



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MÉXICO**



FACULTAD DE ECONOMÍA

**“SUAVIZACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN EMPÍRICA DE LOS
RENDIMIENTOS DE LA MEZCLA DE PETRÓLEO MEXICANA
PARA LA MEDICIÓN DEL VALOR EN RIESGO: EVIDENCIA
DEL ESTIMADOR KERNEL NORMAL”**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN ACTUARÍA

PRESENTA:

ALBERTO CASAS GARCÍA

ASESOR:

DR. EN I. RAÚL DE JESÚS GUTIÉRREZ

REVISORES:

**M. EN M.A. VERÓNICA ÁNGELES MORALES
D.R. EN C.S. OSCAR MANUEL RODRÍGUEZ PICHARDO**

TOLUCA, ESTADO DE MÉXICO

MAYO 2017

Contenido	
Introducción	4
Capítulo 1. Antecedentes del Mercado Petrolero	7
1.1 Tipos de petróleo.....	8
1.1.1 Tipos de petróleo según su densidad.....	9
1.1.2 Tipos de petróleo según su contenido de azufre.....	10
1.1.3 Petróleos de referencia.....	10
1.1.4 Composición de la mezcla de petróleo mexicana.....	12
1.2 Mercado internacional.....	13
1.2.1 Consumo y producción mundial de petróleo.....	13
1.2.2 Exportaciones e importaciones de petróleo.....	17
1.2.3 Reservas internacionales de petróleo.....	19
1.3 Mercado nacional.....	20
1.3.1 Consumo y producción.....	20
1.3.2 Exportaciones e importaciones.....	22
1.3.3 Reservas nacionales de petróleo.....	24
1.4 Desempeño de la mezcla de petróleo mexicana.....	25
Capítulo 2. Marco Teórico: Métodos para la Estimación del Valor en Riesgo (VaR)	28
2.1 Importancia de la Administración de Riesgos.....	28
2.2 Valor en Riesgo.....	29
2.2.1 Definición de Valor en Riesgo.....	30
2.2.2 Componentes del VaR.....	31
2.2.3 Características del VaR.....	32
2.3 Metodologías para el Cálculo del VaR.....	33
2.3.1 Métodos Paramétricos.....	33
2.3.2 Métodos no Paramétricos.....	42
Capítulo 3 Metodología: Aproximación de la Distribución Empírica de los Rendimientos	48
3.1 Estimadores Kernel.....	50
3.1.1 Propiedades de las Funciones Kernel.....	51
3.1.2 Kernel Uniforme.....	53
3.1.3 Kernel Triangular.....	54
3.1.4 Kernel Normal.....	55
3.1.5 Kernel de Epanechnikov.....	56
3.1.6 Kernel Biweight.....	56

3.1.7 Otras Funciones Kernel.....	57
3.1.8 Criterios para la selección de un estimador Kernel	58
3.1.9 Error Cuadrático Medio	59
3.2 Selección del ancho de ventana	59
3.2.1 Suavizado Óptimo	60
3.2.2 Regla de Silverman basada en distribuciones paramétricas	61
3.2.3 Suavizado Óptimo Normal	62
3.2.4 Validación Cruzada	63
3.2.5 Plug-in Bandwidths.....	64
3.2.6 Ancho de ventana sobre suavizado	65
3.3 Estimación del VaR por Simulación Histórica con estimadores Kernel.....	65
Capítulo 4. Valor en Riesgo: Evidencia del Estimador Kernel Normal.	69
4.1 Análisis y descripción de los datos.	69
4.1.1 Rendimientos de la Mezcla Mexicana de Petróleo.....	72
4.1.2 Estadísticas Básicas de los Rendimientos del Petróleo Mexicano.....	74
4.3 Resultados y Evidencia Empírica.	77
Conclusiones.....	85
Bibliografía.....	88
Anexos.....	91

Introducción

A partir del siglo XIX, el petróleo se ha convertido en la energía primaria más importante del mundo, este recurso juega un papel muy importante en la economía actual de los principales importadores y exportadores¹, tanto que se ha convertido en el recurso energético por excelencia desde el término de la segunda guerra mundial. Actualmente una gran mayoría de las actividades económicas se sustentan en el crudo como fuente energética, principalmente en las economías emergentes, que han desarrollado una alta dependencia sobre este recurso. Además la importancia del petróleo es tan alta que se ha convertido en uno de los commodities más importantes en los principales mercados financieros, puesto que diversas instituciones financieras han optado por incrementar su participación en el ramo de los productos derivados. Sin embargo a pesar de esto, se trata de un recurso no renovable, cuyas reservas se ven disminuidas con el paso del tiempo y la dependencia que han desarrollado diversos países sobre el crudo² provoca que los efectos en sus precios sean devastadores para los principales participantes del mercado energético.

Anteriormente, los precios del petróleo han presentado un comportamiento altamente volátil ocasionado por diversas causas, por ejemplo, la liberación del petróleo en Medio Oriente, conflictos políticos³, conflictos bélicos como la guerra del golfo pérsico y la invasión de Kuwait, excesos de oferta por parte de los productores de petróleo, o principalmente por los fuertes desequilibrios entre la oferta y demanda que generan un alto grado de incertidumbre en los mercados internacionales. Además, las expectativas que se generan en el mercado energético provocan que los precios del crudo presenten un comportamiento dinámico que dificulta predecir su comportamiento con exactitud.

La volatilidad en los precios del petróleo afecta a todos los niveles de la economía, desde decisiones de regulación de mercado por parte del gobierno, ingreso de las empresas y hasta la renta individual de los pequeños consumidores que afecta directamente a la

¹ Rusia uno de los mayores exportadores a nivel mundial, que depende en un 70% de la producción de petróleo y gas.

² En México las finanzas públicas dependen de los ingresos petroleros en más de un 35% (2015), lo que reduce capacidad inversión en la economía nacional.

³ En 2015 Rusia mantuvo un conflicto con Ucrania, lo que le costó aproximadamente \$40, 000,000 USD.

demanda. A pesar de esto el mercado de los commodities es atractivo por los altos rendimientos que pueden realizarse, por ello es importante generar estrategias para tomar medidas de prevención y evitar pérdidas potenciales.

En el entorno financiero es muy importante emplear herramientas que nos permitan identificar, medir y mitigar el riesgo al que un agente económico se encuentra expuesto, sobre todo cuando se puede incurrir en una gran pérdida. Una herramienta que ha resultado muy útil es la administración de riesgos, ya que además de ayudarnos a medir y controlar el riesgo es sumamente útil en el proceso de toma de decisiones, asignación eficiente de capital y estimación del riesgo. En el contexto de la administración de riesgos se han desarrollado diferentes modelos sumamente útiles como el modelo de Duración Macaulay (1938), el CAPM (Sharpe, 1964) y recientemente el Valor en Riesgo (VaR por sus siglas en inglés) introducido por J.P. Morgan en 1994 que describiremos a detalle en capítulos posteriores.

El VaR fue adoptado rápidamente por el resto de las firmas financieras de Wall Street gracias a su fácil implementación. Pero su vasta aplicación ha permitido que incursione en el ramo de las materias primas principalmente con el petróleo o inclusive con metales como el oro. Derivado de los diversos factores que afectan una inversión ya sean de carácter social, económico, político o financiero, el comité de Basilea consideró que era necesaria la implementación del VaR por las instituciones financieras con una periodicidad determinada lo que ha generado una vasta literatura sobre el cálculo del VaR.

Además, la medida VaR ha ganado gran popularidad y ha sido objeto de diversos estudios⁴, sobre todo por su vasta aplicación. De acuerdo a los supuestos y fundamentos del modelo podemos encontrar dos enfoques dentro del cálculo del VaR. El enfoque paramétrico donde se asume que los rendimientos de un portafolio o instrumento siguen una distribución en particular, y el enfoque no paramétrico donde se utiliza la información histórica para construir la distribución empírica de los rendimientos.

⁴ Cheng y Hung (2011), Wang y Dash Wu (2010), De Jesús y Ortiz (2013), Andriosopoulos y Nomikos (2013), Rossignolo y Duygun (2010), etc.

Derivado del alto riesgo en el mercado petrolero y los diferentes factores que afectan la volatilidad de los precios del crudo, la presente investigación pretende aportar y complementar con resultados adecuados la literatura actual y así integrar la información del riesgo presente y futuro al que están expuestos los participantes del mercado, con el objetivo de diversificar dicho riesgo y generar una estrategia para inversionistas individuales e institucionales. Aplicaremos la medida VaR a los rendimientos de los precios de la mezcla mexicana de petróleo en un enfoque no paramétrico utilizando para su cálculo el método de Simulación Histórica, con un periodo de 15 años comprendido del 2000 al 2015. Posteriormente, emplearemos un estimador kernel Gaussiano para suavizar la distribución empírica de los rendimientos y relajar las desventajas que tiene el método de Simulación Histórica por ejemplo una distribución muy densa en el interior.

Este trabajo se divide en 4 capítulos: En el capítulo 1, analizaremos los factores que afectan a los precios del petróleo en el corto y en el largo plazo, expondremos los componentes de la mezcla mexicana de petróleo y citaremos las características de los diferentes tipos de petróleo. Además haremos un análisis de la producción, consumo, reservas, exportación e importación de petróleo en México y de manera internacional. En el capítulo 2, detallaremos las diferentes metodologías para el cálculo del VaR desde su definición, supuestos, fundamentos y hasta ventajas y desventajas de cada modelo. Analizaremos los dos enfoques, el paramétrico donde destacan el método delta-normal, RiskMetrics y los modelos GARCH, y el enfoque no paramétrico donde destaca el método de simulación histórica, simulación Montecarlo y simulación histórica filtrada. Posteriormente, en el capítulo 3, citaremos las características de los estimadores kernel, su aplicación con el método de simulación histórica y la elección óptima del ancho de ventana. Y finalmente, en el capítulo 4 presentaremos un breve análisis de los datos y estadísticas básicas, resultados y conclusiones.

Capítulo 1. Antecedentes del Mercado Petrolero.

El petróleo es una materia orgánica constituida por una mezcla de hidrógeno y carbono, con un contenido menor de otros elementos como níquel, cromo, nitrógeno y azufre. En su estado natural no tiene muchas aplicaciones debido a que tarda mucho en hacer combustión y necesitaría de altas temperaturas para hacerlo, por ello es necesario procesarlo para obtener otros productos. La distribución de sus componentes determina su eficacia para refinar diferentes derivados que en su mayoría son para generar energía, por ejemplo, gasolina, gas, queroseno, diésel y turbosina. En el sector industrial se usa para procesar lubricantes para máquinas, hules, detergentes, medicinas, plásticos, pinturas, fertilizantes, insecticidas y asfalto.

Actualmente, el petróleo desempeña un factor importante para el buen funcionamiento de la economía mundial y se ha convertido en la energía primaria más importante del mundo. Debido a su gran necesidad los principales productores han optado por aumentar el suministro para maximizar su beneficio, pero el comportamiento dinámico de los precios del hidrocarburo ha hecho que esta tarea sea más difícil. A largo plazo los precios del petróleo se fijan de acuerdo a los niveles de oferta y demanda, entre más se demanda, el precio aumenta y entre mayor sea el nivel de oferta el precio disminuye. Por otro lado, los precios a corto plazo son sumamente sensibles a conflictos geopolíticos, crisis financieras, condiciones naturales y especulaciones del mercado por parte de los agentes económicos, que en ocasiones dada la aversión al riesgo repercuten antes de que las perspectivas se vuelvan realidad generando un alto grado de incertidumbre.

Los estudios económicos sobre la determinación de los precios del crudo, permiten dejar de considerarlo como una mercancía cualquiera y comenzar a considerar su peculiaridad de commodity especial (Pulitano & Borgucci, 2010). El mercado de los commodities representa para los inversionistas individuales e institucionales una oportunidad de diversificar su portafolio con mayores rendimientos, pero asumiendo un alto riesgo. En el caso del petróleo se asume un riesgo aún mayor gracias a la volatilidad de sus cotizaciones. Debido a ello los inversionistas están expuestos tanto en una posición larga que representa un deseo de compra, como en una corta que conlleva un deseo de mayor

liquidez. Por ejemplo, cuando los precios del petróleo se derrumbaron en 2008 debido a la crisis hipotecaria en Estados Unidos, los agentes económicos se vieron afectados sin importar la posición que tuvieran, ya que la inversión de aquellos que compraron perdió valor rápidamente y los que pretendían vender se encontraron con precios y demanda bajos.

Lo anterior es evidencia de que la volatilidad en los precios del petróleo afecta a todos los sectores del mercado y niveles de la economía mundial. Repercutiendo directamente en el consumo, frenando el ciclo económico y obligando al estado y a los productores a reactivarlo. Es por ello que para realizar un análisis, primero es necesario conocer los factores que intervienen en la fijación de los precios y el riesgo que la volatilidad representa para consumidores, productores y agentes económicos.

1.1 Tipos de petróleo

Otro factor que influye en la fijación de los precios del crudo es su calidad. Debido a la distribución de sus compuestos, el petróleo tiene diferentes grados de rendimiento y costos de refinación. Los precios altos estarán ligados a petróleos de alta calidad y bajo costo de refinación, y los petróleos baratos serán aquellos cuyo rendimiento es bajo y su costo de refinación es elevado por lo que no se utilizan para procesar combustibles. Además la oferta y demanda de los derivados que se pueden conseguir de los diferentes tipos de petróleo, también generan alta volatilidad en los precios de la materia prima.

Existen diferentes clasificaciones para el crudo, primero explicaremos como se clasifican según su densidad, que se relaciona con los costos de refinamiento, determinando cuál es mejor para procesar los diferentes derivados. Después citaremos los tipos de petróleo según su contenido de azufre que de igual forma distinguen calidad entre los petróleos del mercado y los costos de desulfuración. Posteriormente se dará una breve explicación sobre los petróleos que se usan como referencia en los mercados internacionales, que debido a su calidad superior, los demás petróleos cotizan como una prima de descuento hacia ellos. Por último, se explicará la composición de la mezcla de petróleo mexicana y algunas características de los principales petróleos nacionales.

1.1.1 Tipos de petróleo según su densidad

Los compuestos que constituyen el petróleo se clasifican de acuerdo a la temperatura a la que alcanzan su punto de ebullición, evaporándose primero los de estructura química sencilla y bajo peso molecular denominados compuestos ligeros. Los compuestos pesados así como su nombre lo indica tienen pesos moleculares mayores y conforme aumenta la temperatura al calentar el petróleo van incorporándose al vapor⁵. Los petróleos con una densidad mayor de compuestos ligeros son los más valiosos. A partir de ellos se consigue un número elevado de productos con precios superiores a los que se consiguen con petróleos pesados como la gasolina. Por ello, la presencia de compuestos metálicos disminuye el precio del petróleo.

De acuerdo a la industria mundial de hidrocarburos líquidos, el petróleo se clasifica acorde a su densidad medida en grados, con el parámetro internacional del Instituto Americano del Petróleo (API). Una graduación alta se traduce en alta calidad que es característica de los petróleos ligeros. Y caso contrario, con bajas graduaciones que tienen los crudos pesados. En la tabla 1.1 se muestran los intervalos para clasificar los petróleos por su densidad.

Tabla 1.1 Clasificación del petróleo crudo según su densidad

<i>Aceite Crudo</i>	<i>Densidad (g/cm³)</i>	<i>Densidad Grados API</i>
<i>Extrapesado</i>	>1.0	<10.0
<i>Pesado</i>	1.0-0.92	10.0-22.3
<i>Mediano</i>	0.92-0.87	22.3-31.1
<i>Ligero</i>	0.87-0.83	31.1-39
<i>Superligero</i>	<0.83	>39

Fuente: Elaboración propia con datos del IMP, Julio 2016

⁵ Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) Julio 2016.

1.1.2 Tipos de petróleo según su contenido de azufre

El crudo también se clasifica en referencia a su contenido de azufre. Los petróleos con bajo contenido de este elemento tienen costos de desulfuración menores provocando que sus precios sean elevados en el mercado de materias primas. Caso contrario a los petróleos con alto contenido sulfurado.

Petróleo dulce: Es un petróleo que contiene una proporción de azufre menor al 0.5%, considerado como un petróleo de alta calidad y comúnmente utilizado para procesar gasolina.

Petróleo medio: Posee una proporción de azufre entre 0.5% y 1.0%.

Petróleo agrio: Cuenta con una proporción de azufre mayor al 1% lo que provoca que tenga un costo de refinamiento mayor. Su uso más común son productos destilados como el diésel.

1.1.3 Petróleos de referencia

El precio del petróleo es de suma importancia en los mercados internacionales ya que en ellos se comercian instrumentos como futuros y opciones de crudo. En estos mercados el precio de los diferentes petróleos mundiales está referenciado a un grupo de crudos de alta calidad conocidos como petróleos de referencia. Los más importantes son el petróleo Brent usado en el mercado europeo, el *West Texas Intermediate* (WTI) que es el crudo de referencia en Norteamérica, el petróleo Dubái usado en Asia oriental y la cesta de la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP) usada principalmente por los países miembros⁶.

Además de ser crudo de referencia en Europa, el Brent también es usado para el 65% de los distintos tipos de petróleo mundial⁷ (principalmente en África y Medio Oriente), los precios de los otros hidrocarburos se expresan como una prima de descuento contra el

⁶ Actualmente los países miembros de la OPEP son: Angola, Arabia Saudita, Argelia, Ecuador, Emiratos Árabes Unidos, Indonesia, Irán, Irak, Kuwait, Libia, Nigeria, Qatar y Venezuela

⁷ <http://www.expansion.com/especiales/petroleo/crudos.html>

Brent. Es ligero y dulce (38.3° API y 0.37% de concentración de azufre) y proviene de una combinación de crudos de 19 campos ubicados en el mar del norte entre el Reino Unido y Noruega. Se utiliza comúnmente para procesar gasolina y destilados intermedios como queroseno y gasóleo. Cotiza en el *International Petroleum Exchange de Londres*.

El petróleo WTI es más dulce y ligero que el Brent con un contenido de azufre de 0.24% y una gravedad de 39.6° API. Es extraído en Texas y Oklahoma y es un crudo de mayor calidad e ideal para procesar gasolina. Aunque esto no lo hace forzosamente más caro ya que como hemos visto el precio de los hidrocarburos es sensible también a otros factores. Cotiza en la *New York Mercantile Exchange (NYMEX)*, mediante contratos de futuros que tienen un nivel superior de contratación y liquidez a comparación de los demás crudos mundiales (Expansión, 2016).

En la región asiática el petróleo de referencia es conocido como Dubái. Es pesado y agrio con una concentración de azufre de 2.04% y 31°API, lo que se resume en un crudo de baja calidad. A pesar de esto es un petróleo que ha ganado importancia en los mercados internacionales gracias a las economías emergentes de la región como China e India. Cotiza en el SIMEX (*Singapore International Monetary Exchange*) que es el mercado de materias primas de Singapur, en el NYMEX y en mercados informales.

Por último la OPEP fija sus decisiones de política petrolera en referencia a una cesta que se compone de trece variedades de crudo⁸. Los petróleos que conforman la cesta son en general de calidad media-baja y el precio se calcula como una media aritmética de estos, por lo que cotiza por debajo del WTI y el Brent. Es importante resaltar que desde la constitución de esta organización en la década de los sesenta, sus decisiones relacionadas con producción y fijación de precios afectan de manera global generando volatilidad en los precios del petróleo a corto plazo.

⁸ Petróleos que componen la cesta de la OPEP: Saharan Blend (Argelia), Minas (Indonesia); Bonny Ligero (Nigeria), Arab Ligero (Arabia Saudí), Girassol (Angola), Oriente (Ecuador), Irán Heavy (Irán), Basra Ligero (Iraq), Kuwait Exportaciones (Kuwait), Es Sider (Libia), Qatar Marina (Qatar), Murban (Emiratos Árabes Unidos) y Merey (Venezuela)

1.1.4 Composición de la mezcla de petróleo mexicana.

El petróleo mexicano se encuentra presente en toda la industria nacional e internacional, es usado en transporte, alimentos, fármacos, fertilizantes y textiles (IMP, 2016). En México se extraen aproximadamente 17 tipos de petróleo. Los más importantes son el petróleo itsmo, maya y olmeca. Estas tres variedades de crudo componen la mezcla de petróleo mexicana y se comercian en mercados internacionales.

Tabla 1.2 Petróleos que componen la mezcla mexicana

Petróleo	Densidad Grados API	Concentración de Azufre
Itsmo	33.6	1.3%
Maya	22	3.3%
Olmeca	39.3	0.8%

Fuente: Elaboración propia con datos del IMP, Julio 2016

El petróleo itsmo es ligero y agrio, se carga para su exportación desde Tabasco, Oaxaca y Veracruz. Al tener 33.6° API tiene un buen rendimiento para refinar gasolina y otros destilados intermedios como el diésel y queroseno. De este crudo se obtiene un rendimiento directo de 26% volumétrico de gasolina cuando se hace por separación directa (IMP, 2016).

El maya es un crudo pesado y muy agrio ya que tiene una concentración de azufre de 3.3% lo que provoca que se obtenga menor rendimiento al refinar combustibles. Por separación directa se obtiene un rendimiento de 15.7% volumétrico de gasolina 10.7% menos que el itsmo. Las terminales de carga del maya se encuentran en Tabasco, Oaxaca y la última en mar abierto al norte de ciudad del Carmen en el Golfo de México (IMP, 2016).

Por último, el olmeca es el más ligero de los crudos mexicanos con una gravedad de 39.3° API que lo califica como un crudo superligero. También es el de menor concentración de azufre con un 0.8% de concentración en peso. Es un petróleo más ligero que el Brent pero contiene mayor contenido sulfuroso. Tiene un buen rendimiento para

producir lubricantes y petroquímicos y se exporta principalmente desde Veracruz (IMP, 2016).

1.2 Mercado internacional

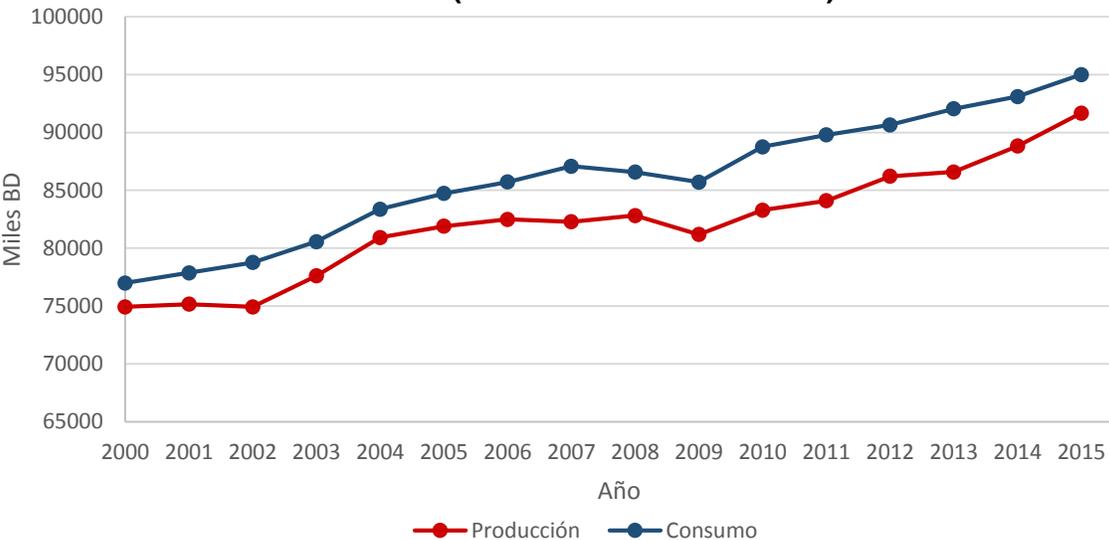
El aumento de la demanda es considerado por muchos como el factor principal de la tendencia del precio del petróleo en los últimos 25 años (Pulitano & Borgucci, 2010). Como se detallaba anteriormente, en el largo plazo los precios del petróleo han generado sensibilidad a los cambios de la oferta y demanda. El consumo y dependencia del petróleo a nivel mundial ha crecido considerablemente a lo largo de los años y los desequilibrios entre la posición de los productores y consumidores, han provocado un comportamiento dinámico en los precios del energético, por lo cual es necesario analizar el efecto de estos factores. A continuación, analizaremos los factores del mercado que actúan sobre los precios del petróleo, comenzando con el panorama internacional y posteriormente el caso específico para México.

1.2.1 Consumo y producción mundial de petróleo

En la gráfica 1.1 podemos observar la variación de la producción y consumo de petróleo, donde predomina un comportamiento creciente para ambos casos. En el 2000 la elevada demanda de los países emergentes como China e India provocó un alto nivel de producción con 74,922.06 miles de barriles diarios (mbd), con el afán de satisfacer las necesidades del mercado. Además de estos países Estados Unidos también contribuyó al elevado consumo ya que ha encabezado la lista como el mayor consumidor de petróleo en los últimos años. Es importante resaltar lo más evidente, que es la diferencia con la que el consumo supera a la producción en todo el periodo de estudio (en promedio 3,867.18 mbd), lo que hace más evidente la necesidad del recurso. En 2002 los niveles de producción cayeron ligeramente en 240.03 mbd, relacionado con los recortes de producción por parte de la OPEP con el fin de elevar los precios, aunque en el siguiente año se incrementarían en 2,683.19 mbd.

Desde la liberación energética en los países de Medio Oriente, esta región se ha convertido en una de las más importantes en materia petrolera, más aún después de la fundación de la OPEP de la cual la mayoría de sus miembros pertenecen a la mencionada región. A partir del 2004, en conjunto con Rusia la OPEP ha optado por una política de aumento en la producción de petróleo, la cual ha coincidido con el aumento en los precios. En particular, los aumentos en los precios después del 2000 se debieron principalmente a los cortes de producción y los que apreciamos del 2004 al 2006 se relacionan principalmente al aumento de demanda de petróleo (Pulitano & Borgucci, 2010).

Gráfica 1.1 Producción y consumo mundial de petróleo (miles de barriles diarios)



Fuente: Elaboración propia con datos de *British Petroleum* Julio 2016.

Los niveles siguieron creciendo hasta el 2007, aunque del 2004 al 2007 el crecimiento fue más lento que en años anteriores. Después del 2007, el consumo cayó ligeramente a lo largo del año y la producción mantuvo un comportamiento creciente, pero los efectos de la crisis financiera del 2008 comenzaron a hacerse notables desde el inicio de ese año, especialmente para la producción que modificó su pendiente de manera casi inversa. De igual forma, los precios del petróleo una vez que los niveles de oferta y demanda se desplomaban, comenzaron a caer bruscamente. En medio año cayeron por más de 100 dólares, representando casi el 80% de la cotización más alta alcanzada en el año de la crisis inmobiliaria.

A lo largo de 2009, los niveles de producción y consumo se elevaron nuevamente principalmente por el aumento de oferta de países pertenecientes a la OPEP y no pertenecientes como Canadá y Rusia. El movimiento positivo en el consumo a nivel mundial fue de 3,064.42 mbd y la producción aumentó en 2,101.34 mbd. Las regiones de Norteamérica y Asia-Pacífico regularmente lideran los niveles de consumo, en 2010 la primera consumió 23,518.12 mbd teniendo un aumento con respecto al 2009 de 561.25 mbd y la segunda tuvo un aumento de 1,710.16 mbd alcanzando en 2010 los 27,953.86 mbd de los cuales 9,436.50 fueron consumidos por China. En el 2010, en EUA el consumo aumentó en 408.73 mbd rebasando de nuevo los 19,000 mbd que ya presentaban en 2008, representando más del 80% de la región norte del continente americano. A partir del 2010 los niveles han sido crecientes a pesar de otros factores, por ejemplo la disminución en la demanda de parte de China en 2014 o los bajos precios del petróleo a finales del 2015.

En 2015, los países que más consumieron petróleo fueron Estados Unidos y China con 19,395.90 mbd y 11,967.83 mbd, respectivamente. Estos dos países representaron el 33% del consumo mundial superando por más del doble al resto de los países como se muestra en la Tabla 1.3. Sólo se muestran los diez primeros países en consumo de petróleo y representan el 60% del total, lo que deja en evidencia la necesidad que han desarrollado estas naciones sobre el oro negro y que su crecimiento depende en gran medida de ello. India y Japón consumieron poco más de 4,100 mbd cada uno, lo que en conjunto suma el 8% del consumo mundial. Así mismo Arabia Saudita consumió 3,894.72 mbd aproximadamente 200 mbd por debajo de los antes mencionados. El resto de los países se encuentran por debajo de los 3,500 mbd que aún sigue siendo una cantidad importante y significativa, en conjunto respecto al total de consumo representa el 13% en 2015.

Tabla 1.3. Consumo de petróleo por país 2015.

País	Consumo de Petróleo 2015 (m bd)	Porcentaje del Consumo Mundial
Estados Unidos	19,395.90	20%
China	11,967.83	13%
India	4,158.79	4%
Japón	4,150.29	4%
Arabia Saudita	3,894.72	4%
Brasil	3,156.77	3%
Rusia	3,113.15	3%
Corea del Sur	2,574.69	3%
Alemania	2,338.40	2%
Canadá	2,321.57	2%

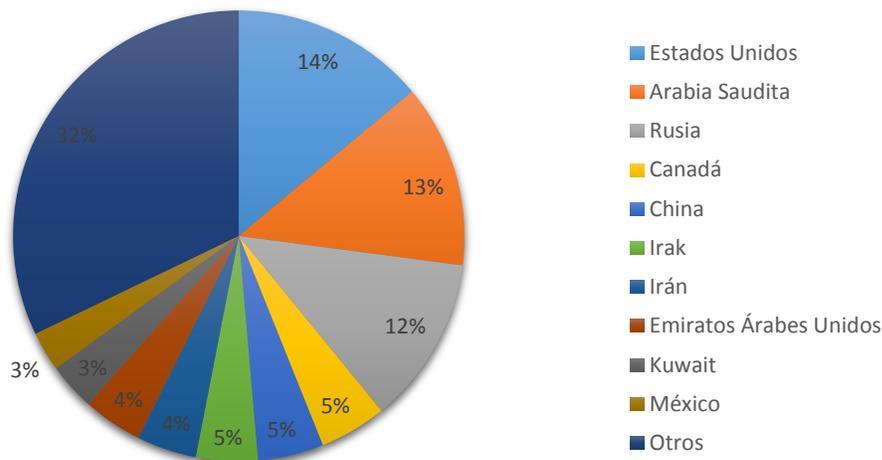
Fuente: Elaboración propia con datos de *British Petroleum* Julio 2016.

En la gráfica 1.2, se muestra el detalle de la distribución de la producción mundial por país. Estados Unidos, Rusia y Arabia Saudita encabezan la lista acaparando más de un tercio de la producción mundial con 39% del total. Estados Unidos produjo diariamente en el 2015 12,703.55 mbd, es decir el 65% de su consumo diario, lo que lo coloca no sólo como gran consumidor sino también como principal productor a nivel mundial. Para Arabia Saudita es un panorama diferente ya que su consumo diario representa solo el 32.4% de su producción lo que indica que obtiene gran parte de su ingreso de exportaciones petroleras. Además, en 2010 Arabia Saudita representaba el 62% de la capacidad excedente de producción de la OPEP. Rusia sólo consumió el equivalente al 28.3% de su producción diaria que fue de 10,980.08 mbd colocándolo también como principal productor en mercados internacionales.

Similar al caso del consumo cerca del 70% del suministro es aportado sólo por 10 países. Aparte de los ya mencionados encontramos a Canadá, China, e Irak con una producción del 5% sobre el total que en conjunto son 12,724.65 mbd. Así mismo Irán, Emiratos Árabes Unidos, Kuwait y México aportan entre el 4% y 3% que en conjunto representa

aproximadamente 14% de la producción mundial de 2015, con 13,505.42 mbd de los cuales 2,587.73 mbd fueron aportados por nuestro País.

Gráfico 1.2. Porcentaje de la producción mundial de petróleo



Fuente: Elaboración propia con datos de *British Petroleum* Julio 2016.

1.2.2 Exportaciones e importaciones de petróleo

Otro factor a considerar en este análisis es el intercambio comercial en los mercados internacionales. La importancia del petróleo es fácil de entender de acuerdo a las ganancias y beneficios que obtienen los países a partir de esta materia prima tan codiciada. En la gráfica 1.3 se muestran las exportaciones e importaciones de petróleo crudo así como las de productos derivados. En Norteamérica se importó más petróleo crudo de lo que se exportó con una diferencia de 3,479 mbd⁹. Pero en relación a productos derivados la historia es diferente ya que la diferencia esta vez es a favor de las exportaciones con 1,379 mbd de diferencia. Lo anterior indica que en general en esta región se exportaron más productos procesados que materia prima. Esto puede generar la idea que toda la región sigue el mismo comportamiento, pero los niveles de importación

⁹ La diferencia entre exportaciones e importaciones de crudo es reflejo del alto consumo de petróleo por parte de Estados Unidos ya que de los 7,938 mbd importados en 2014 7,338 mbd pertenecen a este país.

de crudo se inflan gracias a Estados Unidos ya que México y Canadá exportan más hidrocarburos y su nivel de importaciones es menor¹⁰.

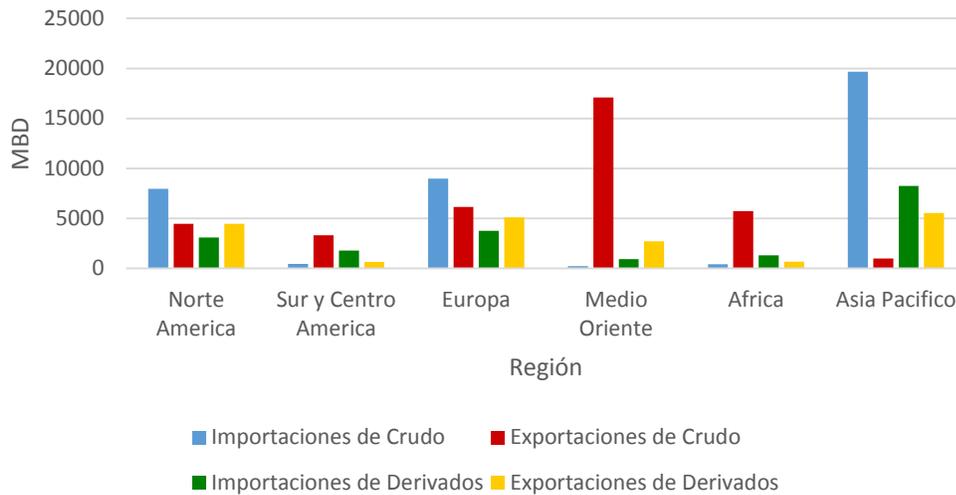
En la zona centro y sur de América se aprecia que las exportaciones de crudo son mayores a las importaciones con 2,849 mbd de diferencia. Sin embargo, podemos apreciar que las importaciones de derivados son mayores a lo que se exportó con un diferencial de 1,152 mbd, generando la sensación de que en esta zona se procesa menos petróleo. El caso de Europa es similar al de Norteamérica con un total de importaciones de petróleo crudo de 8,976 mbd dejando una diferencia de 2,823 mbd. En el caso de los productos derivados el diferencial es menor pero favorable al nivel de exportaciones con 1,312 mbd.

En la región de Oriente Medio destacamos que del total de las exportaciones de petróleo crudo se concentra el 45% en esta región, dejando un nivel de exportaciones netas de 16,843 mbd. Esta cantidad nos hace pensar aún más en la importancia que esta región ha tomado en los mercados petroleros, pero también deja en evidencia que estas economías dependen en gran medida de hidrocarburos y que la incertidumbre en el mercado es un riesgo potencial. También nos encontramos con una diferencia a favor de las exportaciones para el caso de derivados en Medio Oriente con exportaciones netas iguales a 1,784 mbd.

En África podemos observar de igual forma que se exporta más materia prima que productos terminados. En este caso las exportaciones de crudo representan el 15% del total acercándose al nivel de la región europea pero con un nivel de importaciones mucho más bajo, en África las exportaciones ascienden a un neto de 5,312 mbd. Por último en Asia-Pacífico encontramos una región que importa mucho más de lo que exporta, tanto para petróleo crudo como derivados. El nivel más alto en este caso son las importaciones de crudo, del cual el 31.5% es importado por China, el 19.3% por India y el 17.1% por Japón. De tal manera, se refuerza la afirmación del crecimiento y alta demanda de estos países así como la dependencia de hidrocarburos.

¹⁰ De acuerdo al *BP Statistical Review of World Energy* México importó menos de 0.5 mbd en 2014.

Gráfica 1.3 Importaciones y exportaciones de petróleo crudo y productos derivados 2014



Fuente: Elaboración propia con datos de *BP Statistical Review of World Energy 2015*.

1.2.3 Reservas internacionales de petróleo

Las reservas probadas de petróleo a nivel mundial han ido en aumento con periodos en los que la tendencia es menos pronunciada pero en general positiva. En 2015 se probaron 1,697.6 billones de barriles (bb) de crudo a nivel mundial disminuyendo en 2.4 billones desde 2014. En medio oriente se concentra casi la mitad de las reservas mundiales, donde Arabia Saudita tiene el primer lugar de la región con 266.58 bb, 28.6 bb por encima de todo Norteamérica. En Centro y Sudamérica se tienen reservas por 329.97 equivalentes al 19% del total, destacando a Venezuela que es el país con más reservas de petróleo individualmente con 300.88 bb. En Norteamérica se concentra el 14% de las reservas mundiales pero es importante destacar que los tres países que conforman este porcentaje poseen cantidades importantes de petróleo siendo Canadá el tercero a nivel mundial con 172.19 bb, Estados Unidos el onceavo con 54.96 bb y México ocupando el lugar diecisiete con 10.82 bb.

Tabla 1.4 Reservas de petróleo por región 2015

Región	Reservas de Petróleo (Billones de Barriles)	Porcentaje de las Reservas Mundiales
Medio Oriente	803.48	47%
Centro y Sudamérica	329.24	19%
Norte América	237.97	14%
Europa y Asia	155.22	9%
África	129.08	8%
Asia Pacífico	42.6	3%

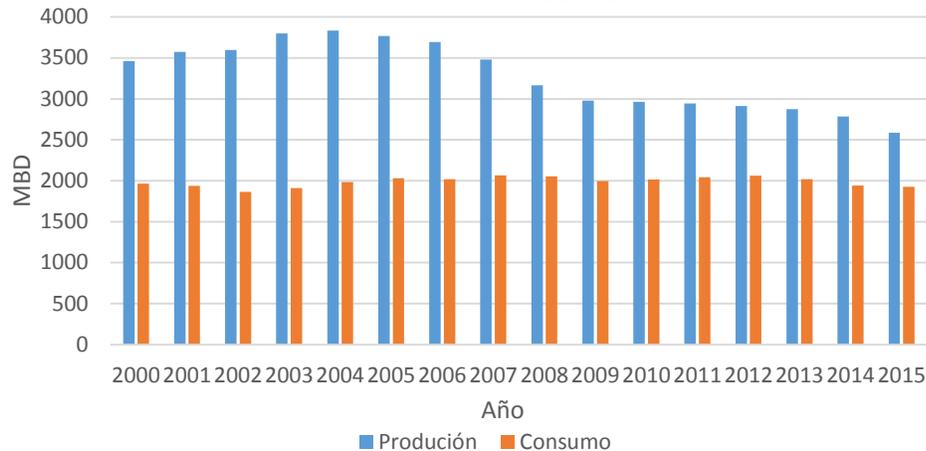
Fuente: Elaboración propia con datos de *BP Statistical Review of World Energy 2015*

1.3 Mercado nacional

1.3.1 Consumo y producción

La producción nacional de crudo se ha comportado de manera decreciente del 2003 al 2015, donde se sitúa cerca de 1,000 mbd por debajo de la producción observada al principio del 2000, donde se producían 3,458.99 mbd diarios. Como se puede ver en la gráfica 1.4, la producción de petróleo ha superado al consumo del 2000 al 2015, pero llegando a 2015 esta brecha se ha hecho más estrecha, lo que puede significar un estado de alerta para México como productor de petróleo en mercados internacionales, al disminuir las exportaciones o incrementar las importaciones. El consumo nacional de petróleo se ha mantenido constante con 1,989.67 mbd promedio, alcanzando en 2015 1,926.15 mbd.

Gráfica 1.4 Producción y consumo de petróleo en México 2000-2015



Fuente: Elaboración propia con datos de *BP Statistical Review of World Energy 2015*

En 2005, los niveles de producción comenzaron a caer y pasaron de 3,832.32 mbd a 3,767.19 mbd, situación que es atribuida principalmente al huracán Katrina que afectó fuertemente la extracción de crudo en el mar. Del 2007 al 2008, apreciamos también un descenso en la producción nacional cayendo 313.57 mbd, de la cual no ha podido recuperarse, esto es atribuido principalmente al efecto de la crisis del 2008 en nuestro país, falta de inversión en la extracción de petróleo y agotamiento de las reservas nacionales.

La sonda de Campeche ha sido la fuente más importante de extracción para México en años recientes. De ella se obtiene principalmente crudo pesado, provocando que el petróleo que más se produzca en México sea el maya, bajando el precio de la mezcla mexicana por la calidad inferior de éste con respecto al istmo y olmeca. En segundo lugar en producción se encuentra el istmo, que en 2014 representó el 12% de la producción nacional. Por último, del crudo más ligero de México se produjo sólo el 8% del total en 2014.

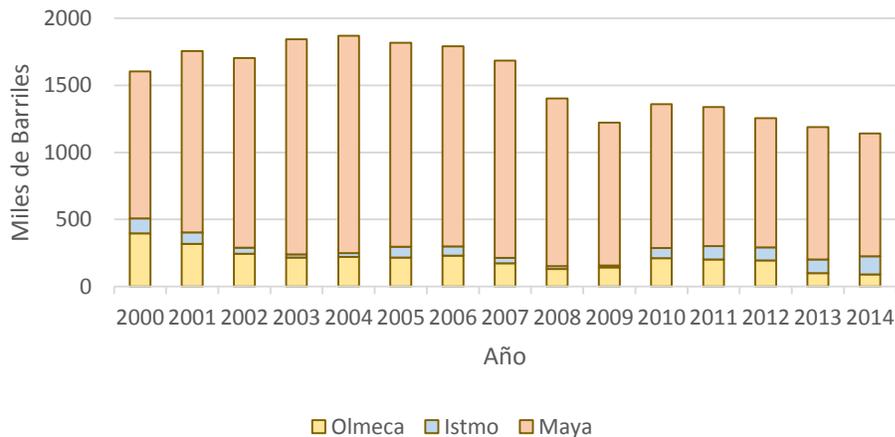
1.3.2 Exportaciones e importaciones

México es un país que obtiene gran parte de sus ingresos por medio del petróleo¹¹ y al analizar la composición de sus exportaciones observamos que el maya es el que más se exporta y produce en nuestro país. En el 2000, se exportaron 1,096.4 mbd de petróleo maya con un valor de 9,213.4 millones de dólares (md) y para 2001, los niveles de exportación ascendieron en 255 mbd. Continuando con una tendencia positiva hasta el 2004, donde alcanzó su nivel más alto exportando 1,621.6 mbd con un valor de 17,689.2 md. A partir del 2006, las exportaciones de crudo maya ha ido en descenso siguiendo la tendencia de la producción nacional, cayendo en 2014 hasta los 914.4 mbd.

En segundo lugar se ha exportado más crudo olmeca, pero sólo del 2000 al 2012, ya que en 2014 la exportación ha descendido 102.5 mbd en comparación con el 2012. El nivel máximo alcanzado en 2000 por este crudo (397.6 mbd) ha ido en descenso sin poderse recuperar, en 2014 sólo se exportaron 91.2 mbd lo que representa el 23% de su nivel más alto. El petróleo istmo era el que menos se exportaba hasta 2012, lo que se puede traducir en que era destinado para uso doméstico. En 2005 se incrementó la exportación en 66% con respecto al 2004, descendiendo nuevamente hasta los 14.2 mbd en 2009 que sería su nivel más bajo. El aumento más pronunciado que tendría sería en el 2010 donde se exportó 81% más de los que se exportaba en 2009, nivel que seguiría en aumento hasta alcanzar 133.7 mbd en 2014, 42.5 mbd por encima del olmeca.

¹¹ En 2014 las exportaciones de petróleo y derivados tuvieron un valor de \$41,464.7 millones de dólares.

Grafica 1.7 Exportación de petróleo crudo por tipo 2000-2014



Fuente: Elaboración propia con datos del Anuario Estadístico de Pemex 2014.

Después de ver la importancia de cada componente de la mezcla mexicana, es importante conocer ahora los principales consumidores de petróleo mexicano. Esto con el fin de entender la dependencia que México tiene de las naciones que importan nuestro petróleo. Como lo muestra la Tabla 1.5, Estados Unidos fue el mayor consumidor de petróleo mexicano en 2014, consumiendo el 69% del crudo exportado. Actualmente, el precio de la mezcla mexicana ha caído hasta los 35 dólares por barril y algunas razones de ello son la apreciación del dólar frente al peso, el incremento de inversión para la perforación de gas y petróleo en Estados Unidos y un nivel de oferta elevado. Expuesto lo anterior, es evidente la gran dependencia que tiene nuestro país de la potencia americana en ámbito petrolero y que nuestro crecimiento está ligado fuertemente a la cantidad de petróleo que Estados Unidos demande.

En segundo y tercer lugar se encuentran España e India consumiendo 162.6 mbd y 80.5 mbd respectivamente. Esta cifra es también importante porque representa el 21% de las exportaciones nacionales disminuyendo levemente la dependencia a un único consumidor. Por último Países Bajos, Canadá y China consumieron en conjunto sólo el 5% del petróleo mexicano vendido, sumando en conjunto 59 mbd.

**Tabla 1.5. Exportaciones de petróleo crudo
por país de destino 2014**

<i>País</i>	<i>Miles de Barriles 2014</i>
<i>Estados Unidos</i>	792.3
<i>España</i>	162.6
<i>India</i>	80.5
<i>Países Bajos</i>	24.6
<i>Canadá</i>	20.5
<i>China</i>	13.9
<i>otros</i>	47.7

Fuente: Elaboración propia con datos del Anuario Estadístico de Pemex 2014.

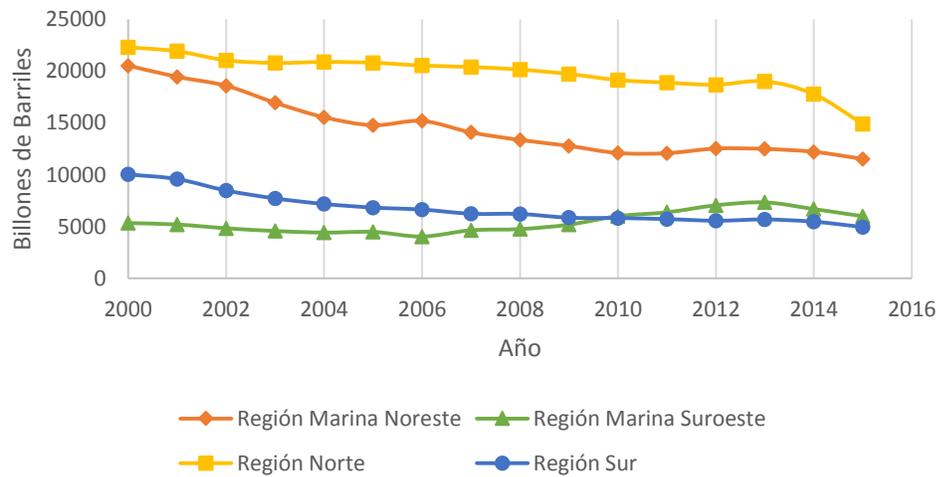
1.3.3 Reservas nacionales de petróleo

En la gráfica 1.5 se muestra la distribución de reservas nacionales por región. En general, han disminuido desde el 2000 donde tenían un nivel de 58,204.1 bb y en 2015 sólo se tienen 37,404.8 bb. La región con mayor concentración es la norte del país, que concentra el 40% de las reservas, con un nivel de 14,911.3 para 2015. Seguido se encuentra la región marina noreste ubicada al norte de Yucatán y al oeste de Campeche. En ella se encuentra concentrado el 31% de las reservas totales¹² y se puede apreciar una caída similar a la región norte. En esta región, también se puede notar el efecto que tuvo el antes citado huracán Katrina en 2005, disminuyendo las reservas de 15,550.6 bb en 2004 a 14,781.6 bb.

Una menor concentración se puede observar en las regiones sur y marina suroeste, representando en 2014 el 13% y 16%. En la región sur se aprecia el mismo comportamiento decreciente que en las anteriores. Pero para el caso de la marina suroeste, después del nivel más bajo que se presentó en 2006 con 4,043.5 bb, se puede observar un aumento hasta 2013, llegando a un punto máximo de 7,337.8 bb.

¹² Las reservas totales de petróleo se componen de la suma de las reservas probadas, probables y posibles (Anuario Estadístico de Pemex 2014).

**Gráfico 1.5 Reservas totales de petróleo por región
2000-2015**



Fuente: Elaboración propia con datos del Anuario Estadístico de Pemex 2014.

1.4 Desempeño de la mezcla de petróleo mexicana.

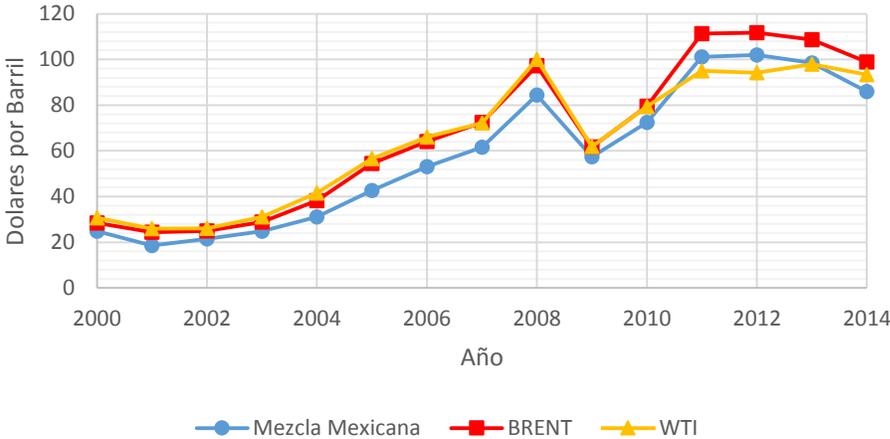
Cada tipo de crudo que compone la mezcla de petróleo mexicana (MPM) cotiza a diferente precio según las características y factores analizados con anterioridad. El precio de la mezcla es determinado a partir de los niveles de cotización de cada componente. Así que las mismas condiciones que afectan las cotizaciones de cada petróleo individual, se reflejarán en la cotización final de la MPM. En la gráfica 1.6, se muestran las cotizaciones promedio de cada año comparándolas con los precios de los petróleos Brent y WTI. Como podemos observar el comportamiento es muy similar con diferencias que se notarán enseguida.

Del 2000 al 2008 se observa un comportamiento creciente en el que el WTI presenta el precio más alto, seguido por el Brent que en promedio se encuentra 1.87 dólares por debajo. Por último la MPM en promedio se encontró por debajo de los 9.74 dólares. A pesar de encontrarse por debajo de los dos petróleos de referencia más importantes, el periodo del 2000 al 2008 fue para México una recuperación favorable. Debido al inicio del milenio por la política de producción de la OPEP que favoreció el mercado nacional y después ligada a la gran demanda analizada con anterioridad.

En este periodo cabe destacar eventos que afectaron la variabilidad del precio del petróleo en el corto plazo. En 2001 después del estallido de la burbuja financiera provocada por el índice NASDAQ y los eventos del 11 de septiembre en Estados Unidos, los niveles de la MPM caerían hasta los 17 dólares por barril (db). Después, los precios se recuperarían gracias a la extracción más rápida del petróleo por la presencia de nuevas tecnologías beneficiando a los países productores.

Como ya lo hemos mencionado, la brusca caída en 2008 es causa de la recesión y posterior crisis en Estados Unidos. Pero en este gráfico, es más interesante resaltar que el Brent y la MPM rebasarían los niveles promedio del WTI en 2011, con una diferencia de 16.22 db y 6.09 db y no sería hasta el 2013 que el petróleo norteamericano recuperó su tendencia alcista, por lo menos contra la MPM la cual cayó 3.52 db en 2013 y 12.44 db en 2014, relacionada a la disminución de la demanda de Estados Unidos y la exuberante apreciación del dólar.

Gráfico 1.6 Comportamiento de los precios del petróleo por tipo 2000-2014.



Fuente: Elaboración propia con datos del Anuario Estadístico de Pemex 2014.

Como se comentaba al principio de este capítulo, el precio del petróleo es sensible en el corto plazo a especulaciones, conflictos políticos, etc. Pero además podemos analizar factores como costos ya sea de traslado o almacenamiento, factores climáticos y

variables macroeconómicas. Esto en adición a los determinantes en el largo plazo, hacen necesario acudir a herramientas que nos permitan mitigar el riesgo por la volatilidad de los precios del crudo.

Por otro lado, la incursión del petróleo en el mercado de futuros ha incrementado la especulación de los inversionistas al querer aprovechar el alto rendimiento sin concientizar el riesgo presente. El petróleo al ser un commodity especial conlleva un riesgo que cada vez requiere de un cálculo más difícil y elaborado, que pueda aportar información más completa de la exposición al riesgo y determinar las posibles pérdidas de una posición corta o larga. Lo anterior ha generado la necesidad de modelar el comportamiento de los precios del petróleo desarrollando los modelos VaR. Para nuestro caso usaremos el método de simulación histórica con una distribución suavizada que capture los efectos de las colas pesadas. Para ello utilizaremos el estimador Kernel Normal como se explicará en capítulos posteriores.

Capítulo 2. Marco Teórico: Métodos para la Estimación del Valor en Riesgo (VaR).

2.1 Importancia de la Administración de Riesgos

Durante muchos años, el riesgo financiero ha representado para los inversionistas individuales e institucionales una gran preocupación, debido a los resultados adversos que suelen presentarse en los mercados financieros y la rapidez con la que éstos suelen moverse. Este riesgo, se manifiesta en diferentes niveles de la economía mundial y de diferentes maneras, por ejemplo, derivado de movimientos inesperados en los tipos de cambio, tasas de interés, índices bursátiles y precios de los principales commodities.

El mercado petrolero, ha mantenido un crecimiento continuo logrando que el crudo se convierta en la materia prima más importante del mundo. Este crecimiento ha sido tan prominente, que el petróleo ha incursionado en los mercados financieros mediante instrumentos sofisticados y complejos, dando oportunidad a los inversionistas de diversificar su portafolio y maximizar su beneficio. Sin embargo, este mercado se caracteriza por ser altamente riesgoso gracias a la volatilidad en los precios del crudo. Por lo que es necesario contar con una herramienta, que permita minimizar las pérdidas de las posiciones largas de los principales productores y cortas de los consumidores. Además, entender el comportamiento dinámico de los precios del petróleo es crucial para que los productores puedan cubrir y evitar un exceso de exposición al riesgo (Luo, Seco, Wang, & Dash Wu, 2010).

Una herramienta que ha resultado eficiente en el entorno financiero es la administración de riesgos, ya que convierte la incertidumbre en oportunidad y reduce los posibles daños en un proceso de inversión. Es un método racional y sistemático que identifica, mide, controla y mitiga la exposición al riesgo, particularmente cuando se puede estar expuesto a una pérdida potencial. También, es una herramienta sumamente útil que ayuda en la toma de decisiones y asignación eficiente de capital en los mercados riesgosos. En esencia, consiste en medir probabilidades de pérdida en el futuro en contextos de incertidumbre (De Lara Haro, 2005).

2.2 Valor en Riesgo

En la literatura, se han desarrollado diversos modelos o medidas de riesgo que han sido ampliamente utilizadas en el entorno financiero. Entre ellas podemos mencionar el modelo de duración de Macaulay, el de media-varianza de Markowitz y el modelo CAPM¹³ de Sharpe. Además de estos, existe una medida que ha llamado la atención gracias a su vasta aplicación y resultados favorables. Es una de las medidas más utilizadas en la industria financiera y se conoce como VaR, fue promovida y difundida por JP Morgan en 1994 a través de un documento conocido como Riskmetrics.

En la actualidad, numerosas instituciones en su mayoría bancarias, utilizan el VaR diariamente y han demostrado que es una herramienta sumamente útil para medir y controlar el riesgo. Así mismo ha ganado gran popularidad y generado interés por parte de instituciones financieras y autoridades regulatorias. Entre las más importantes encontramos al comité de Solvencia II, Basilea II, Basilea III y la Asociación Nacional de Comisionados de Seguros (NAIC) que han considerado al VaR como una medida de referencia para la evaluación del riesgo. En 1996, el Comité de Basilea aprobó la implementación de modelos internos VaR para el cálculo del riesgo de mercado y estimación de requerimientos de capital¹⁴. Estas iniciativas de regulación, ayudaron a motivar el desarrollo de modelos para el cálculo del VaR y mejoraron el control y supervisión de las empresas e instituciones financieras.

El VaR se ha convertido en la medida de riesgo¹⁵ por excelencia en diferentes entornos, gracias a su capacidad de adaptarse a diversos instrumentos y proporcionar resultados eficientes en diferentes mercados. En particular, se han realizado numerosos estudios de la aplicación del VaR para medir el riesgo en el mercado petrolero. Entre los cuales podemos mencionar a Cheng y Hung (2010), que defienden la eficiencia de aplicar una

¹³ Modelo de Fijación de Precios de Activos de Capital (CAPM por sus siglas en inglés).

¹⁴ Para más detalles véase, *Basel Committee on Banking Supervision* (1996).

¹⁵ Una medida de riesgo, es un mapeo de una variable aleatoria que representa la pérdida asociada a los riesgos para un conjunto de datos y pretende cuantificar la exposición al riesgo mediante un número (Klugman, Panjer, & Willmot, 2012).

distribución t sesgada generalizada para obtener mejores aproximaciones de las volatilidades del petróleo y metal, empleando un modelo GARCH para estimar las variaciones en el tiempo de la varianza condicional de los rendimientos, encontrando resultados alentadores.

Por su parte Wang y Dash Wu (2010) aplican un régimen de conmutación de volatilidad estocástica, mediante la técnica de máxima verosimilitud combinada con modelos GARCH, para modelar la volatilidad en el mercado de petróleo crudo. El mejor ajuste fue obtenido por la aplicación de los modelos ARMAX(1,1,0) y GJR(2,1), sin embargo, resaltan que el modelo de régimen de conmutación de Markov muestra resultados interesantes al clasificar los datos históricos en dos estados: uno normal y otro de agitación, atribuyendo que de esta manera, se pueden explicar algunas crisis financieras en algunos mercados.

Por otro lado De Jesús et al (2013), revelan el potencial de la Teoría de los Valores Extremos (TVE) condicional, al capturar el comportamiento de la cola superior e inferior bajo especificaciones GARCH(1,1), EGARCH(1,1) y TGARCH(1,1). Ajustaron la distribución generalizada de Pareto para analizar el comportamiento asintótico de las colas de la distribución, basándose en la TVE para medir el VaR de los residuales estandarizados. Demostraron la importancia de utilizar el procedimiento de filtrado, en los rendimientos del petróleo y la necesidad de utilizar información cuantitativa. Aunque de igual manera, encontraron limitaciones en su estudio, como que la medida *expected shortfall* (ES por sus siglas en inglés) carece de poder predictivo al proporcionar una estimación exacta de las pérdidas a diversos niveles de confianza.

2.2.1 Definición de Valor en Riesgo

El VaR se define como la máxima pérdida esperada que pueden enfrentar los agentes económicos que toman una posición de mercado o de un portafolio de inversión durante un horizonte de tiempo, dado un nivel de confianza (Jorion, 2007). Por ejemplo, suponiendo que un portafolio dada su composición y condiciones actuales de mercado, con un valor de un millón de pesos y una probabilidad de 95% de obtener beneficio o de

no perder más de \$47,000 por encima del siguiente día de negociación, el VaR a un día del portafolio es de \$47,000 a un nivel de confianza del 95%. Es decir, en condiciones normales la pérdida máxima esperada en un día será de \$47,000 en 19 de cada 20 días.

Por otro lado, Klungman, Panjer y Wilmot (2012) lo definen como la cantidad requerida para asegurar con un nivel de confianza, que una institución no se tornará técnicamente insolvente. El nivel de confianza es elegido arbitrariamente, se recomienda que sea igual al 95% cuando se calcula para una unidad o para una clase de riesgo y mayor si se pretende medir para toda una organización. Es una medida que se puede aplicar en diferentes áreas y niveles de la economía, permitiendo un control más eficiente y reduciendo los daños posibles al capturar los factores de riesgo que afectan a una determinada posición.

2.2.2 Componentes del VaR

El cálculo del VaR aparte de requerir de la definición de supuestos acerca del rendimiento y volatilidad del portafolio, también requiere de la definición de otros componentes necesarios para su cálculo:

a) Unidad Monetaria de Referencia

El VaR resume la máxima pérdida esperada en términos monetarios, por lo que es necesario definir en qué moneda estará calculado. Además al incluir esta variable se pueden agregar instrumentos de mercados extranjeros, considerando la influencia del riesgo que conlleva el tipo de cambio.

b) Ventana de Observación

La amplitud de la ventana de observación es muy importante para la confiabilidad del VaR. Este componente depende de la disponibilidad de los datos y la calidad de la información. La elección de la ventana de observación varía en diferentes entornos, por ejemplo las autoridades regulatorias recomiendan que la amplitud sea de un año calendario (250

días) (Khindanova & Rachev, 1999). Aunque mientras más amplia sea esta variable los resultados del VaR serán más exactos y confiables.

c) Horizonte Temporal

El horizonte temporal, se refiere al período desde el momento actual hasta el momento en que se desea evaluar la máxima pérdida esperada de un portafolio, tomando el supuesto de que las posiciones del portafolio son constantes durante este tiempo. La selección del horizonte temporal que se utilizará para realizar el cálculo, dependerá de la liquidez de los instrumentos que componen el portafolio. Si el horizonte de tiempo es demasiado largo, los inversionistas pueden cambiar la composición de su cartera, provocando que el VaR sea menos significativo.

d) Nivel de Confianza

Se define como la probabilidad de que el parámetro a estimar esté contenido en el intervalo de confianza. La cual se denota como $1 - \alpha$. La elección del nivel de confianza determinará el grado de aversión al riesgo de los agentes económicos.

El Banco Internacional de Liquidaciones (BIS) recomienda definir 99% de nivel de confianza y un horizonte temporal de 10 días para los intermediarios financieros. Por su parte, JP Morgan recomienda 95% de probabilidad y un horizonte de un día, para operaciones en mercados líquidos (De Lara Haro, 2005).

2.2.3 Características del VaR

- El VaR ofrece una medida resumen de la totalidad del riesgo, debido a que toma en cuenta todas las fuentes posibles de riesgo de mercado en un marco integrado.
- El VaR expresa las pérdidas y ganancias de un portafolio en términos estocásticos, de tal manera que se les pueda asociar una probabilidad de ocurrencia.
- El VaR también proporciona una medida de riesgo que está relacionada a la máxima pérdida de una posición de mercado o un portafolio de inversión, dado un

nivel de confianza, la cual se puede traducir a un requerimiento de capital de garantía.

- Por último, esta medida permite a los administradores de riesgos detectar la posición de mercado con mayor riesgo a la cual la institución se encuentra expuesta.

2.3 Metodologías para el Cálculo del VaR

En términos estadísticos, el VaR pretende indicar el cuantil de la distribución de pérdidas y ganancias de un portafolio, en un periodo de tiempo específico. Matemáticamente, podemos definir el VaR de la siguiente forma:

$$Pr(\Delta P < -VaR_\alpha) = 1 - \alpha \quad (2.1)$$

donde

α : Es el nivel de confianza.

ΔP : Es el rendimiento o cambio relativo del valor del portafolio.

Existen dos enfoques para la estimación del VaR, el enfoque paramétrico y el no paramétrico. La principal diferencia entre los dos enfoques es cómo se construye la distribución de pérdidas y ganancias. Los modelos más importantes dentro del enfoque paramétrico son el delta-normal, la metodología Riskmetrics y los modelos GARCH. Por otro lado, dentro del enfoque paramétrico los métodos más usados son el de simulación histórica y simulación Montecarlo.

2.3.1 Métodos Paramétricos

Los métodos paramétricos, toman el supuesto de que los rendimientos del activo riesgoso siguen una distribución específica. Frecuentemente, se asume que dicha distribución es normal. Sin embargo, en la práctica se ha observado que la mayoría de los instrumentos financieros no siguen un comportamiento del todo normal, provocando que los resultados obtenidos a través de estas metodologías sean una aproximación. Al aplicar estos

métodos, es necesario tomar en cuenta las desviaciones estándar de los rendimientos y la relación entre ellas (covarianza).

2.3.1.1 Modelo Delta-Normal.

El método delta-normal, consiste en asumir que los rendimientos de los precios de cada instrumento y los factores de riesgo se distribuyen normalmente. Lo que permite manejar un gran número de activos en un portafolio. También es conocido como VaR de varianza-covarianza debido a que su cálculo tiene principios de la teoría del portafolio de Markowitz (1950), ya que busca estimar la matriz de varianzas-covarianzas entre el valor del portafolio y los factores de riesgo. Es un método que considera sólo factores de riesgo lineales como, tipo de cambio, tasas de interés, índices bursátiles y futuros.

Este método utiliza lo que se conoce como “la valuación delta”, la cual consiste en valorar el portafolio solamente una vez al precio actual. Además, el modelo delta-normal equipondera la información histórica en la ventana de observación, lo que significa que cada observación aportará la misma cantidad de información sin importar la distancia entre ellas o la fecha de estimación del VaR.

Podemos definir el modelo delta-normal a partir de una función que represente el valor del portafolio en el tiempo t , formada por las cantidades de las posiciones de mercado y el precio de cada activo en el portafolio como se indica en la ecuación 2.2.

$$P(S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, t) \quad (2.2)$$

donde:

S_n : Es el precio del activo n

X_n : Cantidad de la posición de mercado n

Suponiendo, que la dinámica que siguen los precios de los instrumentos financieros está gobernada por un movimiento browniano geométrico, tenemos lo siguiente:

$$dS_{ti} = S_{ti}\mu_i dt + S_{ti}\sigma_i dw_{ti} \quad (2.3)$$

El primer término en la ecuación 2.3 sigue un proceso determinístico y el segundo sigue un proceso estocástico. Donde μ_i es el rendimiento esperado del activo i , σ_i la volatilidad o desviación estándar del rendimiento del activo i y w_{ti} indica un proceso de Wiener o movimiento browniano estándar. El proceso de Wiener, tiene incrementos temporales independientes que se distribuyen normalmente con media igual a cero, varianza dt y covarianza igual a la correlación del activo i con el activo j multiplicada por dt .

$$E[dw_{ti}] = 0 \quad (2.4)$$

$$Var[dw_{ti}] = dt \quad (2.5)$$

$$Cov[dw_{ti}, dw_{tj}] = \rho_{ij} dt \quad (2.6)$$

Al aplicar el lema de Itô a la función del valor del portafolio hasta términos de primer orden, obtenemos lo siguiente:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial S_{ti}} dS_{ti} + \frac{\partial P}{\partial t} dt \quad (2.7)$$

Al sustituir la ecuación 2.3 en la ecuación 2.7, obtenemos la siguiente ecuación (véase Anexo 1).

$$VaR_{\alpha} = Z_{1-\alpha} \sqrt{\bar{\Delta}^t \Sigma \bar{\Delta} dt} \quad (2.8)$$

donde:

$Z_{1-\alpha}$: Es el valor crítico de la distribución normal estándar

Σ : La matriz de varianzas-covarianzas

$\bar{\Delta}$: Vector de posiciones de los factores de riesgo

Nota: una forma alternativa de construir la matriz de varianzas-covarianzas es mediante el producto de las matrices de volatilidad y la de correlación de los rendimientos de los factores de riesgo.

El uso del modelo delta-normal es muy común entre instituciones financieras y administradores de riesgo. Su principal ventaja es que al asumir una distribución normal, el cálculo del VaR se reduce a encontrar la matriz de varianzas-covarianzas mediante una multiplicación de matrices. Esta multiplicación es sumamente sencilla, mediante el uso de algún programa especializado, lo que reduce significativamente el costo en términos computacionales. Además, facilita considerablemente el cálculo del VaR permitiendo estimarlo para portafolios grandes.

Sin embargo, este método también presenta debilidades importantes, por ejemplo, el supuesto de normalidad es inapropiado, debido a que las volatilidades y correlaciones en los cambios de los factores de riesgo son constantes, lo que aumenta la posibilidad de caer en un error si los datos no se ajustan de manera adecuada a la distribución asumida.

Además, el método delta-normal no captura los efectos de las colas anchas o pesadas, que con frecuencia presentan las series de los rendimientos de activos financieros y en particular los rendimientos del petróleo. Cuando se trata de cuantiles centrales el supuesto de normalidad se ajusta adecuadamente, pero en caso contrario, se debe optar por la teoría de los valores extremos que es apropiada cuando el nivel de confianza se acerca a las colas de la distribución. De Jesús (2016) menciona, que estadísticamente la naturaleza de los movimientos extremos reduce el potencial de la distribución normal, al describir el comportamiento asintótico de los rendimientos del crudo y la presencia de valores atípicos, hace que, la distribución de los rendimientos sea sesgada y con colas más anchas.

Otra desventaja importante es que éste modelo pretende calcular el VaR sobre un portafolio con activos lineales. Por lo que no es recomendado cuando se tienen activos cuyo valor no responde al movimiento en el valor de sus factores de riesgo, tal como sucede con las opciones financieras, hipotecas o productos derivados. Para obtener un

resultado real, es necesaria una aproximación lineal para cada factor no lineal. (Ríos Gómez, 2014)

El método delta-normal no captura los efectos de la convexidad originados por la medida Gamma. En este aspecto, García (2005) opina que el método delta-normal es más apropiado cuando el portafolio se compone de renta fija, a no ser que contenga demasiados títulos hipotecarios. Y para el mercado de opciones, las derivadas de segundo orden en el activo subyacente deberían considerarse, por lo que sería más efectivo el método delta-gamma.

2.3.1.2 Volatilidad Histórica (promedio móvil)

El análisis de la volatilidad y el diseño de modelos para su pronóstico es una de las ramas de las finanzas más explotada en los últimos años. Gracias a ello, existe un gran acervo de artículos sobre este tema. Además, la volatilidad es la variable más importante para el cálculo del VaR de un portafolio de activos, por lo que existen diversas metodologías para determinar esta variable (De Lara Haro, 2005). Con estas metodologías, podemos generar una estimación del VaR considerando que el comportamiento de los rendimientos no será el mismo en el futuro que en el pasado.

Entre las metodologías para la estimación de la desviación estándar, destaca el método conocido como volatilidad histórica con promedios móviles. En este modelo se asigna un peso igual a cada observación¹⁶ y el pronóstico de la volatilidad está basado en las observaciones históricas. Una forma práctica de calcular la volatilidad histórica es considerando únicamente el cuadrado de los rendimientos:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_i)^2}{n}} \quad (2.9)$$

donde:

¹⁶ El hecho de asignar el mismo peso a cada observación ha motivado al mercado a aplicar otros métodos, como RiskMetrics o modelos GARCH (De Lara Haro, 2005).

r_i : Es el rendimiento del activo i

n : Es el número de observaciones en la muestra

A pesar de su fácil implementación, el modelo de volatilidad histórica no captura las fuertes variaciones en los precios de algunos instrumentos gracias a la ponderación que emplea, por lo que no genera pronósticos eficientes en épocas de alta volatilidad.

2.3.1.3 Riskmetrics

Por otro lado, el modelo RiskMetrics emplea un proceso VaR mediante promedios móviles con ponderaciones exponenciales. A pesar de utilizar promedios móviles como el modelo de volatilidad histórica, el modelo RiskMetrics asigna una ponderación diferente a cada observación, asignándole mayor peso a las observaciones más recientes. Esto causa que el modelo actualice la volatilidad de los rendimientos conforme se actualiza la información, provocando que el peso o la importancia de la información más antigua decaigan de manera exponencial y se capture mejor el dinamismo de la volatilidad.

Esta alternativa fue usada por primera vez por JP Morgan en 1994 y es muy útil para el cálculo del VaR de instrumentos de renta fija y renta variable, aunque también se aplica a divisas, hipotecas y commodities. Este modelo se caracteriza por la adaptación dinámica del factor de decaimiento a los cambios en el mercado.

Suponiendo que el rendimiento diario de una cartera sigue una distribución normal con media igual a cero y desviación estándar condicional en un tiempo t descrita de la siguiente manera:

$$\sigma_t = \sqrt{(1 - \lambda)r_{t-1}^2 + \lambda\sigma_{t-1}^2}; \lambda \in (0, 1) \quad (2.10)$$

$$NT = \lambda^k \quad (2.11)$$

donde:

λ : Es el factor de decaimiento¹⁷ que determina los pesos que se aplican a las observaciones y refleja como el impacto de observaciones pasadas decae mientras la volatilidad aumenta.

σ_{t-1}^2 : Pronóstico de la volatilidad en el tiempo $t - 1$.

r_{t-1} : Rendimiento en el tiempo $t - 1$.

NT : Es el nivel de tolerancia que permite saber cuántas observaciones se están considerando para el cálculo de la volatilidad.

k : Número de observaciones o amplitud de la ventana de observación.

El modelo RiskMetrics tiene la desventaja de que, al asignar un valor pequeño al factor de decaimiento, la estimación del VaR presenta alta variación, por lo que es recomendable asignar a este factor un valor igual a 0.94 cuando se tienen datos con periodicidad diaria y 0.97 cuando la periodicidad es mensual.

2.3.1.4 Modelos de Series de Tiempo con Varianza no Constante

Con frecuencia, los agentes económicos que interactúan en el entorno financiero buscan predecir el comportamiento de los precios a través de las observaciones pasadas, generando expectativas a partir de la volatilidad histórica. Con esto podemos deducir que el valor esperado de los rendimientos de un activo, está fuertemente condicionado a las variaciones que el precio presente en el largo plazo.

Generalmente se supone que la volatilidad presenta homocedasticidad, es decir, que se supone que la varianza de una serie es constante en el tiempo. Sin embargo, dado que los rendimientos de los activos de un portafolio tienen una volatilidad que es variable con el tiempo y que de alguna manera existe autocorrelación entre las observaciones, podemos intuir la necesidad de considerar que la varianza no es constante, es decir presentan heterocedasticidad. Para los casos donde persiste la heterocedasticidad se

¹⁷ El valor del factor de decaimiento debe estar entre 0 y 1, si es igual a 1 el modelo RiskMetrics se convierte en el modelo de Volatilidad Histórica.

utilizan modelos ARCH y GARCH, que están diseñados especialmente para modelar y pronosticar la volatilidad (De Lara Haro, 2005).

2.3.1.5 Modelo ARCH

Los modelos ARCH¹⁸ tienen como objetivo determinar un patrón de comportamiento estadístico para la varianza, relajando el supuesto de volatilidad constante y permitiendo capturar los cambios en la volatilidad detectando patrones en la historia. La primera aproximación de estos modelos se hizo en 1982 por Engle, pero los modelos ARCH se han sofisticado de tal manera que en la actualidad se han formulado una amplia gama de metodologías como alternativa.

Para el modelo ARCH(p) se supone que la rentabilidad corresponde a un proceso descrito de la siguiente manera:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t \quad (2.12)$$

donde:

μ : Es constante

ε_t : Corresponde a innovaciones normales

Este modelo, se centra en estimar la varianza considerando que el rendimiento es constante. Se recomienda para periodos cortos suponer que la media es igual a cero y que la varianza seguirá el siguiente patrón.

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_t^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-(p-1)}^2 \quad (2.13)$$

La ecuación 2.13 supone que la varianza condicional en el tiempo $t + 1$ es la suma del promedio ponderado de los cuadrados de las p innovaciones anteriores y una constante.

¹⁸Modelo de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva (*Autorregresive Conditionally Heterocedastic*).

2.3.1.6 Modelo GARCH

Los modelos GARCH¹⁹ son de los modelos más empleados en la práctica. En este caso el modelo estima dos ecuaciones, la primera ecuación (2.14) es la que describe la evolución de los rendimientos de los precios de un activo a partir de las observaciones anteriores, más un término de error aleatorio que se comporta de manera dinámica y se conoce como ruido blanco. La segunda ecuación (2.15), representa la evolución de la volatilidad de los rendimientos y genera un pronóstico útil para una periodicidad diaria. El siguiente modelo se conoce como GARCH(p, q)

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (2.14)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.15)$$

donde:

μ_t : Es la media condicional.

ε_t : Indica las innovaciones en la ecuación de la media y se distribuye normal con media igual a cero y varianza σ_t^2 .

ε_{t-i}^2 : Son los residuales cuadrados en el tiempo $t-1$ conocidos como efecto ARCH

σ_{t-j}^2 : Varianza condicional en $t-j$.

α_0 : Término determinístico que indica que la volatilidad condicional debe converger a un valor positivo.

El modelo GARCH se puede generalizar para el cálculo de más de un activo. Pero a medida que se agregan más instrumentos al portafolio, el número de parámetros a estimar crece rápidamente y es preciso asumir ciertas hipótesis para facilitar la estimación de la volatilidad. El modelo generalizado se describe con las ecuaciones 2.16 y 2.17.

¹⁹Modelo de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada (GARCH por sus siglas en ingles)

$$r_{i,t} = \mu_i + \sigma_{i,t}u_{i,t} \quad (2.16)$$

$$\sigma_{i,t}^2 = \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_{ij}(r_{i,t-j} - \mu_i)^2 + \sum_{k=1}^p \gamma_{jk}\sigma_{i,t-k}^2 \quad (2.17)$$

donde:

μ_i : Es la media del rendimiento del i -ésimo activo.

$\sigma_{i,t}^2$: Es la varianza condicional del i -ésimo activo.

$u_{i,t}$: Indica un proceso de ruido blanco que generalmente se distribuye normalmente con una media de cero y varianza de 1.

$\beta_{ij}, \alpha_i, \gamma_{jk}$: Son constantes con $\alpha_i > 0$ y $\beta_{ij}, \gamma_{jk} \geq 0$

Si al parámetro β se le asigna un valor grande, significa que la volatilidad tarda mucho tiempo en desaparecer después de un periodo de crisis. Y si el parámetro α se establece con un valor alto, indica la rapidez para reaccionar a los movimientos del mercado.

La principal desventaja que se presenta en los modelos GARCH es la no linealidad de los parámetros. Además de la alta complejidad por un número elevado de activos en el portafolio. A pesar de ello estos modelos tuvieron una pronta aceptación y se han aplicado a diversas series financieras con resultados alentadores por lo que se han vuelto un pilar en los modelos para el cálculo del VaR.

2.3.2 Métodos no Paramétricos

Los métodos no paramétricos no suponen ningún supuesto distribucional, es decir consisten en utilizar la distribución empírica de la serie de rendimientos obtenida a partir de los precios de los instrumentos del portafolio. Para la implementación de estos métodos es necesaria una cantidad suficiente de información (es recomendable al menos tener una temporalidad de 5 años). En términos estadísticos las técnicas no paramétricas suelen ser menos potentes que las paramétricas.

2.3.2.1 Simulación Histórica

El modelo de simulación histórica consiste en utilizar una serie de datos, para construir una serie de tiempo de precios y rendimientos simulados con el supuesto de que se ha conservado el portafolio durante todo el periodo. Este método permite la incorporación de factores no lineales, cuantifica las colas anchas, y es robusto debido a la aparición de observaciones de rendimientos atípicos. La metodología de simulación histórica es equivalente analíticamente al método delta-normal, a no ser que la matriz de varianzas-covarianzas se origine de información proveniente de opciones, en cuyo caso se reemplazaría la volatilidad.

Para la estimación del VaR por simulación histórica es preciso seguir el siguiente algoritmo.

1.- Definir las series financieras de los factores de riesgo.

$$P_i = \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

2.- Calcular los rendimientos de las series financieras para cada factor de riesgo, para generar la distribución empírica de la siguiente manera²⁰:

$$R_{n-1} = Ln \left(\frac{P_n}{P_{n-1}} \right) \quad (2.18)$$

donde:

R_{n-1} : Rendimiento del activo en el tiempo $n-1$.

P_n : Precio del activo en el tiempo n .

3.-Generar nuevas series financieras para cada factor de riesgo:

²⁰ Para el caso de los precios en los tipos de cambio y activos financieros se utilizarán los rendimientos geométricos, es decir, la diferencia de los logaritmos naturales.

$$P_{n+r}^N = P_n e^{Rr} \quad (2.19)$$

donde:

P_{n+r}^N : Es el precio nuevo en el tiempo $n+r$.

4.-Generar el vector de pérdidas y ganancias para cada factor de riesgo:

$$(LnP_{n+r}^N - LnP_n) * W \quad (2.20)$$

donde:

W : Es el valor de la posición que se calcula a través de la multiplicación de la cantidad de títulos y el precio actual del activo.

5.- Ordenar el vector de pérdidas y ganancias en forma ascendente. Donde los resultados negativos indicarán que se tiene una posición larga y análogamente los positivos una posición corta.

El modelo de simulación histórica posee ventajas importantes que lo hacen popular entre los administradores de riesgo, por ejemplo, su cálculo es muy sencillo cuando ya se han recopilado los datos históricos de los factores de riesgo y se ha ajustado el tipo de cambio en los activos que conforman la cartera. Además, es un método que permite capturar los cambios estructurales de la distribución empírica. Es una medida de riesgo conservadora, por lo que es usada en mercados donde la seguridad e integridad de un fondo es primordial como en los fondos de pensiones.

También es un modelo muy útil gracias a su fácil comprensión para los agentes que no son expertos en términos estadísticos, permitiendo que los administradores expliquen con facilidad los resultados a los agentes económicos o directivos de una organización. A diferencia de los métodos paramétricos, en el modelo de simulación histórica se pueden considerar instrumentos financieros no lineales gracias a que no se considera ningún supuesto distribucional.

A pesar de sus diferentes ventajas, este método posee limitaciones que se deben considerar, por ejemplo, la distribución empírica es discreta y muy densa en su interior por lo que este método sobrestima el VaR generando una falsa sensación de seguridad y una medida con varianza alta (De Jesús, 2016). Además debido al supuesto de que el comportamiento histórico se repetirá en un futuro inmediato, se puede caer en un error sino se consideran eventos extremos en la ventana de observación ya que no aportarán información para la estimación del VaR, y si dichos eventos son situaciones extraordinarias que no necesariamente se repetirán, el VaR se sesgará de manera significativa. A pesar de que el método de simulación histórica toma en cuenta las condiciones cambiantes del mercado, el VaR por simulación histórica es incapaz de capturar la presencia de eventos extremos (Pritsker, 2005).

2.3.2.2 Simulación Montecarlo

Dentro de los métodos no paramétricos, el método de simulación Montecarlo es un enfoque potente y flexible para la estimación del VaR. Este método es de los más completos, porque puede tomar en cuenta factores de riesgo no lineales, riesgos de volatilidad, cambios del riesgo en el tiempo, colas anchas y escenarios extremos. Además es considerado un modelo híbrido, ya que considera el método delta-normal y hace una combinación con el de simulación histórica al simular los precios de los activos siguiendo un proceso estocástico, partiendo a su vez de la estimación de los parámetros de una distribución.

Esta técnica mide el VaR reconstruyendo las distribuciones de precios o factores de mercado a partir de la historia. Para ello, se simulan escenarios futuros sobre el comportamiento de las variables financieras seleccionadas. Por ejemplo: tasas de interés, los tipos de cambio, entre otros, que afectan la valuación de los instrumentos del portafolio, con base en una estructura o distribución determinada, que involucra la media, la volatilidad y la relación existente entre estas variables (Ramírez, 2004).

La distribución se calcula utilizando el portafolio inicial, aplicándole cambios en los precios y rendimientos que se estimaron. Posteriormente, las observaciones se ordenan de

mayor a menor pérdida y se determina cuál escenario corresponde al nivel de confianza deseado. Sin embargo, la complejidad de este procedimiento crea inevitablemente problemas, ya que requiere de una enorme cantidad de simulaciones de precios, que se incrementan considerablemente conforme lo hace el tamaño del portafolio. Es computacionalmente muy extenso, requiere de una dotación de personal muy calificado y su implementación tiene un costo considerablemente elevado, ya que requiere del desarrollo de sistemas y herramientas sofisticadas.

Más específicamente, para calcular el VaR de un portafolio usando el método de simulación Montecarlo, se deberá seguir el siguiente algoritmo:

1. Especificar un proceso estocástico y parámetros que describan el comportamiento de los factores de riesgo. El modelo más utilizado es el movimiento browniano estándar descrito en la ecuación 2.3.
2. Simular las trayectorias de los precios hipotéticos de los activos, usando la distribución asumida. De la ecuación 2.3 podemos encontrar una solución única expresada de la siguiente manera:

$$S_t = S_{t-1} \exp(\mu_i dt + \sigma_i dw_{ti}) \quad (2.21)$$

3. Calcular el valor del portafolio a un tiempo T , a partir de los precios simulados de los instrumentos y calcular el VaR con el percentil $1-\alpha$ de la distribución del valor de la cartera.

Entre sus principales ventajas destaca que se puede utilizar cualquier distribución de probabilidad para los factores de riesgo, permitiendo considerar linealidad y no linealidad en el portafolio. Además, permite evaluar el riesgo de activos cuyos rendimientos son asimétricos, permitiendo incorporar como ya se mencionó variaciones de la volatilidad en el tiempo. Se debe tener presente que no se puede modelar sobre valores que tengan tendencia y se debe trabajar con variaciones positivas y negativas debido a que el futuro es aleatorio. Si el desarrollo del modelo se hace correctamente, el método Monte Carlo

puede considerarse como la mejor opción para cuantificar el VaR entre los métodos anteriores, debido a que es el más exacto y posee el enfoque más completo.

2.3.2.3 Simulación Histórica Filtrada

Como hemos visto el método de simulación histórica es de los más populares, pero gracias a que la volatilidad de las series se presenta en intervalos muy cortos de tiempo, resulta imposible explicar su comportamiento mediante métodos de estimación lineal (esta es una de las razones más importantes que han generado la popularidad de los modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva).

Para eliminar estas debilidades existe una mejora significativa al método de simulación histórica. Al combinar el modelado de la volatilidad condicional con la distribución empírica de los rendimientos, reteniendo el diseño de la simulación histórica y simultáneamente asumiendo maneras de alterar sus suposiciones que han sido catalogadas como poco realistas.

Este método se centra en ajustar un modelo a la muestra de datos conservando las condiciones empíricas con el fin de obtener las predicciones de volatilidad, que a su vez se emplea para generar un conjunto de rendimientos estandarizados independiente e idénticamente distribuidos, calculados mediante el cociente de los rendimientos y el pronóstico de la volatilidad resultante de la aplicación de un modelo GARCH. El VaR entonces se calcula de la siguiente manera:

$$VaR(\alpha)_{t+1} = \sigma_{t+1}F^{-1}(\alpha) \quad (2.22)$$

donde:

σ_{t+1} : Es el pronóstico de la varianza obtenido a partir de cualquier modelo de la familia GARCH.

Capítulo 3 Metodología: Aproximación de la Distribución Empírica de los Rendimientos.

Las distribuciones de densidad nos ayudan a capturar el patrón de una variación aleatoria que a menudo suelen presentar los datos en entornos económicos y financieros. En ocasiones, dicha variación no puede ser explicada en su totalidad por otras metodologías debido a que rara vez en la práctica la información cumple con todos los supuestos estadísticos. Además, para el desarrollo de muchos estudios es sumamente importante encontrar una distribución que se ajuste mejor a los datos y los explique con un nivel de confianza suficiente. Para los administradores, también es de suma importancia conocer el comportamiento de los datos, ya que los ayuda en la toma de decisiones permitiendo hacer inferencia estadística, sacando conclusiones de una población a través de una muestra aleatoria.

Los métodos que existen para estimar la función de densidad de un conjunto de datos, se dividen en paramétricos y no paramétricos. Los no paramétricos, tienen como objetivo encontrar la distribución empírica utilizando observaciones de una muestra de tamaño n donde a cada observación se le asigna la misma probabilidad de ocurrencia. Como vimos en el capítulo 2, podemos estimar el VaR de un portafolio a través de la distribución empírica de los rendimientos, como lo hace el modelo de simulación histórica. Sin embargo, existen desventajas importantes al considerar estos modelos. Además las distribuciones empíricas presentan el problema de que siempre son discretas, y si es conocido que la verdadera distribución de la serie de datos es continua, entonces la distribución empírica puede ser vista como una pobre aproximación (Klugman, Panjer, & Willmot, 2012).

Una forma de relajar las debilidades del método de simulación histórica, es suavizando o aproximando la distribución empírica de los rendimientos mediante funciones kernel. Estas funciones son de los métodos más utilizados y poderosos en la práctica para construir una aproximación a la verdadera distribución de la serie de datos. Fueron propuestos por Murray Rosenblatt y Emanuel Parzen en 1956, pero hoy en día se han

propuesto muchas innovaciones para la estimación del VaR, mejorando la aplicación de los métodos no paramétricos y en particular para el método de simulación histórica.

Entre los aportes a la literatura, Sheather (2004) nos expone la estimación de funciones de densidad mediante métodos kernel, explicando la implementación en software que resulta ser de gran ayuda. Además detalla procesos para seleccionar el parámetro de ancho de ventana apropiado según la función kernel utilizada. Entre los cuales utilizó el método de validación cruzada, los métodos plug-in y por último una modificación a las reglas basadas en distribuciones paramétricas conocida como la regla de Silverman, en el cual se optimiza el ancho de ventana mediante el error cuadrático medio asintótico. Sheather recomienda producir una familia de funciones, basadas alrededor de un ancho de ventana central, el cual puede ser obtenido a través de métodos plug-in o validación cruzada.

Por su parte Butler y Schachter (1997), proponen el cálculo del VaR mediante el método de simulación histórica combinado con estimadores kernel. Emplearon el estimador kernel normal, el estimador de Epanechnikov, el kernel Biweight, el triangular y el triangular asintótico, para concluir cuál se ajustaba mejor y generaba un mejor resultado. También, expusieron la aplicación de un estimador kernel Gaussiano ajustado para estimar los momentos de cualquier percentil o estadístico de orden para la distribución de rendimientos de un portafolio comercial, generando un estimador del VaR. Concluyeron que el resultado más conservador fue hallado usando el kernel Epanechnikov, que es de los más usados en la práctica, debido a su fácil implementación. Por otro lado, el kernel Gaussiano arrojó los mejores intervalos de confianza, pero siendo menos conservador.

Lo anterior refuerza la recomendación hecha por Sheather, de formular una familia de estimaciones con diferentes anchos de ventana, pero sin tomar en cuenta un punto central. A diferencia de Sheather, algunos prefieren estimar el VaR utilizando diferentes anchos de ventana, ya que el uso de diferentes estimadores no refleja demasiada diferencia como lo hace el uso de diferentes anchos de banda²¹.

²¹ Más adelante se explicarán las metodologías para selección óptima del parámetro ancho de ventana.

Por otro lado Huang (2010), realizó un estudio para estimar el VaR con funciones kernel usando diferentes modelos, entre los cuales empleo el kernel triangular, el Gaussiano y el Epanechnikov. Para su estudio propuso una alternativa para aproximar el VaR, combinando el concepto de la teoría de los valores extremos con técnicas de suavizamiento, suponiendo que la evidencia robusta de la TVE implicaba que los comportamientos de la cola tienen una significancia diferente a los patrones del resto de la distribución.

También demostró que los métodos convencionales no capturan del todo el comportamiento de los rendimientos de los activos financieros, tales como colas pesadas o valores extremos. Asimismo evidenció que los eventos que causan pérdidas extremas funcionan de manera diferente para varios activos durante diferentes periodos de tiempo, evidenciando que una modificación al método de la TVE para capturar la variación en el tiempo es necesaria y finalmente mostrando una vez más la necesidad de innovar los métodos actuales.

Los estimadores kernel presentan resultados prometedores y la metodología puede expandirse aún más, por ejemplo, se puede innovar en las metodologías para la selección del ancho de ventana, análisis de error o como señalan Shen y Agrawal (2006), con el uso de estimadores de multiescala.

3.1 Estimadores Kernel

Una distribución suavizada se obtiene mediante la sustitución de cada punto de una distribución empírica con una variable aleatoria continua, asignándole una probabilidad de $\frac{1}{n}$ a cada una de estas variables. Cada variable aleatoria debe ser idéntica excepto por la ubicación o cambio de escala que está relacionado a cada punto. Aunque no es necesario, regularmente se utiliza una variable continua que tenga el mismo valor esperado que la estimación empírica. La distribución continua de la variable aleatoria seleccionada es llamada función kernel (Klugman, Panjer, & Willmot, 2012).

El objetivo de las funciones kernel, es construir una función de densidad, que de alguna manera sirva de aproximación de la distribución empírica. También son funciones ponderadas, que son más suaves y tienen menos variabilidad. En términos generales, el estimador kernel \hat{f}_x de la función de densidad, para una muestra aleatoria de tamaño n , está definido por:

$$\hat{f}_x(x) = \frac{1}{Nh} \sum_{j=1}^N k\left(\frac{x - X_n}{h}\right) \quad (3.1)$$

donde:

k : Es una función denominada función kernel que puede definirse como una suma de protuberancias situadas en cada observación.

h : Es el ancho de ventana o parámetro de suavización.

La función kernel determinará la forma de las protuberancias en las observaciones y h su anchura. Si h tiende a cero, la descripción de los datos es ruidosa, provocando que la varianza incremente considerablemente y el sesgo disminuya. Un ancho de ventana ideal deberá converger a cero pero a un ritmo más lento que el recíproco del tamaño de la muestra, es decir, n^{-1} (Miñarro, 1998).

3.1.1 Propiedades de las Funciones Kernel

1.- Las funciones kernel generalmente son simétricas alrededor de cero y su integral es igual a 1, es decir:

$$k\left(-\left(\frac{x - \bar{X}_n}{h}\right)\right) = k\left(\left(\frac{x - \bar{X}_n}{h}\right)\right) \quad (3.2)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} k\left(\frac{x - \bar{X}_n}{h}\right) dx = 1 \quad (3.3)$$

2.- Si el kernel es una función de densidad, entonces el estimador kernel, también es una función de densidad.

3.- La propiedad de suavidad de los kernel se deriva de $f_x(x)$. Si k es de clase C^n entonces, $f_x(x)$ también es de clase C^n . Es decir, que las derivadas de la función existen y son continuas.

4.- Los estimadores kernel no dependen de la selección de un origen como el histograma, puesto que se construye a partir de cada observación de la muestra más cercana al mismo, es decir, a través de un entorno denominado ventana.

5.- Para cualquier método de suavización utilizado se cumple que mediante la muestra de datos aumenta, los puntos suavizados se acercarán más a la verdadera función de densidad.

6.- Una función $K(y)$ pertenece a la clase H_s (donde $s \geq 2$ y es un número par), es decir, que es una función kernel de orden s , si cumple con las condiciones de regularidad descritas en las ecuaciones 3.2, 3.3, 3.4 y 3.5 (Nandayara, 1989).

$$\int y^i K(y) dy = 0; \quad i = 1, \dots, s - 1 \quad (3.4)$$

$$\int y^s K(y) dy = k_s \neq 0 \quad (3.5)$$

3.1.2 Kernel Uniforme

La función kernel uniforme, consiste en construir un rectángulo de área 1 para cada observación de la muestra (ecuación 3.7). La base del rectángulo²² va de $y + h$ a $y - h$ como se muestra en la ecuación 3.6. Este kernel asigna un peso de $\frac{1}{2h}$ a cada observación, que es igual a la altura de cada rectángulo (ecuación 3.8).

$$B = 2h \quad (3.6)$$

$$BH = 1 \quad (3.7)$$

$$H = \frac{1}{2h} \quad (3.8)$$

La función de densidad kernel uniforme se define como sigue:

$$k_y(x) = \begin{cases} 0, & x < y - b, \\ \frac{1}{2b}, & y - b \leq x \leq y + b, \\ 0, & x > y + b, \end{cases} \quad (3.9)$$

De igual manera la función de distribución kernel uniforme está dada por:

$$K_y(x) = \begin{cases} 0, & x < y - b, \\ \frac{x - y + b}{2b}, & y - b \leq x \leq y + b, \\ 1, & x > y + b, \end{cases} \quad (3.10)$$

²² En cada función kernel el parámetro de ancho de ventana está relacionado con la amplitud del núcleo, en este caso es el valor de $B > 0$. Aunque existen otros kernels que cubren un rango de cero a infinito (Klugman, Panjer, & Willmot, 2012).

El estimador kernel es la suma de los rectángulos colocados en cada observación. Esta función determinará la forma de la curva en cada punto (en este caso un rectángulo) y el ancho de ventana determinará su anchura.

El kernel uniforme usualmente es mayor a cero y simétrico, pero en raras ocasiones esto no se cumple. Otra condición que tiene este estimador es que al colocar un rectángulo sobre cada punto se interactúa con otros puntos, lo que provoca que el efecto en la suma sea desfavorable.

3.1.3 Kernel Triangular

Para este kernel el ancho de ventana tendrá el mismo intervalo que el kernel uniforme (ecuación 3.12), pero como lo dice su nombre en lugar de construir un rectángulo, se construirá un triángulo con un área igual a uno en cada observación (ecuación 3.11).

$$A = \frac{1}{2}BH \quad (3.11)$$

$$B = 2h \quad (3.12)$$

$$H = \frac{1}{h} \quad (3.13)$$

El kernel triangular está definido por:

$$k_y(x) = \begin{cases} 0, & x < y - b, \\ \frac{x - y + b}{b^2}, & y - b \leq x \leq y, \\ \frac{y + b - x}{b^2}, & y \leq x \leq y + b \\ 0, & x > y + b, \end{cases} \quad (3.14)$$

(3.15)

$$K_y(x) = \begin{cases} 0, & x < y - b, \\ \frac{(x - y + b)^2}{2b^2}, & y - b \leq x \leq y, \\ 1 - \frac{(y + b - x)^2}{2b^2}, & y \leq x \leq y + b \\ 1, & x > y + b, \end{cases}$$

En este caso, al colocar los triángulos sobre cada punto se puede apreciar un efecto lineal pero más liso que con el kernel uniforme.

3.1.4 Kernel Normal

El kernel normal, también conocido como kernel Gaussiano, se define como un intervalo del conjunto \mathbb{R} , donde cada estimador tiene influencia sobre los otros que son colocados en los puntos de la muestra y la suma que resulta es continua y suave. Este Kernel asigna pesos a cada observación de acuerdo a la densidad de una distribución normal estándar:

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \tag{3.16}$$

Cabe destacar que el estimador de la función de densidad del kernel Gaussiano, no asume que los datos siguen una distribución normal o alguna otra distribución. Además tampoco considera que la estimación final del VaR sea normal o paramétrica (Butler & Schachter, 1997).

En este kernel el ancho de ventana estará desempeñado por la desviación estándar. El valor que se utiliza para este parámetro comúnmente es igual a $0.9sn^{-0.2}$, donde s representa la desviación estándar de los datos estimados de las observaciones disponibles y n representa el tamaño de la muestra (Silverman, 1986). La potencia (-0.2) se deriva de minimizar el error cuadrático medio integrado de la distribución de probabilidad estimada (Butler & Schachter, 1997).

3.1.5 Kernel de Epanechnikov

El kernel de Epanechnikov es de los más estudiados y se define como un segmento de un arco de parábola que se coloca sobre cada observación. Para las observaciones que se encuentran a una distancia de 0 hasta h asignará pesos mayores o iguales a cero y menores o iguales a 0.75 y para las que se encuentren a una distancia de h o mayor asignará pesos iguales a cero. Esta función se define de la siguiente manera:

$$K(x) = \frac{3}{4\sqrt{5}} \left(1 - \frac{1}{5}x^2\right); |x| \leq \sqrt{5} \quad (3.17)$$

Es similar al kernel Tri-Cúbico pero menos plano en la cima. El estimador kernel de Epanechnikov se puede modificar para encontrar una ecuación descrita a continuación:

$$K(x) = \frac{3}{4}(1 - x^2); x \in [-1, 1] \quad (3.18)$$

3.1.6 Kernel Biweight

Este kernel se caracteriza por colocar una curva cuártica (una curva plana de cuarto grado) sobre cada observación de la distribución empírica. El kernel biweight comúnmente arroja resultados más conservadores que el kernel Gaussiano pero siendo aún menos conservador que el Epanechnikov. Además, esta función kernel se caracteriza por arrojar altos errores estándar (Butler & Schachter, 1997).

$$K(x) = \begin{cases} \frac{15}{16}(1 - x^2)^2, & |x| < 1, \\ 0, & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (3.19)$$

3.1.7 Otras Funciones Kernel

Existe una amplia gama de funciones kernel que suelen ser sumamente útiles dependiendo del comportamiento de los datos y el objetivo del estudio. Anteriormente citamos algunas de las más usadas en la práctica, pero se puede aproximar una distribución con una gran familia de estimadores. A continuación, mencionaremos brevemente otras funciones kernel que pueden utilizarse a pesar de no ser tan comunes y populares en la práctica.

3.1.7.1 Función Kernel para una distribución de Pareto

Partiendo del valor esperado de la función kernel gamma, podemos encontrar los parámetros para la distribución de Pareto, que satisfagan la condición de que el valor esperado sea igual a “ y ”, es decir, $y = \frac{\theta}{(\alpha-1)}$. El resultado de aplicar esta condición es el siguiente:

$$K_y(x) = \frac{\alpha[(\alpha - 1)y]^\alpha}{[(\alpha - 1)y + x]^{\alpha+1}}; x > 0 \quad (3.20)$$

3.1.7.2 Kernel cúbico natural

Este kernel se construye a través de dos segmentos de un polinomio cúbico que se conectan manteniendo continuidad hasta la primera derivada con los extremos libres sin curvatura²³.

$$K(x) = \frac{2}{5}(|x|^3 - 3x^2 + 2), x \in [-1, 1] \quad (3.21)$$

²³ Para más detalles véase “Construcción de kernels y funciones de densidad de probabilidad”, (Rodríguez, 2012).

3.1.7.3 Kernel cubico plano

Para este kernel se consideran dos polinomios que se conectan y mantienen continuidad hasta la segunda derivada.

$$K(x) = \frac{2}{3}(1 - |x|^3), x \in [-1, 1] \quad (3.22)$$

3.1.8 Criterios para la selección de un estimador Kernel

1.-Se debe seleccionar el kernel que tenga la menor varianza. Este valor se le sumará al estimador de la función de distribución aumentando su dispersión. Miñarro (1998) sostiene que un kernel óptimo es aquel que minimiza la ecuación 3.23²⁴. Verificando que se cumplan las condiciones descritas con anterioridad en las ecuaciones 3.3, 3.4 y 3.5.

$$\int y^2 K(y) dy = k_2 \quad (3.23)$$

2.-Se debe considerar que la suma de los kernel sea suave. Esto se puede probar a través del factor de enlace descrito de la siguiente manera:

$$C = e^{-|d|} \quad (3.24)$$

donde d es el valor de la tangente en el borde y C es el factor de enlace mayor o igual a cero y menor o igual a uno. Si el factor de enlace es igual a uno entonces la función kernel será más suave, como el caso del kernel Gaussiano y viceversa si el factor es igual a cero, como el kernel rectangular.

²⁴ Una función kernel que minimiza esta expresión es el kernel de Epanechnikov (Hodges & Lehmann, 1956).

3.- Se debe seleccionar el kernel y el ancho de ventana que permitan detectar detalles y presenten una apariencia estable. Es decir, que la suma resultante sea lisa y continua sin cambios abruptos.

3.1.9 Error Cuadrático Medio

Una vez obtenida la aproximación a la distribución real de los datos, es necesario medir o conocer con qué exactitud se explica el comportamiento de nuestra serie de observaciones. Una medida tradicional utilizada para medir la discrepancia entre $\hat{f}(x)$ y $f(x)$, es el error cuadrático medio:

$$ECM(\hat{f}(x)) = E((\hat{f}(x) - f(x)))^2 \quad (3.25)$$

Para determinar la exactitud global del estimador kernel para cada una de las observaciones de la muestra, se tiene que integrar el error cuadrático medio como se muestra en la ecuación 3.26, que a su vez se puede aproximar como se muestra en la ecuación 3.27²⁵.

$$ECMI(\hat{f}(x)) = \int E((\hat{f}(x) - f(x)))^2 dx + \int var[\hat{f}(x)]dx \quad (3.26)$$

$$ECMI(\hat{f}(x)) \approx \frac{1}{4} h^4 \sigma_w^4 \int f''(y)^2 dy + \frac{1}{nh} \alpha(w) \quad (3.27)$$

3.2 Selección del ancho de ventana

Como hemos visto, en la práctica se han empleado diferentes funciones kernel que muestran un desempeño sobresaliente, demostrando que son una herramienta sumamente útil para suavizar una distribución empírica. Sin embargo, la selección del estimador kernel no es crucial para la estimación de la función de densidad cuando se

²⁵ Para más detalles véase, *Applied Smoothing Techniques for Data Analysis, The Kernel Approach with S-Plus Illustrations* (Bowman & Azzalini, 1997) pág. 27.

trata de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Una tarea aún más difícil es la elección del ancho de ventana, ya que cuando éste es muy pequeño el estimador de densidad es picudo y caso contrario cuando se utiliza un ancho de ventana grande el estimador de densidad es plano, es decir se encuentra sobre suavizado. Así mismo, la eficiencia de la aproximación a la verdadera distribución de los datos se ve sumamente influenciada por el ancho de ventana. Por lo que se debe seleccionar un valor para este parámetro que optimice la suavización del kernel. Para seleccionar un ancho de ventana adecuado se han desarrollado diferentes métodos que citaremos a continuación.

3.2.1 Suavizado Óptimo

En este caso, la determinación del ancho de ventana se realiza de modo que se minimice algún tipo de error. Generalmente, se utiliza como medida de referencia el error cuadrático medio integrado (ECMI). De la expresión aproximada en la ecuación 3.27, se puede demostrar que el valor de h que minimiza el ECMI en un sentido es asintótico es:

$$h_{opt} = \left[\frac{\gamma(w)}{\beta(f)n} \right]^{\frac{1}{5}} \quad (3.28)$$

donde:

$$\gamma(w) = \frac{\alpha(w)}{\sigma_w^4} \quad (3.29)$$

$$\beta(f) = \int f''(y)^2 dy \quad (3.30)$$

Este es un valor óptimo de h (ecuación 3.28), que no puede ser usado inmediatamente en la práctica, dado que involucra a una función de densidad desconocida. Sin embargo, se puede observar cómo los parámetros de suavización deberían decrecer con un

tamaño de muestra proporcional a $n^{-\frac{1}{5}}$, cuantificando el efecto de curvatura de f a través del factor $\beta(f)$ (Bowman & Azzalini, 1997).

Por otro lado, Shen y Agrawal (2006), exponen la obtención de un ancho de ventana a través de un suavizado óptimo, por medio de la minimización de la aproximación del error cuadrático medio mediante la siguiente fórmula²⁶:

$$h_{opt} \approx 1.06\hat{\sigma}(N)^{-\frac{1}{5}} \quad (3.31)$$

donde:

$\hat{\sigma}$: Es la desviación estándar de la muestra

N : Representa el tamaño de la muestra

Miñarro (1998) expone que la ecuación 3.31 será adecuada, cuando el comportamiento de las observaciones se asemeje a una distribución normal. Para el caso de distribuciones multimodales tomar este supuesto puede sobresuavizar la estimación, por ello propone una posible modificación a dicha expresión:

$$h_{opt} = 1.06 \min \left[\hat{\sigma}, \frac{Q_3 - Q_1}{1.34} \right] n^{-\frac{1}{5}} \quad (3.32)$$

3.2.2 Regla de Silverman basada en distribuciones paramétricas

Como vimos en la sección 3.2.1 se puede optimizar el ancho de ventana con la elección de una distribución $N(0, \sigma^2)$. En dicha sección observamos que la ecuación 3.31 puede ser modificada a través de la expresión 3.32. En adición a lo anterior, Silverman (1986) propuso una modificación para la selección del ancho de ventana a través de la siguiente regla:

²⁶ La fórmula 3.31 se aproxima al tomar como referencia una distribución normal estándar con media cero y desviación estándar σ^2 para obtener el valor de la ecuación 3.30 y derivar el ancho de ventana óptimo (Miñarro, 1998).

$$h = 0.9 \min \left[\hat{\sigma}, \frac{Q_3 - Q_1}{1.34} \right] n^{-\frac{1}{5}} \quad (3.33)$$

donde:

$Q_{1,3}$ = Representan el primero y tercer cuartil, respectivamente. Y la resta entre éstos está definida como el rango intercuartilar.

n = tamaño de la muestra analizada

Este método tiene la limitante que si la función a estimar no es normal, entonces la ecuación 3.33 no será un estimador consistente del parámetro de ancho de banda. Sin embargo, en la práctica muchas aplicaciones de estimación por núcleos utilizan la forma simple de la regla de Silverman como el óptimo de este parámetro. Esta forma se muestra en la ecuación 3.34 (Silverman, 1986).

$$h = 0.9 \hat{\sigma} n^{-\frac{1}{5}} \quad (3.34)$$

3.2.3 Suavizado Óptimo Normal

Para una suavización normal óptima, se debe evaluar una fórmula para el ancho de ventana h , cuando f es una distribución normal. La fórmula óptima es la siguiente.

$$h = \left(\frac{4}{3n} \right)^{\frac{1}{5}} \sigma \quad (3.35)$$

donde:

σ : Denota la desviación estándar de la distribución.

Cuando se pretende estimar una densidad no paramétrica, el supuesto de normalidad puede ser potencialmente autodestructivo. Pero para distribuciones unimodales es una opción útil para la suavización paramétrica, que requiere de muy poco cálculo.

Este enfoque suavizado tiene el mérito potencial de ser cauto y conservador. La suavización normal es una de las más suaves posibles y por lo tanto el valor óptimo de h

será grande. Si esto se aplica a datos no normales, tenderá a inducir un suavizado mayor. La consiguiente reducción de la varianza, al menos tiene el mérito de disminuir la interpretación de características que pueden ser de hecho debido a la variación del muestreo (Bowman & Azzalini, 1997).

Con el fin de dar cabida a las distribuciones de cola larga y los posibles valores atípicos, una estimación robusta de sigma es a veces preferible a la muestra usual de la desviación estándar. La suavización normal óptima, también puede ser encontrada en el caso multidimensional:

$$h_i = \left(\frac{4}{(p+2)n} \right)^{\frac{1}{(p+4)}} \sigma_i \quad (3.36)$$

donde:

p : denota el número de dimensiones.

h_i : denota la suavización óptima del parámetro.

σ_i : La desviación estándar en la dimensión i .

3.2.4 Validación Cruzada

El método de validación cruzada fue desarrollado por Stone en 1974. Posteriormente, sus ideas fueron ampliadas hacia la estimación de distribuciones en 1982 y 1984, por Ruderno y Bowman, respectivamente, enfocándose específicamente hacia la elección del ancho de ventana.

En validación cruzada se realiza la selección de ancho de ventana a través del error cuadrático integrado.

$$ECI(\hat{f}(x)) = \int \hat{f}_x(x)^2 dx - 2 \int f_x(x) \hat{f}_x(x) dx + \int f_x(x)^2 dx \quad (3.37)$$

El último término en la ecuación 3.37 no considera h y los otros dos términos pueden estimarse de la siguiente manera:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \int \hat{f}_{-i}^2(x) dx - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \hat{f}_{-i}(x_i) \quad (3.38)$$

En la ecuación 3.38 $\hat{f}_{-i}(x)$ denota el estimador construido a través de los datos sin la observación y_i . El valor de h que minimiza esta expresión provee el estimador del parámetro de suavizado óptimo. En 1984, Stone derivó un resultado óptimo asintótico para anchos de ventana que son seleccionados en esta validación cruzada (Bowman & Azzalini, 1997).

Este método tiene la ventaja de que, mediante el uso de funciones kernel normales las integrales en la ecuación 3.38 son evaluadas fácilmente con un software especializado. De este método se derivan la validación cruzada parcial (Scott & Terrell, 1986) y la validación cruzada suavizada (Hall & Marron, 1991), que también buscan minimizar el error cuadrático medio integrado pero usando diferentes estimaciones para hacerlo. Además, es un método que conserva validez al emplearlo en estimaciones de densidad multivariadas.

3.2.5 Plug-in Bandwidths

Este método propone un proceso iterativo en el cual \hat{f} es utilizado en la fórmula para el parámetro óptimo de suavizamiento. Dicha fórmula se describe a continuación:

$$h = \left(\frac{\gamma(w)}{\beta(\hat{f})n} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (3.39)$$

Cuando se usan funciones kernel normales, el numerador y denominador sin el término n , se calculan de manera relativamente fácil y el parámetro h puede ser estimado mediante un algoritmo numérico. Este método es más estable que el de validación cruzada. A pesar de que los dos buscan minimizar el ECI, lo hacen con un procedimiento diferente, mientras el de validación cruzada estima el ECI y localiza el mínimo, el método *Plug-in bandwidths* aproxima la minimización de la función y posteriormente estima el valor mínimo directamente. El procedimiento que sigue este método le permite obtener un resultado con menos variabilidad (Bowman & Azzalini, 1997).

3.2.6 Ancho de ventana sobre suavizado

Este ancho de ventana fue propuesto por primera vez por Terrel (1990) y Scott (1985). Consiste en minimizar el error cuadrático medio integrado en su sentido asintótico, lo que resulta en un ancho de ventana sobre suavizado o el máximo suavizado posible. Se describe de acuerdo a la siguiente ecuación.

$$h = 3\hat{\sigma} \left[\frac{1}{70\sqrt{\pi n}} \right]^{\frac{1}{5}} \quad (3.40)$$

3.3 Estimación del VaR por Simulación Histórica con estimadores Kernel

El modelo de simulación histórica es muy popular para el cálculo del VaR entre instituciones financieras, pero las propiedades de los modelos no paramétricos son difíciles de comprender (Pritsker, 2005). Por ejemplo, el supuesto de que los datos tienen la misma probabilidad de ocurrencia, es poco realista ya que la varianza de los rendimientos es variable en el tiempo. Además los periodos de alta y baja volatilidad suelen agruparse, por lo que este supuesto no tomaría en cuenta el efecto de movimientos inesperados en los precios de un activo.

Estas desventajas junto con las que revisamos en el capítulo 2, reflejan la necesidad de relajar las críticas al modelo de simulación histórica. A lo largo de este capítulo, hemos comprobado que las funciones kernel se han convertido en una alternativa eficiente para estimar el VaR y también para relajar dichas desventajas y así poder obtener resultados confiables al aplicar el método no paramétrico. Entre las aportaciones a la práctica, podemos encontrar una alternativa prometedora en la cual centraremos el propósito del presente trabajo. Este método consiste en calcular el VaR combinando el modelo de simulación histórica con funciones kernel. El primer paso del algoritmo es estimar el VaR mediante dicho modelo, para posteriormente aproximar la distribución empírica a través de una función kernel específica.

Para este estudio, emplearemos el kernel normal que se describe de la siguiente manera:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2} \quad (3.41)$$

En la ecuación 3.41 h representa el ancho de ventana y n es el número de observaciones en la muestra que se encuentran idénticamente e independientemente distribuidas. Cabe mencionar que entre más grande sea nuestra serie de datos, podremos generar errores estándar más pequeños y la suma de los puntos suavizados se aproximará a la verdadera distribución.

El segundo paso de este método, es seleccionar un nivel de confianza para estimar la distribución en un percentil. Es conveniente estimar la distribución para una posición larga y para una corta. Una forma de hacerlo, es usando estadísticos de orden encontrando la distribución del j -ésimo estadístico de manera que la observación $j-1$ esté por debajo de su valor y la observación $j-n$ por encima. Cuando se pretende encontrar un percentil p , entonces se busca el estadístico de orden dado por nxp (Butler & Schachter, 1997).

Usando la distribución estimada a través del kernel en la ecuación 3.41, se deriva la función de densidad del estadístico de orden j -ésimo y se calcula su media y varianza. La media implicada por esta función de distribución es el estimador del VaR. Se Puede derivar la distribución del j -ésimo como se muestra a continuación:

$$g_j(x) = \frac{n!}{j!(n-j)!} F(x)^j (1-F(x))^{n-j} \quad (3.42)$$

$$G_j(x) = \sum_{k=j}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} F(x)^k (1-F(x))^{n-k} \quad (3.43)$$

donde:

x : es un estadístico de orden con función de distribución $G_j(x)$

La ecuación 3.42 indica la probabilidad de que exactamente j observaciones son menores o iguales a x . Y la ecuación 3.43 muestra la probabilidad de que al menos j observaciones son menores o iguales a x , y entonces el estadístico j -ésimo será menor e igual a x . La ecuación 3.43 define la función de distribución del estadístico j -ésimo.

$$g_j(x) = \frac{n!}{(j-1)!(n-j)!} f(x)F(x)^{j-1}(1-F(x))^{n-j} \quad (3.44)$$

La ecuación 3.44 establece que $j - 1$ observaciones deberán ser menores a x , una igual a x y el resto deberán ser mayores o iguales.

Otra metodología expuesta por Huang (2010), consiste en aplicar el estimador kernel sólo en la cola de la distribución, capturando mejor los valores extremos sin explicar las observaciones centrales. Propuso seleccionar un nivel de rendimiento de una serie de activos financieros que debería estar por debajo del nivel de confianza del VaR establecido en términos absolutos. Posteriormente, se propuso determinar las pérdidas que excedieran el nivel de rendimiento planteado, para aplicar el estimador kernel, con el fin de obtener la distribución de estas pérdidas y obtener la densidad de cada kernel. Finalmente, buscó el kernel cuya densidad acumulada fuera proporcionalmente igual al grado de confianza alfa, donde dicha densidad es la estimación del VaR en forma de porcentaje y el VaR real será el producto del kernel seleccionado y el valor de mercado del activo financiero.

Sin embargo, una de las desventajas de aplicar la aproximación sólo en la cola, es que la dinámica de los eventos extremos puede ser capturada sin explicar el comportamiento en otros segmentos de la distribución. Para el caso de los rendimientos del petróleo preferimos aplicar una metodología que busque capturar el comportamiento en toda la distribución. Por ello primero calcularemos el VaR a través del modelo de simulación histórica y después suavizaremos la serie de rendimientos obtenida mediante el estimador kernel normal descrito en la ecuación 3.41. Para la selección del ancho de ventana emplearemos tres diferentes modelos, la regla de Silverman descrita en la

ecuación 3.33, el suavizado optimo normal en la ecuación 3.35 y el ancho de ventana sobreesuavizado descrito en la ecuación 3.40. En el siguiente capítulo se resumirán los hallazgos encontrados y las conclusiones, pero primero se hará un análisis de la serie de precios de la Mezcla de Petróleo Mexicana.

Capítulo 4. Valor en Riesgo: Evidencia del Estimador Kernel Normal.

4.1 Análisis y descripción de los datos.

Para este análisis, consideramos una serie conformada por los precios de cierre de la mezcla de petróleo mexicana expresados en dólares para un periodo de 15 años, comprendido del 3 de enero del 2000 al 31 de diciembre del 2015 con periodicidad diaria, excluyendo fines de semana y dos días festivos de cada año con un total de 4,138 observaciones. En la Gráfica 4.1, se representan los precios de la serie, donde se observa el comportamiento que presentan los precios de la mezcla de petróleo mexicana y podemos resaltar un comportamiento altamente volátil en diferentes periodos, que se origina por diversas situaciones, por ejemplo aspectos económicos, especulativos y hasta geopolíticos.

A partir de 1970, varios conflictos han afectado a la variación de los precios del petróleo, de este año hasta el año 2000 se presentaron variaciones relacionadas especialmente con conflictos bélicos, geopolíticos y algunas otras relacionadas con variaciones en la producción. Pero después del año 2000, la volatilidad en los precios se atribuye principalmente a conflictos económicos, financieros y a desequilibrios en la oferta y la demanda.

A finales de la década de los 90, los precios de la mezcla de petróleo comenzaban a presentar un aumento alcanzando los \$20.21 dólares por barril, gracias a la respuesta por parte de la OPEP al reducir 4.2 millones de barriles diarios de producción con el objetivo de regularizar el nivel de los precios del hidrocarburo. Este ascenso no duró mucho, ya que después del estallido de la burbuja financiera provocada por el índice NASDAQ y el atentado al World Trade Center en Nueva York (Evento conocido posteriormente como 9/11 que tuvo lugar en el año 2001), el precio por barril de petróleo se desplomó hasta los \$17 dólares por barril.

Posteriormente, nuevas tecnologías permitieron extraer petróleo con mayor velocidad, lo que provocó un agotamiento más acelerado del recurso y un aumento en los precios, beneficiando a los gobiernos de los países productores que dependían menos de los

aportes financieros por parte de inversionistas extranjeros. Estos aumentos motivaron a los países productores a incrementar su influencia política, generando tensiones a nivel internacional. Posteriormente, el panorama empeoró de manera importante, debido en gran parte al conflicto entre Estados Unidos e Irak en 2003. En los primeros cuatro años de nuestra ventana de observación, el precio de la Mezcla Mexicana, no pudo superar los \$40 dólares, situándose en su mejor nivel en el primer trimestre del 2000.

Desde finales de 2004 y hasta mediados del 2006, podemos presenciar un comportamiento en su mayoría creciente, que se le puede atribuir en parte a la ininterrumpida depreciación del dólar con respecto al euro, de tal manera que cuando la OPEP aumentó su oferta, la variación de los precios fue mínima. Un factor más importante, cambiaría la estructura de la demanda de petróleo, este incremento se debería principalmente al alto consumo de las economías emergentes como China e India, que aumentaron el impulso que ya tenía la globalización originado por el elevado consumo de los Estados Unidos, que en conjunto generaron sólo una demanda elevada de un recurso limitado.

En el año 2007, el nivel de los precios del petróleo se situó por debajo de los \$60 dólares, pero en tan sólo año y medio, a mediados de 2008, el precio de la Mezcla Mexicana alcanzó un máximo de \$145 dólares por barril. En este periodo podemos observar el crecimiento más pronunciado a partir del 2000. Pero las variaciones que el precio del petróleo había presentado en periodos anteriores, indicaban que en algún momento este nivel tan alto tendría que bajar, pero la fuerza con la que caerían los precios al inicio de la crisis hipotecaria suprimió fue inesperada.

Este periodo de crisis se originó en Estados Unidos y rápidamente se esparció a todos los países industrializados generando un proceso recesivo a nivel mundial. El efecto que tuvo en países emergentes, fue disminuir la demanda de commodities reflejando así la caída de los precios del petróleo y en específico en nuestro caso para la mezcla mexicana. La tendencia de los precios de la mezcla mexicana, se modificó drásticamente en un periodo muy corto comparado con las variaciones anteriores, cayó por poco más de \$100 dólares a finales de 2008 y hasta hoy en día no se ha alcanzado el máximo nivel antes de la crisis financiera.

Este efecto en las cotizaciones del petróleo también se vivió en la región oriente, donde aparte de la crisis debido a eventos geológicos, políticos y sociales, la extracción del petróleo se tornó más difícil. Aunado a esto, la reducida demanda a nivel mundial provocaría sin dudas la caída de los precios en esta región. Los efectos llegarían tarde o temprano a nuestro país, comenzando con la abrupta depreciación del peso en un 39.48%, contrayendo el PIB en un poco más del 6%.

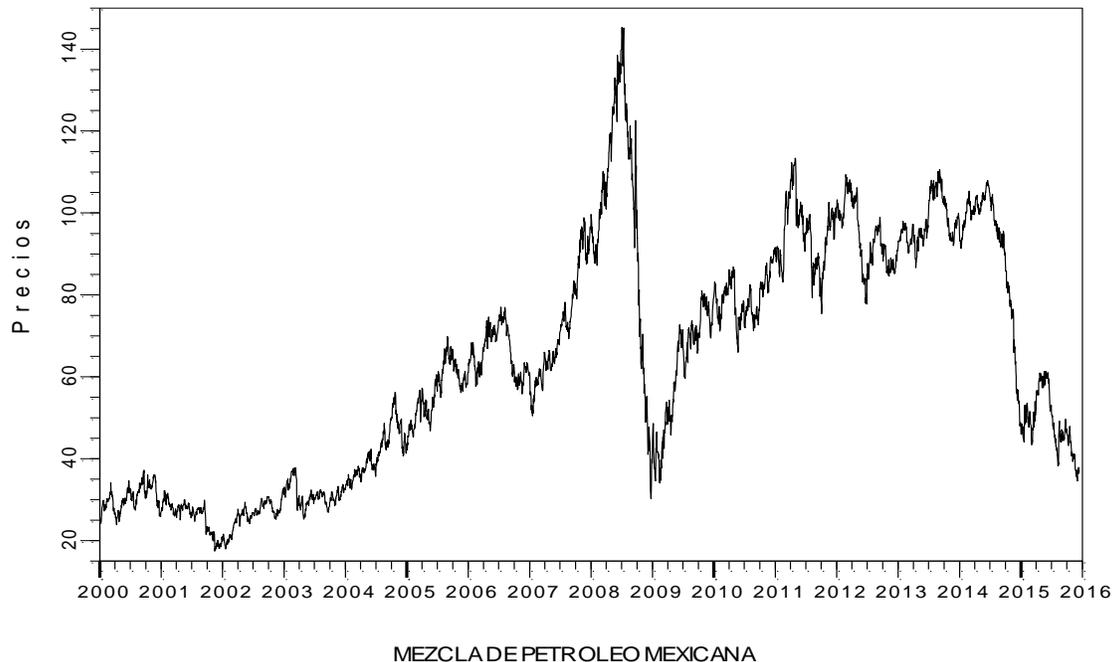
A principios del año 2009, el nivel de cotización de la Mezcla Mexicana comenzó a crecer de manera moderada, debido a que el efecto negativo de la reciente recesión seguía latente. Meses antes del 2010 se puede apreciar una tendencia al alza, la cual siguió su curso alentador hacia 2011 con altibajos poco significativos. La rápida recuperación financiera por parte de Estados Unidos, se considera como un factor importante relacionado con esta tendencia positiva, además de la nueva política de producción por parte de la OPEP produciendo 30.1 millones de barriles diariamente. El nivel de la Mezcla Mexicana alcanzaría un precio máximo de 114 dólares por barril en el primer trimestre del 2011, continuando el resto del año con pequeñas variaciones tanto positivas como negativas.

Después de 2011 y antes de la primera mitad del 2014, la mezcla mexicana mantuvo cotizaciones por encima de los 75 dólares por barril. Aunque este nivel en los precios era mucho más alto que en 2008, aún no se recuperaba de la crisis hipotecaria cuyo efecto en la Unión Europea fue un factor importante para las variaciones en los precios del petróleo en estos años. A diferencia de Estados Unidos, la Unión Europea no pudo recuperarse de la recesión del 2008 y cayó en una crisis de deuda soberana, donde destacan el caso de Grecia y España.

En 2014 cuando los precios del petróleo alcanzaban niveles cercanos a los \$112 dólares por barril, una depreciación del peso frente al dólar los haría caer de manera brusca, decreciendo en picada durante el resto del año. A principios del 2015 llegarían a un nivel de \$45 dólares por barril, cuando el dólar cotizaba por encima de los \$15 pesos mexicanos. Este panorama se ha atribuido en gran parte por una baja demanda y un exceso de oferta a nivel mundial, afectando a los principales productores de petróleo, siendo el caso de México que se enfrenta a un panorama de incertidumbre, ya que

diversas estrategias no han logrado superar la barrera de los \$63 dólares que se alcanzaron en el primer trimestre del 2015.

Grafico 4.1 Comportamiento de los precios de la Mezcla de Petróleo Mexicana, 2000-2015.



4.1.1 Rendimientos de la Mezcla Mexicana de Petróleo.

Continuando con el análisis y como segundo paso del algoritmo del método de simulación histórica, calculamos una serie de rendimientos de tamaño $n-1$. En la gráfica 4.2, podemos observar el comportamiento de estos rendimientos, en donde se ilustra de mejor manera los movimientos tan extremos en los precios del crudo, en donde las mayores variaciones a la baja las podemos atribuir al atentado del 9 de septiembre de 2001, que provocó precios bajos hasta diciembre de ese año. También, a la guerra de Irak o igualmente conocida como segunda guerra del Golfo Pérsico que debido a la reducción de extracción de crudo en ese país provocó la disminución de los precios a finales del 2003.

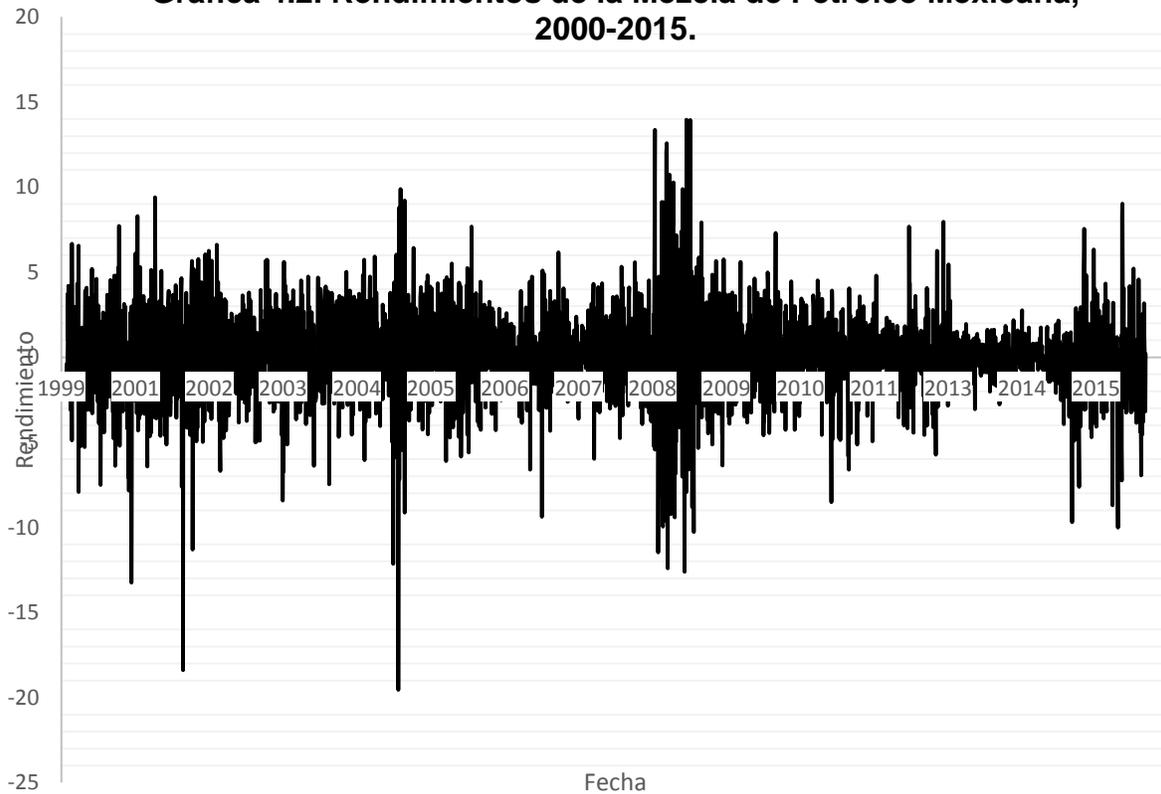
Así mismo la crisis financiera, inició una baja en los precios en el segundo trimestre del 2008, acompañada del anuncio del presidente George W. Bush que dio a conocer la posibilidad de prohibir la extracción de petróleo en Estados Unidos. Además, posteriormente el conflicto árabe-israelí conocido como la franja de Gaza iniciado el 27 de diciembre de 2008 contribuyó a que los precios del crudo cayeran. Y finalmente en 2015, la caída de los precios se atribuyen a la elevada extracción de crudo en Estados Unidos, al auge de producción en los países miembros de la OPEP, la desaceleración en los mercados petroleros de Asia y Europa y a la acelerada depreciación del peso frente al dólar²⁷.

También es importante resaltar las causas más significativas de las variaciones al alza que sufrió el petróleo en 15 años, comenzando en 2003 que, en vísperas de la invasión de Irak, los precios del petróleo se situaron en \$29.46 dólares por barril en enero de ese año. También en 2006, con el conflicto entre Líbano e Israel conocido como la guerra de Líbano y la crisis de misiles de Corea del Norte, el petróleo alcanzó los \$67.49 dólares por barril. Posteriormente, antes de los efectos de la crisis hipotecaria en 2008, el precio del petróleo alcanzó los \$132.38 dólares por barril debido a la amenaza de Libia de cortar su producción y a las tensiones entre Israel e Irán.

En 2012, la mezcla mexicana cotizaba en un nivel de \$113.15 dólares por barril debido a las amenazas de Irán de cerrar el Estrecho de Ormuz en respuesta a las sanciones de Estados Unidos por el programa nuclear de Irán. De hecho, los conflictos de Irán fueron muy determinantes para las variaciones futuras del crudo ya que en 2012, cuando se unieron a la guerra civil en Siria, los precios volvieron a subir alcanzando \$103.27 dólares por barril en septiembre de ese año. Y por último, en 2013, el alza de los precios se le atribuye a un conflicto interno en Egipto. Mientras que la última cima se debió al auge del estado islámico en Irak y Siria y a la crisis de Ucrania en 2014.

²⁷ En el primer trimestre del 2015, el dólar se situó en un precio de \$15.4192 pesos mexicanos y a finales de 2016, alcanzó los \$20.9095 pesos mexicanos. (cifras obtenidas de <http://www.banxico.org.mx/portal-mercado-cambiario>).

Grafica 4.2. Rendimientos de la Mezcla de Petróleo Mexicana, 2000-2015.



4.1.2 Estadísticas Básicas de los Rendimientos del Petróleo Mexicano.

En la Tabla 4.1, se resumen las estadísticas básicas de la serie de rendimientos de la mezcla para la cual realizamos dos pruebas, una prueba de normalidad y una prueba de autocorrelación, con el fin de verificar que los datos no siguen una distribución normal y la segunda para corroborar que las observaciones no se distribuyan independientemente y confirmar correlación entre las observaciones pasadas y futuras.

Tabla 4.1 Estadísticas básicas para la Mezcla de Petróleo Mexicana

Estadísticas básicas de los rendimientos	Mínimo	-19.54
	Máximo	13.96
	Media	0.00566
	Desviación Estándar	2.381
	Sesgo	-0.2608
	Curtosis	8.648
	Primer cuartil	-1.193
	Tercer cuartil	1.2
Prueba de Normalidad Jarque-Bera	Estadístico de la Prueba	5547.275
	Significancia	0.000
Prueba de Autocorrelación Ljung-Box	Rezagos	20
	Estadístico de la Prueba	59.692
	Significancia	0.000

Como podemos observar el rendimiento promedio es muy bajo y positivo (0.00566%), algo que se puede obviar debido a que se están analizando observaciones con alta frecuencia. Por otro lado, un estadístico que podemos destacar es la desviación estándar (2.381%), un nivel considerablemente alto, lo que nos confirma aún más que el mercado del petróleo es sumamente volátil y riesgoso, pero los valores extremos hacen que la desviación estándar sea tan grande por lo que es una medida adecuada pero superficial para medir el grado de exposición al riesgo.

También podemos destacar el rendimiento máximo y mínimo, que hacen más evidentes las fuertes variaciones que los precios de la mezcla pueden presentar, así como la alta probabilidad de los valores extremos situados en la cola de la distribución. El rendimiento máximo se observó, cuando Estados Unidos se fortalecía justo después de la recesión del 2008 y para el rendimiento mínimo podemos deducir, que se relaciona con el atentado a las torres gemelas en Nueva York o a la invasión de Irak en 2003.

Es importante resaltar el valor del sesgo -0.2608 , el signo negativo nos indica que los rendimientos de la distribución empírica se inclinan a la derecha dado que los efectos de las variaciones del petróleo se concentran en este lado de la distribución, indicando que en una posición larga los eventos extremos tienen más peso porque la cola izquierda de la distribución es más ancha. Sin embargo, los eventos con mayor variación pueden generar una estrategia de sobre cobertura y provocar una sobre estimación del VaR. Además, estos eventos no son generados por especulaciones de los inversionistas en su totalidad, sino que en la presencia de eventos extraordinarios, las cotizaciones del crudo varían de manera alarmante por lo que no es tan realista que una variación tan fuerte se repita de manera periódica sin la presencia de dichos escenarios.

Otro estadístico importante es el coeficiente de curtosis, que estudia la concentración de frecuencias en la zona central de la variable (Sarabia Alegria & Pascual Sáez, 2005), es decir, datos con curtosis alta tendrán una distribución densa y picuda como en el método de simulación histórica y si los datos presentan un valor de curtosis menor a 3 la distribución tendrá colas más pesadas que una distribución normal, lo que es una desventaja para algunos modelos del VaR por ejemplo para el modelo delta-normal.

Nuestros datos presentan un exceso de curtosis con un valor de 8.648 que nos indica una alta concentración de datos en el centro de la distribución, esto es importante porque de esta manera se puede determinar una debilidad en el cálculo del VaR, por ejemplo con una distribución muy picuda los datos se alejan de las colas y se asignaría muy poco peso a los eventos extremos provocando que en presencia de estos se incurra en una gran pérdida. Por otro lado, con una distribución muy plana las colas de la distribución serían muy anchas y se le asignaría más del peso necesario a estos eventos provocando una sobreestimación del VaR. Estas desventajas generan el deseo de que los datos se distribuyan similarmente a una distribución normal, pero en este caso relajamos estas debilidades con la aplicación del estimador kernel suavizando la distribución empírica.

Con el resultado de la prueba de normalidad, podemos deducir que los datos no se distribuyen normalmente al rechazar nuestra hipótesis nula debido al valor- p igual a cero y un estadístico de prueba tan alto. Por último, para la prueba de autocorrelación,

podemos ver que de igual manera nuestra hipótesis nula es rechazada, por el bajo valor de la significancia de la prueba, por lo que concluimos que los rendimientos de la mezcla mexicana de petróleo no se distribuyen independientemente lo que es conveniente ya que las observaciones futuras dependen de las pasadas, sin embargo más adelante se explicará cómo daremos mayor peso a las observaciones más recientes para no sobreestimar el cálculo del VaR, cabe señalar que la prueba de autocorrelación Ljung-Box se hizo considerando 20 rezagos.

4.3 Resultados y Evidencia Empírica.

Para hacer una comparación y comprobar la efectividad del estimador kernel normal calculamos el VaR utilizando el modelo de simulación histórica convencional (VaR SH) con una periodicidad diaria y con tres niveles de confianza 95%, 97.5% y 99%. En la tabla 4.2 se resumen los resultados del cálculo.

Tabla 4.2 VaR por simulación histórica.

α	Percentil	VaR Simulación Histórica	
0.05	206.9	-3.62	3.71
0.025	103.45	-4.78	4.68
0.01	41.38	-6.98	6.40

Con los resultados obtenidos con el método de simulación histórica, podemos decir que se subestima el VaR debido a que el valor máximo en la posición larga es de -19.54, lo que representa una gran diferencia con el VaR SH que con un nivel de confianza del 95% nos arroja un valor de -3.62, quedando muy por debajo de los valores atípicos. Para el caso de la posición corta, podemos observar que de igual manera el VaR SH al 95% de confianza con un valor de 3.71, se queda muy por debajo del valor máximo 13.96 y es aún más importante destacar que tomando un nivel de confianza del 99%, aún estaríamos por debajo de las máximas pérdidas con un valor de 6.40, lo que representa una

exposición al riesgo en la presencia de eventos extremos como los que suele tener el comportamiento de los precios del petróleo.

Después de calcular el VaR SH, aplicamos el estimador kernel a la distribución empírica de los rendimientos para suavizarla. Para ello, es necesario definir un ancho de ventana óptimo, ya que este parámetro definirá la efectividad del estimador kernel. Para este caso empleamos tres métodos, la regla de Silverman, el suavizamiento óptimo normal y el ancho de ventana sobresuavizado, donde finalmente la regla de Silverman arrojó los mejores resultados.

Además, fue necesario aplicar un factor de decaimiento para dar mayor peso a las observaciones más recientes, considerando más importante para la estimación del VaR la correlación del precio actual con la observación inmediatamente anterior. También al no aplicar el factor de decaimiento se puede subestimar el VaR, ya que la ponderación de los datos se concentraría en el centro de la distribución. Así mismo, debido al sesgo que presenta la distribución empírica de los rendimientos donde la posición larga se subestima, es importante aplicar este ajuste de manera diferente para cada posición de mercado como se resume en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3 Factor de decaimiento para cada posición de mercado.

Posición de mercado	Factor de decaimiento
Corta	0.168826
Larga	0.108725

Estos factores de decaimiento resultaron ser los más apropiados, ya que se probaron diferentes valores en donde algunos arrojaban resultados deseados pero sólo para una posición de mercado, regularmente para una posición corta. Así mismo para el método de selección del ancho de ventana, analizamos las ventajas y desventajas que presentaron los tres métodos. El método de sobresuavizamiento arrojaba resultados por debajo del VaR SH, subestimando el VaR y la exposición al riesgo. Por otro lado, el método de suavizado óptimo normal arrojó resultados satisfactorios, pero solo para dos

niveles de confianza ya que al acercarse al 99% el VaR era subestimado para la posición larga. Finalmente la regla de Silverman resulto ser el método más apropiado para nuestra serie de datos, puesto que arrojo resultados adecuados para ambas posiciones de mercado a diferentes niveles de confianza.

Después de aplicar el factor de decaimiento a la fórmula del ancho de ventana, obtuvimos una serie de rendimientos suavizada con la cual calculamos el VaR siguiendo el modelo de simulación histórica. Los resultados obtenidos se resumen en la Tabla 4.4, junto con una comparación del VaR SH y el crecimiento porcentual de cada modelo cuando aumentaba el nivel de confianza.

Como podemos observar, el cálculo del VaR a través de simulación histórica combinada con el estimador kernel normal (VaR KN) provee un resultado más conservador para todos los niveles de confianza. Lo que relaja la desventaja expuesta por Pritsker en 2005, que el método de simulación histórica es incapaz de identificar la presencia de eventos extremos. Es importante resaltar el efecto de ajustar el factor de decaimiento para cada posición de mercado, porque de esta manera el VaR no aumenta en la posición larga, ya que de acuerdo con Pritsker, el modelo de simulación histórica responde al riesgo de manera asimétrica, aumentando cuando el portafolio experimenta grandes pérdidas pero no al experimentar grandes ganancias.

Tabla 4.4 Incremento del VaR dado un nivel de confianza.

α	Percentil	VaR		Incremento	
Simulación histórica convencional					
0.05	206.9	-3.62	3.71	-	-
0.025	103.45	-4.78	4.68	32%	26%
0.01	41.38	-6.98	6.40	46%	37%
Simulación histórica/kernel normal					
0.05	206.9	-6.78	7.22	-	-
0.025	103.45	-7.09	7.69	4.5%	6.5%
0.01	41.38	-7.27	7.97	2.6%	3.6%

Algo que es importante resaltar, es el crecimiento que tiene el VaR SH a medida que el nivel de confianza aumenta, que comparándolo con el VaR KN es ampliamente superior, lo que demuestra el suavizamiento de la distribución empírica de los rendimientos. Además, podemos resaltar que a mayor nivel de confianza el VaR SH se acerca más al VaR KN, especialmente en la posición larga, porque el incremento del VaR SH después de considerar un nivel de confianza de 99% es de 46%, mientras que el VaR KN sólo aumenta 2.6% considerando la misma significancia. También podemos concluir que, el VaR SH es una medida que no captura los eventos extremos a un nivel de confianza inferior al 99% dado que la distribución empírica de los rendimientos de la mezcla mexicana de petróleo es muy picuda y de colas más ligeras que una distribución normal.

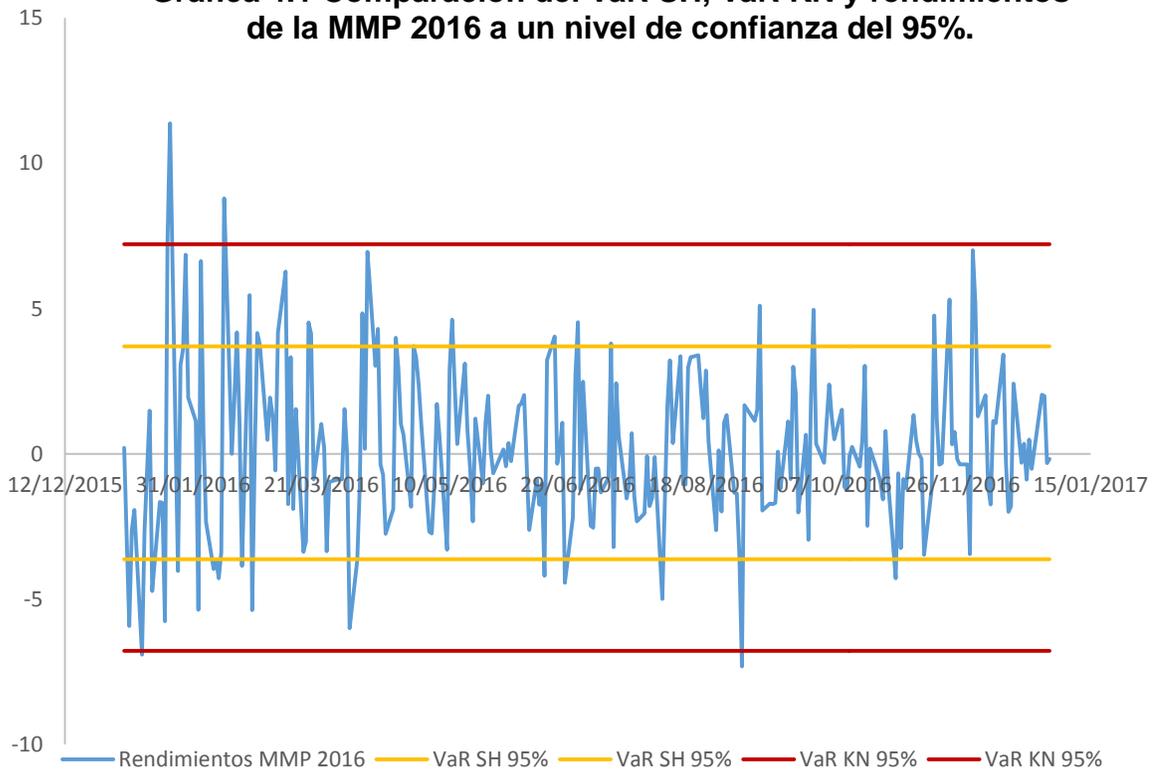
En la gráfica 4.1, podemos observar la comparación del VaR SH y el VaR KN con los rendimientos de la mezcla mexicana para el 2016, a un nivel de confianza del 95%. Es evidente que el VaR SH subestima el cálculo como habíamos mencionado anteriormente, dejando clara una exposición al riesgo tanto para una posición corta como para una larga, generando una sensación de seguridad equivocada, que puede generar especulación en los consumidores y productores que haría variar los precios aún más.

Por otro lado, aplicando el VaR KN se observa que el cálculo es más conservador ya que sólo pocos eventos lo rebasan. En la posición larga, podemos atribuir estos eventos extremos a una sobreoferta al principio del año, por ejemplo el 13 enero de 2016, los precios del crudo cayeron a un mínimo de \$21.38 dp, cuando Estados Unidos había incrementado la producción de crudo y en la OPEP persistía el desacuerdo en la política de recortes de producción principalmente por parte de Arabia Saudita. Además, jugó un papel importante la desaceleración económica de China y Europa que disminuyeron el consumo de petróleo (Roman, 2016). También, otro valor que rebasa al VaR KN en esta posición, fue atribuido a un aumento en los inventarios de Estados Unidos y al riesgo de que en la reunión de productores petroleros a finales de septiembre 2016, no se llegase a un acuerdo sobre el límite de oferta, lo cual disminuyó en 7% el precio de la mezcla mexicana (Jiménez, 2016).

Para la posición corta también observamos valores superiores al VaR KN, primero el 22 de enero donde un pico lo rebaso, debido a lo que algunos expertos catalogaron como un “rebote técnico” que fue consecuencia de la especulación de los inversionistas, tras una tendencia a la baja por una sobreoferta de crudo y un desaceleramiento económico de China (El petróleo cierra en alza tras rebote técnico, 2016). Posteriormente, después de negativas sobre los recortes de producción por parte de la OPEP, el precio volvió a bajar hasta el 12 de febrero, donde debido a nuevas especulaciones por parte de inversionistas generaron un repunte en los precios a corto plazo. Esta vez impulsadas por la espera de una reducción en el consumo que no duro mucho tiempo.

Por último, analizaremos dos picos que no rebasan el VaR KN pero se aproximan de manera importante. Éstos tuvieron lugar el 8 de abril, debido a un acuerdo provisional de los países productores de petróleo de congelar la producción ante un bajo consumo y una sobre oferta que habían gobernado el primer trimestre del año (Petróleo se dispara tras vislumbrarse un acuerdo, 2016). Y el segundo se originó a finales de noviembre, cuando se llegó a un acuerdo en la OPEP y se pactó un límite de producción cuando Arabia Saudita cedió en las negociaciones, gracias a esto el precio del petróleo repuntó a un precio de \$40.94 dólares por barril el 30 de noviembre aumentando en un 7% con respecto al día anterior.

Gráfica 4.1 Comparación del VaR SH, VaR KN y rendimientos de la MMP 2016 a un nivel de confianza del 95%.

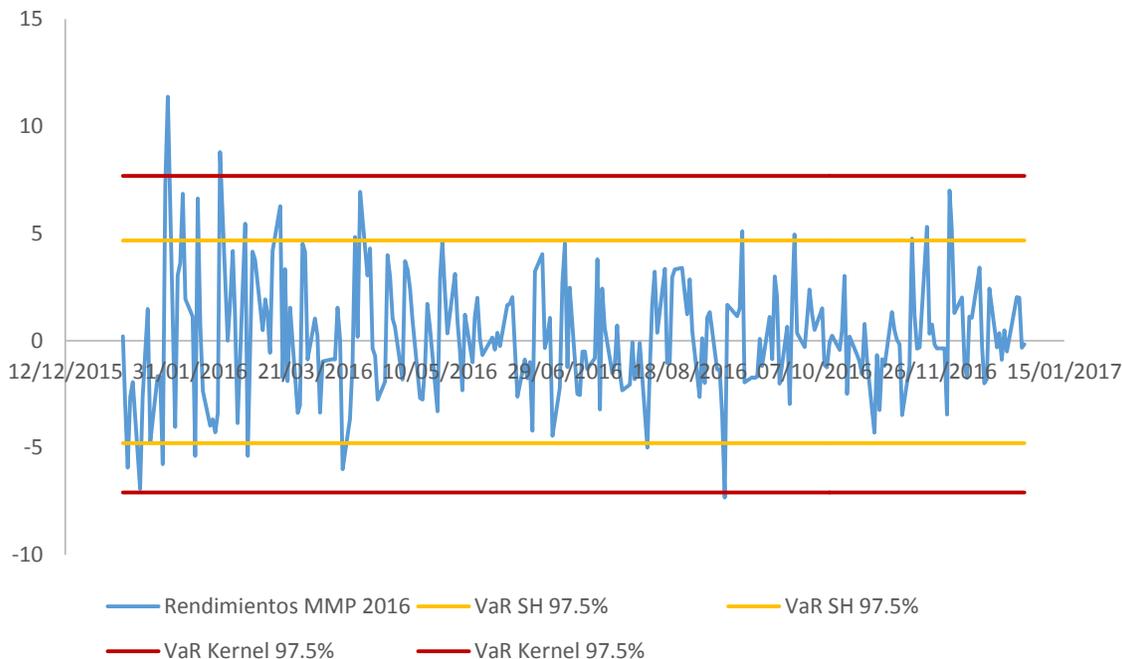


Analizando ahora el modelo de SH contra el KN a un nivel de confianza del 97.5% (Gráfica 4.2), observamos que el VaR KN sigue siendo más conservador sin sobreestimar el cálculo. Por otro lado, el VaR SH se encuentra por debajo y aunque se acerca a los extremos aún sigue subestimando el VaR. Es importante notar gráficamente el crecimiento porcentual tanto del VaR KN como del VaR SH. El primero se aleja levemente aumentando menos del 7%, lo que significa que a un mayor nivel de confianza el VaR KN arroja resultados similares que al 95%, resultado que podemos atribuir a la suavización de la distribución empírica y al factor de decaimiento.

Para el VaR SH concluimos que, el aumento tan significativo mayor al 25% es resultado del peso que se le da a cada observación y que los máximos rendimientos tienen gran influencia a pesar de la distancia en las observaciones. Un hecho más interesante es como el VaR SH aumenta más en la posición larga, alrededor de un 6% más que en la posición corta, debido a que el valor del sesgo inclina los datos a la derecha de la

distribución, aumentando el cálculo del VaR mientras nos acercamos a los extremos, especialmente al izquierdo.

Gráfica 4.2 Comparación del VaR SH, VaR KN y rendimientos de la MMP 2016 a un nivel de confianza del 97.5%.

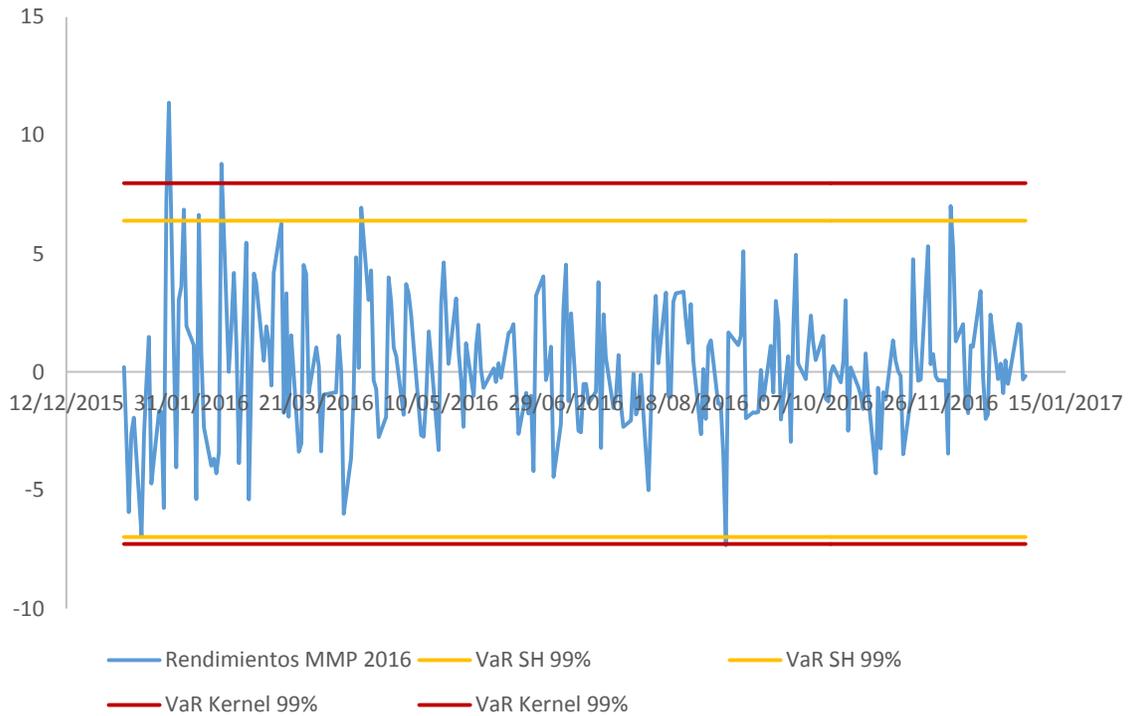


Por último, analizando el gráfico 4.3 observamos el VaR SH y el VaR KN a un nivel de confianza del 99%, donde lo más significativo es el aumento del VaR SH que se acerca demasiado al VaR KN sobre todo para la posición larga. Una vez más, es notorio que el VaR KN aumenta muy poco de manera porcentual, a diferencia del VaR SH que aumenta más del 35%. Por otro lado, es importante resaltar los picos o valores extremos que aún superan al VaR, relacionados a un exceso de producción, a las especulaciones de oferta y demanda y a un desaceleramiento económico que se centró en Europa y China.

En general en 2016, los precios del petróleo fueron muy sensibles a las especulaciones de los inversionistas, consumidores y productores, que son el factor más influyente en la variación de los precios del crudo en el corto plazo. A pesar de ello, el VaR KN ha arrojado el cálculo más conservador para todos los niveles de confianza, se ha comprobado que es un modelo más poderoso para la toma de decisiones que el modelo SH y es una

medida más apropiada para el mercado petrolero debido a sus características tan dinámicas.

Gráfica 4.3 Comparación del VaR SH, VaR KN y rendimientos de la MMP 2016 a un nivel de confianza del 99%.



Conclusiones.

Actualmente, el mercado de los commodities es sumamente atractivo para los inversionistas individuales e institucionales gracias a su alto rendimiento y a los sofisticados instrumentos con los que se negocia en estos mercados, como son los futuros y opciones. Sin embargo, el riesgo que conlleva es demasiado alto, sobre todo en el mercado petrolero, que como hemos analizado es sumamente volátil y sensible a diferentes factores que carecen de un control debido a sus características dinámicas, por lo que se necesitan medidas innovadoras para mitigar el riesgo.

Los precios del petróleo son muy volátiles y sensibles a diferentes factores como financieros, económicos y sociales y los efectos son diferentes en el corto y en el largo plazo. Este estudio, arrojó resultados con los que podemos reafirmar la importancia de la presencia de la administración de riesgos en el mercado energético y más aún la eficiencia del VaR como medida de riesgo. Pero, la estimación del VaR por simulación histórica carece de la capacidad de identificar los eventos extremos y subestima el VaR a un nivel de confianza menor al 99%, evidenciando la necesidad de innovar el modelo que tiene una gran utilidad por su fácil implementación e interpretación.

Al mismo tiempo, los resultados indican que la distribución empírica de los rendimientos del petróleo es muy densa en su interior y que al usar el método de simulación histórica estaríamos subestimando el cálculo del VaR. A partir de esto, demostramos la efectividad del estimador kernel normal al suavizar la distribución empírica de los rendimientos, estimando un VaR más apropiado y conservador pero sin considerar una sobre cobertura.

Un resultado más importante es la significancia que tiene la selección del ancho de ventana, ya que un estimador kernel puede ser más o menos eficiente con diferentes modelos para la optimización de este parámetro. Como sugieren algunos expertos, es conveniente utilizar un estimador kernel con diferentes anchos de banda para maximizar la optimización. No obstante, Sheater (2004) considera que es más apropiado seleccionar una familia de estimadores kernel con diferentes modelos para la selección del parámetro, que es una opción más cauta pero extensa. También es importante tener en cuenta que algunos métodos pueden generar un sobresuavizamiento de la distribución

empírica que puede ser fatal, porque no relajaría las desventajas de la simulación histórica y subestimaría el cálculo del VaR. En este caso, el método de validación cruzada puede arrojar mejores resultados ya que tiende a proveer un suavizado menor.

Por otro lado, la presencia de eventos extremos que generan mayores pérdidas cuando se tiene una posición larga sesga la distribución de los rendimientos e incita a que se ajuste el factor de decaimiento dependiendo la posición de mercado. Lo que indica también que el factor de decaimiento es una variable muy importante en este estudio, por lo que debe considerarse cuando se trabaja con diferentes anchos de ventana, con una distribución sesgada y con la presencia de correlación en las observaciones como las que presenta el precio del hidrocarburo.

El mercado petrolero mexicano es más riesgoso, puesto que además de depender de factores como oferta y demanda o factores políticos y sociales, también depende de la fortaleza de la moneda nacional contra las demás divisas, dependiendo en gran medida del crecimiento económico de las potencias mundiales y en específico del crecimiento de Estados Unidos. Así mismo la calidad de los tres crudos mexicanos que conforman la mezcla, es inferior que la de los petróleos de referencia. Por lo que generalmente el precio de la mezcla estará por debajo del WTI y el BRENDT, cotizando como una prima de descuento hacia ellos, haciendo que el mercado de petróleo mexicano sea menos atractivo a nivel internacional.

El cálculo del VaR suavizando la distribución empírica de los rendimientos mediante el estimador kernel normal, provee una estimación conservadora que permitirá a un agente económico tomar decisiones de inversión, producción, consumo y posición de mercado para mitigar su exposición al riesgo. Por lo que es una herramienta útil para los inversionistas mexicanos, ayudándoles a diversificar su riesgo con mayores rendimientos en el mercado energético, disminuyendo pérdidas potenciales. Además es una medida que puede ayudar a las decisiones de oferta por parte de los productores nacionales, de manera que se pueden generar estrategias que ayuden a anticipar las condiciones de mercado internacionales, como políticas de producción entre los principales productores para evitar una sobre oferta en el mercado o buscar un equilibrio en las exportaciones de

los tipos de petróleo para poder influenciar en la demanda de los productos derivados y por ende en el precio del crudo.

Finalmente, concluimos que la medida VaR es una herramienta poderosa con amplia aplicación y con una diversidad de modelos con características que permiten su implementación en diferentes sectores económicos y financieros. Particularmente, los estimadores kernel proveen una medida de riesgo más conservadora en el mercado energético pero puede depender en gran medida de la selección del ancho de ventana, por lo que es un factor importante en el que se puede profundizar en futuras investigaciones. Igualmente, demostramos que el factor de decaimiento provee una asignación eficiente al peso de cada observación y es necesario para no sobreestimar el cálculo del VaR y capturar los efectos de colas pesadas. El VaR KN es una medida más apropiada y potente para la toma de decisiones, ya que provee una cobertura apropiada sin sobreestimar el VaR permitiendo una asignación de capital eficiente.

Bibliografía

- Andriosopoulos, K., & Nomikos, N. (2013). Risk Management in the Energy Markets an Value at Risk Modeling: A Hybrid Approach. *The European Journal of Finance*.
- Barone-Adesi, G., Giannopoulos, K., & Vosper, L. (2002). Backtesting Derivative Portafolios with Filtred Historical Simulation (FHS). *European Financial Management* 8, 31-58.
- BCE. (2010). Precios del Petróleo: Factores determinantes e impacto sobre la inflacion y la Macroeconomía de la Zona Euro. *Boletín Mensual*.
- Bowman, A. W., & Azzalini, A. (1997). *Applied Smoothing Techniques for Data Analysis, The Kernel Approach with S-Plus Illustrations*. New York: Oxford University Press Inc.
- Butler, J. S., & Schachter, B. (1997). Estimating Value-at Risk with a Precision Measure by Combining Kernel Estimation with Historical Simulation.
- Cabedo, S., & Moya, C. (2003). El Valor en Riesgo de una Cartera: Una Aproximacion de Simulación Histórica. *Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa*, 229-250.
- De Lara Haro, A. (2005). *Medición y Control de Riesgos Financieros*. México, D.F.: Limusa.
- El petróleo cierra en alza tras rebote técnico*. (21 de 01 de 2016). Obtenido de El Economista: <http://eleconomista.com.mx/mercados-estadisticas/2016/01/21/petroleo-cierra-alza-tras-rebote-tecnico>
- Expansión*. (Julio de 2016). Obtenido de Brent, West Texas, Arab Light... Conoza al detalle qué representa cada tipo de petróleo, cuándo, cómo y dónde se negocia: <http://www.expansion.com/especiales/petroleo/crudos.html>
- García Villalón, J. (s.f.). Enfoques Diferentes para Medir el Valor en Riesgo y su Comparación. *Jornadas de ASEPUMA*.
- Guidoum, A. C. (2015). Kernel Estimator and Bandwith selection for Density and its Derivates. *The Keed Package*, 1-19.
- Hall, P., & Marron, J. S. (1991). Local Minima in Cross-Validation Functions. *j. Roy. Statist. Soc. Ser. B* 53, 245-252.

- Hammoudeh, S., Malik Farooq, & McAleer, M. (2011). Risk Management of Precious Metals. *The Quartely Review of Economics and Finance*, 435-441.
- Hodges, J. L., & Lehmann, E. L. (1956). The Efficiency of some Nonparametric Competitors of the t-test. *Ann. Math Statistics*, vol. 27, 324-335.
- Huang, A. Y. (2010). A Value-at-Risk Approach with Kernel Estimator. *Applied Financial Economics* 19, 379-395.
- IMP. (Julio de 2016). *Instituto Mexicano del Petróleo*. Obtenido de <http://www.imp.mx/>
- Jiménez, R. (01 de 09 de 2016). *Crudo liga cuatro jornadas a la baja*. Obtenido de El Economista: <http://eleconomista.com.mx/mercados-estadisticas/2016/09/01/crudo-liga-cuatro-jornadas-baja>
- Jorion, P. (2007). *Value-at-Risk The New Benchmark for Managing Financial Risk*. Nueva York: McGraw-Hill.
- Khindanova, I. N., & Rachev, S. T. (1999). Value at Risk: Recent Advances. *University of California, Santa Barbara and University of Karlsruhe, Germany*.
- Klugman, S. A., Panjer, H. H., & Willmot, G. E. (2012). *Loss Models from Data to Decisions*. Hoboken, New Jersey: Wiley.
- Luo, C., Seco, L. A., Wang, H., & Dash Wu, D. (2010). Risk Modeling in Crude Oil Market: A Comparison of Markov Switching and GARCH Models. *Kybernetes*, 750-769.
- Miñarro, A. (1998). Estimación no paramétrica de la función de densidad.
- Moscatelli, M., & Guerrera, M. (s.f.). *Mercati a termine & mercati dei greggi*. s.
- Nandayara, E. A. (1989). *Non Estimation of Probability Densities and Regression Curve*. *Kluwer Academic Publishers*.
- PEMEX. (2009). *Indicadores Petroleros. Informe Mensual Sobre Produccion y Comercio de Hidrocarburos*.
- Petróleo se dispara tras vislumbrarse un acuerdo*. (06 de 04 de 2016). Obtenido de El Economista: <http://eleconomista.com.mx/mercados-estadisticas/2016/04/06/petroleo-se-dispara-tras-vislumbrarse-acuerdo>
- Pritsker, M. (2005). The Hidden Dangers of Historical Simulation. *Journal of Banking & Finance*, 561-582.
- Pulitano, G., & Borgucci, E. (2010). Precio spot y precio futuro de los marcadores Brent y WTI: comportamiento y determinantes (1998-2008). *Economía*, 173-208.

- Ríos Gómez, C. (2014). *Valor en riesgo condicional como alternativa para medir el riesgo de mercado en los fondos de pensiones en México*. Toluca, México: Tesis de Licenciatura, Universidad Autónoma del Estado de México.
- Roman, R. (13 de 01 de 2016). *Desaceleración, sobreoferta y la OPEP tiran precio*. Obtenido de El Economista: <http://eleconomista.com.mx/industrias/2016/01/13/desaceleracion-sobreoferta-opep-tiran-precio>
- Rossignolo, A., Duygun Fethi, M., & Shaban, M. (2012). Value-at-Risk models and Basel Capital Charges, Evidence from Emerging and Frontier Stock Markets. *Journal of Financial Stability* 8, 303-319.
- Ruiz, A. (2001). El Papel de la OPEP en el Comportamiento del Mercado Petrolero Internacional. *Recursos Naturales e Infraestructura*.
- Sarabia Alegria, J. M., & Pascual Sáez, M. (2005). *Curso básico de estadística para economía y administración de empresas*. Cantabria: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria.
- Scott, D. (1997). Density Estimation. *Department of Statistics Rice University*.
- Scott, D. W., & Terrell, G. R. (1986). Biased and Unbiased Cross-Validation in Density Estimation. *Technical Report No. 23*, 1131-1146.
- Sheather, S. (2004). Density Estimation. *Statistical Science* 19, 588-597.
- Shen, X., & Agrawal, S. (2006). Kernel Density Estimation for an Anomaly Based Intrusion Detection System.
- Silverman, B. W. (1986). *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Londres: Chapman and Hall.
- Svensson, L. (2005). Oil Prices and ECB Monetary Policy. *Princeton University*.
- Wan-Hsiu, C., & Jui-Cheng, H. (2011). Skewness and Leptokurtosis in GARCH-typed VaR Estimation of Petroleum and Metal Asset Returns. *Journal of Empirical Finance*, 160-173.
- Zucchini, W. (2003). Part 1: Kernel Density Estimation. *Applied Smoothing Techniques*, 15-19.

Anexo 1. Determinación de la ecuación 2.8.

$$dS_{ti} = S_{ti}\mu_i dt + S_{ti}\sigma_i dw_{ti} \quad (2.3)$$

$$dP = \frac{\partial P}{\partial S_{ti}} dS_{ti} + \frac{\partial P}{\partial t} dt \quad (2.7)$$

Sustituyendo la ecuación 2.3 en la ecuación 2.7.

$$dP = \frac{\partial P}{\partial S_{ti}} (S_{ti}\mu_i dt + S_{ti}\sigma_i dw_{ti}) + \frac{\partial P}{\partial t} dt$$

$$dP = \frac{\partial P}{\partial S_{ti}} S_{ti}\mu_i dt + \frac{\partial P}{\partial S_{ti}} S_{ti}\sigma_i dw_{ti} + \frac{\partial P}{\partial t} dt$$

$$\begin{aligned} Var[dP] &= \sigma_i^2 S_{ti}^2 \left(\frac{\partial P}{\partial S_{ti}} \right)^2 Var[dw_{ti}] + \sigma_{i+1}^2 S_{t,i+1}^2 \left(\frac{\partial P}{\partial S_{t,i+1}} \right)^2 Var[dw_{t,i+1}] \\ &\quad + 2\sigma_i\sigma_{i+1}S_{ti}S_{t,i+1} \left(\frac{\partial P}{\partial S_{ti}} \right) \left(\frac{\partial P}{\partial S_{t,i+1}} \right) Cov[dw_{ti}, dw_{t,i+1}] + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var[dP] &= \sigma_i^2 S_{ti}^2 \left(\frac{\partial P}{\partial S_{ti}} \right)^2 dt + \sigma_{i+1}^2 S_{t,i+1}^2 \left(\frac{\partial P}{\partial S_{t,i+1}} \right)^2 dt \\ &\quad + 2\sigma_i\sigma_{i+1}S_{ti}S_{t,i+1} \left(\frac{\partial P}{\partial S_{ti}} \right) \left(\frac{\partial P}{\partial S_{t,i+1}} \right) \rho_{i,i+1} dt + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var[dP] &= \sigma_i^2 S_{ti}^2 \left(\frac{\partial P}{\partial S_{ti}} \right)^2 dt + \sigma_{i+1}^2 S_{t,i+1}^2 \left(\frac{\partial P}{\partial S_{t,i+1}} \right)^2 dt \\ &\quad + 2\sigma_i\sigma_{i+1}S_{ti}S_{t,i+1} \left(\frac{\partial P}{\partial S_{ti}} \right) \left(\frac{\partial P}{\partial S_{t,i+1}} \right) \rho_{i,i+1} dt + \dots \end{aligned}$$

$$Var[dP] = \left(\sigma_i^2 S_{ti}^2 \left(\frac{\partial P}{\partial S_{ti}} \right)^2 + \sigma_{i+1}^2 S_{t,i+1}^2 \left(\frac{\partial P}{\partial S_{t,i+1}} \right)^2 + 2\sigma_i\sigma_{i+1}S_{ti}S_{t,i+1} \left(\frac{\partial P}{\partial S_{ti}} \right) \left(\frac{\partial P}{\partial S_{t,i+1}} \right) + \dots \right) dt$$

$$\text{Var}[dP] = \left[S_{ti} \frac{\partial P}{\partial S_{ti}}, S_{t,i+1} \frac{\partial P}{\partial S_{t,i+1}}, \dots \right] \begin{bmatrix} \sigma_i^2 & \dots & \sigma_{i,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n,i} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial S_{ti}} S_{ti} \\ \vdots \\ \frac{\partial P}{\partial S_{tn}} S_{tn} \end{bmatrix} dt$$

$$\text{VaR}_\alpha = Z_{1-\alpha} \sqrt{\left[S_{ti} \Delta_i, S_{t,i+1} \Delta_{i+1}, \dots \right] \begin{bmatrix} \sigma_i^2 & \dots & \sigma_{i,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n,i} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{ti} \Delta_i \\ \vdots \\ S_{tn} \Delta_n \end{bmatrix} dt}$$

$$\text{VaR}_\alpha = Z_{1-\alpha} \sqrt{\bar{\Delta}^t \Sigma \bar{\Delta} dt}$$

Anexo 2. Código S-Plus modelo simulación histórica suavizado con el estimador kernel normal.

```
Data1=scan("G:\\RendimientosMezcla.txt")
n <- length(Data1)
sigma<-2.355694
Q1 <- -1.192962
Q3<- 1.199581
PI <- 3.14159265
h.NS=sigma*(4/(3*n))^(1/5)
h.Silver <- 0.9*min(sigma, (Q3-Q1)/(1.34))*((n)^(-1/5))
h.Smoothed <- 3*sigma*(1/(70*sqrt(PI)*n))^(1/5)
funcion.hNS <- ksmooth(Data, kernel="normal", bandwidth=h.NS/0.108725)
funcion.hSilver <- ksmooth(Data, kernel="normal", bandwidth=h.Silver/0.108725)
funcion.hSmoothed <- ksmooth(Data, kernel="normal",
bandwidth=h.Smoothed/0.108725)
write(funcion.hNS,"G:\\NormalSimpleSMMbis5.txt",ncol=2)
write(funcion.hSilver,"G:\\NormalSilverSMMbis5.txt",ncol=2)
write(funcion.hSmoothed,"G:\\NormalSmoothedSMMbis5.txt",ncol=2)
```