



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MÉXICO**

---



**FACULTAD DE ECONOMÍA**

**“MEDICIÓN DEL VALOR EN RIESGO DE LA MEZCLA DE PETRÓLEO  
MEXICANA APLICANDO SIMULACIÓN HISTÓRICA FILTRADA CON  
INNOVACIONES GARCH”**

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**LICENCIADO EN ACTUARÍA**

**PRESENTA:**

**MARITZA PÉREZ GUTIÉRREZ**

**ASESOR:**

**Dr. EN I. RAÚL DE JESÚS GUTIÉRREZ**

**REVISORES:**

**M. EN M.A VERÓNICA ÁNGELES MORALES**

**Dr. EN C.S. Y P. OSCAR MANUEL RODRÍGUEZ PICHARDO**

**TOLUCA, ESTADO DE MÉXICO**

**JULIO 2016**

# ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b>	5
<b>CAPÍTULO 1</b>	11
<b>Comportamiento del Mercado Petrolero Mexicano</b>	11
1.1. Tipos de Petróleo Crudo	12
1.2. Panorama Internacional del Mercado Petrolero	14
1.2.1. Consumo y Producción Mundial de Petróleo	14
1.2.2. Comercio Internacional: Importación-Exportación	17
1.2.3. Reservas Mundiales de Petróleo	18
1.3. Mercado Nacional de Petróleo	20
1.3.1. Producción Nacional de Petróleo	20
1.3.2. Exportaciones Petroleras	24
1.3.3. Comportamiento de los Precios de la Mezcla Mexicana	28
1.4. Importancia de la Administración de Riesgos en el Mercado Petrolero Mexicano	33
<b>CAPÍTULO 2</b>	35
<b>Marco Teórico: Medidas de Valor en Riesgo</b>	35
2.1. Administración de riesgos y VaR	35
2.2. Definición de Valor en Riesgo	38
2.3. Metodologías para el Cálculo del VaR	41
2.3.1. Métodos Paramétricos	42
2.3.2. Métodos No Paramétricos	47
<b>CAPÍTULO 3</b>	54
<b>Metodología: Valor en Riesgo por Simulación Histórica Filtrada</b>	54
Introducción	54
3.1. Modelo ARCH	55
3.2. Modelo GARCH (p,q)	59
3.2.1. Modelo GARCH (1,1)	61
3.2.2. Función de autocorrelación y autocorrelación parcial	64
3.2.3. Estimación del modelo de regresión GARCH	66
3.2.4. Pruebas de Autocorrelación	71
3.3. Estudios relacionados con los modelos GARCH	73
3.4. Modelo de Simulación Histórica Filtrada	75
3.5. Metodología para calcular el VaR por Simulación Histórica Filtrada	77

<b>CAPÍTULO 4.....</b>	
<b>Aplicación al Mercado Petrolero Mexicano.....</b>	<b>81</b>
4.1. Descripción y Análisis de los Datos.....	81
4.2. Estimación del VaR dentro de la muestra.....	87
4.3. Estimación del VaR fuera de la muestra.....	90
4.4. Análisis del comportamiento dinámico del riesgo de la mezcla mexicana de exportación.....	91
<b>Conclusiones.....</b>	<b>94</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>96</b>
Anexo 1. <i>S-Plus</i> - Código Modelo GARCH (1,1).....	96
<b>Bibliografía.....</b>	<b>97</b>

## INTRODUCCIÓN

Desde la revolución industrial a principios del siglo XIX, el petróleo se ha convertido en la principal fuente de energía y materia prima para la sociedad. En este sentido, el creciente desarrollo del mercado energético en el mundo ha propiciado un panorama de incertidumbre principalmente en los niveles de producción y los precios, lo que ha afectado a países productores y consumidores como es el caso de los miembros de la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEC, por sus siglas en inglés)<sup>1</sup>, y en igual o mayor medida a aquellos países que no pertenecen a dicha organización.

Las condiciones que se viven actualmente en los mercados internacionales del petróleo, son consecuencia de una serie de acontecimientos surgidos a partir de la desregulación y liberalización petrolera en los años ochenta, lo que ha generado especulación y mayores oportunidades e incentivos, pero al mismo tiempo un mayor riesgo para los inversionistas al momento de negociar el petróleo crudo a través de los mercados spot y de derivados (Hung et al. 2009).

Además, eventos geopolíticos como el conflicto del Golfo Pérsico, crisis económicas y financieras, tales como la crisis subprime en 2008, la crisis de deuda soberana de 2011 en países de la zona euro, que provocaron precios en el hidrocarburo por encima de los 100 dólares, han conducido a una mayor fluctuación en los precios del petróleo y en los niveles de producción, a nivel mundial. Estos hechos repercuten directamente en la confianza de los consumidores industriales, productores y gobiernos cuya principal fuente de ingreso proviene de este recurso. En este sentido, México, quien a pesar de no pertenecer a la OPEC, representa el onceavo lugar a nivel mundial de los países con la mayor producción de crudo y considerando que es también un importante importador, ya que de los 1,220 mbd<sup>2</sup> que exporta, 43% lo importa en productos derivados del petróleo, por lo que se encuentra doblemente expuesto a los vaivenes en los precios de este recurso natural.

---

<sup>1</sup> Países miembros: Argelia, Angola, Ecuador, Irán, Irak, Kuwait, Libia, Nigeria, Katar, Arabia Saudita, Emiratos Árabes Unidos y Venezuela.

<sup>2</sup> Boletín Estadístico Anual, OPEC 2015.

En consecuencia, el ambiente de incertidumbre y volatilidad por movimientos extremos en los precios del petróleo, han incrementado la exposición al riesgo de los participantes como proveedores y consumidores de productos energéticos, e inversionistas individuales e institucionales. En este aspecto, es de vital importancia la necesidad de medir y cuantificar dicho riesgo, a partir de medidas que permitan modelar eficientemente estos cambios inesperados. En el contexto de la administración de riesgo, una medida que ha ganado gran popularidad en la industria financiera en las últimas décadas, es la metodología “valor en riesgo” (VaR, por sus siglas en inglés).

Esta medida de riesgo desarrollada por JP. Morgan en 1994 a través de su metodología RiskMetrics y aceptada por el Comité de Basilea como medida estándar de regulación que muchas de las instituciones financieras y administradores de riesgo han adoptado para cumplir con sus requerimientos de capital. De acuerdo con Jorion (2010), el VaR resume la máxima pérdida esperada durante un horizonte de tiempo objetivo dado un nivel de confianza. Dicha cuantificación es fundamental para estimar el riesgo de las posiciones largas y cortas a que están expuestos los países productores como México y consumidores como Estados Unidos y China.

Los modelos VaR más comúnmente empleados para la medición del riesgo en los mercados financieros son clasificados en: métodos paramétricos y no paramétricos, el método Delta-Normal corresponde a los paramétricos y el método de simulación Monte Carlo y simulación histórica pertenecen a los no paramétricos. Sin embargo, al estudiar los fundamentos financieros y estructura matemática de los modelos se observa que es posible aportar o hacer uso de nuevos elementos que proporcionen una mejor estimación y administración del riesgo. Cada uno de los modelos VaR mencionados anteriormente cuenta con supuestos, que en la práctica son difíciles de cumplir.

Por ejemplo, la aplicación del método Delta-Normal es asumir que la mayor pérdida es proporcional a la desviación estándar de los rendimientos, lo cual requiere suponer que los rendimientos siguen una distribución normal o t-student, por lo que si usamos un modelo Delta-Normal bajo el supuesto distribucional normal e incluso para innovaciones t-student, podemos subestimar los eventos extremos que causan las mayores pérdidas (Romero, 2005). Por su parte, De Jesús (2016) menciona que estadísticamente, la

naturaleza de los movimientos extremos reduce el potencial de la distribución normal para describir el comportamiento asintótico de los rendimientos del petróleo, dado que su distribución empírica suele ser sesgada y con colas más anchas por la frecuencia de valores atípicos.

Por su parte, el método de simulación Monte Carlo consiste en crear escenarios de rendimientos o precios de un activo mediante la generación de números aleatorios, asumiendo que el cambio en los precios sigue un comportamiento estocástico. Jorion (2010) considera este método como el más poderoso para cuantificar el valor en riesgo ya que es posible incluir factores de riesgo no lineales. No obstante, la desventaja de este método es su alto costo computacional y desarrollo intelectual.

Por otra parte, la metodología de simulación histórica basa su cálculo del VaR en la distribución empírica de precios históricos, esta medida no requiere ningún supuesto sobre la distribución de los rendimientos. Pero tiene la desventaja de que al ser discreta es más densa en su interior lo que ocasiona que se sobreestime el riesgo y por ende, proporcione una medida de varianza alta (De Jesús, 2016). En contraste, este método asigna la misma probabilidad a cada uno de los rendimientos diarios; pues asume que estos son independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.) a través del tiempo (Pritsker, 2006). Sin embargo, esto no es posible, porque la volatilidad de los rendimientos varía en el tiempo.

A pesar de que la metodología de simulación histórica es fácil de entender y aplicar, Pritsker (2006) demuestra que el método sólo estima el riesgo de la cola inferior de la distribución de pérdidas y ganancias, debido a que el riesgo estimado nunca se incrementa después de grandes ganancias. Desafortunadamente, este método no toma en cuenta tales cambios, siendo necesario utilizar un modelo que proporcione una medida de VaR más precisa que capture las condiciones cambiantes del mercado.

En este sentido, Adesi et al. (1999) proponen una serie de modificaciones al método de simulación histórica, nombrando a este modelo simulación histórica filtrada. Esta metodología es una mezcla de procedimientos estadísticos paramétricos y no paramétricos para estimar el riesgo incorporando la desviación estándar por medio de un modelo de volatilidad condicional (Angelidis y Degiannakis, 2005). Los cambios en la

volatilidad o fenómeno conocido como heterocedasticidad, es un factor importante que se debe tomar en cuenta en el análisis de los rendimientos de las series financieras, el cual se ve reflejado por periodos de baja y alta volatilidad, asociados a movimientos inesperados en los precios de los factores de riesgo, como es el caso de los precios del petróleo.

Por lo que Bollerslev (1986) generalizó el comportamiento de la volatilidad al hacerla dependiente de las condiciones del mercado, al proponer el modelo GARCH en el cual la varianza condicional depende no solo de los cuadrados de los residuales, como en Engle (1982), sino además, de la varianza condicional de períodos pasados. En ese aspecto, estudios han demostrado la efectividad de los modelos GARCH no solo para capturar la heterocedasticidad de la distribución de los rendimientos de las series financieras, sino también, para admitir distribuciones de colas gruesas y agrupamiento de volatilidades (Argáez et al. 2014). Con respecto al mercado energético se demostró que el modelo GARCH estándar corrige apropiadamente la autocorrelación observada en los rendimientos del petróleo (Sadorsky, 2006).

En este tenor, existen varios estudios relacionados con las aplicaciones del VaR, que han demostrado una mejora en las estimaciones del riesgo respecto a los modelos GARCH con innovaciones en los rendimientos de los precios del petróleo (Cabedo y Moya, 2003; Angelidis y Degiannakis, 2005; Davila, 2006; Sadorsky, 2006; Hung et al., 2008; Hung et al., 2009; Aloui y Mabrouk, 2010). En consecuencia, el mercado de petróleo mexicano no cuenta con una medida homogénea para el cálculo del VaR, dada la importancia del crudo en la economía local y global.

En respuesta a ello, en la presente tesis se aplica la metodología de simulación histórica filtrada, a partir del uso de un modelo GARCH estándar para estimar la volatilidad condicional de los rendimientos de la mezcla mexicana de exportación, y emplearla para medir el VaR de los residuales estandarizados basado en el método de simulación histórica tradicional. En este caso, la metodología de simulación histórica filtrada no solo captura la heterocedasticidad condicional, sino también la no normalidad de los rendimientos, de tal forma que se logre capturar su naturaleza dinámica. Con el propósito de cumplir el objetivo general de la tesis, el cual consiste en ajustar el modelo

de simulación histórica para estimar el riesgo de mercado de la mezcla de exportación, a través de una serie independiente e idénticamente distribuida.

Esto con el fin de validar la hipótesis de que la aplicación del método de simulación histórica filtrada puede proporcionar información más completa del riesgo al que están expuestos los participantes que asumen una posición larga o corta en el mercado petrolero. De manera que para realizar el modelo se utilizan los precios diarios de la mezcla de exportación del 3 de enero de 2000 al 31 de diciembre de 2015 obtenida de la base de datos de Bloomberg. Posteriormente la muestra es empleada para analizar el comportamiento del riesgo fuera de la muestra, durante el lapso de un año, específicamente el año 2015.

Dicha información permitirá diseñar estrategias de cobertura óptima a partir de las posiciones financieras larga y corta que mantienen. Por ejemplo, el gobierno mexicano requiere información más completa de las pérdidas que se presentan ante caídas inesperadas en los precios del petróleo. De esta manera, se podrá llevar a cabo el proceso anual de planeación del ingreso y gasto público del país. Dado que este influye en la compra de contratos de cobertura de los ingresos petroleros<sup>3</sup>, lo que puede afectar en las decisiones de inversión en la industria energética y provocar reducciones al presupuesto de gasto público y programas sociales.

Por otra parte, la tesis se encuentra estructurada en cuatro capítulos, en el primer capítulo se ofrece un panorama general de la significancia social y económica que representa el petróleo a nivel mundial y principalmente en México, además de abordar la importancia de la administración del riesgo en los precios de la mezcla de exportación. El segundo capítulo, comprende la teoría de Valor en Riesgo enfocando las principales medidas de riesgo descritas anteriormente, abordando su metodología, ventajas y desventajas de emplear uno u otro método para medir el riesgo.

En el tercer capítulo se desarrollan los modelos matemáticos y la base estadística en la que se sustenta la metodología de simulación histórica filtrada, destacando el uso de

---

<sup>3</sup> Usualmente para saber cuánto costarán las coberturas se toma en referencia el precio histórico de la Mezcla Mexicana y el promedio de los futuros del WTI multiplicado por un factor.



los modelos GARCH, así como su implementación paso a paso para estimar el riesgo de mercado. Posteriormente, en el cuarto y último capítulo se realiza la aplicación empírica de la estimación del valor en riesgo dentro y fuera de la muestra en la mezcla mexicana, se describen y analizan los resultados obtenidos, para finalmente mencionar las conclusiones a las que se llegó.

# CAPÍTULO 1.

## Comportamiento del Mercado Petrolero Mexicano.

La palabra petróleo viene del latín *petroleum* que significa “aceite de roca”. Es una mezcla homogénea de compuestos orgánicos, principalmente hidrocarburos. De acuerdo con Enrique Parra (2003), el petróleo en su estado natural sirve para poco, por lo que para su uso requiere necesariamente ser procesado. En este sentido, la importancia del petróleo crudo se debe a que permite obtener diversos productos que son utilizados principalmente para producir energía y generar electricidad. Por ejemplo, algunos de estos productos derivados son lubricantes para maquinaria, gasolinas y combustibles para que los medios de transporte funcionen. Además, en la industria petroquímica se utiliza para hacer plásticos, fibras sintéticas, hules, detergentes, conservadores de alimentos, medicinas y agroquímicos.

En referencia a lo anterior, actualmente el petróleo es utilizado como la materia prima de mayor comercio en los mercados de todo el mundo. Debido a que es una materia prima almacenable, su oferta y demanda determinan su precio a largo plazo, ya que si el bien es escaso, su precio tenderá a incrementarse y viceversa. Asimismo, en el corto plazo la sensibilidad en los precios del crudo es más evidente ante la influencia de los cambios de percepción y de expectativas en el mercado, a causa de acontecimientos geopolíticos y las decisiones de producción de la OPEP. Por ejemplo, los precios reaccionan frente a cualquier noticia inesperada, incluso antes de que los cambios previstos se materialicen, por lo tanto esta incertidumbre representa el principal riesgo para el mercado del petróleo (Marzo, 2015).

De tal manera que el comportamiento de los precios del crudo no solo afecta a todos los niveles de la economía mundial, desde el equilibrio del comercio internacional hasta los índices de inflación. Es entonces, que para su análisis económico se requiere conocer las relaciones dinámicas y cambiantes entre los países productores, las compañías petroleras, las refinerías individuales, los países importadores y los especuladores (Velásquez et al., 2009).

## 1.1. Tipos de Petróleo Crudo

La industria mundial de hidrocarburos líquidos clasifica al petróleo de acuerdo a su densidad. Esta es medida en grados API (parámetro internacional del Instituto Americano del Petróleo) determinando la calidad del crudo como se presenta en el Cuadro 1.1.

**Cuadro 1.1 Clasificación del petróleo por su densidad.**

Aceite crudo	Densidad ( g/ cm <sup>3</sup> )	Densidad grados API
Extrapesado	>1.0	<10.0
Pesado	1.0 - 0.92	10.0 - 22.3
Mediano	0.92 - 0.87	22.3 -31.1
Ligero	0.87 - 0.83	31.1 – 39
Superligero	< 0.83	> 39

Fuente: Instituto Mexicano del Petróleo, 2015.

Asimismo, el petróleo también se clasifica de acuerdo a su contenido de azufre:

- **Petróleo Dulce (*Sweet oil*):** este tipo de petróleo contiene menos de 0.5% de azufre, por lo que es altamente utilizado para ser procesado como gasolina.
- **Petróleo Ácido (*Sour oil*):** este tipo de petróleo contiene un alto porcentaje de azufre, al menos 1%. Su costo de refinamiento es mayor y frecuentemente es usado en productos destilados como el diesel.

Estas categorías representan criterios básicos para determinar la calidad del petróleo, e influyen en la fijación de sus precios. Por ejemplo, los crudos más valiosos son los ligeros, porque en su refinación producen un mayor número de derivados con alto valor agregado, tales como la gasolina, el queroseno y el gas, mientras que los crudos pesados, proporcionan un combustible de menor precio.

Por otra parte, la industria petrolera clasifica los precios del petróleo crudo según su lugar de origen. En la actualidad, existen tres petróleos de referencia: el petróleo West Texas Intermediate (WTI, por sus singlas en inglés), el petróleo Brent y Dubái.

El petróleo WTI es un promedio del petróleo extraído en los campos occidentales de Texas (EE.UU.). Este crudo es ligero (39.6° de densidad API) y dulce (0.24% de azufre). Su alta calidad lo hace ideal para la producción de gasolinas y es usado como valor de referencia en el mercado norteamericano, dado que cotiza en la Bolsa de Nueva York (NYMEX).

El petróleo Brent es una mezcla de crudos de 19 diferentes campos de explotación petrolera ubicados en el Mar del Norte (entre Gran Bretaña y Noruega). La densidad API de este tipo de petróleo es de 38.3° y 0.37% de azufre, que lo hace un petróleo ligero y dulce, pero con características físicas-químicas menores a las del WTI. Su uso es principalmente para la producción de gasolinas y destilados intermedios. Además, es el petróleo de referencia en el mercado europeo y cotiza en la Bolsa de Petróleo de Londres.

Por su parte, el Dubái es un tipo de petróleo de baja calidad, con 31° API y alto contenido en azufre (2,04%). Su precio se utiliza como referencia para la producción del crudo de la región Asia-Pacífico, y se comercializa en la Bolsa Internacional Monetaria de Singapur (SIMEX), así como en mercados no organizados (over the counter).

Por otra parte, existe una canasta de crudos constituida por la OPEP en la que fija sus decisiones de política petrolera. Esta es una media aritmética de las mezclas de los países miembros: Saharan Blend (Argelia), Girassol (Angola), Oriente (Ecuador), Minas (Indonesia), Irán Heavy (Irán), Basra Ligero (Iraq), Kuwait Exportaciones (Kuwait), Es Sider (Libia), Bonny Ligero (Nigeria), Qatar Marina (Qatar), Arabia Ligero (Arabia Saudita), Murban (Emiratos Árabes Unidos) y Merey (Venezuela)<sup>4</sup>. Debido a que la cesta OPEP está compuesta en su mayoría por crudos de calidad media-baja, su precio cotiza con un alto descuento con respecto a los crudos de alta calidad.

---

<sup>4</sup> [http://www.opec.org/opec\\_web/en/index.htm](http://www.opec.org/opec_web/en/index.htm)

Asimismo, existen otros petróleos referenciales tales como el: Tapis de Malasia, que sirve de referencia para el crudo ligero del Lejano Oriente; Minas de Indonesia, referencia para el crudo pesado del Lejano Oriente, Fateh de Dubái y Merey de Venezuela. Es importante remarcar que no todos tienen el mismo valor en el mercado mundial, ya que las características propias del crudo, determinan su calidad y precio.

## **1.2. Panorama Internacional del Mercado Petrolero**

### **1.2.1. Consumo y Producción Mundial de Petróleo**

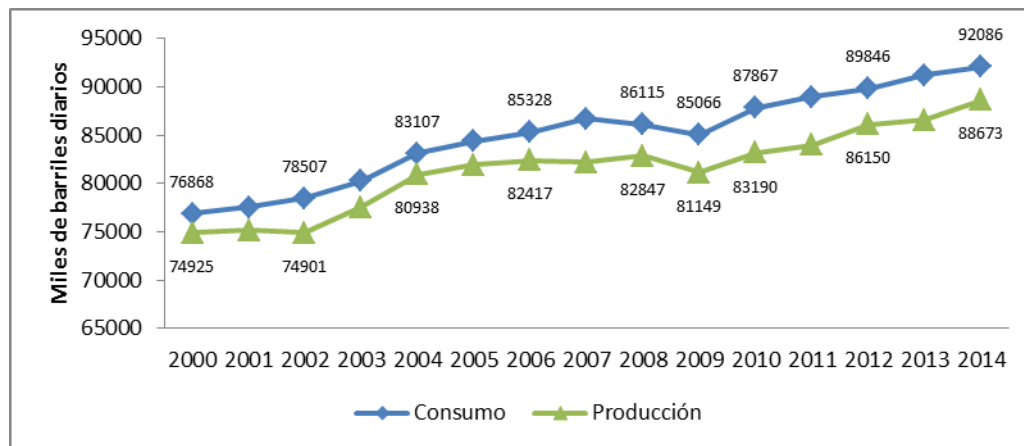
A partir del año 2000 debido al acelerado crecimiento de las economías emergentes asiáticas y la actividad económica de los países industrializados, donde Estados Unidos y China encabezan esta lista, se comenzó a presentar un aumento en la producción y consumo de petróleo a nivel mundial. Como se puede observar en la Gráfica 1.1, el consumo del año 2000 al 2014 siempre fue mayor al nivel de producción, en promedio 3,425 mbd (1 barril = 159 litros). En particular, desde el 2004 hasta el 2006, los niveles de producción de la OPEP aumentaron a causa de la demanda de petróleo que creció por encima de 1 millón de barriles diarios al año.

En 2005, la OPEP abandonó su sistema de bandas de precios y aprobó incrementos en su producción, los precios en el petróleo experimentaron un salto de \$52.21 a \$69.43 dpb. En este periodo la producción petrolera del Golfo de México se vio afectada por los efectos del huracán Katrina. Todo esto ocurrió dentro de un escenario de crecimiento económico mundial liderado por la cuenca Asia-Pacífico, especialmente China quien impulsó el incremento de la demanda mundial de petróleo (Pulitano y Borgucci, 2010).

Sin embargo, se puede observar que en el año 2009 existió un ligero descenso en el consumo y producción, ocasionado por la crisis subprime o inmobiliaria. Provocando que durante el año 2014 las economías emergentes disminuyeran su crecimiento en el consumo del energético. A pesar de la disminución de la demanda de crudo, el petróleo continuó siendo el principal combustible de consumo mundial. Su demanda al cierre de

2014, fue de 92,086 millones de barriles diarios, lo que represento un aumento del 0.9%, la tasa más baja de crecimiento desde 1998.

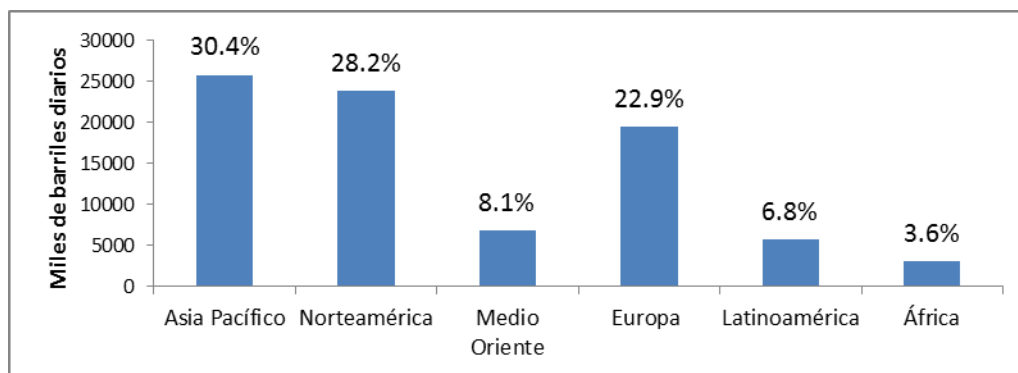
**Gráfica 1.1 Consumo y producción mundial de petróleo en 2000-2014.**



Fuente: Elaboración propia con información de BP Statistical Review of World Energy, Junio 2015.

Asimismo, resulta conveniente hacer un paréntesis para analizar el consumo mundial de petróleo por región, como se puede observar en la Gráfica 1.2 la región de Asia-Pacífico consumió en promedio el 30.4% del total de petróleo, seguido de los países de Norteamérica con un 28.2%. En este sentido, dichas regiones comprenden a los países con mayor demanda de petróleo, de los cuales Estados Unidos es el mayor consumidor de crudo del planeta (19,657 mbd), seguido de China (7,782 mbd), Japón (4,940 mbd) y la India (2,978 mbd), representando más del 60% del consumo mundial.

**Gráfica 1.2 Consumo mundial de petróleo por región, 2000-2014.**



Fuente: Elaboración propia con información de BP Statistical Review of World Energy, Junio 2015.

Dicho lo anterior, se retoma el análisis de la Gráfica 1.1 para analizar la producción de crudo a nivel mundial en el periodo 2000-2014, tiempo en el que se incrementó 18.3%, es decir, de 74,925 mbd a 88,673 mbd, sin embargo, se observa un ligero descenso en el año 2002. Esto debido a los recortes de producción acordados por la OPEP para respaldar los bajos precios del petróleo y las crecientes tensiones políticas. En el año 2014, de acuerdo a estadísticas de British Petroleum, la producción mundial de la OPEP alcanzó los 36,593 mbd.

Sin embargo, no siguió el ritmo de crecimiento del consumo mundial, ya que aumentó drásticamente en 2,093.30 mbd, es decir, 2.3% más, respecto a 2013<sup>5</sup>. De este aumento, el 41% de la producción lo generaron países integrantes de la OPEP, liderados por Arabia Saudita. Este aumento de la producción es atribuido a la revolución energética que está ocurriendo en Estados Unidos en consecuencia al incremento en la inversión para la perforación de yacimientos de gas y petróleo mediante la técnica de extracción conocida como fracturamiento hidráulico y coloquialmente denominado fracking.<sup>6</sup>

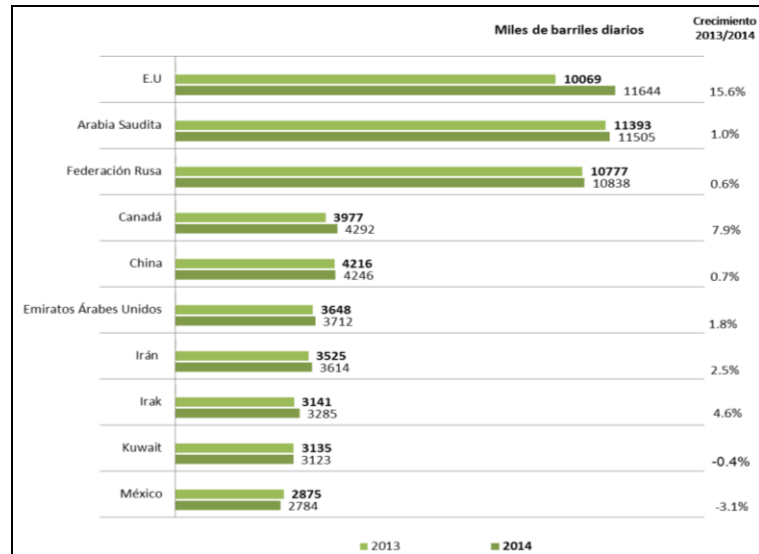
Esto provocó que en el 2014, Estados Unidos registrara el mayor crecimiento a nivel mundial en la producción de petróleo y el mayor incremento anual de su historia por segundo año consecutivo, aumentando 15.6% en relación a 2013, como se observa en la Gráfica 1.3. Ante esto, su producción promedio se ubicó en 11,644 mbd, lo que significa el 13.1% del total global, situándolo en 2014, en el primer lugar en cuanto a producción de crudo, seguido de Arabia Saudita con 11,505 mbd (12.9%) y Rusia con 10,838 mbd (12.7%). Sin embargo, también son relevantes los datos de China, Irán e Irak que a pesar de no estar en las primeras posiciones, incrementaron su producción en muy poca medida con respecto al año 2013. Por lo que concierne a México en 2014, su producción se redujo 3.1%, es decir, 91 mbd con respecto al año anterior, no obstante, sigue ocupando la décima posición en el ranking mundial como productor de petróleo.

---

<sup>5</sup> BP Statistical Review of World Energy, Junio 2015.

<sup>6</sup> <http://eleconomista.com.mx/columnas/columna-especial-valores/2012/10/24/revolucion-energetica-siglo-xxi>

**Gráfica 1.3 Producción mundial de petróleo por país.**



Fuente: Elaboración propia con información de BP Statistical Review of World Energy, Junio 2015.

### 1.2.2. Comercio Internacional: Importación-Exportación

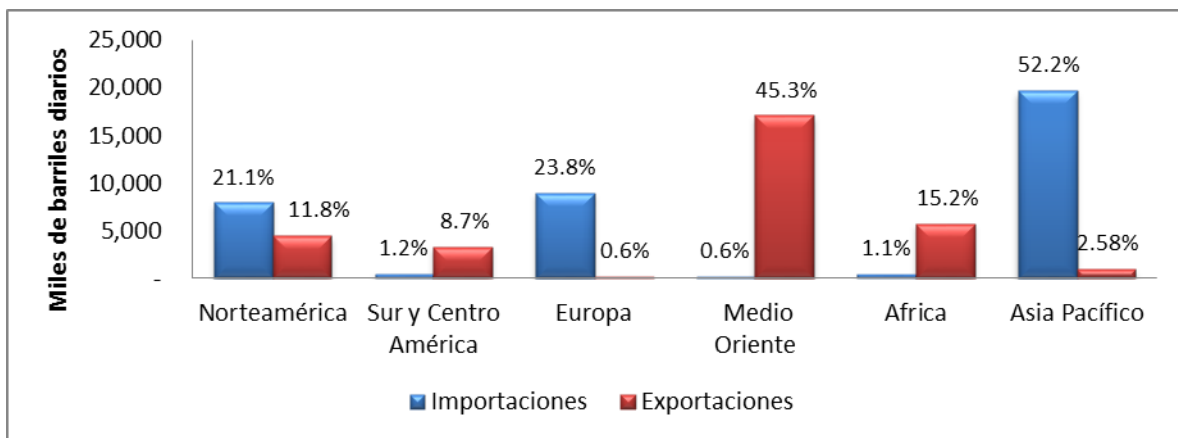
Respecto al intercambio comercial el mayor número de importaciones de petróleo se concentra en la región de Asia-Pacífico, esto se asocia al crecimiento industrial que presentaron las economías emergentes de esta región y que ha perdurado hasta hoy en día tal y como se muestra en la Gráfica 1.4. En 2014 la región mencionada anteriormente importó el 52.2% de crudo del total mundial, principalmente por la participación de China con un 16.5%, seguido de India con 10.1% y Japón en 9%. Por otra parte, las exportaciones de esta región significaron únicamente 2.58% del total mundial de petróleo exportado.

En este contexto, las otras dos regiones de mayor importación de petróleo fueron Europa y Norteamérica, representando el 23.8% y 21.1%, respectivamente. En Europa países que realizaron mayor compra de petróleo al exterior fueron Alemania e Italia, mientras que en Norteamérica fue Estados Unidos, con el 92.44% de importaciones de la región. Sin embargo, cabe destacar que a partir del año 2000 las importaciones de crudo de este país se redujeron un 24.7%, a diferencia de sus exportaciones que tuvieron un aumento considerable en los últimos años de 38 mbd en el 2000 a 339 mbd en 2014. Asimismo, la región de Medio Oriente fue líder en las exportaciones de



petróleo a nivel mundial, representando 45.3% del total, esto asociado a los niveles de producción de Arabia Saudita.

**Gráfica 1.4 Importación y exportación de petróleo por región, 2014.**



Fuente: Elaboración propia con información de BP Statistical Review of World Energy, Junio 2015.

### 1.2.3. Reservas Mundiales de Petróleo

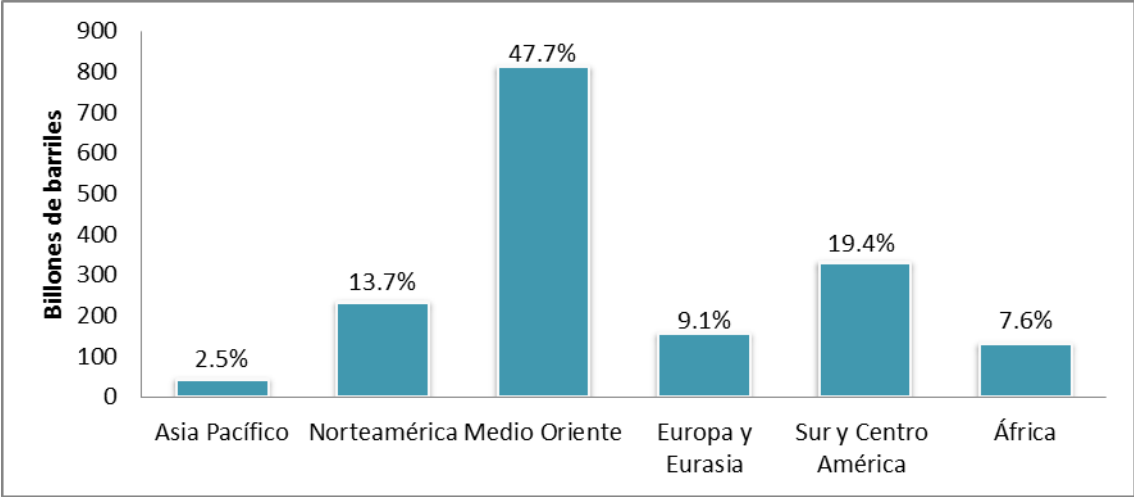
Durante la última década, las reservas probadas mundiales aumentaron más de 330 billones de barriles, finalizando en 2014 con 1,700.1 billones de barriles, suficientes para satisfacer 52.5 años de producción mundial, según estadísticas de British Petroleum. De esas reservas, los países que integran la OPEP mantuvieron el 71.6% del total durante el periodo comprendido del año 2000 al 2014. Al analizar la Gráfica 1.5 se observa que los países de Medio Oriente almacenaron las mayores reservas probadas de petróleo, es decir, 47.7% de las reservas mundiales, este bloque lo encabezó Arabia Saudita al concentrar el 15.7% del total. Por otro lado la zona Sur y Centro América tuvieron la mejor relación reserva/producción<sup>7</sup> en más de 100 años,

<sup>7</sup> Relación reservas-producción (R/P). Si las reservas remanentes al final de cualquier año se dividen por la producción en ese año, el resultado es la cantidad de tiempo que las reservas restantes durarían si la producción se mantuviera en esa tasa.

contando con el 19.4% de la reserva mundial de la cual 17.5% perteneció a Venezuela y México se ubicó en el 18° lugar con un porcentaje de reservas del 0.7%.

Durante el periodo comprendido entre el año 2000 y 2010, el nivel de reservas a nivel mundial mostro un descenso al presentar una tasa media de crecimiento anual de -1.3%; es decir, una reducción de 5,882.6 millones de barriles de petróleo crudo equivalente (mmbpce)<sup>8</sup> en comparación a 2004.

**Gráfica 1.5 Reservas de petróleo por región, 2014.**



Fuente: Elaboración propia con información de BP Statistical Review of World Energy, Junio 2015.

En México a partir del 1 de enero de 2014 se registró un nivel de reservas remanentes totales de 42,158.4 mmbpce, comparado con la reserva estimada al 2013, se tiene una disminución de 5.3%, como se muestra en el Cuadro 1.3. Esta disminución fue afectada principalmente por descensos en las regiones del norte, donde se ubica el complejo proyecto Chicontepec, y del sur, de acuerdo a datos de la Secretaría de Energía.

<sup>8</sup> El petróleo crudo equivalente es una forma utilizada a nivel internacional para reportar el inventario total de hidrocarburos. Su valor resulta de adicionar los volúmenes de aceite crudo, de condensados, de los líquidos en planta y del gas seco equivalente a líquido.

**Cuadro 1.3 Reservas petroleras.**

Región	Reservas (Probadas, probables y posibles)	
	2013	2014
Marina Noreste	12,490.5	12,211.4
Marina Suroeste	7,337.8	691.8
Sur	5,688.1	5,476.0
Norte	19,013.7	17,779.1
<b>Total</b>	<b>44,530.0</b>	<b>42,158.4</b>

Nota: Cifras en mmbpce al primero de enero de cada año.

Fuente. PEMEX Exploración y Producción, 2014.

### 1.3. Mercado Nacional de Petróleo

#### 1.3.1. Producción Nacional de Petróleo

México exporta tres variedades de petróleo crudo, los cuales conforman lo que se conoce como mezcla mexicana de exportación. Las principales características de los tipos de petróleo mexicano se describen en el Cuadro 1.2.

**Cuadro 1.2 Características de los tipos de petróleo mexicano.**

Tipo	Aceite crudo	Densidad grados API	Azufre en peso (%)
Maya	Pesado	22	3.3%
Istmo	Ligero	33.6	1.3%
Olmecca	Superligero	39.3	0.8%

Fuente: Instituto Mexicano del Petróleo, 2015.

#### a) Maya

Es un crudo pesado y amargo por lo que brinda menores rendimientos de gasolina y diesel en métodos de refinación simple en comparación con crudos más ligeros. Las

terminales marítimas de carga del Maya son: Cayo Arcas en el estado de Campeche, Dos Bocas en Tabasco y Salina Cruz en Oaxaca.

#### **b) Istmo**

Es un crudo medio y amargo con buenos rendimientos de gasolina y destilados intermedios. Las terminales marítimas de carga del Istmo son: Dos Bocas en el estado de Tabasco, Salina Cruz en Oaxaca y Pajaritos en Veracruz. Su calidad es similar al crudo Árabe Ligero y al crudo ruso Urales.

#### **c) Olmeca**

Es el más ligero de los crudos mexicanos, con una gravedad de 38-39° API y un contenido de azufre de 0.73% a 0.95% en peso, por lo que es un crudo amargo. Sus características lo hacen un buen productor de lubricantes y petroquímicos. Los cargamentos de crudo Olmeca se exportan desde la Terminal Marítima Pajaritos en el estado de Veracruz.

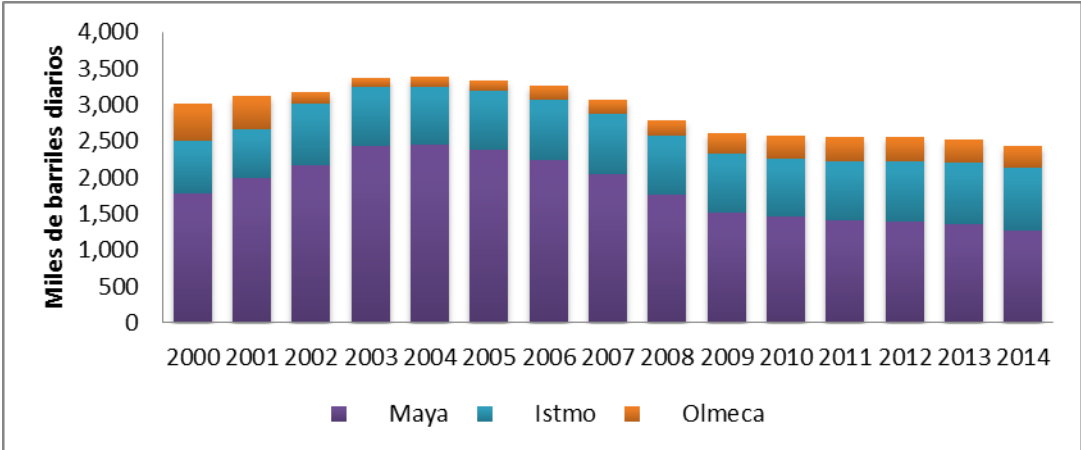
Aunque en realidad se extraen del subsuelo aproximadamente 17 tipos de crudo, el petróleo maya, istmo y olmeca son los principales crudos producidos y comercializados por nuestro país en el mercado internacional. La compañía paraestatal que se encarga de la explotación de petróleo y gas en el territorio nacional es Petróleos Mexicanos (PEMEX). La paraestatal cuenta con 193 plataformas marinas equipadas y seis refinerías distribuidas a lo largo del país.

En los años recientes la principal fuente de producción de crudo en México ha sido la Sonda de Campeche, región de la que se obtiene principalmente crudo del tipo pesado, cuyo volumen extraído representa aproximadamente 1.8 mbd; mientras que la de crudo ligero y de otros tipos es de cerca de 1.1 mbd a nivel nacional. Como se observa en la Gráfica 1.6, la producción de crudo en el país asciende a 2.9 mbd, el 63% es pesado y la diferencia (37%) corresponde a crudos ligeros y otros. Asimismo, el 50% se destina a la exportación y la diferencia al consumo doméstico, por lo que se procesan aproximadamente 1.4 millones de barriles en las refinerías nacionales.

En tal sentido, la producción de petróleo crudo y petrolíferos representa en promedio 7.4% del PIB. En el año 2000 la producción de crudo en México fue de 3,012 mbd, cifra que presentó un incremento constante hasta 3,383 mbd en 2004, esto incidió en un crecimiento de los impuestos petroleros, representando 36.5% del total de los ingresos ordinarios gubernamentales (Colmenares, 2008).

Sin embargo, de acuerdo a la Gráfica 1.6, a partir del año 2004 la producción comenzó a descender. En 2008 se registraron 2,792 mbd y para 2014 la cifra disminuyó a 2,429 mbd, registrando el nivel más bajo de producción de crudo de los últimos catorce años, es decir, 19.4% (583 mbd) menos respecto al año 2000. Esto se presentó debido a la falta de inversión en extracción, el ciclo natural de agotamiento de los pozos y a condiciones climatológicas adversas en el Golfo de México.

**Gráfica 1.6 Producción nacional de crudo por tipo, 2000-2014.**

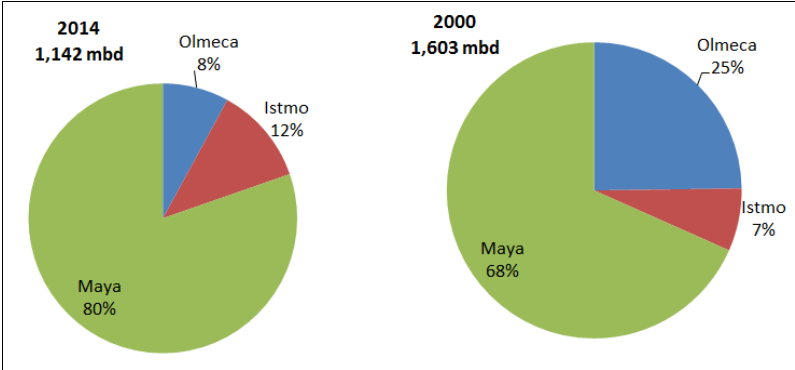


Fuente: Elaboración propia con información de Anuario Estadístico 2014, PEMEX.

Entre tanto, con respecto a la Gráfica 1.6, la producción de petróleo Maya tuvo su mayor caída en 2008 disminuyendo 13.4% de su producción con respecto al año anterior, dicha situación prevaleció hasta 2014. Respecto a la extracción del Istmo, está permaneció constante, de hecho presentó un aumento del 18% en su producción desde el año 2000 debido al desarrollo e inicio de operación de nuevos campos de extracción. Por su parte, el crudo superligero Olmeca registró su mínima producción de 135 mbd en 2003 y a partir de 2011 su producción comenzó a incrementar.

Como se observa en la Gráfica 1.7 la composición de la mezcla de exportación en el año 2014 fue de 80% de crudo pesado (maya), 12% de crudo ligero (istmo) y 8% de crudo superligero (olmeca). Al comparar esta composición con el año 2000, se observa un aumento moderado del 12% en la exportación de crudo maya y 5% del crudo istmo, a diferencia del olmeca cuyo nivel de exportación se ha reducido en un 50% en los últimos 14 años.

**Gráfica 1.7 Exportación de petróleo crudo, 2000-2014.**



Fuente: Elaboración propia con datos obtenidos del Anuario Estadístico, 2014 de Pemex.

De igual forma, al analizar por regiones el comercio exterior de México este estuvo dominado por las ventas a Estados Unidos (69.4%), España (14.2%), India (7%) y Holanda (4.2%). Cabe resaltar que en los últimos catorce años las exportaciones hacia Estados Unidos disminuyeron a una tasa de crecimiento anual de 5.0%, es así que en 2014 se dejó de enviar a este país 64.6 mbd en comparación con el año previo. Esto debido a que enfrenta una etapa de mayor actividad en la extracción de crudo no convencional.<sup>9</sup>

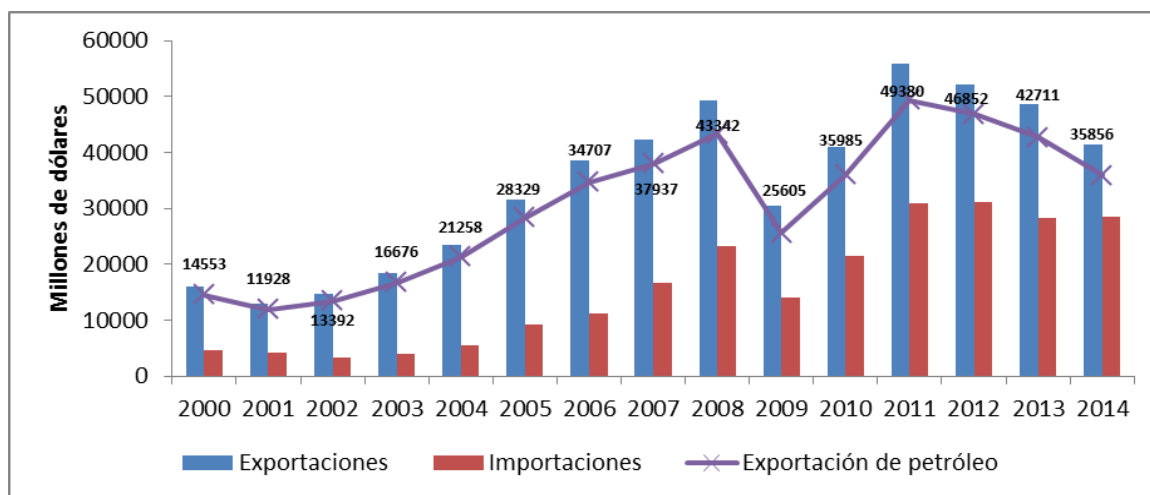
<sup>9</sup> Entre 2008 y 2014, la producción de petróleo no convencional (*light tight oil* o LTO) obtenido mediante la técnica del *fracking* ha aumentado en unos 3 millones de barriles diarios, de los cuales 0,9 millones (cerca del 1% del suministro

### 1.3.2. Exportaciones Petroleras

En la Gráfica 1.8 se muestra que durante el periodo 2000-2014 la balanza comercial presentó cifras positivas, ya que las exportaciones de petróleo representaron más del 80% de los ingresos de las exportaciones totales. En 2006 mientras la producción se redujo 1.3%, las ventas en el exterior aumentaron en 6,378 millones de dólares por lo que más de la mitad del crudo extraído (54.5%) se concentró en satisfacer la demanda de otros países, en especial de Estados Unidos. Pues entre 2000 y 2007 el 80.2% de la producción total se vendió a este país, es decir, más de 8 de cada 10 barriles exportados (Navarrete, 2008).

Posteriormente, a raíz de la crisis subprime en 2008, se redujo el volumen de exportación de crudo 13%, es decir, 180,000 barriles diarios. Mostrando una disminución de 43,342 a 25,605 millones de dólares en 2009.

**Gráfica 1.8 Balanza de comercio exterior de hidrocarburos y sus derivados.**



Fuente: Elaboración propia con información obtenida de la Base de Datos Institucional (BDI), Pemex.

mundial) correspondieron a 2014. Tal crecimiento ha contribuido a un descenso significativo de las importaciones de petróleo en Estados Unidos, de forma que el porcentaje del consumo de combustibles líquidos cubierto por importaciones netas se ha reducido de un 60 % en 2005 a una media del 33 % en 2013 (Marzo, 2015).

Sin embargo, en el año 2011, se observó un repunte histórico de las exportaciones del país y por ende, en las de petróleo, mismas que ascendieron a 49,380 millones de dólares. No obstante, esta cifra disminuyó un 15% hasta 2014, año en que se reportó un déficit del 35.7% en las exportaciones netas, el equivalente a 7,232.9 millones de dólares con respecto del 2013. En tanto, al cierre de 2014 Pemex ingresó divisas por concepto de exportación de crudo por un monto de 35,856 millones de dólares, 16.1% menos que en 2013.

Por otro lado, las importaciones<sup>10</sup> realizadas, disminuyeron paulatinamente a partir del año 2011. Una consideración importante es que Pemex no tiene la capacidad para refinar todo el petróleo necesario para satisfacer la demanda interna de gasolina y tampoco para producir todos los derivados y petroquímicos requeridos. Por lo tanto, se importa una cantidad significativa de productos petroleros la mayoría de Estados Unidos, en 2014 de los 1,220 mbd<sup>11</sup> exportados, 43% se importó en productos derivados del petróleo.

Cabe mencionar que la política de precios para la venta de gasolina difiere entre ambos países, mientras que en Estados Unidos los precios son de mercado en México son administrados por el gobierno federal. El resultado es que el precio de la gasolina en nuestro país sube de manera constante y en Estados Unidos varía según la oferta y la demanda, de manera que el precio en México es superior al costo de importación representando una fuente adicional de ingresos para el gobierno (Heath, 2012).

---

<sup>10</sup> Incluye petrolíferos, gas licuado, gas natural y petroquímicos.

<sup>11</sup> Boletín Estadístico Anual, OPEC 2015.



### 1.3.2.1. Ingresos Petroleros

La extracción de crudo ha sido factor importante para el desarrollo económico y social del país, ya que los ingresos petroleros<sup>12</sup> siempre han estado asociados a la sostenibilidad financiera de México. La gran participación que tienen en los recursos totales del país hace evidente que las finanzas públicas están “petrolizadas”. De acuerdo con la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), en el periodo 2000-2014, los ingresos petroleros aportaron más de una tercera parte de los ingresos presupuestarios totales del sector público, como se observa en la Gráfica 1.9.

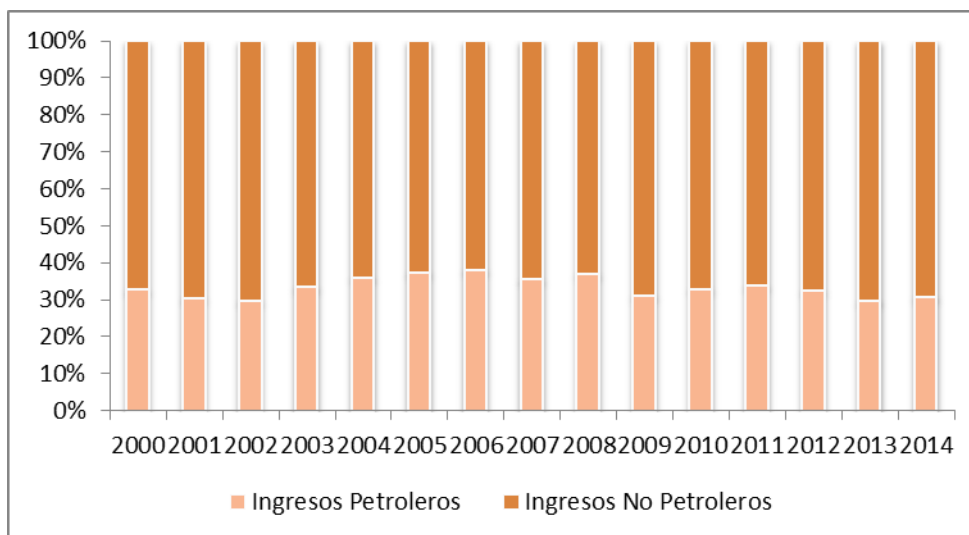
El incremento constante de los precios del petróleo en el mercado interno desde principios del 2000 y la recuperación sostenida de los precios en el mercado internacional a partir de 2002, incidieron en una recuperación importante de los ingresos petroleros. El precio del petróleo mexicano aumento de 18.61 dólares en 2001 a 53.04 dólares en 2006, este panorama favorable se vio reflejado en el 38% del total de ingresos gubernamentales que incrementaron de 284,555 millones de pesos en el 2000 a 541,007 millones de pesos en 2005 y 492,032 en 2006. De hecho en ninguna otra etapa de la historia de México se había conocido que un solo producto hubiese generado alrededor de 500 mil millones de dólares en solo 30 años, es decir, entre 1977 y 2006 (Colmenares, 2008).

No obstante, a partir de que los ingresos petroleros contribuyeran con el 36.9% de los ingresos del sector público en 2008, es decir, 4.4 de cada 10 pesos provenían de esta fuente, hasta la fecha son prácticamente sólo 2 pesos debido a los bajos precios del crudo (Mera, 2015).

---

<sup>12</sup> Los ingresos petroleros comprenden los ingresos tributarios (impuestos) asociados al sector; los derechos por hidrocarburos, los aprovechamientos sobre rendimientos excedentes, así como los ingresos propios de PEMEX. Por su parte, los Ingresos No Petroleros consideran los recursos obtenidos por fuentes distintas del petróleo a través de Impuestos, Derechos, Productos, Aprovechamientos y Contribuciones de Mejoras, así como los que obtienen los Organismos y Empresas bajo control directo presupuestario, diferentes de PEMEX ([www.cefp.gob.mx](http://www.cefp.gob.mx)).

**Gráfica 1.9 Ingresos presupuestarios petroleros y no petroleros, 2000-2014.**



Fuente: Elaboración propia con datos obtenidos de la CEFP.

Por lo que, a fin de asegurar los ingresos petroleros ante una caída en los niveles del precio promedio previsto en la Ley de Ingresos de la Federación, la SHCP ha implementado un programa de cobertura de precios de petróleo. La cobertura petrolera utiliza los recursos del Fondo de Estabilización de los Ingresos Presupuestarios (FEIP) para la adquisición de opciones de venta de petróleo (tipo put) referidas al precio promedio de la mezcla mexicana de exportación y de los futuros del WTI multiplicado por un factor de ajuste. Con estas opciones el Gobierno Federal adquiere el derecho (más no la obligación) de vender durante el año petróleo a un precio predeterminado.

Las opciones de venta funcionan como un seguro, por el que se paga una prima al momento de su adquisición y en caso de que el precio promedio de la mezcla mexicana durante el año se ubique por debajo del precio pactado, otorgarán un pago al Gobierno de la República que compensara la disminución en los ingresos presupuestarios. Por ejemplo, en 2014, en total se cubrieron 228 millones de barriles que representaban la exposición de los ingresos petroleros del gobierno a fluctuaciones en el precio del crudo.

En este sentido, los programas de cobertura petrolera forman parte de la estrategia integral de manejo de riesgos del gobierno, que permite disminuir los efectos adversos

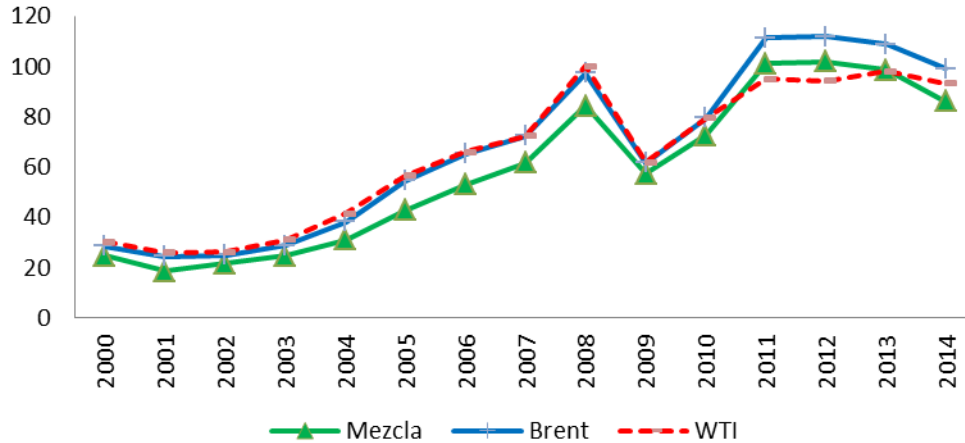
de la volatilidad en los precios del petróleo en las finanzas públicas. Asegurando la disponibilidad de los ingresos necesarios para mantener los programas de gasto contemplados en el Presupuesto de Egresos de la Federación para los años siguientes en beneficio de la sociedad mexicana (SHCP, 2014).

### **1.3.3. Comportamiento de los Precios de la Mezcla Mexicana.**

Como se observa en la Gráfica 1.10, a partir del año 2000 México mostro una recuperación favorable en el sector petrolero, derivado de los altos precios que alcanzó el petróleo a nivel internacional, así como la alta producción de la OPEP para satisfacer el incremento de la demanda de China e India. En 2004 el mercado petrolero internacional enfrentó una serie de circunstancias que originaron volatilidad en los precios del petróleo, ubicándose en niveles que no se tenían desde la década de los ochenta. A fin de este año se alcanzó el precio más alto, 53.24 dólares por barril para el WTI y 38.93 dpb para la mezcla mexicana. Este nivel de precios presentó un incremento de 19 y 12.6 dólares por barril, respectivamente. Cabe resaltar, que el WTI al ser un crudo más ligero que la mezcla mexicana su precio casi siempre se ubica por encima en el mercado del petróleo internacional.

Asimismo, los factores que determinaron este comportamiento fueron la inestabilidad política y social, los conflictos bélicos en algunas regiones productoras, especialmente en Medio Oriente y Venezuela. Inclusive los desastres causados por el huracán Katrina en el Golfo de México cuyo efecto impactó a la baja la oferta de crudo, ocasionando una fuerte especulación en los mercados de futuros y la renuencia inicial de la OPEP a reducir su producción.

**Gráfica 1.10 Precio promedio de la mezcla de exportación.**



Fuente: Elaboración propia con información obtenida de la Base de Datos Institucional (BDI), Pemex y BP Statistical Review of World Energy, Junio 2015.

Después, entre junio de 2005 y fines del año 2007, los precios mundiales del crudo atravesaron un periodo ascendente dando oportunidad al mercado para establecer estrategias especulativas junto al sostenimiento de las cuotas de la OPEP y otros productores. En 2006 el crudo alcanzó prácticamente los 72 dólares por barril y a mediados de 2007 el valor se situó por encima de los 80 dólares por barril.

En este contexto, Barrañón (2008) menciona que la demanda de petróleo es inelástica, es decir, no cambia ante las fluctuaciones de los precios, lo que garantiza que al disminuir la oferta de petróleo se dé un aumento importante en los precios del mismo. Un ejemplo claro de esto fue en la recesión económica de Estados Unidos en 2008-2009, cuando el precio del crudo alcanzó los 150 dpb. El WTI y el BRENT, los referenciales de crudo más importantes del mundo, lograron precios récord, 145 y 146 dpb respectivamente, sin embargo, inmediatamente inició el descenso.

En el caso de México se puede ver en la Gráfica 1.10 que el precio promedio de exportación de crudo rondo entre los 78.88 y 137.62 dpb, tan solo en 2008. Aunado al efecto de la devaluación del dólar, esto aumento aún más el precio por barril, causando una mayor variación en los precios de la mezcla en el período de 2003 al 2008. Para el último trimestre de 2008 los precios se desplomaron impresionantemente cerrando diciembre en 33.70 dpb, precio que fluctuó hasta marzo 2009 y en junio comenzó a

incrementarse hasta 64.36 dpb. A lo largo de este año la demanda global de petróleo crudo alcanzó 85,066 mbd, esto representó una disminución de 1.2% respecto a 2008, resultado de una reducción en el consumo de los países miembros de la OCDE.

En consecuencia, la economía mexicana disminuyó considerablemente sus ingresos petroleros, mientras que en 2008 el ingreso por exportación de petróleo fue de 43,342 millones de dólares, el siguiente año se situó en tan solo 26,693 millones. Posteriormente, la reactivación de las economías al salir de la recesión, el aumento de la demanda por parte de economías emergentes, la primavera árabe y la crisis diplomática por el programa nuclear de Irán de 2011-2013 causaron que los precios del petróleo fuesen en aumento.

En 2013, aun cuando los precios de los crudos de referencia en el mercado internacional de hidrocarburos mostraron un comportamiento variable, el precio de la mezcla mexicana permaneció estable. De hecho, el crudo WTI promedió 97.99 dpb, el Brent 108.66 dpb y el precio de la mezcla mexicana promedió 98.44 dpb, es decir, 3.3% menos que en 2012. Por tipo de crudo el precio del Olmeca promedió 107.92 dpb, 2.0% menor al año anterior, el Istmo 104.69 dpb, 1.9% menos y el Maya 96.89 dpb que significó una reducción de 2.8% en comparación con 2012.

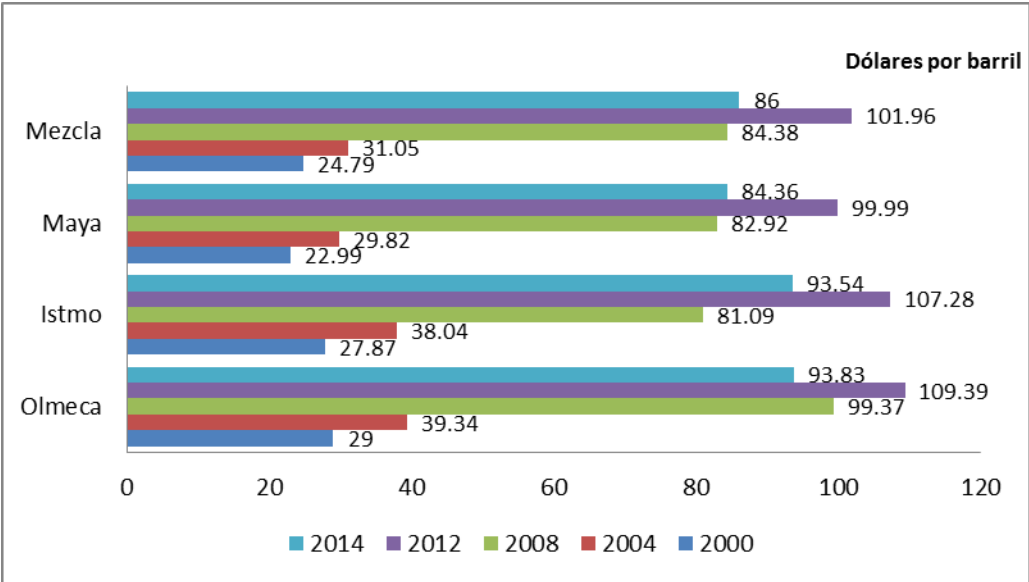
No obstante, en septiembre de 2014, la situación en muchos países cambió. Libia, por ejemplo, comenzó a producir nuevamente volúmenes importantes de crudo. También la demanda en Asia y Europa se debilitó, particularmente en países como China, Japón y Alemania. La combinación entre una reducción en los pronósticos de demanda y una mayor oferta dio como resultado una reducción en el precio del petróleo no solo mexicano.

En la Gráfica 1.11 se muestra que el precio promedio del crudo tipo olmeca fue de 93.83 dpb, el istmo cotizó en 93.54 dólares y el de menor costo fue el maya, al comercializarse en 84.36 dólares. A su vez, el precio promedio de la mezcla mexicana disminuyó 16%, paso de 101.96 en 2012 a 86 dólares en 2014. Lo que causó una disminución de 6,855 millones de dólares en las exportaciones de crudo. Al respecto, el Banco Mundial identificó cuatro razones de la caída en los precios del crudo en 2014: 1) el exceso de oferta en un momento de debilitamiento de la demanda, 2) un cambio en

los objetivos de la OPEP, 3) la disminución de las preocupación en torno a las interrupciones de suministro por causas geopolíticas, y 4) la apreciación del dólar estadounidense.

Por otra parte, para México esta caída de los precios del petróleo tiene varios efectos, entre los que destacan: un incremento del tipo de cambio, una mayor reducción en las exportaciones petroleras, un desempeño más débil en las finanzas públicas para los siguientes años, así como el retraso de proyectos de inversión derivados de la reforma energética (Rendón, 2014).

**Gráfica 1.11 Precios de exportación de petróleo crudo mexicano.**



Fuente: Elaboración propia con información obtenida de la Base de Datos Institucional (BDI), Pemex.

**1.3.3.1 Mercado de Futuros del Petróleo**

Los mercados internacionales negocian el petróleo, como una materia prima en la que el precio debe considerar factores tales como costos de transporte, costos de almacenamiento, costos de los seguros, fuerte dependencia de las variables macroeconómicas, factores climáticos, dinámicas geopolíticas, entre otros. Estos elementos determinan que la compraventa del petróleo en cuanto materia prima

necesite acudir a mecanismos de cobertura de riesgos de variación del precio en el tiempo (Pulitano y Borgucci, 2010).

En tal sentido, en los últimos años la incursión del petróleo en el mercado de futuros ha tomado relevancia, por su grado de liquidez debido a la interacción diaria, simultánea y con grandes volúmenes tanto de los agentes comerciales y no comerciales<sup>13</sup> que intervienen en los grandes mercados de petróleo. Estos dos grupos ocasionan un volumen de contratos (petróleo de papel o petróleo financiero) que multiplica la demanda real de crudo diariamente, aunque la mayor parte de esos contratos no llega a materializarse en entregas físicas de petróleo sino que sirven para protegerse de los riesgos de otros contratos y para que otros agentes especulen para obtener ganancias aprovechando esos riesgos (Hormaeche et al., 2008).

De hecho, las inversiones en el mercado de futuros de petróleo aumento de 75 millones de dólares en 2006 hasta 250 000 millones de dólares en 2008, manteniendo precios arriba de 140 dólares el barril por temor al abastecimiento futuro. Los altos precios se deben a que en este mercado se opera con contratos de hasta tres años de adelanto, es decir, de alguna manera ya se ha vendido el petróleo que aún no se produce, permitiendo la obtención de beneficios y limitando las pérdidas antes de que los contratos lleguen al vencimiento (Barrañón, 2008).

Como se mencionó anteriormente, entre diciembre de 2001 y julio de 2008 los precios mundiales del crudo experimentaron una tendencia alcista. El 7 de julio 2008, en el NYMEX el contrato futuro a 4 meses sobre el WTI llegó a su máximo valor histórico de 147.24 dólares por barril. Este panorama alcista fue la manifestación del crecimiento en los volúmenes comercializados de crudo y del número de contratos futuros sobre el petróleo. Esta larga tendencia consolidó la presencia no solamente de los inversionistas y especuladores, sino de otros participantes como los inversionistas institucionales y los fondos soberanos quienes no tenían al petróleo como componente de sus portafolios de inversión (Pulitano y Borgucci, 2010).

---

<sup>13</sup> Los agentes comerciales: son los que están en contacto con el propio producto, es decir, las propias compañías de petróleo y las grandes empresas consumidoras (refinerías, compañías aéreas) y los no comerciales: son oferentes de instrumentos derivados o intermediarios que hacen negocio con operaciones financieras vinculadas con las cotizaciones del crudo (Hormaeche et al., 2008).

#### **1.4. Importancia de la Administración de Riesgos en el Mercado Petrolero Mexicano.**

Ante la situación expuesta el petróleo ha sido determinante en México, para su economía, finanzas públicas, industria, balanza comercial y sus relaciones con el exterior, en particular con los Estados Unidos. Pero, más aún, ha sido elemento clave para la consolidación de México como un país con una economía emergente y un nivel de desarrollo medio. Esto aunado al reciente dinamismo en los precios del crudo en el mercado internacional hace que se requiera una administración de riesgos eficiente tanto para el gobierno, como para los inversionistas que participan en el mercado petrolero.

Puesto que en los últimos años éste ha mantenido un crecimiento continuo, a tal grado de consolidarse en un mercado financiero sofisticado, pero altamente volátil y riesgoso. Debido a los altibajos en los precios del crudo a causa de las noticias buenas y malas de la economía de nuestro principal consumidor Estados Unidos, así como, el exceso de oferta en el mercado internacional y la desaceleración de la economía China. Por lo que es fundamental contar con una medida adecuada de riesgo que permita a los países productores de crudo como México tomar decisiones de cobertura óptima.

Por otra parte, la existencia de vaivenes en los precios del mercado petrolero internacional, crea incentivos y oportunidades de inversión, para las instituciones financieras e inversionistas individuales que buscan diversificar sus carteras de activos a través del mercado de derivados. Sin embargo, el apalancamiento financiero y la exposición a movimientos adversos en los factores de riesgo, hacen que el uso de productos derivados sea todo un reto, ya que pueden generar riesgos cada vez más complejos y difíciles de calcular. Para el caso de México, no existe un activo subyacente que contrarreste el riesgo derivado del cambio en los precios del petróleo, por lo que los inversionistas se ven en la necesidad de recurrir al mercado de derivados extranjero con el uso de futuros indizados a los petróleos de referencia del mercado internacional, WTI y BRENT.



Ante este panorama, la administración de riesgos juega un papel importante en la cuantificación del riesgo de pérdidas generadas a partir de las posiciones que los inversionistas toman. Por ejemplo, para la posición larga, los inversionistas compran activos subyacentes cuando los precios presentan una tendencia a la baja y venden cuando los precios suben. Por lo que, podrían incurrir en pérdidas si los precios bajan, como consecuencia de la necesidad de liquidez. Mientras que para la posición corta, el inversionista sufrirá pérdidas cuando el activo subyacente suba de precio. Esto generalmente sucede cuando los inversionistas realizan operaciones de ventas en corto, es decir, especulan con activos subyacentes que han pedido prestados para venderlos con el fin de obtener un beneficio si sus expectativas a la baja se cumplen (De Jesús, 2008).

En este sentido, el gobierno mexicano requiere información más completa de las pérdidas que se presentan ante caídas inesperadas en los precios del petróleo, para poder llevar a cabo el proceso anual de planeación del ingreso y gasto público del país. Como se mencionó anteriormente, esto influye en el diseño de estrategias y la compra de contratos de cobertura de los ingresos petroleros, ya que puede afectar las decisiones de inversión en la industria energética y provocar reducciones al presupuesto de gasto público y programas sociales.

De ahí que, la necesidad de adoptar métodos y procedimientos para mejorar la estimación y control del riesgo de mercado en la mezcla mexicana ha conducido al desarrollo de los modelos de VaR. En ese aspecto, existe evidencia empírica que ha demostrado una mejora en la estimación del riesgo si se utiliza un cálculo futuro de las volatilidades. En este caso la metodología de simulación histórica filtrada no solo captura la heterocedasticidad condicional, sino también la no normalidad de los rendimientos de la mezcla mexicana, de tal forma que se logre capturar su naturaleza dinámica, como se explicará más a detalle en capítulos siguientes.

## **CAPÍTULO 2.**

### **Marco Teórico: Medidas de Valor en Riesgo.**

#### **2.1. Administración de riesgos y VaR.**

La considerable expansión de los mercados financieros industrializados y emergentes en las últimas décadas, así como, el incremento de la variedad y complejidad de los productos financieros han provocado la existencia del riesgo financiero en los mercados, siendo la principal causa de pérdidas en la economía. De modo que, la administración del riesgo se ha convertido en una herramienta necesaria que proporciona oportunamente una protección adecuada para contrarrestar la incertidumbre generada por la creciente volatilidad en los precios de los activos financieros y de las variables financieras, tales como, las tasas de interés, los tipos de cambio y los índices accionarios.

En principio, existieron innumerables acontecimientos que dieron pauta al desarrollo de métodos y procedimientos para el control de riesgos, como:

- El sistema de tipo de cambio fijo se derrumbó en 1971, lo que conllevó a tipos de cambio flexibles y volátiles (Acuerdo de Bretton Woods).
- El lunes negro, 19 de octubre de 1987, las acciones estadounidenses cayeron en promedio 23%, lo que representó una pérdida de capital de un billón de dólares.
- A finales de 1989, los precios de las acciones japonesas cayeron, observándose una caída en el índice Nikkei: de 39,000 a 17,000 puntos, tres años después. La pérdida total de capital fue de 2.7 billones, lo que condujo a una crisis financiera sin precedente en ese país.

- El movimiento para la unificación económica y monetaria en Europa se estancó con el colapso del Sistema Monetario Europeo en septiembre de 1992.
- En el descenso de los bonos en 1994, la Reserva Federal, después de haber mantenido bajas tasas de interés durante tres años, inicio una serie de seis alzas consecutivas que llegó a significar una pérdida de \$1.5 billones de dólares en capital global.
- La creación de nuevos instrumentos financieros.
- Los avances tecnológicos y computacionales.
- La cultura de la información.

La inestabilidad que se ha generado, ha originado que las instituciones financieras pongan énfasis en el control de los requerimientos de capital para cubrir sus pérdidas. La volatilidad en las variables económico-financieras, los cambios inesperados en los flujos de efectivo y la creciente captación de recursos financieros obliga a las instituciones financieras e inversionistas a implementar técnicas de administración de riesgos; las cuales permiten identificar y plantear estrategias idóneas para aprovechar oportunidades de ganancia en los mercados financieros, mediante el aprovechamiento de metodologías de cobertura ya sea para inmunizar o medir el riesgo regularmente, con el fin de asignar los recursos adecuadamente, maximizar rendimientos y minimizar los riesgos evitando pérdidas no deseables (De Jesús, 2008).

En este aspecto, el mercado energético no es la excepción, la creciente volatilidad en los precios de las materias primas ha sido causada principalmente por los desequilibrios de la oferta y demanda que se originan en el ciclo económico, conflictos políticos, las guerras y las condiciones climáticas extremas. De manera que se requiere de un mayor manejo del riesgo que ayude a minimizar las pérdidas potenciales que afectan en su mayoría al sector industrial de las economías (Hung et al. 2009).

Entre las principales materias primas destaca el petróleo, principal fuente de energía natural y no renovable, trascendental en el crecimiento de la economía global y estabilidad de los mercados financieros. Sin embargo, la volatilidad en sus precios afecta la actividad económica, no solo en las variables macroeconómicas y el constante movimiento de los precios de productos derivados del petróleo, sino incluso en el mercado de valores. Por las operaciones de mercado y el intercambio de contratos de futuros, por ejemplo, cada barril de petróleo es intercambiado de 20 a 30 veces en las bolsas de materias primas antes de comercializarse a precios sustancialmente altos (Sadorsky, 1999).

Además, estos cambios persistentes en los precios pueden afectar la exposición al riesgo de productores y consumidores industriales de petróleo al alterar su inversión, inventario, producción y transporte de este recurso (Pindyck, 2004). A nivel mundial se han presentado eventos impredecibles que ponen en jaque a los países exportadores e importadores de crudo, por ejemplo:

- La crisis del precio del petróleo, que comenzó en 1973, vino acompañada de inflación y de grandes oscilaciones en las tasas de interés, el precio creció un 70% y en 1974 se multiplicó por cinco.
- En el periodo 1979-1980 el precio del crudo se incrementó un 150%.
- En 1985 los precios volvieron a ser similares a los de principios de los años setenta.
- El disparo en el precio del petróleo de 1990, con motivo de la Guerra del Golfo.
- Protesta de combustible en el Reino Unido en el 2000, por el aumento del precio del petróleo

Por ende, la modelación del riesgo en el mercado petrolero se convirtió en una tarea difícil debido a que los precios presentan movimientos más extremos que los activos financieros tradicionales, y son complejos a causa de la fuerte interacción entre el comercio de productos, la oferta económica y los desequilibrios de la demanda. De ahí que los enfoques de medición del VaR que son comunes en los mercados financieros pueden no ser adecuados en los mercados de petróleo turbulentos (Hung et al. 2009).

## **2.2. Definición de Valor en Riesgo.**

En 1994 JP Morgan propuso una metodología para medir cuantitativamente los riesgos de mercado denominada RiskMetrics, misma que representa el fundamento teórico del valor en riesgo. A partir de 1996 el Comité de Basilea de Supervisión Bancaria designo al VaR como la medida estándar para que los bancos lo empleen como un modelo interno de riesgo y cumplan con sus requerimientos de capital, dando un gran impulso a su uso e innovación hasta nuestros días.

Por lo tanto, el valor en riesgo es una medida estadística de riesgo de mercado que estima la pérdida máxima que podría registrar un portafolio en un intervalo de tiempo y con cierto nivel de probabilidad o confianza (De Lara, 2011). Por ejemplo, un inversionista tiene un portafolio de activos con un valor de \$1,000,000, cuyo VaR de un día es de \$50,000 con 95% de nivel de confianza. En otras palabras, solo un día de cada 20 de operación, la pérdida que ocurrirá puede ser mayor a \$50,000. En este sentido, se trata al VaR como una medida de pérdida asociada a un evento extraordinario bajo condiciones normales de mercado.

Desde el punto de vista de una institución financiera supongamos que al tiempo  $t$ , se desea estimar el riesgo de una posición financiera por los siguientes  $\ell$  periodos. Sea  $\Delta V(\ell)$  el cambio en los factores de riesgo en la posición financiera del tiempo  $t$  a  $t+\ell$  y  $F_\ell(x)$  denota la función de distribución acumulada (FDA) de  $\Delta V(\ell)$ . Entonces,

definimos el VaR de una posición larga sobre el horizonte de tiempo  $\ell$  con probabilidad  $p$  como:

$$p = \Pr[\Delta V(\ell) \leq \text{VaR}] = F_\ell(\text{VaR}) \quad (1)$$

Por lo tanto, el tomador de una posición financiera larga sufre una pérdida cuando  $\Delta V(\ell) < 0$ . Debido a que el VaR asume un valor negativo cuando  $p$  es pequeña.

Alternativamente, el VaR de una posición corta es definido como:

$$p = \Pr[\Delta V(\ell) \geq \text{VaR}] = 1 - \Pr[\Delta V(\ell) \leq \text{VaR}] = 1 - F_\ell(\text{VaR}). \quad (2)$$

Para una probabilidad  $p$ , el VaR de una posición corta típicamente asume un valor positivo (el signo positivo significa una pérdida). Por lo que se sufre una pérdida cuando el valor de los factores de riesgo incrementa (i.e.,  $\Delta V(\ell) > 0$ ).

La definición anterior demuestra que el VaR está relacionado con el comportamiento de las colas de la FDA  $F_\ell(x)$ . Para una posición larga, la cola izquierda de  $F_\ell(x)$  es importante. Sin embargo, una posición corta se enfoca en la cola derecha de  $F_\ell(x)$ . Se puede observar que la definición de VaR en (1) se puede aplicar a la posición corta si se usa la distribución de  $-\Delta V(\ell)$ . Por lo que, en la mayoría de los casos es suficiente discutir los métodos del VaR usando solo la posición larga.

Para una FDA  $F_\ell(x)$  y probabilidad  $p$ , tal que  $0 < p < 1$ , la cantidad

$$x_p = \inf \{x | F_\ell(x) \geq p\} \quad (3)$$

es llamado el  $p$ -cuantil de  $F_\ell(x)$ , donde  $\inf$  denota el número real más pequeño que satisface la desigualdad  $F_\ell(x) \geq p$ . Si la FDA  $F_\ell(x)$  de (1) es conocida, entonces el VaR es simplemente el  $p$ -cuantil (i.e.,  $\text{VaR} = x_p$ ).

No obstante, la FDA en la práctica es desconocida de ahí que estudios del VaR están esencialmente relacionados con la estimación de la FDA y sus cuantiles, especialmente el comportamiento de las colas de la función (Tsay, 1951). La aplicación práctica del VaR envuelve varios factores:

**a) Nivel de confianza**

Es la probabilidad de que el parámetro a estimar se encuentre en el intervalo de confianza. Se indica por  $1-\alpha$  y habitualmente se da en porcentaje. Además, refleja el grado de aversión al riesgo de los inversionistas con respecto a los riesgos asociados a casos extremos.

**b) Horizonte de tiempo**

Es el tiempo durante el cual se requiere evaluar la máxima pérdida esperada de un portafolio, mismo en el que se supone que las posiciones de inversión se mantienen constantes. Generalmente depende de la bursatilidad (liquidez) de los instrumentos financieros que lo componen y de la frecuencia con que se negocian, habitualmente oscilan entre un mes y un día.<sup>14</sup>

**c) Unidad monetaria de referencia**

El VaR de una posición se debe expresar en una unidad monetaria que sirva de referencia, esto es, euros, dólares, etc. De esta manera, se pueden identificar posiciones en otras divisas y considerar la influencia del riesgo de tipo de cambio.

El VaR es una medida de riesgo universal y completa, debido a que puede ser aplicada a cualquier tipo de activo o factor de riesgo y además simplifica en un único valor dos medidas necesarias para la estimación del riesgo de una cartera: la probabilidad de

---

<sup>14</sup> El Comité de Basilea sugiere estimar el VaR con un intervalo de confianza del 99% para un horizonte de negociación de 10 días, con el fin de determinar los requerimientos óptimos de capital para las instituciones financieras e inversionistas.

pérdidas y la magnitud de tales pérdidas (Riera et al.). En tal sentido, de acuerdo con Jorion (2010) el VaR es útil para cumplir con ciertos propósitos como:

- **Presentación de información.** La información que proporciona el VaR se puede utilizar para poner en práctica estrategias de cobertura que de otra forma no serían posibles. Al conceder resultados comprensibles a fin de mejorar la toma de decisiones.
- **Asignación de recursos.** El VaR es utilizado para fijar los límites de posición y los instrumentos de inversión en que los administradores de riesgos asignarán su capital disponible, así como la determinación de sus requerimientos de capital.
- **Evaluación del desempeño.** El VaR permite comparar varias posiciones de riesgo a fin de que sea posible la aplicación de medidas para corregir si los límites de riesgo son sobrepasados.

En definitiva el VaR puede ayudar a proporcionar un enfoque más coherente e integrado para la gestión estratégica de los diferentes riesgos, dando lugar también a una mayor transparencia y divulgación del riesgo.

### **2.3. Metodologías para el Cálculo del VaR.**

Las empresas e inversionistas usan distintos métodos para calcular el VaR de un mismo portafolio, sin embargo, pueden llegar a distintos números de VaR porque cada método presenta sus propias ventajas y desventajas, además de las diferencias en el método de cómputo y la significancia estadística de los resultados (Romero, 2005). En términos generales para estimar la función de probabilidad y el VaR es necesario seguir cuatro etapas:



1. Identificar los factores de riesgo que pueden influir en el valor de mercado del portafolio de inversión.
2. Estimar la distribución de probabilidad de los cambios de los factores de riesgo que podrían ocurrir durante el horizonte de inversión.
3. Construir la distribución de probabilidad de los cambios en el valor de mercado del portafolio, a partir de la combinación de las distribuciones de probabilidad estimadas en la fase anterior.
4. Calcular el VaR de las posiciones individuales y de todo el portafolio de inversión.

En función de los supuestos y alcances que se consideran para realizar las fases anteriores, las metodologías inicialmente desarrolladas para calcular el VaR se dividen en métodos paramétricos y no paramétricos, dentro de ellos se encuentran: el método delta-normal, el modelo de simulación Monte Carlo y simulación histórica, entre otros.

### **2.3.1. Métodos Paramétricos.**

El principal supuesto de los métodos paramétricos es que los activos o factores de riesgo siguen una determinada distribución, en su mayoría se asume que estos se distribuyen de acuerdo a una variable aleatoria normal con media igual a cero. Sin embargo, en la práctica se ha observado que los factores de riesgo o activos no siguen un comportamiento estrictamente normal, sino que son aproximados a la curva normal, y por tanto, los resultados que se obtienen al medir el riesgo son una aproximación (Lara, 2008).

Existen varias formas de estimar el VaR de manera paramétrica entre las cuales se puede citar la aproximación mediante la matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos. De esta manera el VaR puede derivarse directamente de la desviación estándar del portafolio, utilizando un factor multiplicativo que depende del nivel de

confianza elegido. Este enfoque es denominado paramétrico ya que implica la estimación de un parámetro, la desviación estándar y no una simple estimación del cuantil de la distribución empírica.

### **Modelo de valor en riesgo de un activo individual**

Bajo el supuesto de normalidad y de media de rendimientos igual a cero, el modelo paramétrico que determina el VaR de una posición con un solo activo es el siguiente:

$$VaR = F \times S \times \sigma \times \sqrt{t} \quad (4)$$

donde:

$F$  = Factor que determina el nivel de confianza del modelo. Este factor es el percentil de una distribución  $N(0,1)$  tal que  $\phi(F) = p$ , por ejemplo, para un nivel de confianza de 95%,  $F = 1.65$ , y para un nivel de confianza de 99%,  $F = 2.33$ .

$S$  = Monto total de la inversión o la exposición total en riesgo.

$\sigma$  = Desviación estándar de los rendimientos del activo.

$t$  = Horizonte de tiempo en que se desea calcular el VaR.

El método anterior es funcional cuando únicamente se tiene un instrumento financiero, pero si la cartera de inversión tiene más activos es necesario cuantificar y hacer un estudio más detallado de la correlación entre los rendimientos de los activos que conforman el portafolio. Así como identificar los factores de riesgo<sup>15</sup>, a fin de construir una matriz de varianza-covarianza que refleje los riesgos del portafolio. Para esto se desarrolló la metodología de varianza y covarianza o modelo Delta-Normal.

---

<sup>15</sup> Un factor de riesgo se define como un parámetro cuyos cambios en los mercados financieros causarán un cambio en el valor presente neto del portafolio. Por ejemplo, los factores de riesgo más comunes son: los precios de las acciones, las tasas de interés, los tipos de cambio, los precios de materias primas, etc.

### 2.3.1.1. Modelo Delta-Normal.

En el año de 1994 J.P. Morgan desarrollo la metodología RiskMetrics, en la cual introduce lo que se conoce como el método de Valor en Riesgo delta-normal. Esta metodología está fundamentada en la teoría moderna de portafolio de Markowitz de varianza-covarianza.

El método delta-normal es el más usual en el entorno financiero dada su fácil implementación para estimar el VaR para portafolios grandes, debido a que sólo requiere los valores de mercado y la exposición de las posiciones actuales de los activos o factores de riesgo. Además, se basa en el supuesto de normalidad de los datos, es decir, se asume que los precios o rendimientos de los factores de riesgo son independientes e idénticamente distribuidos (Jorion, 2010).

De acuerdo con De Jesús (2008), para definir formalmente el método delta-normal es necesario establecer una función  $P(S_{1t}, S_{2t}, \dots, S_{n-1t}, S_{nt}; X_1, X_2, \dots, X_{n-1}, X_n; t)$  que represente el valor del portafolio en el tiempo  $t$  formada por  $X_i$  instrumentos financieros con precios de mercado  $S_{it}$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Una forma de definir la varianza de los cambios en el valor del portafolio es la siguiente:

$$VaR[dP] = VaR[\Delta P] = \sigma_{\Delta P}^2 \quad (5)$$

En forma matricial equivale a

$$\sigma_{\Delta P}^2 = \delta^T \Sigma \delta \Delta t \quad (6)$$

Por lo tanto, bajo la hipótesis de normalidad los cambios en el valor del portafolio se distribuyen con media cero y desviación estándar  $\sigma_{\Delta P}$ ; es decir,  $\Delta P \sim N(0, \sigma_{\Delta P})$ . Este supuesto de normalidad es válido en la práctica debido a que el rendimiento esperado de un activo financiero para datos de frecuencia alta o datos diarios es aproximadamente igual a cero, mientras que el teorema del límite central afirma que la suma de una muestra grande de variables aleatorias independientes es aproximadamente igual a una distribución normal multivariada.

$$\sigma_{\Delta P} = \sqrt{\delta^T \Sigma \delta} \sqrt{\Delta t} \quad (7)$$

Por lo tanto, el valor en riesgo del portafolio es igual a

$$VaR = Z_{\alpha} \sqrt{\delta^T \Sigma \delta} \sqrt{\Delta t} = Z_{\alpha} \sigma_{\Delta P} \quad (8)$$

donde

$\Sigma$  : Matriz ( $n \times n$ ) de varianza-covarianza del portafolio de los factores de riesgo.

$\delta$  : Vector de posiciones de los factores de riesgo.

$Z_{\alpha}$  : Valor crítico apropiado de la distribución normal estándar.

Otra forma de representar el valor en riesgo de un portafolio aplicando el método delta-normal es descomponer la matriz de varianza-covarianza de la siguiente forma:

$$VaR_{\alpha} = Z_{\alpha} \sqrt{\delta^T V R V \delta} \sqrt{\Delta t} \quad (9)$$

donde

$V$  : Representa la matriz de volatilidad de los cambios de los factores de riesgo.

$R$  : Representa la matriz de correlación de los cambios de los factores de riesgo.

En este sentido, el VaR se estima como un múltiplo de la desviación estándar, razón por la cual cuantifica de manera pobre el riesgo de eventos extremos en instrumentos no lineales y a la vez subestima el cálculo del VaR. Asimismo, no es posible sostener que la distribución de los rendimientos se comporte de manera normal, ya que en general la mayoría presentan sesgo, leptocurtosis y/o colas anchas. Por lo que puede ser vulnerable a error si la función de densidad asumida no ajusta adecuadamente los datos. De este hecho, se desprenden las principales limitaciones del modelo delta-normal, las cuales se describen a continuación:

- a)** Como ya se mencionó, la hipótesis de normalidad se justifica por referencia al teorema de límite central, sin embargo, este se aplica sólo a la masa central de la función de densidad, y no a sus extremos. En consecuencia, la normalidad se puede explicar solo si se trata de cuantiles y probabilidades centrales. No obstante, cuando se trata de los extremos, es decir, cuando el nivel de confianza es muy bajo o muy alto se debe consultar el teorema de valor extremo.
- b)** Cuantifica pobremente el riesgo de eventos extremos, tales como desplomes de los mercados accionarios, colapsos en los tipos de cambio, etc. Debido a que estos no ocurren con la frecuencia suficiente para ser representados adecuadamente por una distribución de probabilidad basada en datos históricos recientes.
- c)** La mayoría de las series financieras presentan exceso de curtosis (colas más pesadas), esto significa que el VaR en altos niveles de confianza será más grande que el de una distribución normal. Entonces, es probable que se subestimen los datos atípicos y por ende, la verdadera estimación del VaR.
- d)** El modelo no puede aplicarse a portafolios que contienen factores de riesgo no lineales tales como opciones financieras o las hipotecas.

- e) Dado que se basa en supuestos de normalidad, y dado que estos se deben cumplir, puede llevar a sobreestimar la pérdida máxima, sobre lo que realmente se espera perder (Dowd 2002).

A pesar de sus claras debilidades, esta aproximación es frecuentemente utilizada por los administradores de riesgos de las instituciones financieras e inversionistas para calcular el valor en riesgo de un portafolio.

### **2.3.2. Métodos No Paramétricos.**

La esencia de este enfoque consiste en utilizar la distribución empírica de los datos, es decir, la serie histórica de rendimientos o variaciones del precio del activo financiero. Por lo tanto no emplea ningún supuesto sobre la distribución de los rendimientos ni supone ningún tipo de comportamiento de los parámetros. Normalmente, no existe un criterio para seleccionar la longitud del periodo de tiempo a utilizar para aplicar estos métodos, Lara (2011) recomienda utilizar entre 250 y 500 datos.

Los modelos no paramétricos son más eficientes para estimar el VaR de las posiciones cortas y largas. Sin embargo, la naturaleza discreta de los rendimientos en el interior de la distribución empírica y la falta de información muestral en las colas dificultan la estimación de los cuantiles extremos, proporcionando estimaciones de varianza alta (De Jesús, 2016).

Una de las aproximaciones no paramétricas más empleadas es la simulación histórica, la cual utiliza los rendimientos históricos para derivar el VaR por medio del percentil empírico de la distribución muestral.

### **2.3.2.1. Modelo de Simulación Histórica.**

La metodología de simulación histórica no requiere ningún supuesto sobre la distribución de probabilidad de los rendimientos de los factores de riesgo, ya que se basa en los datos históricos para predecir la variación máxima que puede experimentar el valor de un portafolio, como consecuencia de la exposición al riesgo de mercado en un periodo de tiempo determinado. Sin embargo, este modelo no toma en cuenta la variación del riesgo a través del tiempo y no estima de manera óptima el riesgo de eventos extremos. De ahí que tiene la capacidad de predecir pérdidas futuras, que pueden llegar a ser inciertas si la serie de rendimientos no es independiente e idénticamente distribuida.

Por otro lado, Pritsker (2006) examina teórica y empíricamente la aproximación del método de simulación histórica en la estimación del VaR, sus hallazgos determinan que este modelo responde de manera asimétrica a los cambios en el riesgo, es decir, incrementa el VaR cuando el portafolio presenta grandes pérdidas, pero no cuando se obtienen grandes ganancias.

En conclusión, si bien esta aproximación aparentemente no implica supuesto alguno sobre la distribución de los rendimientos, de hecho si está suponiendo que la distribución es constante incluyendo su respectiva volatilidad, es decir, otorga el mismo valor a las pérdidas más antiguas al igual que las pérdidas recientes, lo cual se puede traducir en una sobreestimación del riesgo.

El algoritmo del modelo de simulación histórica empleado para la estimación del VaR de una posición de mercado o portafolio de inversión es el siguiente:

- a)** Obtener una serie de tiempo de precios diarios de las series financieras de los activos que componen el portafolio.

$$P_k = \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}$$

donde  $P_k$  es el vector del factor de riesgo  $k$ .

- b)** Se calculan los rendimientos en todos los factores de riesgo del portafolio para generar una distribución empírica. En el caso de los precios en los tipos de cambio, activos financieros y bienes se utiliza la diferencia de los logaritmos naturales; es decir, los rendimientos geométricos. Esto implica que a pesar de que el precio del activo tienda a cero, nunca serán negativos; además, de ser más conveniente para horizontes de tiempo largos.

$$R_k = \begin{bmatrix} \ln \frac{P_1}{P_0} \\ \ln \frac{P_2}{P_1} \\ \vdots \\ \ln \frac{P_n}{P_{n-1}} \end{bmatrix}$$

- c)** Se forma un conjunto de precios futuros con los cambios o los rendimientos de los factores de riesgo y el precio actual del factor de riesgo:

$$P_k^f = \begin{bmatrix} P_n * e^{R_1} \\ P_n * e^{R_2} \\ \vdots \\ P_n * e^{R_n} \end{bmatrix}$$



- d) Se calcula el vector de pérdidas y ganancias, con la diferencia entre el vector de los precios futuros de los factores de riesgo y el precio actual. Después se multiplica cada una de las diferencias por el valor de la posición inicial.

$$P \& G = \begin{bmatrix} P_n * e^{R_1} - P_n \\ P_n * e^{R_2} - P_n \\ \vdots \\ P_n * e^{R_n} - P_n \end{bmatrix} * W$$

donde  $W$  es el valor de la posición inicial.

- e) Finalmente, las pérdidas y ganancias son ordenadas en forma ascendente para calcular el valor en riesgo para un cuantil  $c$  %. Por ejemplo, para una distribución de pérdidas y ganancias de 1000 observaciones, el  $VaR_{0.01}$  para un nivel de probabilidad del 1% (es decir, un nivel de confianza de 99%) está determinado por la entrada  $1000 * 0.01 = 10$  del vector de pérdidas y ganancias del portafolio, una vez ordenado en forma ascendente.

El método de simulación histórica es reconocido y ampliamente implementado en la industria financiera debido a su fácil uso e interpretación. Es intuitivo y conceptualmente simple de implementar en una hoja de cálculo. Por otro lado, los rendimientos de los factores de riesgo no dependen de los supuestos paramétricos al lograr capturar las colas anchas y el sesgo. Además, se puede adaptar a cualquier tipo de posición de mercado, incluyendo posiciones no lineales como las opciones financieras. Permite crear fácilmente los intervalos de confianza para calcular el VaR y modificarse para permitir su refinamiento a través de otros enfoques, como es el caso de la metodología de simulación histórica filtrada que se describe posteriormente.

Sin embargo, uno de los problemas a los que se enfrenta este modelo es la determinación del tamaño de la muestra de datos históricos para estimar el VaR, ya que el hecho de considerar un mayor número de datos, no garantiza que exista una mayor

precisión en la estimación. Debido a que es posible que los datos pasados aporten información que no necesariamente refleje las condiciones actuales del mercado. Por lo que este método es muy sensible al tamaño de muestra utilizada y a la inclusión de nuevos datos.

Además, la razón de que el tamaño de la muestra sea más largo, hace más difícil mantener el supuesto de que todos los datos son igualmente relevantes para estimar el VaR, es decir, se anula automáticamente el supuesto de que la serie de rendimientos de los factores de riesgo se distribuye independiente e idénticamente. Afortunadamente, existen variantes de la simulación histórica que permiten hacer frente a este problema, no obstante la mayoría de los profesionales de riesgo mencionan que la simulación histórica funciona bastante bien, aunque la evidencia empírica formal sobre este tema se mezcla inevitablemente.

### 2.3.2.2. Simulación Monte Carlo.

El método de simulación Monte Carlo es una aproximación híbrida que puede interpretarse como una combinación del método delta-normal y el método de simulación histórica, el cual tiene como fundamento la creación de escenarios de rendimientos de un factor de riesgo mediante la generación de números aleatorios. De acuerdo con De Jesús (2008), para determinar el valor en riesgo de un portafolio, a través del modelo de simulación Monte Carlo, son necesarios los siguientes pasos:

- a) Seleccionar un modelo estocástico que describa el comportamiento de los precios de los factores de riesgo y especificar los parámetros que intervienen. Por ejemplo, las varianzas, covarianzas de los rendimientos y las volatilidades (para el caso de los activos de riesgo no-lineales), etc. El modelo más común utilizado es el movimiento Browniano geométrico:

$$dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dw_t$$

Para simular las trayectorias de los precios es necesario primero encontrar una solución única para la ecuación anterior, la cual se puede expresar como:

$$S_t = S_{t-1} \exp(\mu_t dt + \sigma_t dw_t)$$

Esta representa movimientos infinitesimales en el precio del activo financiero, por ejemplo, horas, minutos, segundos, etc. Por consiguiente, con el fin de facilitar el trabajo en la práctica, la versión discreta de la ecuación se puede expresar de la siguiente forma:

$$S_t = S_{t-1} \exp(\mu_t \Delta t + \sigma_t \varepsilon_t \sqrt{\Delta t})$$

donde  $\varepsilon$ : es una variable aleatoria normal con media cero y varianza 1.

b) Generar una sucesión de números aleatorios  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$  para simular las trayectorias ficticias de los precios para cada uno de los factores de riesgo de interés que afectan al portafolio. Por lo tanto, el conjunto de precios simulados hasta el final del horizonte objetivo es:

$$\begin{aligned}
 S_t &= S_{t-1} \exp\left(\mu_t \Delta t + \sigma_t \varepsilon_1 \sqrt{\Delta t}\right) \\
 S_{t+1} &= S_t \exp\left(\mu_t \Delta t + \sigma_t \varepsilon_2 \sqrt{\Delta t}\right) \\
 &\vdots \\
 S_{t+n} &= S_{t+n-1} \exp\left(\mu_t \Delta t + \sigma_t \varepsilon_n \sqrt{\Delta t}\right)
 \end{aligned}$$

Es importante señalar que cuando se trabaja con un horizonte temporal pequeño; es decir,  $\Delta t = 1$ , el parámetro  $\mu$  es igual a cero.

De acuerdo con Jorion (2010), la simulación Monte Carlo es por mucho, el método más poderoso para cuantificar el VaR. Principalmente, porque se puede utilizar cualquier distribución de probabilidad para los factores de riesgo, lo cual permite modelar portafolios compuestos por posiciones lineales y no lineales tales como las opciones financieras. Asimismo, presenta flexibilidad para evaluar el riesgo de activos cuyos rendimientos son asimétricos, de manera que puede incorporar variaciones en el tiempo en la volatilidad, colas amplias y escenarios extremos, aumentando así su precisión al estimar el VaR.

No obstante, la metodología de simulación Monte Carlo es la más cara de implementar en términos de infraestructura de sistemas y desarrollo intelectual, debido a que requiere de una gran capacidad de cálculo. Además, otra desventaja es que se fundamenta en un modelo estocástico específico para los factores de riesgo subyacentes (opciones), por lo tanto, está sujeto al riesgo de que los modelos estén equivocados y para comprobar si los resultados son coherentes, se debe verificar con algún análisis de sensibilidad.

## **CAPÍTULO 3.**

### **Metodología: Valor en Riesgo por Simulación Histórica Filtrada**

#### **Introducción**

La simplicidad en la implementación del modelo de simulación histórica ha fortalecido el uso de esta metodología y sus variantes en el análisis y modelación de series financieras, principalmente para estimar las pérdidas o ganancias de las posiciones que toman los inversionistas. Sin embargo, la mayoría de las series son altamente volátiles, es decir, presentan flujos positivos y negativos en un periodo de tiempo corto, y no es posible explicar su comportamiento a través de los modelos convencionales de estimación lineal. Por esta razón, el modelo de simulación histórica filtrada recurre al uso del modelo de heterocedasticidad condicional autorregresiva.

El uso de los modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva se debe a que en una cartera de valores es necesario buscar activos que proporcionen al inversor un equilibrio entre las ganancias y el riesgo que está dispuesto a asumir, esto implica modelar dos momentos: la media condicional y la varianza condicional (García, 2015). La media condicional se modela de forma adecuada utilizando los modelos ARIMA propuestos por Box y Jenkins (1976). Sin embargo, estos modelos no son adecuados para explicar el hecho de que la varianza condicional cambie a través del tiempo. Esto, debido a que asumen que el proceso es estacionario, pero en las series financieras la varianza nunca es constante.

De modo que, los modelos autorregresivos de heterocedasticidad condicional (ARCH, por sus siglas en inglés), introducidos por Engle (1982) fueron diseñados para permitir que la varianza condicional cambie con el tiempo, en función de los errores pasados. Aunado a esto, Bollerslev (1986) generalizó el comportamiento de la volatilidad al hacerla dependiente de las condiciones del mercado, proponiendo los modelos autorregresivos de heterocedasticidad condicional generalizados (GARCH, por sus

siglas en inglés), que al igual que los modelos ARCH son capaces de reproducir la alta persistencia de la volatilidad, es decir, periodos de alta volatilidad seguidos de otros en los que la volatilidad es menor.

Además, pronostican la varianza como una combinación de las desviaciones cuadradas del pasado y los valores de la varianza pasados. Asimismo, a diferencia de las situaciones en las que la heterocedasticidad se considera un problema a evitar o tratar, en el caso de los modelos GARCH es una fuente de información que mejora sensiblemente la capacidad predictiva del modelo. Además, captura el fenómeno conocido como volatilidad en aglomeraciones, sin embargo, no explica la relación de asimetría entre los rendimientos y la varianza condicional (Angelidis et al., 2005).

Por lo tanto, en respuesta a las limitaciones que presenta la simulación histórica, Hull y White (1998) y Adesi et al. (1999) propusieron el modelo de simulación histórica filtrada con innovaciones GARCH. Esta metodología no solo responde a los requerimientos de colas pesadas y actualización de la varianza, sino que busca combinar las ventajas del VaR calculado paramétricamente, es decir, basado en el modelo GARCH con las de la estimación empírica dada por la simulación histórica.

### **3.1. Modelo ARCH.**

Para modelar series de tiempo con un componente estocástico es necesario que éstas tengan un comportamiento estacionario, es decir, que la media no dependa del tiempo, lo que implica que aun cuando durante cierto periodo de tiempo el proceso se aleje de la media, éste siempre regresará a su valor original. Por tanto, es necesario remover o quitar los efectos como la tendencia, periodicidad y ciclo para trabajar con una serie estocástica y estacionaria. En tal sentido, es primordial tratar el problema de heterocedasticidad, es decir, que la varianza de la serie no es constante en el tiempo. Debido a que los modelos econométricos tradicionales asumen un pronóstico de la varianza constante.

En estos casos es difícil filtrar o transformar para lograr convertir a la serie de tiempo original en una homoscedástica (varianza constante). Sin embargo, para eliminar este supuesto, una nueva clase de modelos estocásticos, llamados modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva, mejor conocidos como ARCH, son introducidos por Engle (1982). Estos tienen media cero, no presentan correlación serial y permiten que la varianza condicional cambie en el tiempo como una función de los errores pasados admitiendo la varianza incondicional constante, de manera que el pasado aporta la información necesaria para su pronóstico. Enseguida se describe el modelo en referencia al trabajo seminal de Engle (1982).

Si una variable aleatoria  $y_t$  es elegida de la función de densidad condicional  $f(y_t|y_{t-1})$ , el pronóstico del valor actual de la variable condicionado a la información pasada  $y_{t-1}$ , es simplemente  $E(y_t|y_{t-1})$  y la varianza condicional está dada por  $V(y_t|y_{t-1})$ . Como se mencionó anteriormente, para los modelos econométricos tradicionales, la varianza condicional no depende de  $y_{t-1}$ . Inicialmente considere la autorregresión de primer orden

$$y_t = \gamma y_{t-1} + \epsilon_t \tag{10}$$

donde  $\epsilon$  es ruido blanco con  $V(\epsilon) = \sigma^2$ . La media incondicional es cero y la media condicional de  $y_t$  es  $\gamma y_{t-1}$ . Por otra parte, la varianza condicional de  $y_t$  es  $\sigma^2$  y la varianza incondicional es  $\sigma^2 / (1 - \gamma^2)$ . En la aproximación estándar de la

heterocedasticidad se introduce una variable exógena  $x_t$  que predice la varianza, a partir de la información pasada. Considerando la media igual a cero, el modelo es:

$$y_t = \epsilon_t x_{t-1} \quad (11)$$

donde  $V(\epsilon) = \sigma^2$  y la varianza de  $y_t$  es  $\sigma^2 x_{t-1}^2$  que depende de la evolución de la variable exógena. Este modelo estándar resulta ser insatisfactorio, ya que requiere una especificación de las causas de los cambios en la varianza, reconociendo que tanto la media como varianza condicionales pueden conjuntamente cambiar en el tiempo. Quizás por la dificultad de esto, las correcciones de la heterocedasticidad son rara vez consideradas en las series de tiempo. Por lo tanto, el modelo preferible es:

$$y_t = \epsilon_t h_t^{1/2} \quad (12)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \quad (13)$$

con  $V(\epsilon_t) = 1$ . Este es un ejemplo de lo que se considera un modelo ARCH. Al incluir el supuesto de normalidad se puede expresar en términos de  $\psi_t$ , que representa el conjunto de información disponible al tiempo  $t$ . Entonces, la función de densidad condicional es:

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (14)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \quad (15)$$



En general, la varianza condicional puede ser expresada como

$$h_t = h(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}, \alpha) \quad (16)$$

donde  $p$  es el orden del proceso ARCH y  $\alpha$  es un vector de parámetros desconocidos.

Por lo tanto, el modelo de regresión ARCH es obtenido asumiendo que  $y_t$  es dado como  $x_t\beta$ , una combinación lineal de variables endógenas y exógenas incluidas en el conjunto de información  $\psi_{t-1}$ , con  $\beta$  un vector de parámetros desconocidos.

Formalmente el modelo ARCH se define como:

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(x_t\beta, h_t)$$

$$h_t = h(\epsilon_{t-1}, \epsilon_{t-2}, \dots, \epsilon_{t-p}, \alpha) \quad (17)$$

$$\epsilon_t = y_t - x_t\beta$$

De igual forma, la media y varianza no condicionales son:

$$E[\epsilon_t] = E[E(\epsilon_t | \psi_{t-1})] = 0 \quad (18)$$

$$Var[\epsilon_t] = E[\epsilon_t^2] = E[E(\epsilon_t^2 | \psi_{t-1})] = E[h_t] = \sigma_t^2 \quad (19)$$

y si la varianza condicional  $h_t$  está dada por la ecuación (17), al sustituirla en la ecuación  $Var[\epsilon_t] = E[h_t]$  obtenemos:

$$Var[\epsilon_t] = \alpha_0 + \alpha_1 Var[\epsilon_{t-1}] + \dots + \alpha_p Var[\epsilon_{t-p}] \quad (20)$$

y dado que el proceso  $\{\epsilon_t\}$  es estacionario,  $Var[\epsilon_t] = Var[\epsilon_{t-k}]$  para todo  $k$  y, despejando, la varianza no condicional está dada por:

$$Var[\epsilon_t] = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \dots - \alpha_p} = \sigma_t^2 \quad (21)$$

Debido a este resultado se tiene, en este caso, una restricción para los parámetros de la varianza:  $\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$ .

### 3.2. Modelo GARCH (p,q)

Una extensión del proceso ARCH con el fin de modelar y pronosticar la volatilidad de una manera más parsimoniosa, es introducida por Bollerslev (1986) a través de los modelos autorregresivos de heterocedasticidad condicional generalizados (GARCH, por sus siglas en inglés). Como se sabe, en el modelo ARCH la varianza condicional se especifica solo como una función lineal de la muestra de varianzas pasadas, mientras que el modelo GARCH (p,q) admite también rezagos de la varianza condicional. Y además la estructura de la varianza condicional depende del cuadrado de los errores pasados  $q$  periodos y de las varianzas condicionales pasadas  $p$  periodos. En este sentido, a continuación se especifica matemáticamente el modelo y la estimación de

sus parámetros a través del método de máxima verosimilitud, aludiendo a los estudios de Bollerslev (1986).

Sea  $\varepsilon_t$  un valor real del proceso estocástico discreto  $\{\varepsilon_t\}_{t \in T}$  donde  $T$  es un conjunto de series y  $\psi_t$  el conjunto de información al tiempo  $t$ . El proceso GARCH (p,q) es definido por:

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (22)$$

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 = \alpha_0 + A(L) \varepsilon_t^2 + B(L) \sigma_t^2 \quad (23)$$

donde  $p \geq 0$ ,  $q > 0$ ,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, q$ ,  $\beta_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, p$ .

Entonces, se tiene el *Teorema 1*. El modelo GARCH (p,q) definido en (22) y (23) es estrictamente estacionario con  $E(\varepsilon_t) = 0$ ,  $Var(\varepsilon_t) = w_0(1 - A(1) - B(1))^{-1}$  y

$Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$  para  $t \neq s$  si y solo si  $A(1) + B(1) < 1$ .

Se puede observar que para  $p = 0$  el modelo se reduce al modelo ARCH (q), y para  $p = q = 0$   $\varepsilon_t$  es ruido blanco. Generalmente, el modelo GARCH especifica y estima dos ecuaciones: la primera (22) representa la evolución de los rendimientos de los precios de la serie financiera de acuerdo con los rendimientos pasados más un término de error aleatorio conocido como ruido blanco que se distribuye normal con media 0 y varianza

$\sigma^2$ , la cual cambia a través del tiempo de acuerdo con la segunda ecuación (23), en cuyo caso muestra la evolución de la volatilidad de los rendimientos, y sirve como pronóstico para el horizonte de un día.

### 3.2.1. Modelo GARCH (1,1)

El más simple pero frecuentemente usado es el modelo GARCH (1,1) que como se menciona posteriormente, ha sido aplicado con gran éxito para capturar el efecto de la volatilidad en aglomeraciones en los rendimientos de las series financieras a través de la varianza condicional como una función lineal de la información pasada. De ahí que, el nombre GARCH (1,1) significa que se está haciendo un rezago en los residuales cuadrados de los rendimientos y un rezago en la varianza condicional de los residuales de los rendimientos. El cual está dado por:

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t = \mu_t + \sigma_t z_t \quad (22)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad \omega > 0, \quad \alpha \geq 0, \quad \beta \geq 0 \quad (24)$$

donde

$\mu_t$ : representa la media condicional.

$\varepsilon_t$ : indica las innovaciones en la ecuación de la media.

$z_t$ : es un proceso de ruido blanco que sigue una distribución normal con media 0 y varianza 1.

$\sigma_t^2$ : es la varianza condicional que depende de la última innovación de los residuales cuadrados  $\varepsilon_{t-1}^2$ .

$\varepsilon_{t-1}^2$ : son los residuales cuadrados, comúnmente conocido como el efecto ARCH o persistencia de corto plazo.

$\sigma_{t-1}^2$ : es la varianza condicional previa.

$\omega$ : es un término determinístico en la ecuación de la varianza que indica que la volatilidad condicional debe converger a un valor positivo.

Además, para evitar estimaciones negativas en la varianza condicional, los parámetros deben ser  $w > 0$ ,  $\alpha \geq 0$  y  $\beta \geq 0$ , al mismo tiempo se debe cumplir el *Teorema 1*

donde,  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$  es una condición suficiente para asegurar que el proceso GARCH sea estrictamente estacionario y ergódico<sup>16</sup>. Por lo que en general se tiene el siguiente teorema:

*Teorema 2.* Para el modelo GARCH (1,1) dado por (22) y (24) una condición necesaria y suficiente para la existencia de los primeros dos momentos es

$$\mu(\alpha_1, \beta_1, m) = \sum_{j=0}^m \binom{m}{j} \alpha_j \alpha_1^j \beta_1^{m-j} < 1, \quad (25)$$

donde

$$\alpha_0 = 1, \quad \alpha_j = \prod_{i=1}^j (2i - 1), \quad j = 1, \dots \quad (26)$$

El segundo momento puede ser expresado por la formula recursiva

$$E(\varepsilon_t^{2m}) = \alpha_m \left[ \sum_{n=0}^{m-1} \alpha_n^{-1} E(\varepsilon_t^{2n}) \alpha_0^{m-n} \binom{m}{m-n} \mu(\alpha_1, \beta_1, n) \right] * [1 - \mu(\alpha_1, \beta_1, m)]^{-1} \quad (27)$$

---

<sup>16</sup> Un proceso estacionario es ergódico si la correlación entre una variable y su pasado va reduciéndose a medida que se aleja más en el tiempo que se está considerando dicha correlación.

Por simetría se deduce que si el segundo momento existe,  $E(\varepsilon_t^{2m-1}) = 0$ .

Para  $\beta_1 = 0$ , (24) se reduce a la condición conocida por el modelo ARCH (1),  $\alpha_m \alpha_1^m < 1$ .

Así, si  $\alpha_1 > (\alpha_m)^{-1/m}$  en el modelo ARCH (1) el segundo momento no existe, mientras

que si  $\sum_{i=1}^{\infty} \delta_i = \alpha_1(1 - \beta_1)^{-1} > (\alpha_m)^{-1/m}$  en el modelo GARCH (1,1) el segundo momento podría muy bien existir.

En el modelo GARCH (1,1) el rezago de la media en la ecuación de la varianza condicional, está dado por

$$\tau = \sum_{i=1}^{\infty} i \delta_i / \sum_{i=1}^{\infty} \delta_i = (1 - \beta_1)^{-1},$$

y el rezago de la mediana se encuentra dado por

$$v = -\log 2 / \log \beta_1,$$

donde  $\sum_{i=1}^v \delta_i / \sum_{i=1}^{\infty} \delta_i = 1/2$ . Si  $3\alpha_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 + \beta_1^2 < 1$ , el cuarto momento existe y por el Teorema 2:

$$E(\varepsilon_t^2) = \alpha_0(1 - \alpha_1 - \beta_1)^{-1},$$

y

$$E(\varepsilon_t^4) = 3\alpha_0^2(1 + \alpha_1 + \beta_1)[(1 - \alpha_1 - \beta_1)(1 - \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1 - 3\alpha_1^2)]^{-1}$$

Por lo tanto, el coeficiente de curtosis es

$$\begin{aligned} k &= (E(\varepsilon_t^4) - 3E(\varepsilon_t^2)^2)E(\varepsilon_t^2)^{-2} \\ &= 6\alpha_1^2(1 - \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1 - 3\alpha_1^2)^{-1} \end{aligned}$$

Que es mayor que cero por hipótesis. Por lo tanto, el modelo GARCH (1,1) es leptocúrtico, es decir, presenta colas pesadas, por lo que eventos extremos tienen una probabilidad de ocurrencia más alta.

### 3.2.2. Función de autocorrelación y autocorrelación parcial.

El uso de la función de autocorrelación y autocorrelación parcial para identificar y comprobar el comportamiento de la media condicional en las series de tiempo a través del modelo ARMA fue establecida por Box y Jenkins (1976). En lo sucesivo se muestran las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de los residuales cuadrados, para ser usadas en la identificación y comprobación del comportamiento en la ecuación de varianza condicional del modelo GARCH. La idea de emplear los residuales cuadrados para determinar el modelo adecuado no es nueva, Granger y Anderson (1978) encontraron que algunas de las series modeladas por Box and Jenkins (1976) muestran residuales cuadrados autocorrelacionados incluso pensaron que los residuales no parecían estar correlacionados en el tiempo.

Considere el modelo general GARCH (p,q) como se especificó en (22) y (23), y asuma que el modelo tiene un cuarto momento finito. La función de covarianza para  $\varepsilon_t^2$  se denota como:

$$\gamma_n = \gamma_{-n} = \text{cov}(\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-n}^2) \quad (28)$$

Entonces de (22) y (23) se deduce que

$$\begin{aligned} \gamma_n &= \sum_{i=1}^q \alpha_i \gamma_{n-i} + \sum_{i=1}^p \beta_i \gamma_{n-i} \\ &= \sum_{i=1}^m \varphi_i \gamma_{n-i} \quad n \geq p + 1 \end{aligned} \quad (29)$$

donde  $m = \max\{p, q\}$ ,

$$\varphi_i = \alpha_i + \beta_i \quad i = 1, \dots, q$$

$\alpha_i \equiv 0$  para  $i > q$  y  $\beta_i \equiv 0$  para  $i > p$ . De (29) se obtiene la siguiente analogía para las ecuaciones Yule-Walker:

$$\rho_n = \gamma_n \gamma_0^{-1} = \sum_{i=1}^m \varphi_i \rho_{n-i} \quad n \geq p + 1 \quad (30)$$

Así, las primeras  $p$  autocorrelaciones para  $\varepsilon_t^2$  dependen directamente de los parámetros  $\alpha_1, \dots, \alpha_q, \beta_1, \dots, \beta_p$ , pero considerando  $\rho_p, \dots, \rho_{p+1-m}$  la ecuación anterior determina únicamente la autocorrelación en los rezagos más altos. Observe también, que (29) depende de los parámetros  $\alpha_1, \dots, \alpha_q, \beta_1, \dots, \beta_p$  solo a través de  $\varphi_1, \dots, \varphi_m$ .

Sea  $\phi_{kk}$  la  $k$ -ésima autocorrelación parcial para  $\varepsilon_t^2$ , obtenidas resolviendo el sistema de  $k$  ecuaciones en el  $k$  desconocido  $\phi_{k1}, \dots, \phi_{kk}$ :

$$\rho_n = \sum_{i=1}^k \phi_{ki} \rho_{n-i} \quad n = 1, \dots, k. \quad (31)$$

Por (30)  $\phi_{kk}$  se reduce después a  $q$  rezagos,

$$\begin{aligned} \phi_{kk} &\neq 0, & k &\leq q \\ &= 0, & k &> q. \end{aligned} \quad (32)$$

Esto es idéntico al comportamiento de la función de autocorrelación parcial para un modelo AR (q). También a partir de (30) y los resultados en la literatura de series de tiempo, la función de autocorrelación parcial para  $\varepsilon_t^2$  de un modelo GARCH (p,q) es en general diferente de cero.



En la práctica, las  $\rho_n$  y  $\phi_{kk}$  son desconocidas. Sin embargo, la muestra análoga, dice que  $\hat{\rho}_n$ , proporcionan una estimación consistente para  $\rho_n$ , y  $\hat{\phi}_{kk}$  se estima por el  $k$ -ésimo coeficiente, es decir,  $\hat{\phi}_{kk}$ , en una autorregresión de orden  $k$  para  $\varepsilon_t^2$ . Estas estimaciones pueden ser utilizadas en la etapa de identificación preliminar, y para comprobar el diagnóstico.

### 3.2.3. Estimación del modelo de regresión GARCH.

Para determinar los parámetros del modelo se pueden aplicar tres metodologías: mínimos cuadrados, ecuaciones de Yule-Walker y el modelo de regresión común, los tres métodos darán estimadores similares. No obstante, en la práctica existen paquetes de cómputo especializados que plantean una ecuación de máxima verosimilitud y su resolución para obtener los coeficientes.

A continuación, se describe la estimación de máxima verosimilitud del modelo de regresión GARCH (22), (23). Sea

$$z_t' = (1, \varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2, h_{t-1}, \dots, h_{t-p}), w' = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q, \beta_1, \dots, \beta_p) \quad \text{y} \quad \theta \in \Theta, \quad \text{donde}$$

$\theta = (b', w')$  y  $\Theta$  es un subespacio compacto de un espacio euclidiano tal que  $\varepsilon_t$  posee

un segundo momento finito. Denotando los verdaderos parámetros por  $\theta_0$ , donde  $\theta_0 \in \text{int } \Theta$ . Entonces el modelo se puede reescribir como:

$$\varepsilon_t = y_t - x_t' b$$

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \tag{33}$$

$$h_t = z_t' w$$

La función de verosimilitud para una muestra de  $T$  observaciones es:

$$L_T(\theta) = T^{-1} \sum_{t=1}^T l_t(\theta)$$

$$l_t(\theta) = -\frac{1}{2} \log h_t - \frac{1}{2} \varepsilon_t^2 h_t^{-1} \quad (34)$$

Derivando  $l_t(\theta)$  con respecto a los parámetros para la varianza, obtenemos, las condiciones de primer y segundo orden para la varianza:

$$\frac{\partial l_t}{\partial w} = \frac{1}{2} h_t^{-1} \frac{\partial h_t}{\partial w} \left( \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \quad (35)$$

$$\frac{\partial^2 l_t}{\partial w \partial w'} = \left( \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial w'} \left[ \frac{1}{2} h_t^{-1} \frac{\partial h_t}{\partial w} \right] - \frac{1}{2} h_t^{-2} \frac{\partial h_t}{\partial w} \frac{\partial h_t}{\partial w} \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \quad (36)$$

donde

$$\frac{\partial h_t}{\partial w} = z_t + \sum_{i=1}^p \beta_i \frac{\partial h_{t-i}}{\partial w} \quad (37)$$

Este resultado se obtiene dado que  $\frac{\partial h_t}{\partial w_i} = \frac{\partial h_t}{\partial \alpha_i} = \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \frac{\partial h_{t-i}}{\partial \alpha_i}$  para  $1 \leq i \leq q$ ,

$\frac{\partial h_t}{\partial w_0} = \frac{\partial h_t}{\partial \alpha_0} = 1 + \sum_{i=1}^p \beta_i \frac{\partial h_{t-i}}{\partial \alpha_0}$  y  $\frac{\partial h_t}{\partial w_{q+i}} = \frac{\partial h_t}{\partial \beta_i} = h_{t-i} + \sum_{i=1}^p \beta_i \frac{\partial h_{t-i}}{\partial \beta_i}$  para  $1 \leq i \leq p$ . La única

diferencia de Engle (1982) es la inclusión de la parte recursiva en (37)<sup>17</sup>. Note que,

$B(1) < 1$  garantiza que (37) sea estable. Además, dado que

$$E \left[ \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \middle| \psi_{t-1} \right] = 1 \quad \text{y} \quad E[\varepsilon_t | \psi_{t-1}] = 0$$

---

<sup>17</sup> Para llevar a cabo la recursividad, se requieren estimaciones previas de  $h_t$  y  $\varepsilon_t^2$ ,  $t \leq 0$ .

El valor de la esperanza condicional del primer término en (36) es igual a cero, la matriz de información de Fisher para los parámetros de la varianza correspondiente  $w$ , a está dada por:

$$I_{ww} = T^{-1} \sum_{t=1}^T E \left[ \frac{1}{2} h_t^{-2} \frac{\partial h_t}{\partial w} \frac{\partial h_t}{\partial w} \right]$$

$I_{ww}$  es estimada consistentemente por la muestra análoga del último término en (35), el cual implica solo las primeras derivadas,

$$\hat{I}_{ww} = T^{-1} \sum_{t=1}^T \frac{1}{2} h_t^{-2} \frac{\partial h_t}{\partial w} \frac{\partial h_t}{\partial w}$$

Diferenciando la verosimilitud con respecto a los parámetros para la media, obtenemos las condiciones de primer y segundo orden para la media:

$$\frac{\partial l_t}{\partial b} = \varepsilon_t x_t h_t^{-1} + \frac{1}{2} h_t \frac{\partial h_t}{\partial b} \left( \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \quad (38)$$

$$\frac{\partial^2 l_t}{\partial b \partial b} = -h_t^{-1} x_t x_t' - \frac{1}{2} h_t^{-2} \frac{\partial h_t}{\partial b} \frac{\partial h_t}{\partial b} \left( \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \right) - 2 h_t^{-2} \varepsilon_t x_t \frac{\partial h_t}{\partial b} + \left( \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial b} \left[ \frac{1}{2} h_t^{-1} \frac{\partial h_t}{\partial b} \right] \quad (39)$$

donde

$$\frac{\partial h_t}{\partial b} = -2 \sum_{j=1}^q \alpha_j x_{t-j} \varepsilon_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_j \frac{\partial h_{t-j}}{\partial b} \quad (40)$$

Una vez más la única diferencia con el modelo de regresión ARCH, es el termino recursivo en (40). Esta estimación también implica solo las primeras derivadas.

De manera similar al caso para la varianza, a partir de la ecuación (38), se encuentra que la matriz de información para los parámetros de la media es:

$$I_{bb} = T^{-1} \sum_{t=1}^T E \left[ \frac{x_t x_t'}{h_t} + \frac{1}{2} h_t^{-2} \frac{\partial h_t}{\partial b} \frac{\partial h_t}{\partial b} \right]$$

que se estima consistentemente por los dos primeros términos de (38), reemplazando

$\varepsilon_t^2 h_t^{-1}$  por su valor esperado, condicionado a la información pasada, que es 1 y estará dada por :

$$\hat{I}_{bb} = T^{-1} \sum_{t=1}^T \frac{x_t x_t'}{h_t} - \frac{1}{2} h_t^{-2} \frac{\partial h_t}{\partial b} \frac{\partial h_t}{\partial b'}$$

Por último, se tiene:

$$I_{wb} = T^{-1} \sum_{t=1}^T E \left[ \frac{1}{2} h_t^{-2} \frac{\partial h_t}{\partial w} \frac{\partial h_t}{\partial b'} \right]$$

Finalmente, los elementos fuera de la diagonal de la matriz de información son nulos, y la estimación de los parámetros puede hacerse en forma separada debido a la independencia asintótica, es decir,  $w$  puede ser estimada sin pérdida de eficiencia asintótica a través de una estimación consistente de  $b$ , y viceversa.

Por otra parte, para obtener los estimadores de máxima verosimilitud, y eficiencia de segundo orden, se requiere un procedimiento iterativo. Para el modelo de regresión ARCH el método de solución podría ser expresado en términos de una regresión simple, pero los términos recursivos en (37) y (40) complican este procedimiento. En cambio, Bollerslev (1986) muestra que el algoritmo de Hall y Hausman (1974) puede ser conveniente, como se muestra a continuación:

Sea  $\theta^{(i)}$  el parámetro estimado después de la  $i$ -ésima iteración. Entonces,  $\theta^{(i+1)}$  es calculado como:

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + \lambda_i \left( \sum_{t=1}^T \frac{\partial l_t}{\partial \theta} \frac{\partial l_t}{\partial \theta'} \right)^{-1} \sum_{t=1}^T \frac{\partial l_t}{\partial \theta}$$

donde  $\partial l_t / \partial \theta$  es evaluado en  $\theta^{(i)}$ , y  $\lambda_i$  es una variable elegida para maximizar la función de probabilidad en la dirección dada. Considerando que la dirección del vector es fácil de calcular a partir de una regresión de mínimos cuadrados de un vector  $T \times 1$  de unos sobre  $\partial l_t / \partial \theta$ . También, las iteraciones para  $w^{(i)}$  y  $b^{(i)}$  pueden ser calculados por separado debido a la diagonal de la matriz de información.

Bollerslev (1986) deduce de Weiss (1982), que el estimador de máxima verosimilitud  $\hat{\theta}_T$  es fuertemente consistente para  $\theta_0$  y asintóticamente normal con media  $\theta_0$  y matriz de covarianza  $\mathcal{F}^{-1} = -E(\partial^2 l_t / \partial \theta \partial \theta')^{-1}$ . Sin embargo,  $\mathcal{F} = F$ , con  $F = E((\partial l_t / \partial \theta)(\partial l_t / \partial \theta'))$ , y una estimación consistente de la matriz de covarianza asintótica está dada por  $T^{-1}(\sum_{t=1}^T (\partial l_t / \partial \theta)(\partial l_t / \partial \theta'))^{-1}$  de la última iteración.

Reemplazando (22) con el conjunto de supuestos

$$E(\varepsilon_t | \psi_{t-1}) = 0$$

$$E(\varepsilon_t^2 h_t^{-1} | \psi_{t-1}) = 1 \tag{41}$$

$$E(\varepsilon_t^4 h_t^{-2} | \psi_{t-1}) \leq M < \infty$$

$\hat{\theta}_T$  es fuertemente consistente para  $\theta_0$  y asintóticamente normal con media  $\theta_0$  pero con matriz de covarianza  $\mathcal{F}^{-1} F \mathcal{F}^{-1}$ . Por supuesto, si la verdadera distribución condicional es normal,  $F = \mathcal{F}$  y por lo tanto,  $\mathcal{F}^{-1} F \mathcal{F}^{-1} = \mathcal{F}^{-1}$ .

Por tanto, la estimación de los parámetros del modelo GARCH se puede resumir en dos etapas:

1. Se estiman los parámetros de la media condicional, es decir, el modelo ARMA, y se construyen las innovaciones  $\varepsilon_t$ .

2. Se estiman los parámetros de la varianza condicional maximizando la verosimilitud de los residuos. Además de calcular las ecuaciones de la media condicional y la varianza condicional conjuntamente, con lo que se obtiene una estimación más precisa.

Posteriormente se realiza el análisis residual. Sean  $\varepsilon_t$  los residuos del modelo y  $\hat{\sigma}_t$  las varianzas condicionadas estimadas, los residuales estandarizados  $\varepsilon_t / \hat{\sigma}_t$  deben seguir un proceso de ruido blanco normal, después se aplican las pruebas de autocorrelación ya que los cuadrados no deben mostrar dependencia.

#### 3.2.4. Pruebas de Autocorrelación.

Para detectar la presencia de autocorrelación se plantean las siguientes hipótesis:

**$H_0$ :** No existe autocorrelación, es decir, los datos se distribuyen de forma independiente (las correlaciones son 0).

**$H_1$ :** Existe autocorrelación, es decir, los datos no se distribuyen de forma independiente.

A través de una regla de decisión y con un nivel de significancia ( $\alpha$ ) determinado se considera si se debe o no rechazar la hipótesis nula. En la hipótesis nula se señala que el término de perturbación correspondiente a una observación es independiente del correspondiente a cualquier otra observación. En la hipótesis alternativa se considera que el término de error del modelo está autocorrelacionado a través del tiempo.

### 3.2.4.1. Prueba de Ljung-Box

Box y Pierce (1970) desarrollaron un estadístico que, basado en los cuadrados de los primeros coeficientes de autocorrelación de los residuales, permite analizar si existe o no autocorrelación. El estadístico se define como una suma acumulada de estos cuadrados de los coeficientes de correlación empíricos, es decir:

$$Q = T \sum_{\ell=1}^p \hat{\rho}_{\ell}^2$$

Siendo

$$\hat{\rho}_{\ell} = \frac{\sum_{t=\ell+1}^T \varepsilon_t \varepsilon_{t-\ell}}{\sum_{t=1}^T \varepsilon_{t-1}^2}$$

Bajo la hipótesis nula de no autocorrelación el estadístico  $Q$  se distribuye asintóticamente según una  $\chi^2$  con grados de libertad igual a la diferencia entre el número de coeficientes acumulados ( $p$ ) y el número de parámetros estimados al ajustar el proceso establecido.

Posteriormente este estadístico fue revisado por Ljung-Box obteniendo mejores resultados para muestras pequeñas si se utiliza esta expresión alternativa.

$$Q(m) = T(T+2) \sum_{\ell=1}^m \frac{\hat{\rho}_{\ell}^2}{T-\ell} \quad (42)$$

donde  $T$  es el tamaño de la muestra,  $\hat{\rho}_{\ell}$  es la autocorrelación de la muestra en el retraso  $\ell$  y  $m$  es el número de rezagos que se están probando.

Por lo tanto, se tiene que  $H_0: \rho_1 = \dots = \rho_m = 0$ , contra la hipótesis alternativa  $H_1: \rho_i \neq 0$  para algún  $i \in \{1, \dots, m\}$ . Bajo el supuesto de que  $\{r_t\}$  es una secuencia i.i.d.,  $Q^*(m)$  es una variable aleatoria chi-cuadrada con  $m$  grados de libertad.

El criterio para rechazar  $H_0$  si  $Q(m) > \chi_\alpha^2$ , donde  $\chi_\alpha^2$  indica el  $100(1 - \alpha)$ -ésimo percentil de una distribución chi-cuadrada con  $m$  grados de libertad. Entonces, rechazo  $H_0$  si el  $p$ -value de  $Q(m)$  es menor o igual que el nivel de significancia  $\alpha$ .

### **3.3. Estudios relacionados con los modelos GARCH.**

Diversos autores han estimado las variaciones en los precios de energéticos a través de la metodología GARCH; por ejemplo, Morana (2001) determinó que las predicciones del modelo GARCH en el corto plazo, pueden ser propiamente utilizadas en la estimación de la volatilidad de los rendimientos de los precios futuros del petróleo. Sadorsky (2006) se basó en modelos estadísticos univariados y multivariados para estimar la volatilidad condicional diaria de los rendimientos de los precios de futuros sobre petróleo West Texas Intermediate (WTI).

Asimismo, Narayan y Narayan (2007) a través de un modelo GARCH exponencial analizan la volatilidad de los precios del petróleo, encontrando evidencia de efectos permanentes y asimétricos sobre la volatilidad, por lo que concluyen que el comportamiento de los precios del crudo tiende a cambiar en periodos cortos de tiempo. De igual modo, Kang et al. (2009) estudian el poder predictivo de la volatilidad de un conjunto de modelos GARCH en los precios del petróleo WTI, Brent y Dubái. Por su parte, Marzo y Zagaglia (2010) estiman tres tipos de modelos GARCH (estándar, exponencial y GJR) basados en diferentes distribuciones de innovaciones para predecir la volatilidad de los futuros sobre petróleo negociados en la bolsa de Nueva York. Aurori



et al. (2012) evalúan el impacto de los cambios estructurales en los precios de contado y futuros sobre materias primas de energía, a través del modelo FIGARCH en comparación con el GARCH estándar.

En el caso de México, Dávila et al. (2007) proponen un modelo para estimar la volatilidad del precio de la mezcla de exportación, su análisis se basa en desviaciones estándar condicionales obtenidas de un modelo GARCH, y así determinan la existencia nula de efectos asimétricos en la volatilidad de los precios del petróleo, confirmando la convergencia de la varianza condicional estimada a su varianza no condicional. Asimismo, el trabajo de Coronado et al. (2012), implementa los modelos GARCH para analizar el comportamiento del precio del petróleo mediante la aplicación de dos tipos de pruebas no paramétricas, sus resultados arrojan que la dependencia no lineal, no es constante en todo el periodo de la muestra, lo que implica que los modelos GARCH no pueden capturar la estructura de la serie.

Por otra parte, Villalba y Flores (2013) comparan de forma conjunta la volatilidad del índice principal del mercado bursátil mexicano (IPC), del índice de riesgo país (EMBI) y de la mezcla mexicana de exportación (MME) mediante un modelo GARCH trivariado asimétrico, encontrando evidencia del efecto de asimetría en la MME, es decir, que los choques negativos (disminución del precio del petróleo), impactan su varianza con mayor magnitud.

Además, De Jesús y Carvajal (2013) evaluaron la capacidad predictiva de una familia de modelos GARCH (Estándar, Egarch, Garch-GJR y Cgarch) para predecir la volatilidad condicional de los rendimientos del petróleo Maya y MME para el periodo 2 de enero de 1989 al 30 de diciembre de 2011. En el cual los modelos de volatilidad se estimaron bajo tres distribuciones condicionales (normal, t-student y errores generalizada). Destacando que el modelo CGARCH con innovaciones de errores generalizados y normales, superan el desempeño predictivo óptimo de los modelos GARCH con innovaciones t-student cuando se consideran las predicciones de la volatilidad fuera de la muestra.

En tanto, Valdés et al. (2012) investigaron la relación entre los precios del petróleo (bajo la referencia del precio Brent) y la rentabilidad de las empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores de 2006 a 2010 y encontraron la correlación positiva condicional utilizando un modelo GARCH bivariado. Así pues, en la mayoría de los trabajos se han empleado los modelos GARCH para evaluar su capacidad de predicción y estimación dinámica de la volatilidad, en este contexto, la futura investigación pretende hacer una nueva aportación, la cual consiste en estimar el VaR de la mezcla mexicana a través del modelo de simulación histórica, pero empleando los residuales estandarizados contruidos por un modelo de volatilidad GARCH estándar, lo que en la literatura es conocido como el modelo de simulación histórica filtrada.

### **3.4. Modelo de Simulación Histórica Filtrada.**

Un número reciente de técnicas VaR son, no paramétricas o la mezcla de métodos estadísticos paramétricos y no paramétricos. Los modelos de simulación histórica pertenecen al primer grupo mientras que la simulación histórica filtrada desarrollada por Adesi et al. (1998, 1999, 2000) pertenece al segundo grupo. La evidencia empírica indica que los cambios en los precios de las series financieras no son normales, ya que presentan exceso de curtosis lo que puede causar pérdidas más grandes que el VaR y pueden ocurrir más frecuentemente al ser más extremas que las predichas por la distribución Gaussiana. Este y otros problemas de los modelos mencionados anteriormente incentivan la búsqueda de mejores estimaciones de VaR.

En este sentido, Adesi et al. (1998) proponen modelar los cambios en los precios de los activos para que dependan de su volatilidad actual. La volatilidad es simulada a partir de los rendimientos recientes y dicha simulación se basa en la combinación del modelo GARCH (paramétrico) y el portafolio de rendimientos históricos (no paramétrico). Los rendimientos históricos son adaptados a las condiciones actuales del mercado y a la volatilidad condicional pasada.

Por consiguiente, en 1999 Adesi et al., llevan a cabo un extenso análisis backtest para el modelo de simulación histórica filtrada. Ellos usaron criterios económicos y estadísticos para analizar los precios de 100,000 portafolios diarios de instituciones financieras. Los portafolios consistían en futuros de las tasas de interés y opciones. En general, sus hallazgos sostienen la validez de la simulación histórica filtrada como un modelo eficaz para medir el riesgo. Demostrando que es un modelo hábil para predecir las pérdidas futuras si la distribución de los factores de riesgo es i.i.d., ya que cuando los rendimientos son i.i.d y los momentos de la distribución son conocidos, las posibles pérdidas de un portafolio pueden ser precisas y no cambiar en el tiempo.

En ese aspecto, la estacionaridad implica que la probabilidad de ocurrencia de una pérdida dada es la misma para cada día y la independencia implica que el tamaño del movimiento en los precios en un período no influye en el movimiento de los precios futuros. Estas propiedades combinadas con el supuesto de normalidad simplifican el cálculo del VaR para un período y nivel de confianza asignados. Bajo esta hipótesis, el VaR para períodos largos puede ser hallado multiplicando el VaR estimado en uno más corto, es decir, el horizonte diario por la raíz cuadrada del número de días  $t$  en el periodo de interés.

Sin embargo, el uso de un modelo de volatilidad para calcular el VaR cuando la distribución de los rendimientos es no estacionaria, como es el caso de la mayoría de las series financieras, puede ser muy engañoso. De hecho la probabilidad de tener una pérdida no es igual a través de diferentes días, debido a que en los días con volatilidad más alta se pueden esperar pérdidas más grandes de las usuales. Estos contrastes y limitaciones de la simulación histórica asumen que los momentos pasados y presentes de la función de densidad de los rendimientos de un factor de riesgo son constantes e iguales, pueden ser superadas con el uso de la simulación histórica filtrada la cual cuenta con todas las propiedades positivas y supera las debilidades del modelo de simulación histórica tradicional (Pritsker, 2000).

En la simulación histórica filtrada el supuesto de estacionaridad es relajado, los rendimientos históricos primero son estandarizados por la volatilidad estimada en un día en particular. Este proceso de filtrado proporciona residuales de los rendimientos i.i.d apropiados para la simulación histórica. Y antes de que los rendimientos filtrados sean usados como innovaciones son multiplicados por el pronóstico de la volatilidad condicional actual, entonces reflejan las condiciones actuales del mercado.

La volatilidad es estimada recursivamente por un modelo de series de tiempo (ARCH o GARCH). Por lo tanto, la mayor ventaja de la simulación histórica filtrada frente a la simulación histórica es que el proceso de filtrado incrementa el rango de los resultados más allá de los registros históricos, a través de un cambio de escala. En otras palabras, la simulación histórica filtrada proporciona una aproximación para generar eventos extremos que no están presentes en la serie histórica completando las colas de la distribución (Adesi et al.1999).

Adesi et al. (1999, 2002) y Adesi y Giannopoulos (2001) emplean esta metodología para estimar el riesgo de mercado en portafolios de instrumentos lineales y no lineales. En estos estudios encontraron que el riesgo estimado por la simulación histórica filtrada es más preciso que el predicho por la simulación tradicional o métodos paramétricos, además puede ser aplicado a un número ilimitado de factores de riesgo ya que realiza pocos supuestos sobre ellos y lo más importante es que toma en cuenta las condiciones actuales del mercado, es decir, los niveles de volatilidad.

### **3.5. Metodología para calcular el VaR por Simulación Histórica Filtrada.**

Adesi y Giannopoulos (2000) consideran en general cuatro pasos para la implementación del modelo de simulación histórica filtrada:

1. El primer paso es ajustar un modelo de volatilidad condicional para los datos históricos. Hay muchos modelos de volatilidad en la literatura, sin embargo, el modelo adecuado debe proporcionar residuales i.i.d. así como un buen

pronóstico y poder de predicción de la volatilidad en el horizonte de tiempo requerido.

2. El modelo resultante del paso uno es ajustado a los datos históricos para generar las volatilidades para cada día del periodo de la muestra. Los rendimientos obtenidos son estandarizados, dividiéndolos por la volatilidad correspondiente de modo que sean i.i.d., esto es el segundo paso.
3. El tercer paso consiste en el bootstrapping (simulación) con reemplazo de la muestra de residuales estandarizados. Después cada uno es multiplicado por el pronóstico de la volatilidad obtenida de la muestra de residuales i.i.d. de las posibles ganancias o pérdidas que ocurrirán en un día.
4. Finalmente, teniendo una muestra del valor de los activos al final del horizonte de tiempo determinado, entonces se puede proceder a calcular las medidas o estadísticas requeridas.

Por lo tanto, es importante mencionar que en la simulación histórica filtrada el término “filtrada” hace referencia a que la estimación del VaR no se lleva a cabo sobre los rendimientos sino sobre los residuales estandarizados del modelo paramétrico utilizado, en el caso de esta tesis el modelo GARCH ya antes mencionado. Para el proceso de filtrado se dividen los residuales estimados  $\hat{\varepsilon}_t$ , entre la volatilidad diaria correspondiente

$\sqrt{\hat{\sigma}_t}$ :

$$Z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{\hat{\sigma}_t}}$$

(43)

O en otro caso

$$Z_{t+1-k} = \frac{r_{t+1-k} - E(r_{t+1-k})}{\hat{\sigma}_{t+1-k}}, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (44)$$

Esto elimina notablemente la presencia de correlación serial observada en los rendimientos del petróleo y proporciona una nueva serie de residuales, los cuales son independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d).

$$Z^* = \{Z_1^*, Z_2^*, \dots, Z_T^*\}$$

Los residuales estandarizados obtenidos dentro y fuera de la muestra anteriormente, son adecuados para emplearse en el modelo de simulación histórica tradicional, de la siguiente forma:

- a) A partir del último precio de la serie inicial, se simulan nuevos precios diarios,  $P_k^*$ . El último precio se multiplica por el exponencial de cada uno de los residuales y de esta manera se obtiene una nueva serie de datos.

$$P_k^* = \begin{bmatrix} P_n * e^{Z_1^*/100} \\ P_n * e^{Z_2^*/100} \\ \vdots \\ P_n * e^{Z_n^*/100} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^* \\ P_2^* \\ \vdots \\ P_n^* \end{bmatrix}$$

- b) Mediante el vector de precios se calcula el vector de pérdidas y ganancias, tomando la diferencia logarítmica de los precios estimados ( $P_k^*$ ) y el último precio ( $P_n$ ). Después se multiplica cada una de las diferencias por el valor de la posición inicial  $W$  del inversionista.

$$P\&G = \begin{bmatrix} \ln \frac{P_1^*}{P_n} \\ \ln \frac{P_2^*}{P_n} \\ \vdots \\ \ln \frac{P_n^*}{P_n} \end{bmatrix} * W$$

- c) Posteriormente el vector de pérdidas y ganancias es ordenado en forma ascendente. Este vector será multiplicado por la volatilidad condicional estimada a través del modelo GARCH, de esta manera se reflejarán las condiciones actuales del mercado.
- d) Finalmente, el VaR calculado para las posiciones corta (residuales positivos) y larga (residuales negativos), se obtiene a través del cuantil  $\alpha\%$  del vector de pérdidas y ganancias ordenado:

$$VaR^{SHF-GARCH}(\alpha) = P\&G_{\alpha} \hat{\sigma}_t \quad (45)$$

donde

$P\&G_{\alpha}$ : Es el  $\alpha$ -ésimo percentil de la distribución de pérdidas y ganancias ordenado.

$\hat{\sigma}_t$ : Volatilidad condicional estimada a través del modelo GARCH.

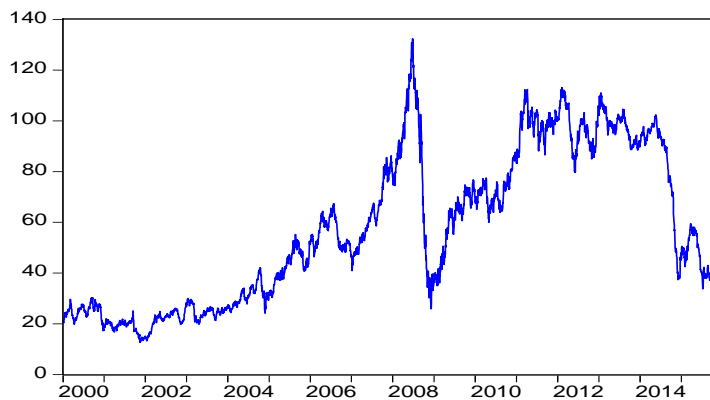
De esta forma se ha empleado el modelo conocido como simulación histórica filtrada con innovaciones GARCH para el cálculo del VaR. A continuación se muestra la aplicación de dicha metodología en la medición del riesgo de la mezcla mexicana de exportación.

## CAPÍTULO 4. Aplicación al Mercado Petrolero Mexicano.

### 4.1. Descripción y Análisis de los Datos.

La Gráfica 4.1 muestra la evolución de los precios de la Mezcla Mexicana de Exportación durante el periodo 2000-2015, años en los que alcanzó precios de cierre entre \$12.67 y \$132.38 dólares por barril. A principios del año 2000 la mezcla de exportación comenzó a presentar un aumento en los precios al promediar \$24.93 dpb en dicho año. Sin embargo, después de observar niveles superiores a los \$30 dpb los precios reportaron una notable tendencia descendente alcanzando un nivel mínimo de \$12.67 dpb en noviembre de 2001. Estos vaivenes en el precio de la mezcla fueron consecuencia del estallido de la burbuja financiera del Índice NASDAQ en marzo de 2000 y el atentado del 11 de septiembre de 2001 contra las torres gemelas.

**Gráfica 4.1 Precios de la Mezcla Mexicana de Exportación.**



Fuente: Elaboración propia con datos obtenidos de Bloomberg.

Posteriormente, el cambio en la estructura de consumo de petróleo por parte de las economías emergentes de China y la India fue un factor fundamental que modificó la dinámica del mercado en el entorno internacional y favoreció la recuperación de la economía mexicana. Puesto que de diciembre de 2001 hasta julio de 2008 los precios de la mezcla experimentaron una tendencia alcista y volatilidad alta. Dentro del periodo 2002- 2006 el precio promedio \$35.15 dpb y a partir de 2007, comenzó a incrementarse



a gran escala, pasando de poco más de \$40 dólares a niveles superiores a los \$80 dpb. Al lograr una cotización histórica de \$132.38 el 14 de julio de 2008.

No obstante, a raíz de la crisis financiera global los precios internacionales sufrieron una pronunciada caída en la segunda mitad de 2008, en diciembre el crudo mexicano promedio \$32.42 dpb lo que represento una caída de 75.5% respecto al nivel máximo. Esto trajo consigo severos problemas en la economía mexicana, como la depreciación del peso en un 39.48%, que más tarde se reflejó en una contracción de 6.5% del PIB. Después de la gran recesión de 2008-2009, se observó otra tendencia alcista de largo plazo en el periodo 2010-2014, en principio impulsada por los disturbios en Libia y la inestabilidad política en Egipto.

A partir de este periodo, el barril de petróleo nacional se incrementó de \$75.58 en 2010 a \$102.41 dólares en junio de 2014. Sin embargo, a fines de este año el exceso de oferta en un momento de debilitamiento de la demanda y un cambio en los objetivos de la OPEP contribuyeron para que el precio de la mezcla cerrara en \$45.96 dólares. Así, comenzó una tendencia bajista en los precios del crudo mexicano que parecía tener solución hasta mediados del año 2015, cuando los precios se situaron alrededor de los \$50 y \$60 dólares por barril. A pesar de ello continuaron en descenso al registrar un promedio de \$28.74 dólares en diciembre de 2015.

Para medir el riesgo a través de la metodología de simulación histórica filtrada en el mercado del petróleo mexicano, el futuro trabajo de investigación utiliza los precios de cierre diarios de la Mezcla Mexicana de Exportación del periodo del 3 de enero de 2000 al 31 de diciembre de 2015, la serie fue obtenida de la base de datos de Bloomberg. Para llevar a cabo el análisis primero se determinan los rendimientos sobre una base continua de la siguiente forma:

$$r_n = 100 \ln \left( \frac{p_n}{p_{n-1}} \right)$$

Donde  $p_n$  indica el precio de cierre en el día  $n$  y  $p_{n-1}$  es el precio de cierre del día anterior, obteniendo un total de 4138 observaciones, esta transformación permite

trabajar con series estacionarias. La muestra total es dividida en dos submuestras: el periodo 2000-2014 se utiliza para medir el riesgo dentro de la muestra para diferentes niveles de confianza, mientras que el periodo 2014-2015 se emplea para analizar el comportamiento del riesgo fuera de la muestra.

En este sentido, primero se estiman las estadísticas básicas para determinar el nivel de asimetría, correlación y normalidad de los datos. El Cuadro 4.1 muestra las estadísticas de la distribución empírica de los rendimientos diarios. El rendimiento promedio es .00566, la desviación estándar es de 2.3815 como consecuencia de la diferencia que se observa entre el rendimiento máximo y mínimo de 13.95 y -19.54, respectivamente. En cuanto al nivel de simetría de los rendimientos se presenta un sesgo negativo de -0.26, por lo tanto, la cola izquierda de la distribución es ligeramente más ancha que la cola derecha, es decir, existe un mayor número de rendimientos negativos y que a la vez son menores a la media.

Además, se observa un alto grado de exceso de curtosis (8.648) de tal manera que la distribución de rendimientos es leptocúrtica, en otras palabras, es más puntiaguda y con colas menos anchas que la distribución normal presentando una mayor concentración de datos en torno a la media de los rendimientos. Esto muestra que no se distribuyen de forma normal, lo que se confirma con la prueba estadística Jarque-Bera (JB) la cual sigue una distribución chi-cuadrada con 2 grados de libertad y por ende al ser estadísticamente significativa dado un valor-*p* igual a cero, se rechaza la hipótesis nula de normalidad.

**Cuadro 4.1 Estadísticas básicas de los rendimientos de la mezcla mexicana de exportación.**

Media	Máx.	Mín.	Desv.Est.	Sesgo	Curtosis	JB	Q(6)	Q(18)	Q <sup>2</sup> (6)	Q <sup>2</sup> (18)
.00566	13.957	-19.545	2.382	-0.260	8.648	5,547.276 (0)	15.60 (0.016)*	58.37 (0)	737.42 (0)	2,016.44 (0)

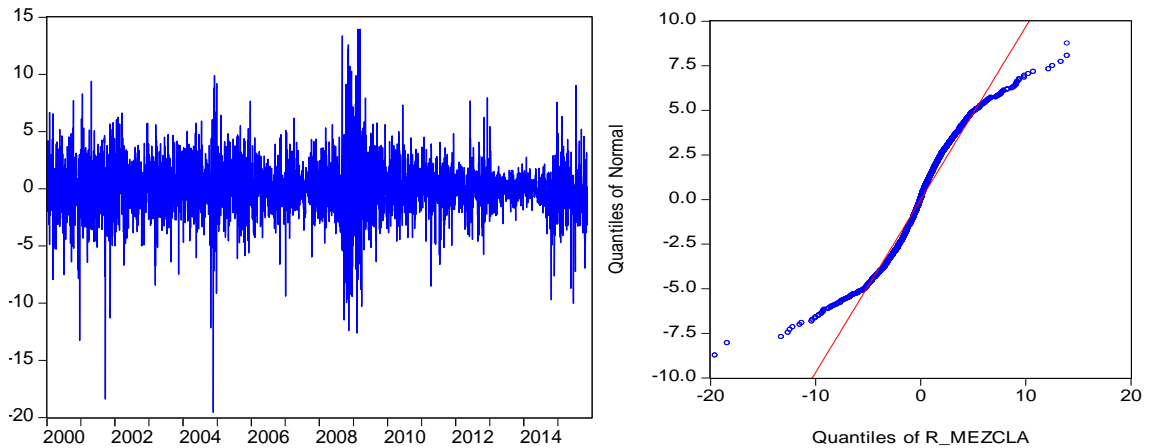
Nota: Los valores-*p* son mostrados entre paréntesis, \* es estadísticamente significativo a un nivel de 5% Fuente: Estimaciones propias obtenidas con el software *S-plus*.

En este análisis también se evalúa el supuesto de ruido blanco para los rendimientos simples y cuadrados a través de la prueba estadística de Ljung-Box. Los estadísticos  $Q(6)$ ,  $Q(18)$ ,  $Q^2(6)$  y  $Q^2(18)$  denotan las pruebas de 6 y 18 rezagos, respectivamente. Todos muestran la presencia de autocorrelación serial en los rendimientos de los precios de la mezcla para cualquier nivel de significancia, con excepción de  $Q(6)$  a un nivel de significancia de 5%. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula de proceso de ruido blanco en la serie de rendimientos.

Asimismo, la Gráfica 4.1 de los cuantiles de la distribución normal contra los cuantiles de la distribución empírica de la mezcla de exportación confirma también el supuesto de no normalidad. Ya que si los rendimientos realmente siguen una distribución normal, todas las observaciones deberían permanecer sobre la línea recta de 45 grados. Sin embargo, en este caso las observaciones se desvían de la línea recta en los puntos extremos o colas, a diferencia de la parte central en donde se concentra la mayoría de las observaciones.

Por otra parte, en la gráfica de rendimientos de los precios de la mezcla se observa la presencia de heterocedasticidad al presentar periodos de alta y baja volatilidad, seguido de otros en donde los rendimientos son más estables. Así como aglomeraciones de volatilidad, principalmente durante la recesión económica de los Estados Unidos en 2008-2009, la crisis de deuda soberana de la zona euro en 2010-2012 y el aumento en la oferta mundial de crudo y la desaceleración económica mundial en 2014, en estos periodos los precios experimentaron una sucesión de movimientos atípicos tanto positivos y negativos durante cortos intervalos de tiempo. En este sentido, es evidente el uso del proceso GARCH para modelar la volatilidad presente en la serie de rendimientos de la mezcla de exportación.

**Gráfica 4.1 Rendimientos de la mezcla mexicana de exportación y Gráfico Q-Q.**



Es importante mencionar que para capturar la correlación serial y heterocedasticidad observada en los residuales estandarizados simples y cuadrados, al principio se aplicó un proceso AR(1) para remover la autocorrelación serial de la media condicional. Sin embargo, el valor- $p$  no es significativo, de manera que el término autorregresivo es prescindible, es decir, que la especificación de un modelo AR(1)-GARCH no es necesaria. Por lo que se continua con la estimación del proceso GARCH(1,1), para obtener tanto la volatilidad condicional como los residuales estandarizados independientes e idénticamente distribuidos de los rendimientos de la mezcla mexicana mismos que son necesarios para estimar el riesgo fuera de la muestra.

Los resultados de los parámetros del modelo GARCH(1,1)<sup>18</sup> se muestran en el Cuadro 4.2, estos son estadísticamente significativos a un nivel de 1%, con la excepción del coeficiente constante de la ecuación de la media condicional. Cabe destacar que el valor de los coeficientes  $\alpha + \beta$  es igual a 1.0009, mayor a 1. Por tanto, existe una raíz unitaria en el proceso de la varianza, que impide que el proceso sea estrictamente estacionario y ergódico. A la vez que indica un alto grado de persistencia en la volatilidad en el largo plazo.

---

<sup>18</sup> En el Anexo 1 se muestra el código para estimar el modelo GARCH (1,1) en el paquete estadístico *S-Plus*.

**Cuadro 4.2. Estimación de los parámetros del modelo GARCH (1,1)**

<b>GARCH (1,1)</b>	
$r_t = \mu_t + \varepsilon_t = \mu_t + \sigma_t z_t$	
$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$	
$\mu$	0.0404**(0.027604)
$\omega$	0.0141*(0.004422)
$\alpha$	0.0579*(0.003796)
$\beta$	0.9430*(0.003815)

Nota: Los parámetros estimados con asterisco \* y\*\* son estadísticamente significativos a un nivel de 1% y 10%. Los errores estándar están entre paréntesis.  
Fuente: Estimaciones propias obtenidas con el software *S-Plus*.

A continuación en el Cuadro 4.3 se indican las estadísticas básicas y diagnóstico de los residuales estandarizados. Se pudo confirmar que el nivel de asimetría (-0.346), curtosis (5.872) persiste en los residuales obtenidos, aunque en menor medida. Además, presentan media negativa (-0.0134) esto significa que existe una mayor presencia de residuales negativos o en su caso menor al promedio. Sin embargo, el diagnóstico a través de la prueba Ljung-Box con 6 y 18 rezagos señala que la ecuación de la media condicional en el modelo GARCH (1,1) es apropiada para explicar el comportamiento de los rendimientos de los precios de la mezcla. Como consecuencia de los valores-*p* que rechazan la presencia de correlación serial en los residuales estandarizados simples a cualquier nivel de significancia.

**Cuadro 4.3 Estadísticas básicas de los residuales estandarizados.**

<b>Media</b>	<b>Máx.</b>	<b>Mín.</b>	<b>Desv.Est</b>	<b>Sesgo</b>	<b>Curtosis</b>	<b>Q(6)</b>	<b>Q(18)</b>	<b>Q<sup>2</sup>(6)</b>	<b>Q<sup>2</sup>(18)</b>
-0.0134	5.103	-6.584	0.9992	-0.3456	5.872	9.0439 (0.1711)	20.3454 (0.3137)	4.3781 (0.6257)	9.1301 (0.9567)

Nota: Q(6), Q(18), Q<sup>2</sup>(6) y Q<sup>2</sup>(18) denotan las pruebas de Ljung-Box para los residuales estandarizados simples y cuadrados de orden 6 y 18, respectivamente. Los valores-p son mostrados entre paréntesis.  
Fuente: Estimaciones propias obtenidas con el software *S-Plus*.

En el caso de los residuales estandarizados cuadrados los altos valores-*p* de la prueba de Ljung-Box sustentan la capacidad del modelo para corregir la correlación serial en la ecuación de la varianza condicional de los rendimientos del petróleo mexicano. Por lo

tanto se acepta la hipótesis nula de no autocorrelación y se determina que los residuales son independientes e idénticamente distribuidos. En base a ello se emplean para realizar la estimación del riesgo dentro y fuera de la muestra por la metodología de simulación histórica filtrada, cuyos resultados se muestran a continuación.

#### 4.2. Estimación del VaR dentro de la muestra

Como se mencionó anteriormente la estimación del VaR dentro de la muestra se realiza utilizando los rendimientos diarios de la mezcla mexicana para el periodo del 2 de enero del 2000 al 31 de diciembre de 2014. El modelo Garch (1,1) se calcula a través del paquete estadístico *S-Plus* del que se obtienen los residuales estandarizados, la desviación estándar y la media de la muestra. Dichas estimaciones serán necesarias para calcular el VaR a través de la metodología de simulación histórica filtrada.

Sea  $z^* = [z_1^*, \dots, z_t^*]$  los residuales estandarizados y  $P_n$  el último precio de cierre diario con  $n = 3885$ .

- 1) Se estima una nueva serie de precios  $P_k^*$ , a partir de los residuales estandarizados los cuales cumplen con la propiedad de ser i.i.d, es decir,

$$P_k^* = \begin{bmatrix} P_n * e^{z_1^*/100} \\ P_n * e^{z_2^*/100} \\ \vdots \\ P_n * e^{z_t^*/100} \end{bmatrix}$$

- 2) Se calcula un nuevo vector de rendimientos con los precios estimados  $P_k^*$  y el último precio de cierre  $P_n$ .

$$R^* = \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{P_1^*}{P_n}\right) \\ \ln\left(\frac{P_2^*}{P_n}\right) \\ \vdots \\ \ln\left(\frac{P_t^*}{P_n}\right) \end{bmatrix}$$

- 3) A partir del vector anterior se estima el vector de pérdidas y ganancias, multiplicando cada uno de los rendimientos estimados por el valor de la posición inicial.

$$P\&G = [R^*] * W$$

donde  $W$  es el valor de la posición inicial que en este caso es de 1000 barriles de petróleo crudo.

- 4) Se ordena el vector de  $P\&G$  de forma ascendente y descendente para obtener el VaR tanto de la posición larga como corta con respecto a cada percentil. En la presente tesis el percentil de cada nivel de confianza requerido se indica en la siguiente tabla:

**Cuadro 4.4 Niveles de confianza.**

Nivel de confianza	Percentil
	Posición corta/larga
95%	194
97.5%	97
99%	39
99.9%	4

Fuente: Elaboración propia.

5) Finalmente, la volatilidad del día 31/Dic/2014 estimada por el modelo GARCH (1,1) se emplea para calcular el VaR de la posición corta y larga por la metodología de simulación histórica filtrada descrita anteriormente, y cuyos resultados se observan en el siguiente Cuadro 4.5.

**Cuadro 4.5 Resultados del VaR dentro de la muestra**

Modelo NC		Posición Corta		Posición Larga	
		SH	SHF	SH	SHF
<b>95%</b>		1,700.20	1,878.86	-1,650.98	-1,832.27
<b>97.5%</b>		2,128.12	2,286.89	-2,227.09	-2,349.64
<b>99%</b>		2,926.46	2,780.95	-3,094.64	-3,220.09
<b>99.9%</b>		5,779.94	4,736.88	-5,796.06	-6,722.66

Nota: Los resultados son expresados en dólares estadounidenses.

Fuente: Estimaciones propias.

Como se puede apreciar tanto en la posición corta como larga el VaR por simulación histórica es menor al VaR por simulación histórica filtrada, en la mayoría de los niveles de confianza estimados excepto para el 99% y 99.9% de confianza en la posición corta. Por ejemplo, para el nivel de confianza del 95% la máxima pérdida esperada para la posición corta es de 1,700.2 por simulación histórica y de 1,878.86 por el modelo implementado. A diferencia de un 99.9% de confianza la pérdida es de 5,779.94 por el modelo de simulación tradicional y de 4,736.88 para el otro, como se nota el VaR se reduce casi en un 18%.

Con respecto a la máxima pérdida esperada para la posición larga, el valor obtenido por simulación histórica es en todos los niveles de confianza mayor a la simulación filtrada, marcando una mayor diferencia al 99.9% de confianza con un VaR por simulación histórica de 5,796.06 y 6,722.66 para la filtrada. Debido a que en la posición larga hay más cambios positivos que la simulación histórica filtrada, asimismo, esta sobreestimación del riesgo por parte del modelo de filtración se debe a que la volatilidad estimada (2.554897) para la fecha de valuación no logra capturar los efectos de



asimetría presentes en la serie de rendimientos. Por ende, los consumidores de petróleo presentan una mayor pérdida que los productores.

### 4.3. Estimación del VaR fuera de la muestra

Para medir el riesgo por simulación histórica filtrada fuera de la muestra correspondiente al año 2015, se utilizó el periodo del 4 de enero de 2000 al 31 de diciembre de 2014 para predecir la volatilidad diaria a través del modelo GARCH (1,1), a partir de una ventana móvil que mantiene el tamaño de la muestra al ir removiendo la observación más antigua y agregando la observación más reciente de la serie de rendimientos de la mezcla mexicana del año 2015, hasta obtener la volatilidad y los residuales estandarizados del día 31 de diciembre de dicho año.

En el siguiente Cuadro 4.6 se muestra el promedio de los resultados del VaR para las posiciones corta y larga de ambos modelos.

**Cuadro 4.6 Resultados fuera de la muestra**

Modelo NC	Posición corta		Posición larga	
	SH	SHF	SH	SHF
<b>95%</b>	1,639.08	1,770.76	-1,597.21	-1,726.98
<b>97.5%</b>	2,077.02	2,161.35	-2,115.33	-2,193.85
<b>99%</b>	2,813.40	2,631.54	-3,027.35	-3,047.79
<b>99.9%</b>	5,570.56	4,475.62	-5,585.87	-6,344.29

Fuente: Estimaciones propias.

Como se puede apreciar, el VaR fuera de la muestra es en todos los niveles de confianza menor al VaR estimado dentro de la muestra. Esto porque la predicción de la volatilidad diaria ofrece una estimación más precisa del riesgo. Por otra parte, la pérdida esperada fuera de la muestra por el modelo de simulación histórica filtrada para ambas posiciones es mayor en todos los niveles de confianza, en tanto el modelo histórico

resulta ser menos conservador. A excepción del 99% y 99.9% de confianza la posición corta por simulación histórica sobrestima el riesgo obtenido por el proceso de filtrado.

Por otra parte, en la posición corta con un nivel de confianza del 95% y 99% el VaR estimado por el primer modelo es de 1,639.08 y 5,570.56, mientras que para el segundo es de 1,770.76 y 4,475.62 respectivamente. Para la posición larga el VaR es de 1,597.21 y 5,585.87 por simulación histórica y de 1,726.98 y 6,344.29 en la simulación filtrada, como se observa la pérdida aumenta conforme el nivel de confianza es mayor. En este sentido, cabe mencionar que en ambos modelos quién sufre las mayores pérdidas son los inversionistas que toman una posición larga en el mercado, salvo a un 95% de confianza la posición corta de los modelos es mayor.

En el caso de la simulación histórica filtrada a un nivel del 95% y 99%, la posición corta estima una pérdida de 1,770.76 y 2,631.54 respectivamente, contra 1,726.98 y 3,047.79 de la posición larga. De forma que los montos de pérdidas incrementan conforme el nivel de confianza. Sin embargo, cabe destacar que a un nivel del 99.9% la diferencia es muy significativa, 4,475.62 de la posición corta, contra 6,344.29 de la posición larga.

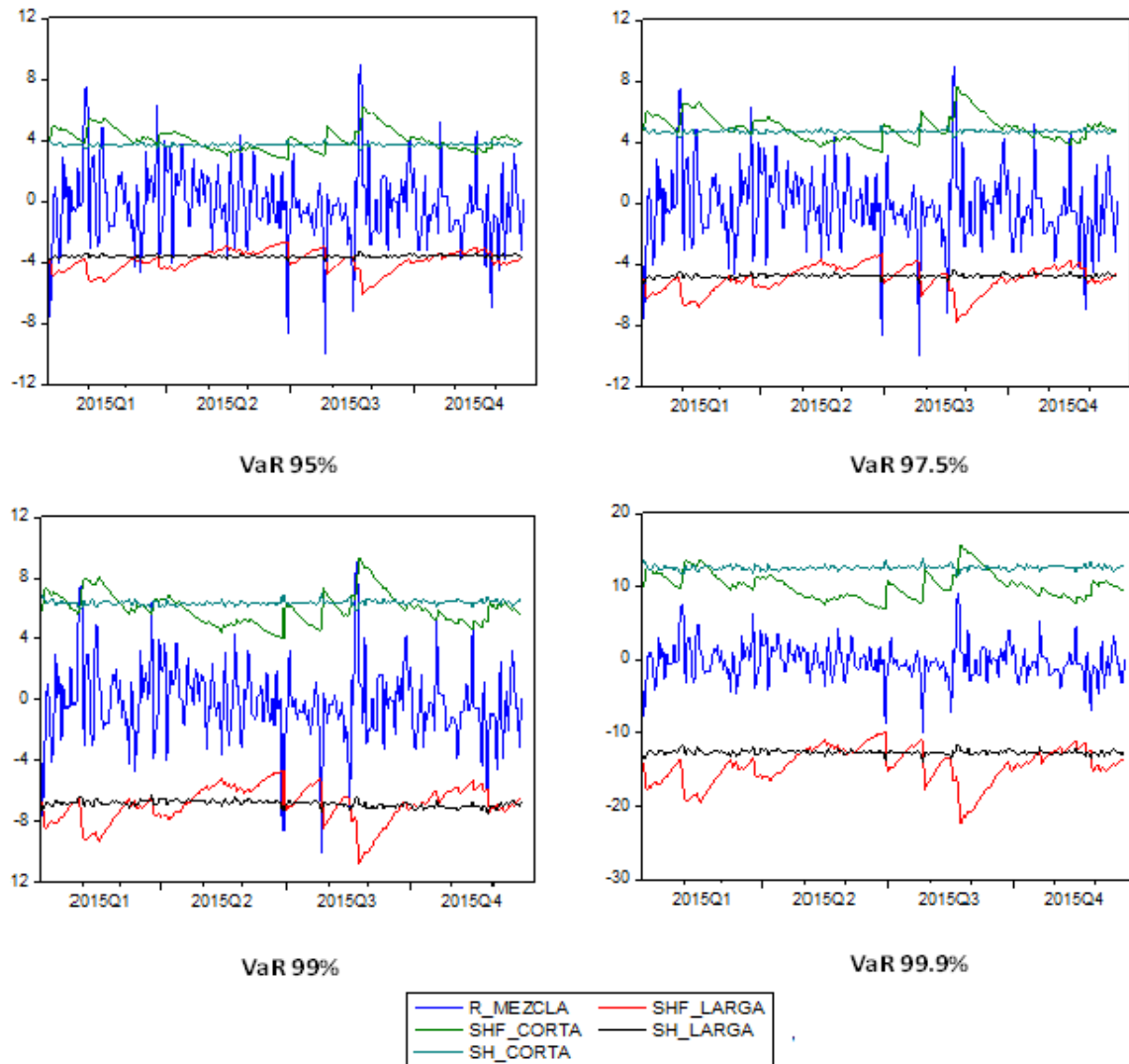
#### **4.4. Análisis del comportamiento dinámico del riesgo de la mezcla mexicana de exportación.**

Por otra parte, la Grafica 4.2 compara el comportamiento entre los rendimientos del petróleo y las estimaciones dinámicas del VaR fuera de la muestra del modelo de simulación histórica y simulación histórica filtrada en el periodo del 2 de enero al 31 de diciembre de 2015. Considerando una posición inicial de 100 dólares para estimar las posiciones larga y corta en los niveles de confianza del 95, 97.5, 99 y 99.9%.

En este sentido, para el nivel de confianza del 95% el VaR estimado por simulación histórica tiene un menor desempeño al presentar un mayor número de fallos en comparación con el modelo de simulación histórica filtrada, entendiendo que un fallo ocurre cuando el rendimiento actual excede el valor del VaR estimado. De tal manera que la simulación histórica presenta 17 fallos en la posición corta contra 10 de la

simulación histórica filtrada y 15 contra 11 en la posición larga, respectivamente. Por lo anterior, se puede asumir que el modelo histórico no captura las condiciones del mercado en su totalidad.

**Gráfica 4.2 Comportamiento dinámico del VaR para la mezcla mexicana de exportación, 2015.**



Para un nivel de confianza del 97.5% el VaR de la posición corta en la simulación histórica excede en un fallo a la simulación filtrada (9 contra 10), mientras que en la posición larga ambos modelos tienen igual número de fallos (6). Cabe destacar que en los meses de julio, agosto y septiembre el grado de persistencia en la volatilidad es

relativamente alto con respecto a meses anteriores. Como resultado de la naturaleza de los choques positivos y en su mayoría negativos en el precio de la mezcla de exportación, ocasionada principalmente por el exceso de oferta en el mercado global de crudo.

En el caso del 99% de confianza, el número de fallos en ambas posiciones es indistinto para los modelos implementados, sin embargo, la simulación filtrada responde más rápido a las condiciones cambiantes del mercado, al capturar eficientemente los vaivenes en los rendimientos del petróleo. A diferencia de la simulación histórica que proporciona valores de VaR casi constantes, sin capturar el comportamiento dinámico del mercado.

Con respecto a un nivel de confianza de 99.9%, ambos modelos proporcionan un VaR confiable para las dos posiciones de mercado al no exceder en ningún periodo de tiempo los rendimientos del año, como se observa en la gráfica anterior. A la vez que se aprecia el buen desempeño del modelo implementado para describir la volatilidad de los rendimientos.

En general, a medida que se incrementa el nivel de confianza la brecha entre ambas posiciones se incrementa. Por lo que en periodos donde la volatilidad aumenta el VaR también crece y viceversa. No obstante, las estimaciones del VaR por simulación histórica filtrada se ajustan a las condiciones dinámicas del mercado en comparación con el VaR estimado por el modelo de simulación histórica tradicional que al no depender del tiempo no captura el fenómeno de la heterocedasticidad.

## Conclusiones

Por un lado, los frecuentes vaivenes en los precios del petróleo se han convertido en un desafío y prioridad de análisis para las autoridades gubernamentales y consumidores industriales en las últimas décadas. Y por otro, el valor en riesgo es una medida que proporciona información cuantitativa del riesgo de mercado a través de sus distintas metodologías. En este sentido, el presente trabajo contribuyó a implementar el modelo de simulación histórica filtrada con innovaciones GARCH para medir el riesgo en los precios de la mezcla mexicana de exportación. La estimación del valor en riesgo se llevó a cabo para la posición de mercado corta y larga.

De esta forma se cumplió con el objetivo primordial de la presente tesis, el cual fue obtener los residuales estandarizados independientes e idénticamente distribuidos y la volatilidad condicional con respecto a la distribución empírica de los datos. Así, no se impone una función de probabilidad particular y los residuales son adecuados para estimar el VaR por simulación histórica de una forma dinámica.

En el análisis dentro de la muestra, el VaR de la mezcla mexicana de exportación obtenido por simulación histórica filtrada resulta ser conservador con respecto al riesgo de la simulación tradicional para ambas posiciones. Esto sin duda, porque los altibajos en los precios de la mezcla durante el periodo 2000-2014 fueron constantes. En consecuencia, la volatilidad calculada se incrementó severamente. Hecho que repercutió indiscutiblemente en la estimación del VaR filtrado, sobreestimando el riesgo. Es importante tener en cuenta que estos resultados solo aplican para el periodo de estudio y pueden variar al considerar una muestra de diferente tamaño.

En términos de la evaluación del comportamiento dinámico del VaR, los resultados empíricos señalan que la implementación del modelo de simulación histórica filtrada para capturar el fenómeno de heterocedasticidad condicional presente en los rendimientos de los precios de la mezcla mexicana de exportación proporciona indudablemente información más completa y real del riesgo al que se encuentran expuestos los participantes en el mercado petrolero. Ya que a diferencia de la

simulación histórica tradicional el modelo propuesto captura las condiciones cambiantes del mercado sin permanecer en ningún momento constante.

Por lo tanto, esta metodología representa una herramienta eficiente para el gobierno y productores de crudo, como es el caso de Pemex, que requiere diseñar estrategias de cobertura óptima ante cambios inesperados en los mercados internacionales que afecten la tendencia positiva del petróleo mexicano. Además de contribuir a la toma de decisiones en cuestiones de política monetaria y fiscal e inversiones en productos derivados energéticos con el fin de reducir la exposición y mejorar la administración de riesgos en el mercado petrolero.

Sin embargo, una limitación importante del modelo GARCH es que la varianza condicionada depende del cuadrado de los errores, por ende, responde de la misma manera a los residuales positivos que a los negativos, esta característica contradice el comportamiento observado en las series financieras. Por lo tanto, esto da pauta a futuras investigaciones que involucren la aplicación de variantes del modelo GARCH, como lo es el modelo EGARCH el cual logra capturar los efectos asimétricos de la volatilidad presente en los rendimientos de las series financieras, es decir, el efecto de apalancamiento.

## Anexos

### Anexo 1. *S-Plus* - Código Modelo GARCH (1,1).

```
datos=scan("F:\\MezclaMexicana\\Datos\\D3014.txt")  
  
(MG<-garch(datos~1, ~garch(1,1), trace=F))$predict  
  
Res.Est<-residuals(MG, standardize=T)  
  
write(Res.Est,"F:\\MezclaMexicana\\ResidualesGARCH\\ResidD3014.xls", ncol=1)
```

## Bibliografía

Abad, P., Benito, S. y López, C., (2013). A comprehensive review of Value at Risk methodologies. *The Spanish Review of Financial Economics*, p. 18.

Aguirre, B. M., (2005). Exportaciones de petróleo crudo 1974 - 2015. Disponible en <http://www.mexicomaxico.org/Voto/PetroCrudo.htm>

Alonso, J. C. y Chaves, J. M., (2013). Valor en riesgo: evaluación del desempeño de diferentes metodologías para 5 países latinoamericanos. *Estudios Gerenciales*, vol. 29, pp. 37-48.

Aloui, C. y Mabrouk, S., (2010). Value at risk estimations of energy commodities via long memory, asymmetry and fat tailed GARCH models. *Energy Policy*, vol. 38, pp. 2326-2339.

Angelidis, T. y Degiannakis, S., (2005). Modeling risk for long a short trading positions. *The Journal of Risk Finance*, 6(3), pp. 226-238.

Boletín Estadístico Anual de la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEC) (2014). Disponible en [www.opec.org](http://www.opec.org).

Estadísticas Petróleo (2014). Disponible en <http://www.industriapetroleramexicana.com/tag/petroleos-mexicanos/>

Agencia Internacional de Energía (2015) Disponible en <http://www.iea.org/>

El Banco de Pagos Internacionales (2015). Disponible en <http://www.bis.org/>

Argáez Sosa, J. (2014). Un paseo por el modelo GARCH y sus variantes. *Abstraction & Application*, vol. 10, pp. 35-50.

Barone Adesi, G. y Giannopoulos, K., (2001). Non-parametric VaR techniques: myths and realities. *Economic Notes*, 30(2), pp. 167-181.

Barone Adesi, G., Bourgoin, F. y Giannopoulos, K., (1997). A probabilistic approach to worst case scenarios. Disponible en <http://www.smartquant.com/references/VaR/var59.pdf>



Barone Adesi, G., Giannopoulos, K. y Vosper, L., (1997). VaR without correlations for nonlinear portfolios. *Journal of Futures Markets*. Disponible en [http://filteredhistoricalsimulation.com/downloads/paws\\_feb98.pdf](http://filteredhistoricalsimulation.com/downloads/paws_feb98.pdf).

Barone Adesi, G., Giannopoulos, K. y Vosper, L., (1999). VaR without correlations for portfolios of derivative securities. *Journal of Futures Markets*, vol. 19, pp. 583-602.

Barone Adesi, G., Giannopoulos, K., y Vosper, L. (2000). Filtering historical simulation. Backtest analysis. Disponible en <http://filteredhistoricalsimulation.com/downloads/var28.pdf>.

Barrañón, A., (2008). La crisis mexicana del petróleo en el escenario de precios altos del petróleo. *Redalyc*, 13(65), p. 16.

Bollerslev, T., (1986). Generalized Autoregressive Conditional. *Journal of Econometrics*, vol. 31, pp. 307-327.

Cabedo Semper, J. D. y Moya Clemente, I., (2003). Estimating oil price "Value at Risk" using the historical simulation approach. *Energy Economics*, vol. 25, pp. 239-253.

Centro de Estudios de las Finanzas Públicas (2006). Disponible en <http://www.cefp.gob.mx/>

Cheng Hung, J., Chih Lee, M. y Chun Liu, H., (2008). Estimation of value at risk for energy commodities via fat tailed GARCH models. *Energy Economics*, vol. 30, pp. 1173-1191.

Colmenares, F., (2008). Petróleo y crecimiento económico en México 1938-2006. *Economíaunam*, 5(15), p. 13.

Coronado Ramírez, S., Arreola Gaticia, L. y Ramírez Grajeda, M., (2012). La dependencia no lineal en el Precio del Petróleo Comportamiento. *Diario de Matemáticas y Ciencias del Sistema*, vol. 2, pp. 110-118.

Cruz Serrano, N., (2014, 5 de noviembre). En picada, producción de petróleo en México. *El Universal*.

Dávila Pérez, J., Núñez Mora, J. A. y Ruiz Porras, A., (2006). Volatilidad del precio de la mezcla mexicana de exportación. *Economía: Teoría y práctica*, vol. 25, pp. 37-52.

De Jesús, R. (2008). Riesgo y volatilidad en los mercados accionarios emergentes: medición del VaR y CvaR aplicando la teoría de valor extremo. Tesis de doctorado. México, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de México.

De Jesús, R. y Carvajal, L., (2013). Modelación y predicción de la volatilidad con innovaciones de colas pesadas distribuidas: evidencia empírica para los petróleos Maya y Mezcla Mexicana de Exportación. *Paradigma económico*, 5(1), pp. 67-105.

De Jesús, R., Vergara, R. y Díaz, M. Á., (2013). ¿Los modelos GARCH pueden predecir exactamente la volatilidad condicional de los rendimientos de los precios del petróleo de la mezcla mexicana de exportación? *Paradigma Económico*, p. 40.

De Jesús, R., Vergara, R. y Díaz, M. Á., (2015). Predicción de la volatilidad en el mercado del petróleo mexicano ante la presencia de efectos asimétricos. *Cuadernos de Economía*, 65(34), pp. 299-326.

De Lara Haro, A., (2011). *Medición y control de riesgos financieros* (3ra ed). México: Limusa.

Dowd, K., (2002). *Measuring market risk*. Inglaterra: John Wiley & Sons.

Engle, R., (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, pp. 987-1007.

Escanciano, J. C., (2012). Pitfalls in backtesting historical simulation VaR models. *Journal of Banking & Finance*, pp. 2232-2244.

Fernández, H., (2009). Egarch: un modelo asimétrico para estimar la volatilidad de series financieras. *Revista Ingenierías Universidad de Medellin*, pp. 49-60.

García Centeno, M., (2015). *Econometría Financiera*, México: Expansión.

González, L. M., (2015, 21 de agosto). ¿Para qué sirven las coberturas petroleras? *El Economista*.

Hammoudeh, S., Malik, F. y McAleer, M., (2011). Risk management of precious metals. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, vol. 51, pp. 435-441.

Heath, J., (2012). *Lo que indican los indicadores: cómo utilizar la información estadística para entender la realidad económica de México*. (1era ed.). México: INEGI.

- Huerta González, A., (2008). La reforma energética: entorno macroeconómico y renta petrolera. *Economíaunam*, 5(15), pp. 38-52.
- Hung, C. L., Ming, C. L. y Ching, M. C., (2009). The role of SGT distribution in Value at Risk estimation: evidence from the WTI crude oil market. *Investment Management and Financial Innovations*, 6(1), pp. 86-95.
- Jiménez Rodríguez, R. y Sánchez, M., (2003). Oil price shocks and real GDP growth empirical evidence for some OECD countries. *Energy Information Administration*, pp. 1-45.
- Jorion, P., (2010). *Valor en riesgo: El nuevo paradigma para el control de riesgos con derivados*. México: Limusa.
- Kang, S., Kang, S. y Yoon, S., (2009). Forecasting volatility of crude oil markets. *Energy Economics*, vol. 31, pp. 119-125.
- Kuman Narayan, P. y Narayan, S., (2007). Modelling oil price volatility. *Energy Policy*, vol. 35, p. 5.
- Lorenzo Valdés, A., Durán Vázquez, R. y Armenta Fraire, L., (2012). Conditional correlation between oil and stock market returns: the case of Mexico. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*, 7(1), pp. 49-63.
- Marzo, M. y Zagaglia, P., (2010). Volatility forecasting for crude oil futures. *Applied Economics Letters*, vol. 17, pp. 1587-1599.
- Marzo Carpio, M., (2015). El desplome de 2014-2015 de los precios del crudo: causas y previsiones a corto plazo, España: FUNSEAM.
- Melo, L. y Granados, J. C., (2011). Regulación y valor en riesgo. *Edición especial riesgos en la industria bancaria*, pp. 110-177.
- Meyer, G. y Webber, J., (2015, 21 de agosto). Mercado del petróleo especula sobre coberturas. *El Financiero*.
- Morana, C., (2001). A semiparametric approach to short-term oil price. *Energy Economics*, vol. 23, pp. 325-338.

- Navarrete, J. E., (2008). Trayectoria de la iniciativa oficial de reforma petrolera: un collage. *Economíaunam*, 5(15), p. 22.
- Nelson, D. B., (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometría*, vol. 59, pp. 347-370.
- Nikolai Almli, E. y Torstein, R., (2011). Risk Modelling in Energy Markets: A Value at Risk and Expected Shortfall Approach. *Norwegian University of Science and Technology*, pp. 1-94.
- Ospina, F., (2009). Aplicación de los modelos Garch a la estimación del VaR de acciones colombianas. *Revista Soluciones de Postgrado EIA*, pp. 11-24.
- Parra Iglesias, E., (2003). *Petróleo y gas natural: industria, mercados y precios (1era ed.)*. España: AKAL.
- Pindyck, R. S., (2004). Volatility in natural gas and oil markets. *The Journal of Energy and Development*, 30(1), pp. 1-19.
- Pritsker, M.,(2006). The hidden dangers of historical simulation. *Journal of Banking and Finance*, 30(2), pp. 561-582.
- Prospectiva de petróleo y petrolíferos (2014). Disponible en [http://sener.gob.mx/res/PE\\_y\\_DT/pub/2013/Prospectiva\\_de\\_Petroleo\\_y\\_Petroliferos\\_2013-2027.pdf](http://sener.gob.mx/res/PE_y_DT/pub/2013/Prospectiva_de_Petroleo_y_Petroliferos_2013-2027.pdf)
- Pulitano, G. y Borgucci, E., (2010). Precio spot y precio futuro de los marcadores Brent y WTI: comportamiento y determinantes (1998-2008). *Economía*, 35(29), pp. 173-208.
- Romero, R., (2005). Medidas de Riesgo Financiero. *Economía y Administración*, pp. 57-63.
- Sadeghi, M. y Shavvalpour, S., (2006). Energy risk management and value at risk modeling. *Energy Policy*, p. 3367–3373.
- Sadorsky, P., (2006). Modeling and forecasting petroleum futures volatility. *Energy Economics*, vol. 28, p. 467–488.
- Santiago, J., (2015, 19 de agosto). Complicado panorama para industria del petróleo. *El Economista*.

Secretaría de energía. Disponible en <http://www.gob.mx/sener>

Secretaría de Hacienda y Crédito Público. Disponible en <http://www.gob.mx/hacienda>

Servicio Geológico Mexicano (2010). Disponible en <http://portalweb.sgm.gob.mx/economia/es/energeticos/>

Tsay, R. S., (2005). *Analysis of Financial Time Series*. Ney Jersey: Wiley-Interscience.

Indicadores Petroleros: informe mensual sobre producción, (2009). Subdirección de Planeación Económica, 21(12), p. 29.

Velásquez Henao, J. D., Olaya Morales, Y. y Franco Cardona, C. J., (2009). Evidencias de cambios estructurales en el precio promedio mensual del petróleo del West Texas Intermediate (WTI). *Cuadernos de Administración*, 22(38), pp. 247-266.

Villalba Padilla, F. I. y Flores Ortega, M., (2014). Análisis de la volatilidad del índice principal del mercado bursátil mexicano, del índice de riesgo país, de la mezcla mexicana de exportación mediante un modelo GARCH trivariado asimétrico. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, vol. 17, pp. 3-22.

Yapur Riera, M., Molina Arteaga, M. y Gando Cañarte, P., s.f. El Valor en Riesgo aplicado a fondos de inversión. Disponible en <https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/1011/1/1938.pdf>

<http://filteredhistoricalsimulation.com/index.html>

<http://www.preciopetroleo.net/>