$ y $(N_4(p) \cap N_4(q)) \in V$

- Dos regiones S_1 y S_2 de una imagen son adyacentes si algún pixel de S_1 es adyacente de un píxel de S_2

Ruta o Curva Digital

- Una *ruta* o *curva digital* (*digital path*) desde el pixel $p(x,y)$ hasta el pixel $q(s,t)$ es una secuencia de píxeles distintos con coordenadas:

$$(x_0,y_0),\ (x_1,y_1),\ \ldots,\ (x_n,y_n)$$

Donde:

- $(x_0,y_0) = (x,y)$
- $(x_n,y_n) = (s,t)$
- (x_i,y_i) y (x_{i+1},y_{i+1}) son *adyacentes* para $1 \leq i \leq n$

Ruta o Curva Digital

- *n es la longitud de la ruta*
- *Si $(x_0,y_0) = (x_n,y_n)$ se dice que la ruta es cerrada*
  - No necesariamente de longitud 0
- Podemos definir *4-*, *8-* y *m-* rutas dependiendo de la adyacencia considerada

Conectividad

- Dos pixeles *p* y *q* en una región *S* están *conectados* en S, si existe una *ruta digital* formada *únicamente* por pixeles en *S*
- Se llama *componente conexa* de *S* al subconjunto de pixeles $T \subset S$, $\forall p,q \in T$; *p* y *q* están conectados en *T*
- Si sólo existe una componente conexa en *S*, se dice que *S* es un *conjunto conexo*
- Si una componente conexa no tiene ningún pixel en el borde de la imagen se dice que es *acotada*

Distancia Euclideana y D_4

- Sean los píxeles $p(x,y)$ y $q(s,t)$
- La *Distancia Euclidiana* entre p y q es:

$$D_e(p,q) = [(x-s)^2 + (y-t)^2]^{1/2}$$

- La *Distancia D_4* (*city-block distance*) entre p y q es:

$$D_4(p,q) = |x-s| + |y-t|$$

Distancia D_4

- Los pixeles a distancia $D_4=1$ son los *4-vecinos*

4	3	2	3	4
3	2	1	2	3
2	1	0	1	2
3	2	1	2	3
4	3	2	3	4

Distancia D_8

- Sean los píxeles *p(x,y)* y *q(s,t)*, la *Distancia* D_8 (*chessboard distance*) entre *p* y *q* es:

$$D_8(p,q) = max(|x-s|, |y-t|)$$

- Los píxeles a distancia $D_8=1$ son los *8-vecinos*

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

Distancia mixta

- Sean los píxeles *p(x,y)* y *q(s,t)*
- La *Distancia* D_m es la longitud de la ruta mixta más corta.
  - Esta distancia considera la *adyacencia* y no sólo la *posición* del píxel.

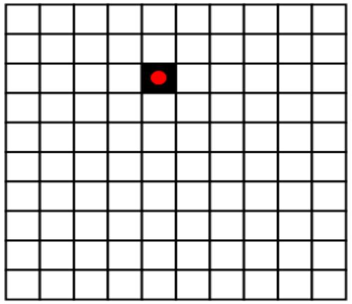
Regiones, contornos y orillas

- Un conjunto de píxeles S es una ***región*** si es un conjunto conexo
- Se llama ***contorno*** o *borde* de una región, al conjunto de píxeles $R \subset S$ que tienen *1* o más vecinos que no pertenecen a S
- Una ***orilla*** se forma con píxeles cuya derivada excede un determinado umbral (discontinuidad en los valores)
  - *Orilla* y *contorno* coinciden en imágenes binarias

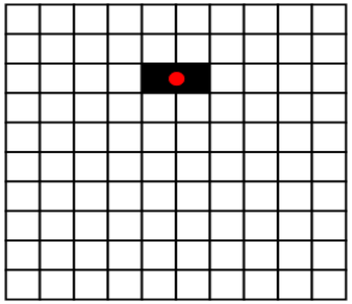
Definición de punto simple

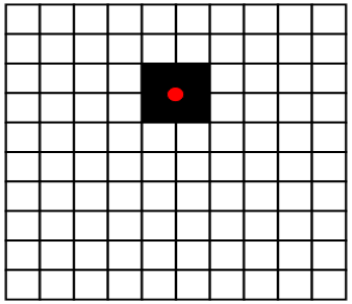
- Un punto es un objeto matemático *0-dimensional* que se puede especificar en un espacio *n-dimensional* usando una *n-tupla* $(x_1, x_2, ..., x_n)$ de *n* coordenadas

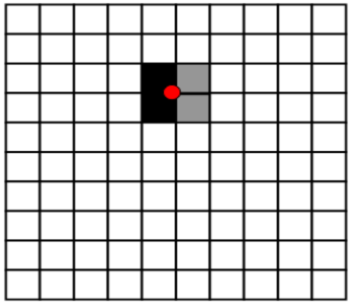
[http://mathworld.wolfram.com]

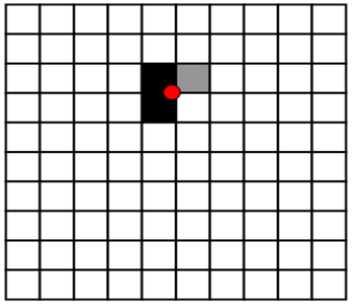


¿Cuál es la definición correcta?









Definición de recta digital

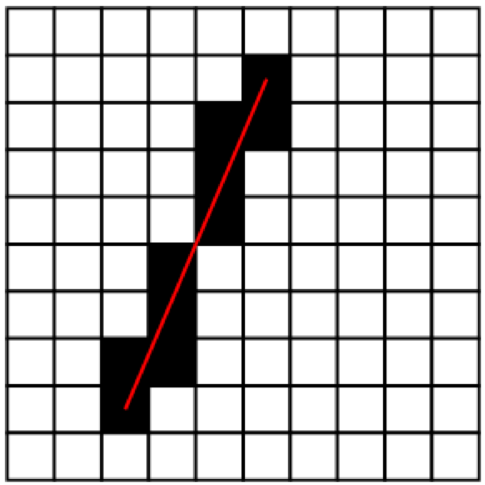
- Definición matemática de línea:
  - Un línea es una figura matemática 1-dimensional sin grosor que se extiende al infinito en ambas direcciones

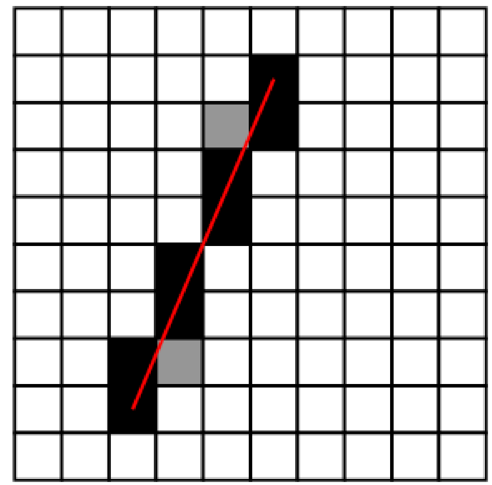
    [WolframWorldOfMaths]

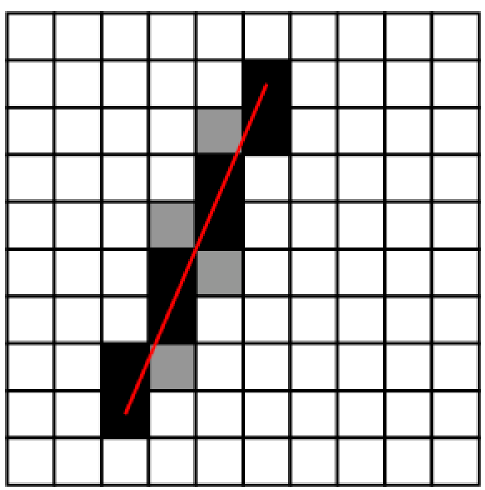
  - Existen diferentes formas de expresarla, aunque una muy común es:

$$y = mx + b$$

Definición de recta digital

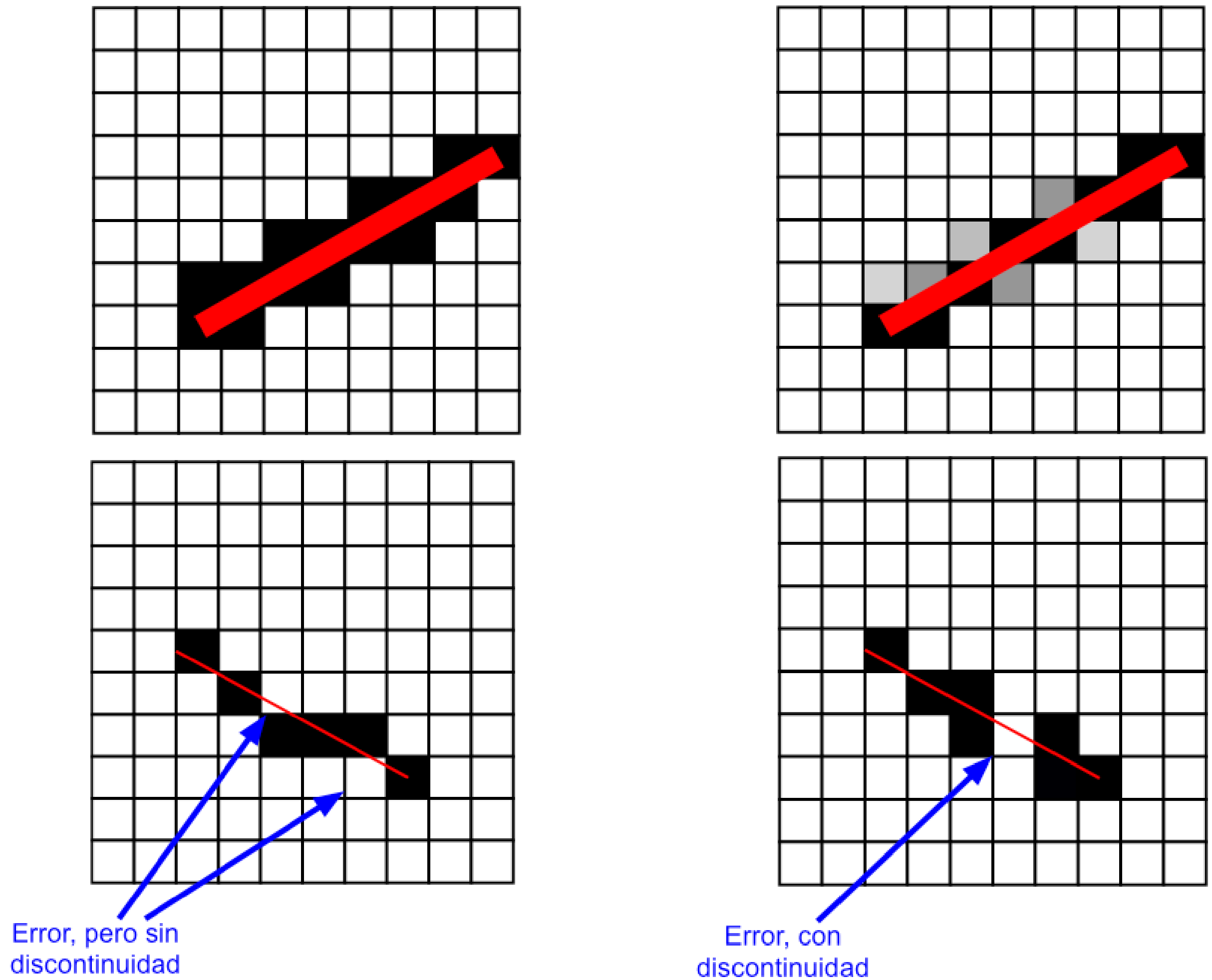






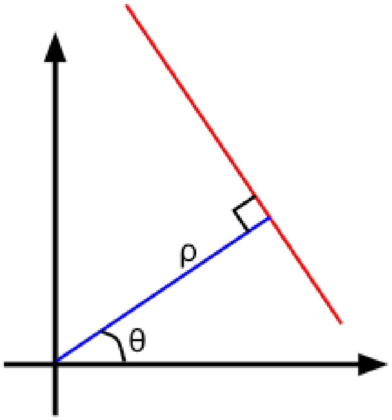
- Problemas:
  - Grosor
  - Color
  - Ruido

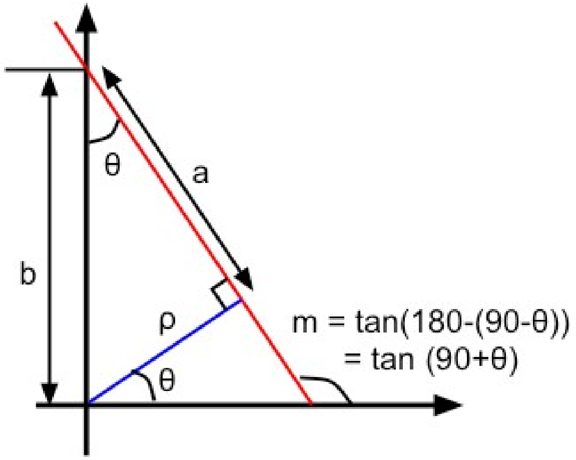
Definición de recta digital



Definición de recta digital

- Parametrización normal de una recta:
  $\rho = x \cdot \cos\theta + y \cdot \text{sen}\,\theta$
  - Una recta en el plano *X-Y* es un punto en el espacio (θ, ρ)
- Para convertir a la forma $y = mx + b$:
  - $m = \tan(90 + \theta)$
  - $b = \rho \cdot \text{sen}(90) / \text{sen}(\theta)$
    - por el teorema del seno
- Contrario a la definición matemática, una recta tiene un punto de inicio y uno de fin





Definición de recta digital

- En una imagen digital una recta tiene un punto de inicio y un punto de fin
  - Esto es contrario a la definición matemática
- Sin embargo, la definición de recta digital pierde su interés en favor del problema de *detección de rectas* en una imagen