

# Un modelo de sistema dinámico híbrido utilizando el enfoque de la lógica difusa

Germán García Benítez\* y Carlos Vera Estrada\*

Recepción: 14 de diciembre de 2009

Aceptación: 20 de abril de 2010

\* Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma del Estado de México, México.

Correo electrónico: ggb0567@hotmail.com y cvera@fi.uaemex.mx

**Resumen.** Se presenta un modelo de sistema dinámico híbrido utilizando la lógica difusa. Para lograr esto se hace una breve descripción de los principales enfoques que se tienen en la actualidad de los sistemas dinámicos híbridos desarrollando las ecuaciones básicas de los bloques que conforman el modelo. Actualmente la teoría del control se ha centrado en el estudio por separado de la dinámica continua y la dinámica discreta; sin embargo, es necesario introducir el estudio de la combinación de ambos en un solo tratado. En el ámbito industrial los procesos son dinámicos y toda su estructura de control está basada en la teoría de la lógica digital. Sin embargo existe el paradigma de la lógica difusa, la cual se introduce en este artículo para proponer un nuevo enfoque. Cabe mencionar que para validar el modelo se utilizan herramientas computacionales de simulación de sistemas dinámicos.

**Palabras clave:** sistemas híbridos, lógica difusa, autómatas digitales.

## A Hybrid Model for Dynamic System Using Fuzzy Logic Approach

**Abstract.** A brief description of the approaches that currently use hybrid dynamic systems are presented in order to develop the basic equations of the model. Currently, control theory has focused on the separate study of continuous dynamics and discrete dynamics. But it is necessary to introduce the study of the combination of both in a single way. In the industrial sector processes are dynamic and the control structure is based on the theory of digital logic. Yet, there is the paradigm of fuzzy logic, which is introduced in this article to propose a new approach. It is noteworthy that to validate the model computer-based simulation of dynamic systems is required.

**Key words:** hybrid system, fuzzy logic, digital automaton.

## Introducción

El avance tecnológico e industrial se orienta hacia la consideración de que los sistemas son una mezcla de naturaleza continua y discreta. Numerosos productos de la vida diaria están controlados por software (teléfonos, hornos de microondas, etc.), que hace que el proceso general sea la combinación de dinámica continua y discreta. Esta mezcla de dinámicas se denomina sistema dinámico híbrido. El concepto de sistema híbrido es nuevo en cuanto a la integración de sistemas dinámicos con naturalezas discreta y continua, esto es consecuencia de la incorporación de sistemas inteligentes que son producto del gran desarrollo científico en el área de la computación aplicado

a los sistemas de control, esto se pone de manifiesto en las áreas industriales en donde procesos continuos tales como el control de temperatura está gobernado por una computadora digital a través de una red que puede tomar decisiones dentro de un determinado régimen de control. El control de procesos industriales en la actualidad está incrementando la utilización de técnicas computacionales para acelerar la producción, éstas van desde el uso de controladores lógicos programables hasta instrumentación virtual. Estas técnicas tienen sus propios lenguajes de programación para desarrollar aplicaciones rápidas y eficientes, definitivamente en este ámbito los sistemas híbridos están presentes. El objetivo de este trabajo es mostrar un nuevo modelo de sistema dinámico híbrido utilizando lógica difusa.

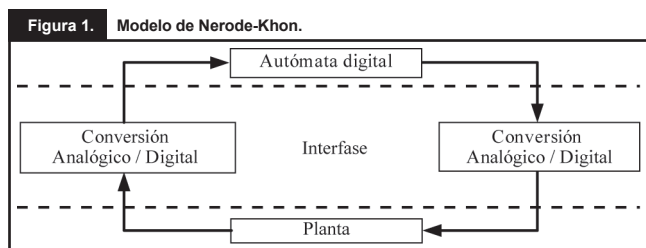
## 1. Antecedentes

En una primera instancia Reinoso *et al.* (2004) dice que un sistema híbrido es aquel cuya entrada es una secuencia discreta y cuya salida es una señal continua. El término sistema dinámico híbrido se utiliza para definir sistemas que tienen variables de carácter continuo y discreto en un conjunto finito de posibles estados. Una de las razones para utilizar el concepto de sistema híbrido es la representación de la complejidad de un modelo dinámico. En la industria existen muchos sistemas dinámicos que tienen un sinnúmero de combinaciones de entradas y salidas continuas y discretas. En el pasado de la tecnología sólo se construían sistemas con el concepto de conversión analógica y digital y viceversa, sin embargo conforme la ciencia de la computación ha ido evolucionando se introducen paulatinamente conceptos que caracterizan a éstos como sistemas híbridos. Como se sabe los sistemas dinámicos están modelados por ecuaciones diferenciales que en ocasiones son difíciles de solucionar, esto genera dificultad para diseñar controles para dichos sistemas, alrededor de este problema se han desarrollado diversas técnicas de control, algunas de ellas basadas en técnicas computacionales, esto actualmente es un reto para la investigación en esta área.

Existen diversos paradigmas para modelar sistemas dinámicos híbridos, los modelos han sido propuestos por diversos investigadores en el mundo. El problema del modelado consiste en crear representaciones con suficiente complejidad para conocer el comportamiento total dentro de la naturaleza. Se presentan a continuación los modelos más actuales para representar sistemas dinámicos híbridos.

Tavernini (1987) expresó los sistemas dinámicos híbridos como un autómata diferencial en donde esencialmente adapta el concepto de autómata para describir un sistema continuo interactuando con una dinámica discreta, esta filosofía tiene como fundamento que el autómata cambia mediante una transición discreta.

Alur *et al.* (1993) desarrollan un modelo de sistema híbrido que combina en un solo formalismo la integración de un autómata híbrido y las ecuaciones diferenciales que describen la parte continua, asimismo define a un autómata híbrido como una máquina de estados finitos, cada estado del autómata representa un comportamiento continuo.



Nerode y Khon (1994) toman un enfoque de teoría de autómatas que componen los sistemas de interacción de ecuaciones diferenciales ordinarias y autómatas finitos. El modelo consta de tres partes básicas: la planta, autómata de control digital, y la interfase, lo anterior se puede representar en la figura 1.

Antsaklis (2000) propone un modelo en donde interactúan sistemas dinámicos y sistemas de eventos discretos, los cuales actúan como controladores; también propone diversas formas de poner en marcha el autómata utilizando la teoría clásica.

Brockett (1993) introduce la combinación de ecuaciones diferenciales con fenómenos discretos para describir sistemas dinámicos en movimiento, tales como robots, impresoras y otros sistemas que son vistos por este autor como sistemas dinámicos híbridos.

Branicky y Mitter (1995) presentan una metodología para analizar los sistemas dinámicos híbridos utilizando el concepto de conmutación de estados. Aplica su teoría al fenómeno de histéresis en diversos campos de la ingeniería.

## 2. Lógica difusa

La lógica difusa es una rama de la inteligencia artificial que se basa en el concepto “la naturaleza es un problema de grados”, lo cual permite manejar información vaga o de difícil especificación si quisiéramos hacer cambiar con esta información el funcionamiento o el estado de un sistema específico. Es entonces posible con la lógica difusa gobernar un sistema por medio de reglas de “sentido común”, las cuales se refieren a cantidades indefinidas. La lógica difusa ha adquirido en la actualidad una gran importancia, ya que es utilizada en sistemas de control muy sofisticados, por ejemplo el control de vuelo de misiles, hasta artefactos de uso doméstico, como las lavadoras de burbujas y sistemas de frenado de autos. Se ha considerado que el inicio de la lógica difusa fue en 1965, en la Universidad de California en Berkeley por Lotfi A. Zadeh. La lógica difusa trata de emular la forma en que razona el cerebro humano, con lo que se puede decir que emula un razonamiento aproximado; esto lo logra al manejar datos imprecisos del mundo real, a diferencia de los datos digitales de las computadoras (datos discretos, 0 y 1). La lógica difusa, al utilizar las llamadas variables lingüísticas, puede representar si un objeto es suave, duro, medio duro, etc.; a diferencia de la lógica tradicional que sólo representa datos precisos, si es duro o suave.

Los sistemas difusos se utilizan generalmente en:

- Procesos complejos en los que no existe un modelo de solución sencillo.
- Procesos no lineales.

c) Cuando haya que introducir la experiencia de un operador “experto” que se base en conceptos imprecisos de su experiencia, etcétera.

### 3. Funciones de pertenencia

Una función de pertenencia es el grado en el que un valor  $x$  pertenece a un conjunto  $A$ . Para su representación se utilizan funciones simples, como: la triangular, tipo S y trapezoidal. La función triangular que se puede observar en la figura 2 puede definirse por sus límites inferior  $a$  y superior  $b$ , y el valor modal  $m$ , tal que  $a \leq m \leq b$ . Tal como se expresa en la ecuación 1.

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a} & \text{si } x \in (a,m) \\ \frac{b-x}{b-m} & \text{si } x \in (m,b) \\ 0 & \text{si } x \geq b \end{cases} \quad (1)$$

La función tipo S que se muestra en la figura 3 es definida por la ecuación 2, el crecimiento de la función es más suave con respecto a la función triangular.

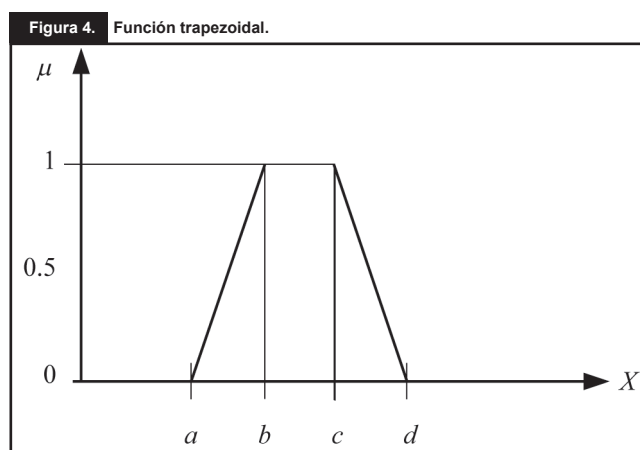
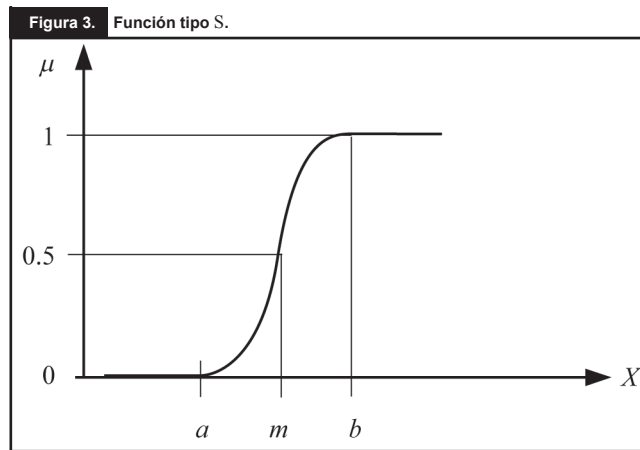
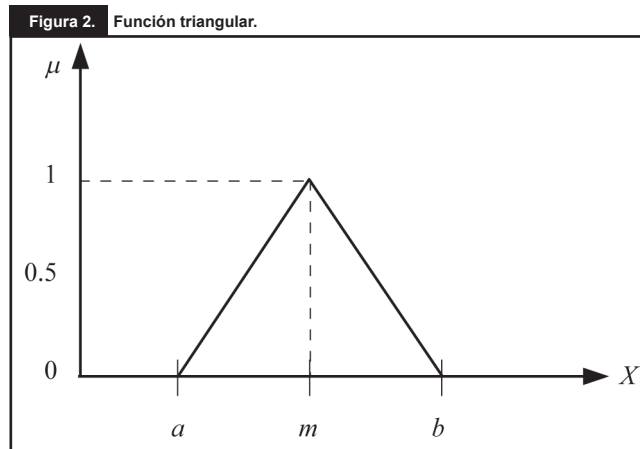
$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ 2 \left[ \frac{x-a}{m-a} \right]^2 & \text{si } x \in (a,m) \\ 1 - 2 \left[ \frac{b-x}{b-m} \right]^2 & \text{si } x \in (m,b) \\ 0 & \text{si } x \geq b \end{cases} \quad (2)$$

La función trapezoidal la cual se puede observar en la figura 4 es una de las más utilizadas por su facilidad de definir conjuntos difusos con pocos datos para el cálculo del valor de pertenencia. Es definida por sus límites inferior  $a$  y superior  $d$  y los límites de su soporte,  $b$  y  $c$ , inferior y superior, esto se define en la ecuación 3.

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } (x \leq a) \text{ o } (x \geq d) \\ \left[ \frac{x-a}{b-a} \right] & \text{si } x \in (a,b) \\ 1 & \text{si } x \in (b,c) \\ \left[ \frac{d-x}{d-c} \right] & \text{si } x \in (c,d) \end{cases} \quad (3)$$

### 4. Variables lingüísticas

Una variable lingüística es aquella variable cuyos valores son términos, palabras o frases del lenguaje natural. Los valores de las variables lingüísticas son etiquetas lingüísticas en función de términos definidos en los conjuntos difusos, como por ejemplo los valores lingüísticos de la variable *temperatura* son frío, tibio, algo tibio, caliente. Como se plantea en este trabajo, la lógica difusa fue propuesta por Lofti Zadeh y actualmente



existen aplicaciones en desarrollo, la teoría de control se ha visto beneficiada con la lógica difusa ya que a partir de ésta se ha generado una nueva corriente en el análisis y diseño de sistemas de control: los sistemas de control difuso.

Gang (2007) menciona que Mamdani y Assilian fueron pioneros en el desarrollo de un sistema de control difuso para manipular una máquina de vapor, proyecto publicado a mediados de los años setenta. Este sistema de control consistía en un conjunto de reglas de control heurísticas, a partir de este trabajo muchas instituciones académicas y del ámbito industrial iniciaron la aplicación del control difuso. Tomando como punto de partida la filosofía de Nerode-Khon se plantea el modelo de la figura 5, la cual es la propuesta de este trabajo de investigación, este modelo gráficamente contiene dos bloques: el primero denominado *A* el cual representa la parte continua y el bloque *B* que representa la parte discreta, asimismo la interfase que plantea Nerode y Khon en el nuevo modelo aquí presentado toma forma de fuzzificador y defuzzificador, la planta y el controlador difuso se relacionan a través de la función de pertenencia.

**5. Sistema continuo**

El sistema continuo representa la planta a través de ecuaciones diferenciales que modelan la totalidad de la dinámica del sistema, éste se puede expresar como en la ecuación 4.

$$\sum A = (T, X_c, U_c, \phi_c) \tag{4}$$

- $T$  = Conjunto que caracteriza al tiempo  $\sum A$ .
- $X_c$  = Espacio de estado de  $\sum A$ .
- $U_c$  = Son las entradas a la dinámica continua de  $\sum A$ .
- $\phi_c$  = Función de transición  $\sum A$ .

**5.1 Controlador difuso**

De acuerdo con Lygeros (1997) esta parte del modelo en realidad funciona como controlador difuso que está caracterizado por un conjunto de relaciones de acuerdo con la notación empleada por Sontag (1998) y adaptada para este trabajo se tiene en la ecuación 5.

$$\sum B = (T, X_d, U_d, Y_d, RINF) \tag{5}$$

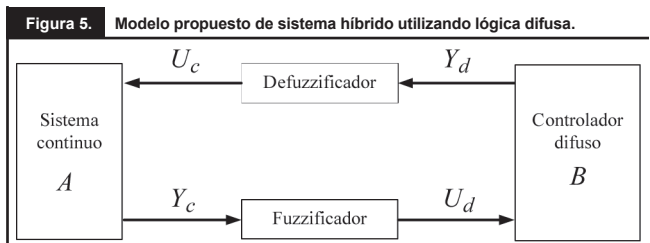


Figura 5. Modelo propuesto de sistema híbrido utilizando lógica difusa.

Donde:

- $T$  = Define al tiempo y se considera que  $t \in T$ .
- $X_d$  = Espacio de estado difuso de  $\sum B$ .
- $U_d$  = Conjunto de entradas difusas de  $\sum B$ .
- $Y_d$  = Conjunto de salidas difusas de  $\sum B$ .
- $RINF = \{RINF_1, \dots, RINF_n\}$  Conjunto de reglas de inferencia de  $\sum B$ .

**5.2 Fuzzificador**

En este modelo se utiliza el sistema de lógica difusa tipo Mamdani, este bloque del modelo “traduce” el valor de la variable continua en términos lingüísticos, en la práctica, este proceso consiste en medir las variables de entrada al controlador difuso a través de un mapeo que realiza la transición de los valores de las variables de entrada en los respectivos valores lingüísticos. El fuzzificador transforma los datos de la planta para enviarlos al controlador difuso utilizando valores difusos, en específico utilizando una función de pertenencia.

**5.3 Defuzzificador**

Este bloque se encarga de entregar a la planta las acciones de control a partir de las salidas difusas resultantes de las reglas aplicadas, generalmente establece la relación entre el controlador difuso y la planta que se está controlando. Este bloque en esta investigación utiliza el método centroide, el cual es un método de defuzzificación utilizado ampliamente por su sencillez.

**5.4 Mecanismo de inferencia difusa**

Teniendo los diferentes niveles de pertenencia arrojados por el fuzzificador, los mismos deben ser procesados para tener una salida difusa. La tarea del sistema de inferencia es tomar los niveles de pertenencia y apoyado en la base de reglas generar la salida del sistema difuso.

**5.5 Reglas de inferencia difusa**

Las reglas son la forma en que el sistema difuso almacena el conocimiento lingüístico que le permite resolver el problema para el cual ha sido diseñado, en procesos complejos contiene información valiosa de un experto humano. Estas reglas son del tipo Si-entonces. Una regla tiene la forma:

Si condición 1 es  $A_1$  y condición 2 es  $A_2$  entonces  $C_1$ .

**5.6 Ejemplo 1**

Se tiene como primer ejemplo de aplicación del modelo a un sistema de control de temperatura en un recinto en donde se requiere controlar la temperatura en un rango de entre 20 °C y 22 °C y tomando como referencia la temperatura externa del ambiente. Cuando la temperatura se encuentre en 20 °C entonces debe iniciar el funcionamiento de un calentador

que lleve hasta 22 °C la temperatura del interior del recinto, instante en el que debe apagarse dicho calentador que utiliza 120 volts de la línea de corriente alterna. Para modelar este ejemplo se toma como referencia el modelo presentado en la figura 1, el tradicionalmente utilizado para representar sistemas híbridos, posteriormente se aplicará el modelo de sistema dinámico híbrido utilizando la lógica difusa.

### 6. Modelo de la planta (parte continua)

La parte continua denominada planta se modela con ecuaciones diferenciales, las cuales son obtenidas a través de procesos de identificación de sistemas dinámicos. De acuerdo con Koutsoukos *et al.* (2000) un modelo de temperatura es el expresado en la ecuación 6.

$$\frac{dx(t)}{dt} = 0.0025 \left( T_0 - \frac{5(x(t) - 32)}{9} \right) + 0.02r(t) \quad (6)$$

Donde:

$X(t)$  = Temperatura del recinto en °C.

$X_0$  = Temperatura externa al recinto en °C.

$t$  = Tiempo en minutos.

$r(t)$  = Voltaje de que alimenta al calentador.

Sontag (1998) explica que un sistema continuo puede expresarse como la ecuación 7.

$$\sum A = (T, X_c, U_c, \phi_c) \quad (7)$$

$T$  = Tiempo y este caso  $t \in T$ .

$X_c$  = Espacio de estado y está representado por el vector  $X(t) \in X_c$ .

$U_c$  = Entradas a la dinámica continua y está representado en este modelo por el vector  $r(t) \in U_c$ .

$\phi_c$  = Mapa denominado de transición,  $\phi_c: D_\phi \rightarrow X_c$ .

Es evidente que la ecuación de la planta es un sistema no lineal por lo que si en dicha ecuación hacemos  $\frac{dx(t)}{dt} = 0$  se resuelve para  $X(t)$  se encuentra que el equilibrio es la temperatura  $T_0$ .

En la figura 6 se muestra la respuesta al escalón del sistema linealizado, considerando que el voltaje del calentador es cero y la temperatura del exterior es 20 °C.

### 7. Modelado del autómata digital

De acuerdo con el modelo de autómata planteado por Stiver (1995) se tiene que este sistema híbrido puede representarse como una relación, la cual se expresa en 8.

$$\sum B = (S_d, X_d, R_d, \delta_d, \phi_d) \quad (8)$$

Donde:

$S_d$  = Conjunto de estados.

$X_d$  = Conjunto de símbolos de la planta.

$R_d$  = Conjunto símbolos del controlador.

$\delta_d$  = Conjunto  $\delta_d: S_d \times X_d \rightarrow S_d$  función de transición.

$\phi_d$  = Conjunto  $\phi_d: S_d \rightarrow R_d$  es la función de salida.

Aplicando al modelo de la temperatura, se tienen las siguientes asignaciones:

$$S_d = (s_1, s_2)$$

$$X_d = (T_1, T_2)$$

$$R_d = (\text{encendido}, \text{apagado})$$

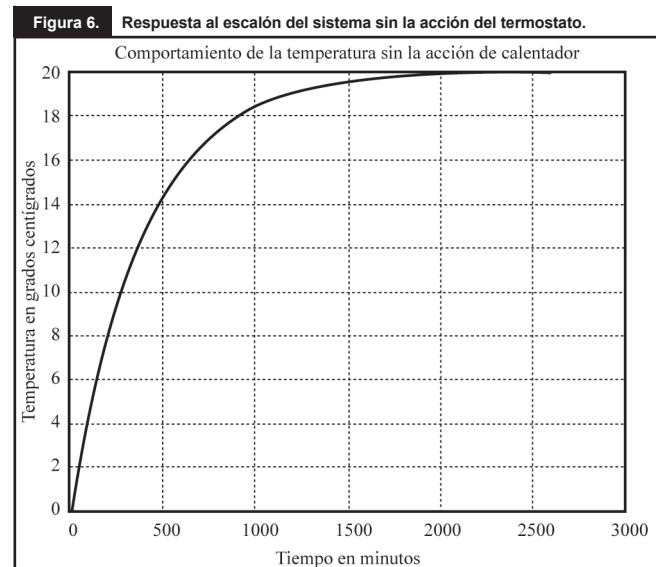
$S_d$  es el conjunto  $\delta_d: S_d \times X_d \rightarrow S_d$  función de transición aplicada a los diferentes estados

$$\phi_d(s_1) = \text{encendido}$$

$$\phi_d(s_2) = \text{apagado}$$

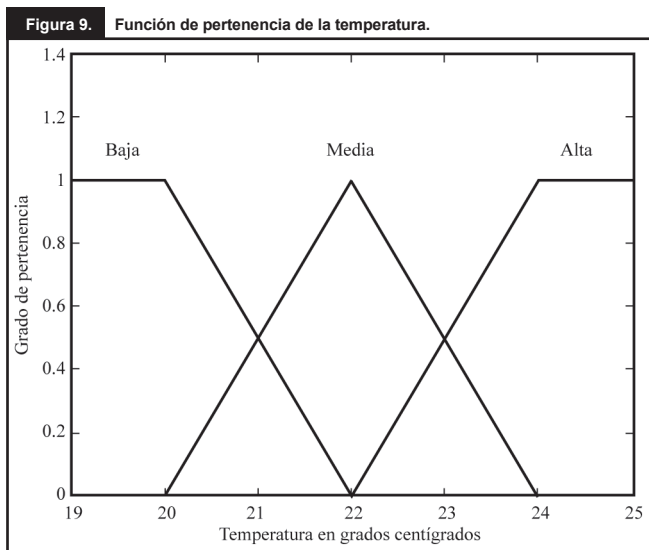
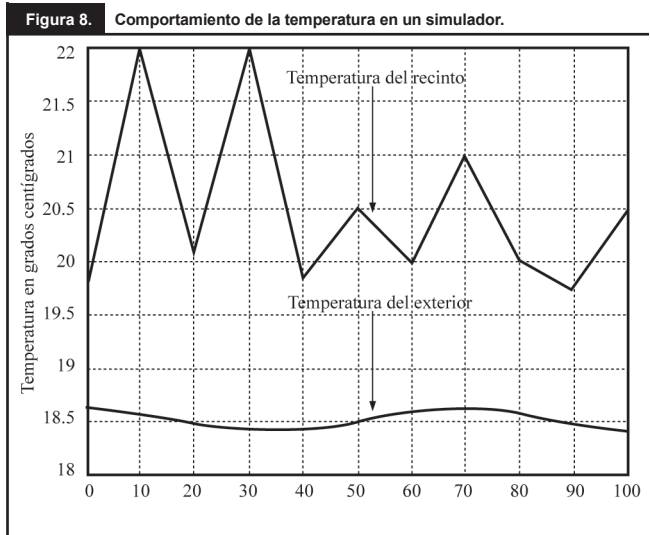
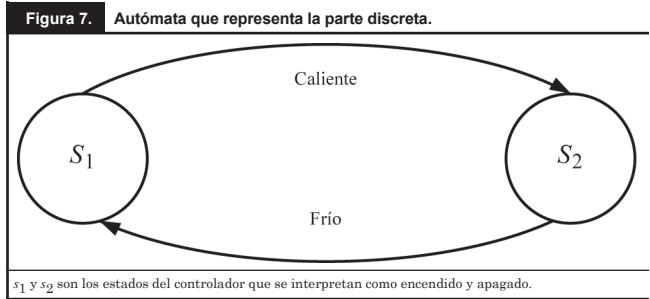
En la figura 7 se muestra la representación como autómata del controlador de temperatura (controlador de eventos discretos).

Los valores  $T_1$  y  $T_2$  y son las temperaturas alta y baja que puede tener el controlador, es decir cuando la temperatura sobrepasa los 22 °C se considera que la temperatura es alta (caliente) y el termostato deja de funcionar. Debido a la complejidad de resolver la ecuación 6 de manera numérica, se utiliza el programa *Model Vision Studium*® para simular la temperatura exterior y las variaciones súbitas de



la temperatura en el interior del recinto, la salida de dicha simulación se tiene en la figura 8.

De acuerdo con Nerode y Khon (1994), la comunicación entre la planta y el controlador es posible realizarla con circuitos convertidores analógicos digitales, esto con el objeto de que el controlador reciba estados discretos del cambio de temperatura. Asimismo las salidas del controlador son procesadas por el convertidor digital analógico que traduce



los estados discretos a valores que el modelo matemático de la planta puede interpretar.

**8. Modelo de la parte continua utilizando lógica difusa**

En este caso, el modelo utilizado es el mismo que el de la ecuación 6, sin embargo es necesario establecer que es un sistema no lineal.

**9. Modelo de la parte discreta utilizando lógica difusa**

Aplicando la descripción del autómata se obtiene la ecuación 5.

En donde  $X_d$  es el espacio de estado difuso contenido en un conjunto de datos como valores lingüísticos y representados en una función de pertenencia, en este caso dicha función tiene los valores lingüísticos de la temperatura como pueden ser temperatura baja, media o alta y sus valores intermedios.

$U_d$  es un conjunto de entradas difusas de  $\sum B$  y son las salidas del fuzzificador que este caso es un conjunto de datos referentes a las variaciones de temperatura y están evaluadas por las funciones de pertenencia. Las funciones de pertenencia utilizadas en este trabajo son:

Para la temperatura la función de pertenencia se identifica como  $\mu(x)$ , para el error entre salida y entrada  $\mu(e)$  y para el voltaje del calentador  $\mu(s)$ . Las anteriores funciones se representan en las figuras 9, 10 y 11, respectivamente.

$Y_d$  es un conjunto de salidas difusas de  $\sum B$  que son valores procesados por el controlador difuso y entregados al defuzzificador para obtener las salidas numéricas no difusas a la planta.

$RINF = \{RINF_1, \dots, RINF_n\}$  es un conjunto de reglas de inferencia de  $\sum B$ .

$RINF_1 =$  Si el error es grande negativo y la temperatura es baja entonces el voltaje es bajo.

$RINF_2 =$  Si el error es grande negativo y la temperatura es media entonces el voltaje es medio.

$RINF_3 =$  Si el error es grande negativo y la temperatura es alta entonces el voltaje es alto.

$RINF_4 =$  Si el error es pequeño negativo y la temperatura es baja entonces el voltaje es bajo.

$RINF_5 =$  Si el error es pequeño negativo y la temperatura es media entonces el voltaje es medio.

$RINF_6 =$  Si el error es pequeño negativo y la temperatura es alta entonces el voltaje es alto.

$RINF_7 =$  Si el error es cero y la temperatura es baja entonces el voltaje es medio

$RINF_8 =$  Si el error es cero y la temperatura es media entonces el voltaje es medio.

- $RINF_9$  = Si el error es cero y la temperatura es alta entonces el voltaje es alto.
- $RINF_{10}$  = Si el error es pequeño positivo y la temperatura es baja entonces el voltaje es bajo.
- $RINF_{11}$  = Si el error es pequeño positivo y la temperatura es media entonces el voltaje es bajo.
- $RINF_{12}$  = Si el error es pequeño negativo y la temperatura es alta entonces el voltaje es alto.
- $RINF_{13}$  = Si el error es grande positivo y la temperatura es baja entonces el voltaje es bajo.
- $RINF_{14}$  = Si el error es grande positivo y la temperatura es media entonces el voltaje es medio.
- $RINF_{15}$  = Si el error es grande positivo y la temperatura es alta entonces el voltaje es alto.

Utilizando el método de identificación planteado por Polhemus y Hunter (1974) en los datos arrojados por *Model Vision Studium*<sup>®</sup> se obtiene la función de transferencia planteada en la ecuación 9.

$$G(s) = \frac{0.43}{s^2 + 0.0021s} \quad (9)$$

Luego apoyándose en el programa SIMULINK<sup>®</sup> de MATLAB<sup>®</sup> se modela el sistema difuso utilizando el método de Mamdani e introduciendo la señal de error, a manera de validación solicita sostener la temperatura a 22 °C. El modelo se presenta en la figura 12.

La respuesta del sistema con el controlador difuso contempla llevar la temperatura a un valor fijo de 22 °C, dicha respuesta se grafica en la figura 13.

Ahora con el objeto de comparar el control difuso del sistema híbrido se realizó una simulación con control PID, con  $K_p = 2.9$ ,  $K_i = 0.04$ , la respuesta se muestra en la figura 14.

### 9.1 Ejemplo 2

En la electrónica de potencia se tienen circuitos denominados convertidores de corriente continua (CC), estos circuitos por su naturaleza pueden ser elevadores o reductores de voltaje, es decir a partir de una fuente de voltaje de corriente directa aumentan o reducen el voltaje, en la industria estos circuitos son muy importantes ya que son utilizados en sistemas de instrumentación, computadoras, equipo de aviación entre otras aplicaciones. En este ejemplo se modela un circuito reductor (buck), el cual a partir de una fuente 12 V se generará un voltaje reducido de 5 V a 350 mA, se propone que la salida sea lo más exacta posible utilizando una

estrategia de control difuso que relaciona el voltaje de salida y el error del voltaje.

### 10. Modelo de la planta (parte continua)

Para plantear las ecuaciones, el modelo a utilizar está representado por el circuito de la figura 15.

De acuerdo con Hart (1997) las ecuaciones en estado continuo se describen en 10 y 11.

Figura 10. Función de pertenencia del error.

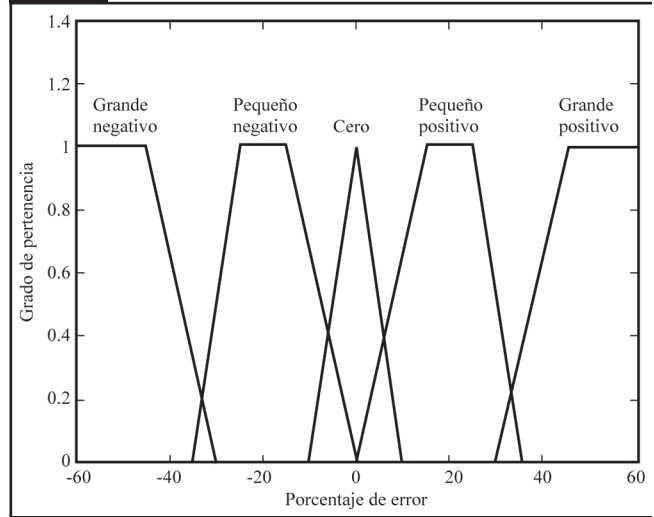


Figura 11. Función de pertenencia del voltaje del calentador.

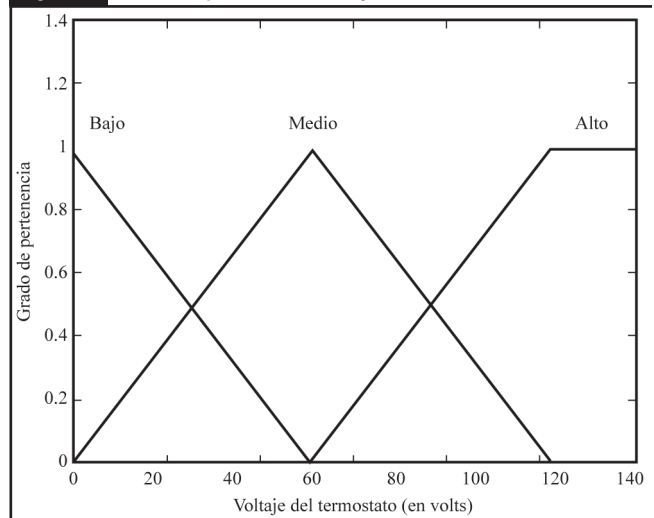
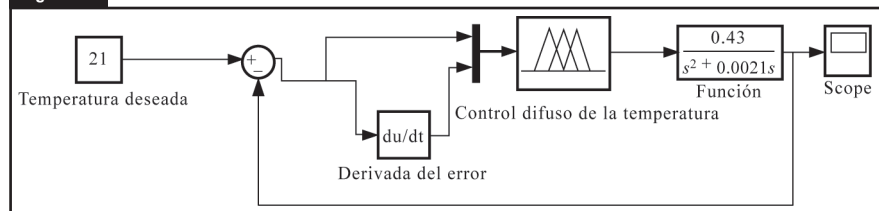


Figura 12. Modelo del sistema difuso utilizando SIMULINK<sup>®</sup>.



$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{i_L}{L} v_c(t) + \frac{DV_g}{L} \tag{10}$$

$$\frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{i_L(t)}{C} - \frac{v_c(t)}{RC} \tag{11}$$

Figura 13. Respuesta de la temperatura utilizando el modelo difuso.

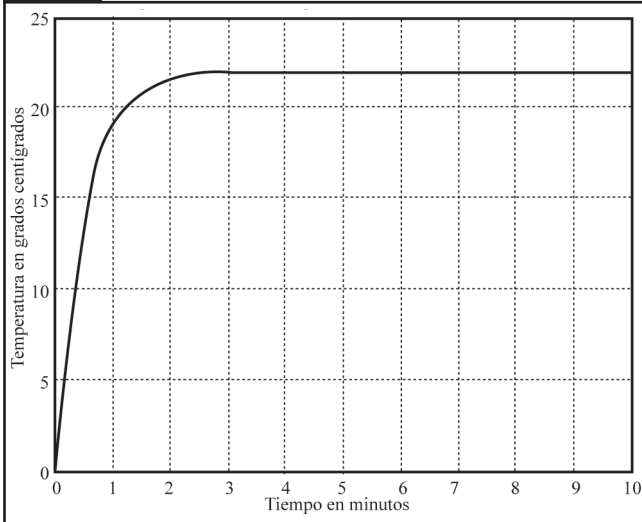


Figura 14. Respuesta del sistema de control de temperatura utilizando PID.

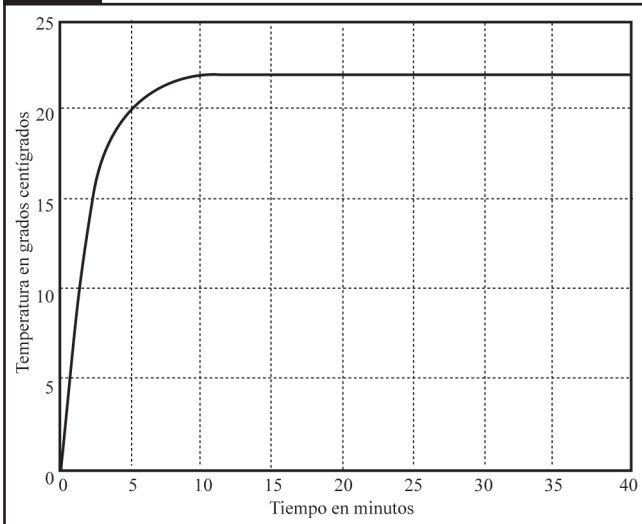
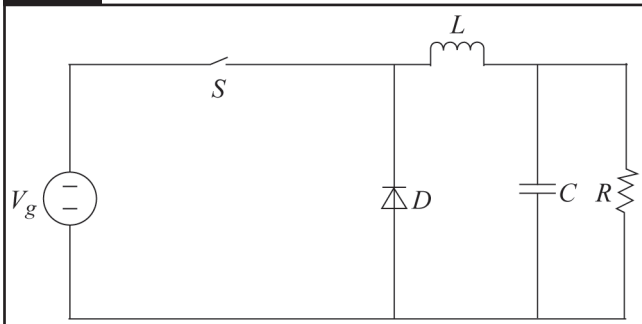


Figura 15. Circuito eléctrico del circuito reductor.



Donde  $D$  es el ciclo de trabajo del sistema y considerando que el interruptor  $S$  puede estar abierto o cerrado.

De acuerdo con Juing-Huei *et al.* (2002) se pueden utilizar los valores  $C=200\mu F$ ;  $L=150\mu H$ ;  $R=20\Omega$ ;  $V_g=12V$ ;  $V_0=5V$  a una frecuencia de 55 KHz y con  $D=0.4$ . La respuesta con los parámetros antes mencionados se simula en el programa LTspice IV y se muestra en la figura 16.

Como puede observarse en la figura 16 la salida sobrepasa los 5 volts, por lo que es necesario establecer un control influyendo sobre el ciclo de trabajo a fin de que pueda corregir la salida.

### 10. Modelo de la parte discreta utilizando lógica difusa

La parte discreta está representada por el interruptor  $S$ , el cual en la práctica es un dispositivo de conmutación tal como un transistor. El ciclo de trabajo es una fracción del periodo en el que el interruptor está cerrado, este concepto es fundamental ya que determina el valor de la salida, en este tipo de problemas el ajuste se realiza sobre los circuitos reales y en ocasiones se realiza a prueba y error. En este caso se inicia la simulación del convertidor con  $D=0.4$ .

La estrategia de control que se plantea en este ejemplo relaciona como variables de entrada el error en el voltaje a la salida del convertidor y la integral del error en voltaje y como variable de salida al ciclo de trabajo  $D$ , en este sentido utilizando la ecuación 5 en donde  $X_d$  es el espacio de estado difuso contenido en un conjunto de datos como valores lingüísticos del valor del voltaje en la salida del convertidor.

$U_d$  es un conjunto de entradas difusas de  $\sum B$  y son las salidas del fuzzificador que este caso es un conjunto de datos referentes a las variaciones del voltaje en la salida y están evaluadas por las funciones de pertenencia. Las funciones de pertenencia utilizadas en este ejemplo son:

Para el error del voltaje de salida se identifica como  $\mu_{errvol}$ , para la integral del error se utiliza  $\mu_{camerr}$  y para el ciclo de trabajo  $\mu_D$ . De acuerdo con Morales *et al.* (2009) las funciones antes mencionadas se pueden representar como se muestran en las figuras 17, 18 y 19, respectivamente.

$Y_d$  es un conjunto de salidas difusas de  $\sum B$  que son valores procesados por el controlador difuso y entregados al defuzzificador para obtener las salidas numéricas no difusas a la planta.

$RINF = \{RINF_1, \dots, RINF_n\}$  es un conjunto de reglas de inferencia de  $\sum B$ .

En el caso del convertidor se tienen las siguientes 6 reglas:  $RINF_1$ = Si la integral de error es positiva y el voltaje de error es pequeño entonces el ciclo de trabajo es medio.



$RINF_2$  = Si la integral del error es positiva y el voltaje de error es medio entonces el ciclo de trabajo es medio.

$RINF_3$  = Si la integral del error es positiva y el voltaje de error es grande entonces el ciclo de trabajo es alto.

$RINF_4$  = Si la integral del error es negativa y el voltaje de error es pequeño entonces el ciclo de trabajo es medio.

$RINF_5$  = Si la integral del error es negativa y el voltaje de error es medio entonces el ciclo de trabajo es bajo.

$RINF_6$  = Si la integral del error es negativa y el voltaje de error es grande entonces el ciclo de trabajo es bajo.

Luego apoyándose en el programa SIMULINK® de MATLAB® y aplicando las reglas de inferencia se tiene la respuesta del voltaje de salida tal como se muestra en la figura 20.

Como puede observarse en la figura 20, al insertarle el controlador difuso se mejora la salida consiguiendo los 5 volts deseados, asimismo la salida se mejora con respecto a la mostrada en la figura 16. Cabe señalar que  $D = 0.43$  fue el óptimo para obtener la salida mostrada en la figura 20.

Finalmente y aplicando el modelo mencionado por Hart (1997), la función de transferencia del convertidor con los valores de los componentes y suponiendo una resistencia interna en el capacitor y el inductor de 0.25 se tiene en la ecuación 12.

$$\frac{V_s}{D} = \frac{20000s + 4 \times 10^8}{s^2 + 1917s + 3.34 \times 10^7} \quad (12)$$

### 11. Resultados

Para llevar a cabo este modelo de sistema dinámico híbrido se plantearon las ecuaciones generales para posteriormente proponer ecuaciones específicas utilizando el enfoque de lógica difusa. Se puede observar que los sistemas híbridos son complejos en cuanto a su modelado ya que en la mayoría de los casos se presentan como sistemas no lineales. En el ejemplo, la ecuación 6 tiene como término no lineal,

Figura 16. Salida del convertidor con D=0.4.

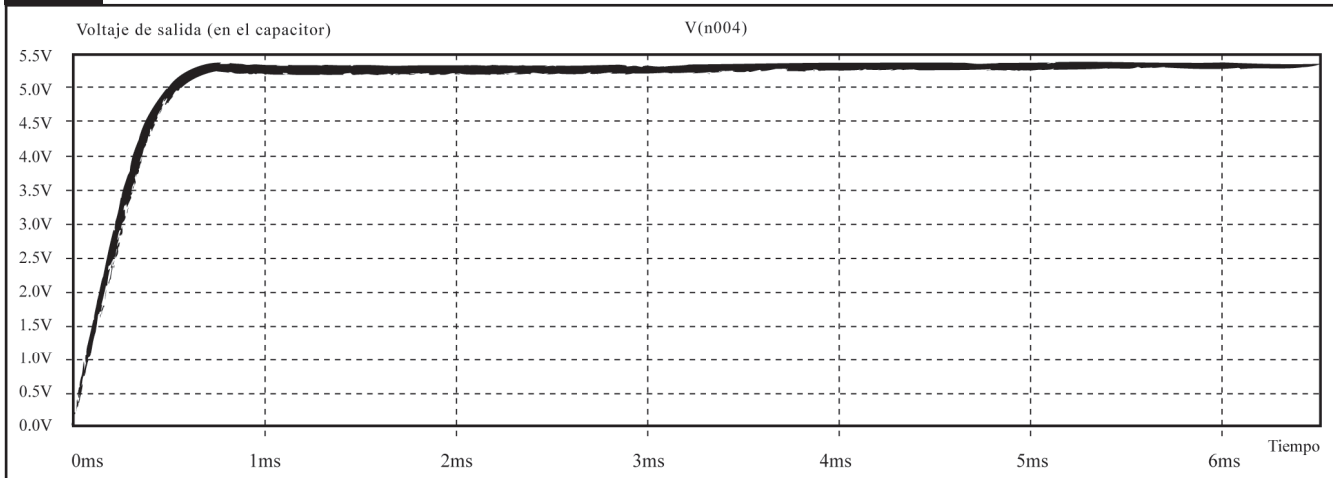


Figura 17. Función de pertenencia del error en el voltaje.

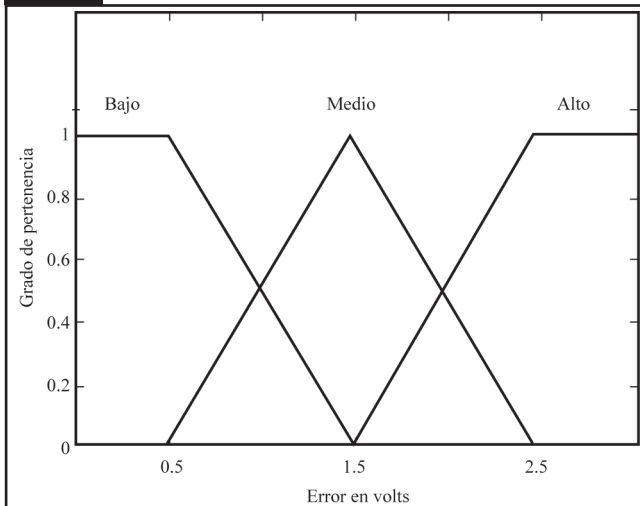
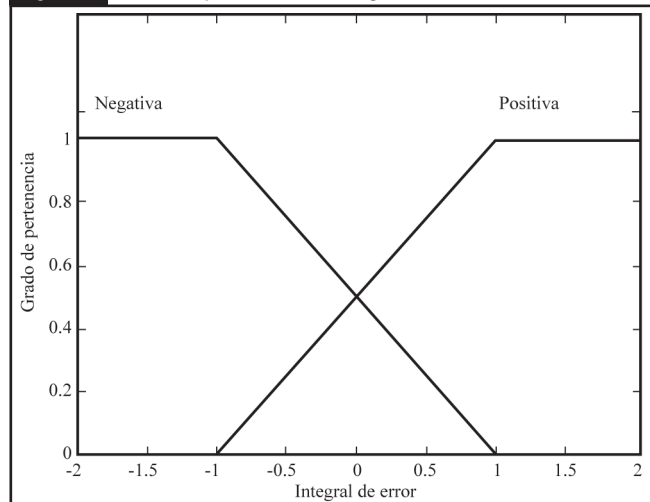
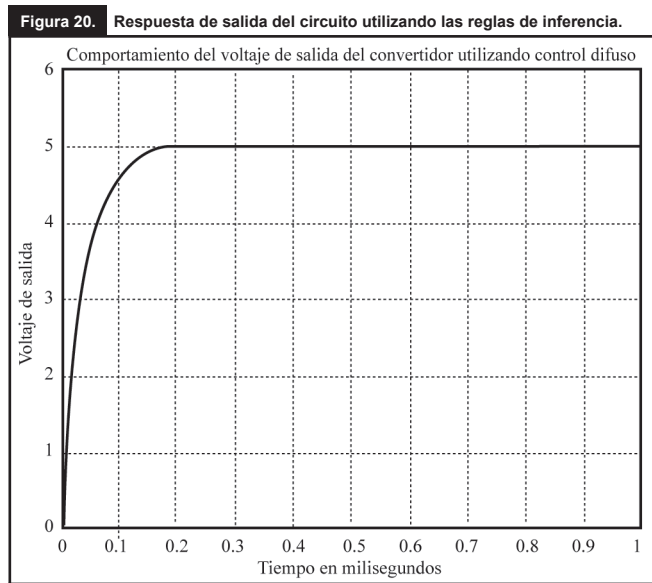
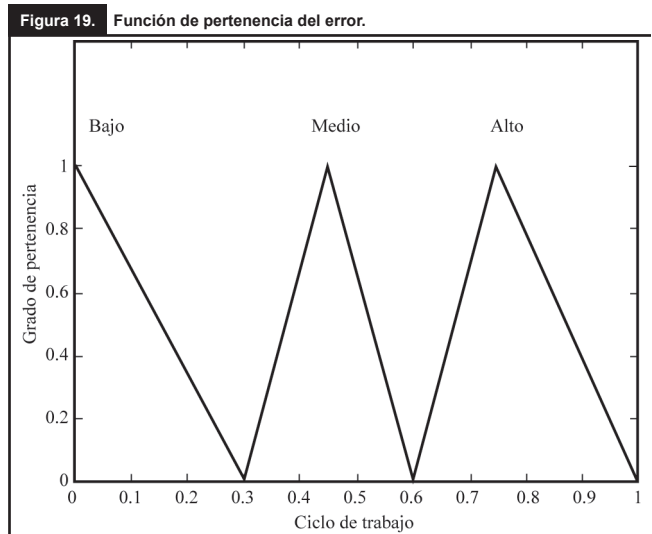


Figura 18. Función de pertenencia de la integral del error.



el cual provoca que el control de la temperatura sea complicado ya que depende de las variaciones del ambiente externo, normalmente las ecuaciones diferenciales de estos



modelos se resuelven numéricamente utilizando herramientas computacionales, razón por la cual se utilizó *Model Vision Studium*® para obtener la simulación del sistema, ante este escenario se propone introducir lógica difusa, la cual evita el uso de ecuaciones complejas e introduce la experiencia humana a través de reglas de inferencia difusa. Cabe señalar que para validar este modelo se compara un control PID convencional y la respuesta de control difuso, de esta comparación, como prueba se establece como temperatura deseada 22 °C establecida por el modelo difuso en aproximadamente 5 min contra 10 min del control PID. Asimismo es importante destacar que la manipulación del voltaje del calentador también puede hacerse por variación de frecuencia en caso de que el voltaje no fuese posible modificarlo. El error se manejó como el porcentaje de la diferencia entre la temperatura a la salida del control y la temperatura del recinto.

En el caso del circuito convertidor reductor, la manipulación del ciclo de trabajo es esencial para el control del voltaje de salida, sin embargo es posible proponer otra estrategia de control utilizando la función de transferencia mostrada en la ecuación 12.

### Conclusiones

En esta investigación se desarrolló y validó un modelo de sistema dinámico híbrido utilizando lógica difusa, como puede verse en los ejemplos, la respuesta con controlador difuso es mejor ya que el tiempo de respuesta es menor con respecto al control PID utilizado para el control de temperatura. En el caso del convertidor reductor el controlador difuso llevó a tener un valor de D óptimo utilizando de manera recurrente las funciones de error. Finalmente, el modelo propuesto en la figura 5 puede adaptarse al sistema dinámico que se desee modelar considerando la particularidad de la dinámica a controlar.



### Bibliografía

Alur, R.; T. A. Henzinger; H. Wong-Toi (1997). "Symbolic Analysis of Hybrid Systems", *Decision and Control 1997. Proceedings of the 36th IEEE Conference*. Vol.1, Núm. 1.

Antsaklis, P. (2000). "A Brief Introduction to the Theory and Applications of Hybrid Systems". *Proceedings of the IEEE, Special Issue on Hybrid Systems: Theory and Applications*. Vol. 88, Núm. 7.

Branicky, M.; S. Mitter (1995). "Algorithms for Optimal Hybrid Control", *Decision and Control, Proceedings of the 34th IEEE Conference on*. Vol. 3, Núm. 3.

Brockett, R. (1994). "Language Driven Hybrid systems", *Decision and Control, Proceedings of the 33rd IEEE Conference on*. Vol. 4, Núm. 1.

Gang, F. (2006). "A Survey on Analysis and Design of Model-Based Fuzzy Control Systems", *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*. Vol.14, Núm.5.

- Hart, D. (1997). *Introduction to Power Electronics*. 1st. Edition. Prentice Hall. Upper Saddle River.
- Juing-Huei S.; C. Jiann-Jong y W. Dong-Shiuh (2002). "Learning Feedback Controller Design of Switching Converters Via MATLAB/SIMULINK," *Education, IEEE Transactions on*. Vol.45, Núm.4.
- Koutsoukos, X.D.; P. J. Antsaklis; J. A. Stiver y M.D. Lemmon (2000). "Supervisory Control of Hybrid Systems", *Proceedings of the IEEE*. Vol.88, Núm.7.
- LTSPICE® (2010). User Manual, Revision 4.06. Linear Technology.
- Lyngeros, J. (1997). "A Formal Approach to Fuzzy Modeling", *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*. Vol. 5, Núm. 3.
- MATLAB® (2007) . User Manual, Revision 7.0. Mathworks Inc.
- Morales, L.; H. Chamorro y J. Soriano (2009) "Análisis y comparación entre un controlador PI difuso y un controlador PI óptimo convencional para un convertidor reductor", *Ingeniería e Investigación*. Vol. 29, Núm. 3.
- MVSTUDIUM® (2007). User Manual, Revision 4.1.9 Mvstudium Group.
- Nerode, A.; W. Kohn (1994) "Hybrid Systems as a substrate for DSSA," *Computer-Aided Control System Design, 1994. Proceedings, IEEE/IFAC Joint Symposium on* Vol. 3, Núm. 8.
- Polhemus, N. W. and J. S. Hunter (1974). "An Application of Parametric Time Series in Simulation Modeling", in *Proceedings of the 7th Conference on Winter Simulation*. Vol. 2 (Washington, DC, January). Nueva York.
- Reinoso, O.; J. M. Sebastián y F. Zúñiga y R. Arcil (2004). *Control de sistemas discretos*. Mc Graw Hill. Madrid.
- SIMULINK® User Manual, Revision 7.0. Mathworks Inc.
- Sontag, E. (1998). *Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems. Second Edition* Springer, Nueva York.
- Stiver, J.; P. Antsaklis; M. Lemmon (1995). "Hybrid Control System Design Based on Natural Invariants", *Decision and Control, Proceedings of the 34th IEEE Conference on*. Vol. 2.
- Tavernini, L. (1987). "Differential Automata and Their Discrete Simulators", *Non-Linear Anal.* 11.



## Paradigma económico

REVISTA DE ECONOMÍA REGIONAL Y SECTORIAL  
FACULTAD DE ECONOMÍA DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

## INVITACIÓN

A los especialistas en los temas de la Economía regional y sectorial a enviar colaboraciones a Paradigma económico, revista semestral de la Facultad de Economía de la Universidad Autónoma del Estado de México.

### Mayores informes:

Cerro de Coatepec s/n. Ciudad Universitaria C.P. 50100.

Tel.: +52 (722) 214 94 11 +52 (722) 214 94 11 y 213 13 74 Ext. 171

Correo electrónico: [paradigmaeconomico@uaemex.mx](mailto:paradigmaeconomico@uaemex.mx)



Los lineamientos para los autores se pueden consultar en la siguiente dirección:  
[http://www.uaemex.mx/feconomia/publicacion\\_paradigma.php](http://www.uaemex.mx/feconomia/publicacion_paradigma.php)