



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO
FACULTAD DE ECONOMIA**

**TIPO DE CAMBIO NOMINAL Y REAL DE MÉXICO: UNA
MODELACIÓN A PARTIR DE LA DISTRIBUCIÓN DE
VALORES EXTREMOS GENERALIZADA**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN ACTUARIA**

PRESENTA

JESSICA RIVERA GONZÁLEZ

DIRECTOR DE TESIS

Dr. MIGUEL ÁNGEL DÍAZ CARREÑO

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	3
CAPÍTULO 1. REVISIÓN DE LA LITERATURA: MODELACIÓN ESTADÍSTICA DE LA VARIABLE DEL TIPO DE CAMBIO.....	8
1.1 Revisión de literatura de la modelación estadística del tipo de cambio internacional.....	8
1.2 Revisión de literatura para el caso de México.....	11
1.3 Revisión de literatura de aplicación de distribuciones de probabilidad que modelan fenómenos extremos.....	20
CAPÍTULO 2. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE VARIABLES DE VALORES EXTREMOS.....	27
2.1 Teoría de los valores extremos.....	27
2.2 Distribución Generalizada de Valores Extremos.....	28
2.2.1 Características de la Distribución de Valores Extremos Generalizada.....	32
2.3 Distribución de Probabilidad de Gumbel.....	33
2.4 Distribución de Probabilidad de Frechet.....	34
2.5 Distribución de Probabilidad de Pareto Generalizada.....	35
CAPITULO 3. PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE CHI-CUADRADA, KOLMOGOROV-SMIRNOV Y ANDERSON-DARLING.....	38

3.1 Prueba Chi-cuadrada.....	39
3.2 Prueba de Kolmogorov- Smirnov.....	40
3.3 Prueba estadística de Anderson- Darling.....	43
3.4 Ventajas y desventajas en el uso de Pruebas Estadísticas de bondad de ajuste no paramétricas.....	45
CAPÍTULO 4 TIPO DE CAMBIO NOMINAL Y REAL DE MÉXICO 1995-2016.....	49
4.1 Estadísticas básicas del comportamiento del TCN.....	50
4.2 Estadísticas básicas del comportamiento del TCR.....	53
CAPÍTULO 5 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DEL TIPO DE CAMBIO DE MÉXICO A PARTIR DE LA DISTRIBUCIÓN DE VALOR EXTREMO GENERALIZADA.....	56
5.1 Aplicación de las Pruebas de Bondad de Ajuste sobre la variable del Tipo de cambio Nominal.....	57
5.2 Aplicación de las Pruebas de Bondad de Ajuste sobre la variable del Tipo de cambio Real.....	63
5.3 Función acumulativa de probabilidad de las variables TCN y TCR.....	68
5.4 Análisis de la función de distribución acumulativa de probabilidad y los percentiles de las variaciones del TCN.....	71
5.5 Análisis de la función de distribución acumulativa de probabilidad y los percentiles de las variaciones del TCR.....	72
CONCLUSIONES.....	75
BIBLIOGRAFIA.....	79

INTRODUCCIÓN

Entre los precios macroeconómicos se encuentra el tipo de cambio que representa el precio de una moneda en términos de otra. En particular para México resulta de gran relevancia el tipo de cambio del peso respecto al dólar estadounidense.

El estudio del tipo de cambio es fundamental sobre todo en aquellas economías que se encuentran altamente integradas al comercio y las finanzas internacionales. Este es el caso de México donde el comercio exterior, los flujos de inversión extranjera y el turismo ocupan un lugar preponderante para la actividad económica del país. De hecho sólo el intercambio comercial mexicano con el exterior representa cerca de dos terceras partes de su Producto Interior Bruto anual y cerca del 70% de dicho comercio lo lleva a cabo con los Estados Unidos de Norteamérica.

Por otra parte, la experiencia mexicana en materia de inestabilidad cambiaria es amplia debido a los reiterados episodios de fuertes fluctuaciones positivas y negativas en dicha variable. Por ejemplo, durante el periodo 1976-1977 el peso mexicano registró una depreciación respecto al dólar de 81.5%; ente 1982 y 1983 de 513.2%; en los años 1986-1987 de 353.0%; en 1994-1995 de 102.4% y en 2008-2009 de 43.5% (Banxico, 2010). Esto ha evidenciado aumentos considerables en el nivel de precios de la economía (inflación) y en las tasas de interés, lo que a su vez se traduce en una reducción importante de la capacidad adquisitiva de los ingresos de la población por un lado, y por otro, de un incremento significativo en el costo de financiamiento tanto del sector público como privado, esto último como efecto del incremento de los diferentes tipos de interés.

Vale la pena destacar que el comportamiento del tipo de cambio es fundamental en la determinación de una serie de variables macroeconómicas, tales como las exportaciones e importaciones, la actividad productiva, el nivel de empleo y la inflación. A su vez, la variable del tipo de cambio es afectada por una gran cantidad de factores, tales como el deterioro de la actividad económica del país, así como por una gran diversidad de componentes económicos, políticos y sociales tanto de

carácter nacional como internacional. Es por ello que su estabilidad, sobre todo en países en desarrollo como lo es México, fácilmente se puede deteriorar y presentar fluctuaciones significativas en periodos de tiempo relativamente cortos. En este contexto, el conocimiento adecuado del comportamiento del tipo de cambio es fundamental tanto para la toma de decisiones en torno a la selección de portafolios como para la planeación de la política económica. Al respecto existen distintos planteamientos que han buscado modelar y explicar la dinámica de las fluctuaciones del tipo de cambio en el tiempo (Nurse, 1945 y Friedman, 1953).

Esta investigación tiene como principal objetivo analizar el comportamiento de las series de datos del tipo de cambio nominal (TCN) y tipo de cambio real (TCR) de México durante el periodo de 1995 a 2016 a partir de alguna distribución probabilística de valores extremos.¹ Primeramente se buscará probar si las variaciones del tipo de cambio nominal y real pueden ser modeladas estadísticamente de forma adecuada a partir de un modelo probabilístico de valores extremos para posteriormente utilizar el modelo validado en la descripción de las principales características de los comportamientos de dichas variables. La relevancia de considerar este periodo consiste en que fue precisamente durante la crisis económica de México de 1995 cuando se optó por transitar de un esquema cambiario rígido o fijo a un régimen de flotación, con lo cual, a partir de entonces el tipo de cambio responde más al comportamiento del mercado cambiario que a determinaciones de alguna autoridad económica.

La idea de la modelación de la variable tipo de cambio a partir de una distribución de valor extremo radica en que en el caso de la economía mexicana han sido recurrentes los episodios de fuertes devaluaciones o depreciaciones del tipo de cambio sobre todo en periodos cercanos a una recesión o crisis económicas y/o financieras, tales como las observadas durante la década de los ochenta, mediados de los noventa y durante la recesión económica mundial de 2008-2009. En este sentido, el tipo de cambio de México se ha caracterizado, al menos en las últimas

¹ Dentro de las distribuciones de valores extremos se encuentran la distribución Gumbel, Frechet y Weibull esto en base a los diferentes valores que puede tomar el parámetro de forma k de una distribución de VEG.

cuatro décadas, por una elevada inestabilidad representada por grandes fluctuaciones y lo que parece sugerir la utilización de distribuciones probabilísticas de valores extremos cuando se trata de explicar adecuadamente su conducta.

El comportamiento de las fluctuaciones del tipo de cambio se estudia a partir de métodos estadísticos paramétricos y no paramétricos. En el primer caso, se identifica un modelo probabilístico en relación a la información histórica disponible y se emplean las propiedades del modelo estadístico validado; en tanto que en el segundo caso se omite el probable modelo estocástico que genera la serie de datos y se utilizan procedimientos que no asumen alguna forma distribucional sobre la información.

El presente trabajo estudia el comportamiento del tipo de cambio nominal y real entre el peso de México y el dólar estadounidense durante el periodo 1995-2016 partir de metodologías estadísticas paramétricas y no paramétricas, las cuales emplean información correspondiente a datos históricos de dichas variables durante el periodo a analizar. Cabe mencionar que se trata de un estudio completamente estadístico, por lo que no se hace una revisión de los modelos macroeconómicos de determinación del tipo de cambio.

Por otra parte, es importante destacar que en los diversos estudios estadísticos que modelan el comportamiento del tipo de cambio se ha propuesto el empleo de una gran variedad de modelos probabilísticos, tales como la distribución de Pareto, la t de Student, la Normal, Exponencial, Gama y Uniforme, entre otras (Friedman and Vandersteel 1982, Boothe and Glassman 1987, Tucker and Scout 1987, Tucker and Pond 1988).

Esta investigación se integra por cinco capítulos. El capítulo uno describe una serie de estudios y metodologías que se utilizan en el análisis del comportamiento del tipo de cambio a nivel mundial y en específico para la economía mexicana. Se destaca que existen diferentes estudios que comprenden desde análisis de series de tiempo hasta enfoques teóricos que buscan abarcar diferentes perspectivas disponibles de

estudio para el análisis tanto del tipo de cambio nominal como del tipo de cambio real.

En el capítulo dos se expone la relevancia de la teoría de los valores extremos en la modelación de desastres tanto naturales como económicos y financieros. Así mismo se describen los modelos de probabilidad que con mayor frecuencia se han empleado para explicar variables con elevados grados de volatilidad, principalmente se exponen los casos de la distribución de Valor Extremo Generalizada, la Gumbel, la Fréchet y Pareto Generalizada.

El capítulo tres describe brevemente algunas pruebas de bondad de ajuste que tienen como objetivo principal la validación del supuesto distribucional de valor extremo a partir de los datos de las variaciones mensuales del tipo de cambio nominal y real. Las tres pruebas que se exponen son la Chi-Cuadrada, Kolmogorov – Smirnov y Anderson – Darling; se presenta su metodología así como una breve explicación intuitiva del propósito de cada una de estas.

En el capítulo cuatro se analizan las estadísticas básicas de las fluctuaciones del tipo de cambio nominal y real de México durante el periodo 1995-2016. Se destacan aquellos periodos donde el tipo de cambio se incrementó de forma considerable y el entorno económico que los acompaña. Adicionalmente, se hace un comparativo entre los diferentes sexenios que integran el periodo mencionado. Este capítulo tiene la finalidad de considerar la discusión de los principales resultados de la modelación estadística del TCN y TCR.

En el capítulo cinco se aplica la metodología de las pruebas de bondad de ajuste descritas en el capítulo tres sobre los datos de las variaciones del tipo de cambio nominal y real de México durante 1995-2016. El objetivo de este capítulo consiste en validar estadísticamente el modelo probabilístico más adecuado para describir el comportamiento de las series del tipo de cambio en estudio, para esto se emplea el software estadístico *Easyfit*, el cual se encuentra disponible en internet y que permite de manera sencilla y rápida realizar el ajuste de un conjunto de observaciones muestrales a una gran diversidad de distribuciones probabilísticas

de variable aleatoria continua. En este caso las distribuciones de interés se concretaron en las distribuciones de Valor Extremo Generalizado, Gumbel, Fretcher y Pareto Generalizada.

Finalmente se presentan las conclusiones donde se comentan los principales resultados de las series del tipo de cambio de México durante el periodo 1995-2016 a partir de la distribución de Valores Extremos Generalizada.

CAPÍTULO 1. REVISIÓN DE LA LITERATURA: MODELACIÓN ESTADÍSTICA DE LA VARIABLE DEL TIPO DE CAMBIO

La revisión de literatura tiene como finalidad presentar un marco contextual acerca del tema en estudio. Para lo cual, se aborda una serie de trabajos o estudios que destacan la modelación estadística de la variable del tipo de cambio a nivel internacional y para México.

1.1 Revisión de literatura de la modelación estadística del tipo de cambio internacional

A principios de los setenta las diferentes monedas, tanto las más fuertes como las más débiles, empezaron a mostrar una gran volatilidad, esto se puede apreciar en numerosos trabajos de investigación (IMF, 1984; De Grauwe *et al.*, 1985; MacDonald, 1988; Bordo, 1993; Stein y Polly, 1995; Connolly y Devereux, 1995 e Isard, 1995). Este aumento de la volatilidad de los tipos de cambio nominal y real ha sido particularmente significativa en países de América Latina (IMF, 1984), ya que han experimentado cambios más severos en relación a la volatilidad mostrada por países desarrollados. Lo cual resulta de suma importancia teniendo en cuenta que las fluctuaciones excesivas en esta variable tienen efectos negativos principalmente sobre los precios relativos de una economía, los salarios, tasas de interés, y sobre el nivel de la producción y la generación de empleo.

Es posible clasificar a grandes rasgos los trabajos de acuerdo con su objetivo. Algunos de ellos se han centrado en probar si efectivamente la volatilidad de los tipos de cambio y, por tanto, el riesgo cambiario aumenta, entre los estudios más sobresalientes se encuentran los de De Grauwe *et al.* (1985), MacDonald (1988), Bordo (1993). Otros autores se han enfocado en el estudio de monedas más vulnerables como es el caso de América Latina. Estos trabajos concluyen que, la volatilidad del tipo de cambio, no solo se presenta en países desarrollados bajo un régimen flexible sino también en aquellos que se encuentran en vías de desarrollo bajo diferentes regímenes cambiarios, ya sea fijo o ajustable. Los trabajos realizados por Edwards (1989) y Connolly y Devereux (1995) quienes estudian el

caso de la volatilidad del tipo de cambio real en países en desarrollo particularmente el caso de países de América Latina muestran que incluso la volatilidad del tipo de cambio real ha sido mayor que en países desarrollados. Otros más se han enfocado en aplicar teorías de estimación de los tipos de cambio en el corto plazo, que son modelos que utilizan en su conjunto el enfoque monetario.

Peón (2003) por su parte presenta un análisis teórico del concepto de TCR, significado económico y forma apropiada de medirlo, y una discusión teórica del porqué no debe considerarse como una variable con media constante a lo largo del tiempo. Esto es equivalente a explicar por qué la teoría de la paridad del poder de compra (PPP) no proporciona una visión completa y adecuada de los eventos económicos que ocurren en la realidad. En la segunda parte presenta evidencia empírica que proporciona soporte a la hipótesis de no estacionariedad del tipo de cambio real y la metodología utilizada para la prueba de hipótesis, es la denominada prueba de razón de varianzas (VRT, por sus siglas en inglés). Los resultados de la prueba aplicada a datos de México y otros 26 países, muestran evidencia de un comportamiento no estacionario para esta variable.

En este contexto, Bastourre *et al.* (2011) examinó críticamente el estado de la discusión teórica y la evidencia empírica internacional respecto de la relación entre crecimiento y el tipo de cambio real (TCR). En segundo término realizó una revisión de los principales trabajos de investigación orientados a examinar los canales por los cuales puede operar dicha relación. Estos canales se centran sucintamente en: i) el impulso que un tipo de cambio real competitivo y estable genera en los sectores exportadores; ii) los incentivos a la diversificación productiva y comercial, fenómeno que presupone que el TCR puede jugar un papel importante en procesos de cambio estructural; y iii) su impacto en la inversión agregada y su asignación sectorial. El documento incluye, además, resultados preliminares que avalan lo encontrado en buena parte de la literatura, en torno a la existencia de un vínculo estrecho entre tipo de cambio y crecimiento en economías emergentes, especialmente asiáticas y

en menor medida latinoamericanas, detectándose en todos los casos ciertos condicionantes para que la relación opere en la dirección esperada.

Por otro lado, Rodrik (2008) muestra que la subvaluación de la moneda estimula el crecimiento económico.² Esto es cierto particularmente para países desarrollados. Dicho hallazgo es robusto para el uso de diferentes medidas del tipo de cambio real y diferentes técnicas de estimación. Además se proporcionan algunas pruebas de que el canal operativo es del tamaño del sector de intercambio (especialmente la industria). Los resultados sugieren que los intercambios sufren de manera desproporcionada las fallas del gobierno o del mercado que mantienen a los países pobres en convergencia hacia los países con mayores ingresos. Se presentan dos categorías de explicaciones de por qué esto sea así, la primera se centra en las deficiencias institucionales, y el segundo en las fallas de producto-mercado. Un modelo formal aclara los vínculos entre el tipo de cambio real y la tasa de crecimiento económico.

Recientemente, se ha documentado una fuerte asociación entre el nivel, la volatilidad del TCR y el crecimiento económico. Aunque los efectos positivos documentados de TCR tanto la competitividad y la estabilidad en el crecimiento parece ser robusta, todavía no está claro cuáles son los mecanismos de conducción de estas asociaciones. Al respecto Rapetti (2013) basándose en una variedad de técnicas econométricas aplicadas a grandes conjuntos de datos entre países analiza los mecanismos que se han propuesto y busca evaluarlos a la luz de la evidencia empírica documentada. El artículo menciona que dos de ellos se ajustan a los mejores hallazgos empíricos: el canal de la globalización financiera y el canal de crecimiento comerciable-conducido. Llegando a la conclusión de que dado que estos mecanismos no se excluyen mutuamente, ambos podrían tener algún poder explicativo.

² Es importante mencionar que los términos subvaluación y sobrevaluación son utilizados cuando hablamos del tipo de cambio fijo, este es aquel en que las autoridades económicas establecen el tipo de cambio que desean mantener y, por tanto, éste no responde a la oferta y demanda de divisas.

Por su parte, Vargas (2010) presentó una comparación de los efectos que tiene el sobrevaluar o subvaluar los tipos de cambio en una economía. Para comenzar explica los tipos de cambio más utilizados por los diferentes países, para posteriormente entrar en un análisis profundo de las consecuencias causadas al utilizar tipos de cambio fijo ya sea en equilibrio, subvaluados y sobrevaluados. Llegando a la conclusión de que el tipo de cambio que se aplica a un país es determinante en el desenvolvimiento de la economía. Si se implementa un tipo de cambio fijo sobrevaluado las consecuencias serán estancamiento, recesión, endeudamiento entre otros males, finalmente el proceso se completa en una suerte de círculo vicioso que comienza en inestabilidad económica, luego viene la social y finalmente desemboca en inestabilidad política. En cambio, si la moneda está subvaluada, los efectos son positivos como son crecimiento del PIB, conquista de mercados, empleo, inversión, balanza comercial positiva por nombrar algunos. Todo esto de la mano de reformas estructurales y una política monetaria adecuada. Según éste autor, quedaría demostrado que la estrategia de la subvaluación de la moneda nacional es una vía alternativa para mejorar la competitividad y acelerar el desarrollo de cualquier economía. Por lo tanto, si se pretende acelerar la transición de una economía de subdesarrollada a desarrollada, resulta de gran importancia aplicar, además de otras reformas, la estrategia de la subvaluación, lo anterior tomando como base del estudio el tipo de cambio fijo.

1.2 Revisión de literatura para el caso de México

En particular para el caso de México existe un número considerable de investigaciones en torno a la modelación estadística del comportamiento del tipo de cambio nominal y real entre el peso mexicano y el dólar estadounidense, entre otras destacan las de Werner (1997), Bazdresch y Werner (2002), Flood y Marion (1998), Macías (2003), Guzmán (2006), Benavides (2006) y Díaz y Gómez (2011), quienes emplean diferentes metodologías para estudiar esta variable en distintos periodos de tiempo.

Werner (1997) analizó el comportamiento del tipo de cambio durante 1995-1996 a través de las propiedades estadísticas de las fluctuaciones diarias del peso y realizó una comparación con el comportamiento de otras monedas. Entre sus principales resultados encontró que exceptuando los periodos de extrema volatilidad observados durante 1995, la variación del tipo de cambio fue similar a la observada en países que mantienen un tipo de cambio flexible. En este contexto Bazdresch y Werner (2002), argumentan que el comportamiento del peso mexicano, desde la adopción del régimen de flotación, ha estado caracterizado por largos periodos de estabilidad que repentinamente dan lugar a episodios de gran volatilidad. Para explicar este patrón de comportamiento, desarrollaron un modelo monetario de determinación del tipo de cambio, enriquecido con una prima de riesgo, de manera similar a la propuesta en el trabajo de Flood y Marion (1998). En este estudio, los cambios en las expectativas del mercado sobre el riesgo cambiario dan origen a equilibrios múltiples. En este modelo de determinación del tipo de cambio existen dos equilibrios, uno con pequeñas depreciaciones y baja volatilidad en el mercado cambiario y otro donde se presentan grandes depreciaciones y una alta volatilidad. La segunda parte del trabajo estima una regresión con cambio de régimen para explicar los movimientos diarios en el valor del peso respecto al dólar. Se encuentra evidencia significativa sobre la existencia de dos regímenes claramente identificables. Uno de ellos sin tendencia y con poca volatilidad y el otro con depreciaciones positivas y alta volatilidad.

Por otro lado, Macías (2003) muestra que la trayectoria del tipo de cambio nominal se aleja de manera significativa del tipo de cambio real, comenta que a partir de la profundización del proceso de apertura económica se observa una elevada sobrevaluación del peso en comparación con el dólar estadounidense; además, establece que para México no es conveniente adoptar medidas para depreciar la tasa de cambio, debido al no cumplimiento de la condición de Marshall-Lerner (una depreciación del tipo de cambio no mejora sustancialmente el saldo de la balanza comercial) por una parte y por otra, a que si generarían mayor inflación. Por su parte, Guzmán (2006) presenta un modelo de predicción del comportamiento del tipo de

cambio *spot* para la economía mexicana, el cual se plantea a corto plazo y se sustenta en la metodología econométrica de Engle y Granger (1987), la cual utiliza como variable explicativa de una serie el ajuste al equilibrio (mecanismo de corrección de error, MCE) que se extrae del nivel de equilibrio a largo plazo de tipo del cambio *spot*, por lo que, además se desarrolla un modelo de largo plazo del tipo de cambio, basado en el enfoque monetario de la balanza de pagos. A su vez, Benavides (2006) analiza el poder predictivo de varios modelos de pronósticos de volatilidad diaria del tipo de cambio peso mexicano–dólar estadounidense. Entre estos se encuentran: univariado GARCH; multi-variado GARCH (modelo BEKK); volatilidad implícita de opciones; y, uno compuesto. La especificación del modelo compuesto incluye pronósticos de series de tiempo, obtenidos con modelos tipo-ARCH, y volatilidad implícita de opciones. El autor realiza una evaluación estadística del poder predictivo de este versus los modelos sin cambiar. En términos del error cuadrático medio (ECM), los resultados muestran que el modelo compuesto es el más certero al compararlo con el resto de los modelos.

Ibarra (2008) intenta responder si la situación de la economía mexicana posee fortalezas que pudieran no solo garantizar que no se repetirán crisis como las ocurridas en 1982 y 1994; sino también si están dándose las condiciones para un crecimiento sostenido y de largo plazo para la economía mexicana, con beneficios sociales. Para comprobar esta hipótesis realiza un análisis de la historia cambiaria de México y un recuento de las decisiones que han tomado los gobiernos y las consecuencias tanto positivas como negativas que estas tienen, para finalmente concluir que los problemas estructurales de la economía mexicana persisten, obligando a pensar en medidas alternativas de sostenimiento de largo plazo en la economía, tales como desarrollar planes que rehagan las cadenas productivas de las pequeñas y medianas empresas con las grandes compañías exportadoras para reducir importaciones, a la par que se instrumenten programas que estimulen exportaciones con mayor contenido tecnológico.

Por otra parte, Zavala *et al.* (2016) evaluaron la capacidad explicativa de los términos de intercambio (TI), el diferencial de productividad (DP), el precio del petróleo (O) y el diferencial de reservas (DR) en el tipo de cambio real (TCR) entre México y Estados Unidos. El objetivo fue determinar a través del análisis econométrico el impacto de las variables fundamentales que afectan el comportamiento del tipo de cambio real entre México y Estados Unidos. Antes de especificar el modelo de regresión se analizó la importancia sobre el tipo de cambio real de los TI, el DR, el DP y el O con la metodología de Engle-Granger y la prueba de causalidad de Granger. Los TI, el DR y el O fueron las variables que mostraron relación estable a largo plazo con el TCR. La estimación de los parámetros se realizó mediante mínimos cuadrados ordinarios, y el DR y el O fueron significativos. Los resultados arrojaron que a pesar de que los términos de intercambio están cointegrados con el tipo de cambio real no sirven como variable fundamental de su comportamiento para el periodo 1980 a 2010. El diferencial de productividad es una variable importante para determinar el tipo de cambio real para economías en desarrollo, sin embargo en el caso de México y Estados Unidos no fue significativo. El tipo de cambio fue inelástico a los cambios de las variables determinantes, es decir el cambio porcentual en el tipo de cambio real es menor a uno por cada cambio porcentual en el diferencial de reservas y precio del petróleo. Llegando a la conclusión de que la política monetaria tiene impacto mayor en la determinación del tipo de cambio real entre México y Estados Unidos.

Para identificar las fuertes variaciones del tipo de cambio bilateral entre México y Estados Unidos, Castillo (2001) presenta un análisis del tipo de cambio nominal y real México- Estados Unidos en el cual se identifican las fuertes variaciones en los mismos. A grandes rasgos el análisis consiste en separar e identificar choques nominales y reales que afectan al tipo de cambio por medio de la estimación de un vector auto regresivo (VAR) que incluye el tipo de cambio real y nominal, así como variables nominales y reales que se supone a priori influyen sobre el tipo de cambio nominal y real. En la primera sección se determina la naturaleza estocástica de las series de tipo de cambio real y nominal por medio de pruebas de raíz unitaria y de

cointegración; posteriormente se analizan los efectos nominales y reales sobre el tipo de cambio. Se concluye que el análisis muestra que los cambios en la cotización del peso durante el periodo de libre flotación se deben tanto a factores reales como nominales. Dentro de estos choques aquellos producidos por variables de inversión son lo que han causado un mayor efecto en el tipo de cambio. Asimismo, se encuentra que el diferencial entre la tasa real de corto plazo *ex ante* entre Estados Unidos y México no presenta un poder explicativo significativo sobre las fluctuaciones del tipo de cambio real.

Por otro lado, Rodríguez (2013) analiza diferentes medidas del tipo de cambio real (TCR) para México. La primera parte presenta una descripción de cinco diferentes medidas del TCR: la calculada por el Banco de México, la de FMI, dos publicadas por la OCDE y la propuesta por Harberger denominada SDRWPI, con énfasis en las ventajas y desventajas teóricas de cada una de ellas. La segunda parte presenta una comparación econométrica de las alternativas analizadas con el objetivo de tener un soporte empírico que pueda decir cuál de los análisis puede ser preferido en relación a los otros. El análisis se realizó bajo el criterio de que una buena medida del TCR debe ser sensible a cambios en la oferta, exportaciones, demanda de importaciones y de los flujos de capital. Para llegar a la conclusión de que la medida del tipo de cambio real en México basado en el SDRWPI es mejor que las otras cuatro con las que se compara. Por esta razón se puede decir que el TCR basado en el SDRWPI es un índice apropiado para ser entendido como un indicador del TCR, en el sentido de que nos da una adecuada medida para México del precio real que equilibra la balanza de pagos.

Ávalos y Hernández (1995) utilizando un modelo ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) propusieron un procedimiento para obtener *proxies* de las varianzas del tipo de cambio real (TCR) en México a través del tiempo. Con éstas se desarrolla un modelo empírico para establecer las relación que la variabilidad del TCR tiene respecto a las exportaciones y al producto interno bruto mexicano. Los resultados muestran una relación inversa, la cual sugiere que no solamente el nivel

sino la estabilidad del TCR son importantes para explicar el comportamiento económico del mundo. Asimismo, se obtiene una medida alternativa de desalineación del TCR y se muestra que esta variable también se encuentra relacionada inversamente con el comportamiento económico. Los resultados sugieren que deben adoptarse regímenes cambiarios que logren reducir la incertidumbre del mercado.

Otro estudio con relación al tipo de cambio real lo presentan Grier y Hernández (2014) quienes analizan diversos factores que podrían afectar en mayor medida al TCR, a su proceso de elecciones y los efectos económicos en el sector real del mismo TCR. En dicho estudio se revisa la literatura reciente sobre los efectos de las elecciones de tipo de cambio y se adapta el modelo de Ball's para demostrar que la incertidumbre sobre el curso del futuro de la política puede hacer más apreciados los tipos de cambio y menos predecibles. Adicionalmente se realiza una revisión de la literatura sobre el efecto real de las apreciaciones del TCR y de la incertidumbre. Posteriormente se construye un modelo GARCH-M para la determinación del TCR. El modelo se estima usando datos de México, un país en desarrollo y de Estados Unidos. Para México se encontró que las elecciones afectan de manera significativa la evolución del TCR. Los tipos de cambio reales más apreciados son menos predecibles, el crecimiento y la incertidumbre del TCR reduce el crecimiento del producto, aun controlando por su efecto en el comercio. Por el contrario ninguno de estos efectos se encuentra en los datos para Estados Unidos.

Por su parte Alarcón *et al.* (2007) pretenden construir un modelo de pronóstico confiable del tipo de cambio del peso mexicano contra el dólar norteamericano utilizando la metodología de Box-Jenkins o modelos ARIMA para series de tiempo. Se pretende con ésta, que entidades mexicanas y extranjeras que realicen operaciones comerciales y financieras con el exterior, vean reducida, mas no eliminada la incertidumbre que rodea a el tipo de cambio con relación a su comportamiento futuro y permita realizar mejores actividades de planeación financiera a corto y mediano plazo. De esta manera, se concluye que el modelo

econométrico apropiado para pronosticar el comportamiento del TCS en México es el ARIMA (1, 1, 1) por ser el único probado en donde los parámetros del mismo resultan significativos a un nivel de significancia del 5%, y por presentar una aceptable bondad de ajuste, aleatoriedad de residuales y un valor en sus coeficientes de auto correlación cercanos a cero.

Para analizar el efecto que el tipo de cambio flexible tiene sobre diferentes precios en México, Brindis (2015) analiza el efecto que una depreciación del tipo de cambio nominal tiene sobre la cadena de precios y su efecto final en el tipo de cambio real. El análisis es realizado utilizando un modelo VAR estructural, el cual permite la estimación de las funciones (impulso-respuesta) estructurales como una herramienta para analizar en qué grado el efecto de una depreciación del tipo de cambio influye sobre los precios. Los resultados arrojan que una depreciación del uno por ciento en el tipo de cambio provocaría un alza acumulada en el INPC del 3.35% treinta meses después del shock, lo que implicaría una tasa promedio anual de depreciación del tipo de cambio real del 2.9%.

Por su parte Reyes *et al.* (2004) se ocupan de pormenorizar las características de la política monetaria y cambiaria a partir de 1995, contrastándolas con el régimen de tipo de cambio fijo, vigente antes de la crisis de 1994. El propósito es mostrar, por un lado, cómo los factores externos determinan con una intensidad creciente la paridad cambiaria en México, al tiempo que alimentan la volatilidad en los mercados financieros.

Torres (2009) analiza las relaciones de causalidad entre el tipo de cambio “peso mexicano/dólar estadounidense” y una serie de variables de modelos monetarios del enfoque del mercado de activos para la determinación del tipo de cambio que identifica como determinantes de la paridad. La evidencia sugiere que el tipo de cambio nominal en el periodo de flotación en México causa en el sentido de Granger a sus determinantes, evidencia que es interpretada como consistente con las implicaciones del enfoque del mercado de activos para el cálculo de la paridad.

Por otro lado Díaz *et al.* (2011) presentan una modelación estadística de las depreciaciones extremas del tipo de cambio nominal del peso mexicano frente al dólar estadounidense a partir de la validación del supuesto de Proceso de Poisson No Homogéneo (ppnh) en el periodo 1990-2010. Los resultados empíricos muestran fuerte evidencia que para incrementos del tipo de cambio mensual mayores a 2.0%, el empleo del pphh es adecuado, no así para otros niveles de aumento. Además utilizando una función de valor medio del pphh tipo Weibull se encontró que la probabilidad de ocurrencia de una depreciación superior a 2.0% en un mes es de 33% y en un trimestre de 67%. Concluyendo que si se considera que la variable tipo de cambio es uno de las principales factores determinantes de la competitividad de las exportaciones de nuestro país en el mercado internacional, en la selección de portafolios, así como una variable fundamental en la planeación de la misma política económica, los resultados de esta investigación bien podrían tomarse en cuenta en aquéllos ejercicios de prospectiva que involucran indicadores como la inflación, tasa de interés, crecimiento económico, importaciones y exportaciones, entre otros.

Por otra parte, empleando las pruebas estadísticas no paramétricas de Kruskal-Wallis y Van der Waerden sobre las variaciones porcentuales del tipo de cambio nominal y real peso-dólar, Díaz y Gomez (2011) encontraron que éste no se alteró en términos medios durante los periodos de economía cerrada (1970-1982), en apertura (1983-1993) y abierta al comercio (1994-2010). A su vez, utilizando la prueba de homogeneidad de varianza de Levene y Brown – Forsythe, existe evidencia en términos de variabilidad, que el comportamiento del tipo de cambio no experimentó cambios significativos entre periodos, lo cual sugiere que dado el cambio estructural que representó para la economía mexicana la drástica apertura comercial frente a Estado Unidos de Norteamérica y Canadá con el TLCAN a mediados de los noventa, la trayectoria del tipo de cambio real de México no experimentó cambios significativos en su volatilidad promedio. No obstante, utilizando las mismas pruebas estadísticas, se pudo verificar que la mediana de las variaciones porcentuales del tipo de cambio nominal es diferente en los tres

periodos analizados, ésta se incrementa durante 1983-1993 respecto a 1970-1982, pero disminuye en 1994-2010 respecto al periodo de 1983-1993. Lo que sugiere que la mayor apertura comercial que experimentó México con el TLCAN pudo generar expectativas favorables en los agentes económicos del país y que se reflejó en una menor volatilidad del tipo de cambio nominal que es un mejor indicador de la cotización del peso respecto al dólar en el corto plazo. Dicha volatilidad se redujo sensiblemente del periodo 1970-1982 a los periodos de 1983-1993 y 1994-2010.

Literatura reciente demuestra empíricamente que el tipo de cambio real es fundamental en la explicación del desenvolvimiento económico de los países en desarrollo. Loria (2016) prueba empíricamente que la política cambiaria anti-inflacionaria que se ha aplicado sistemáticamente constituye una fuerte restricción al crecimiento económico de México y que no parece haber cambiado en todo este periodo, a pesar de existir distintos regímenes monetarios y cambiarios. Se estima un SVAR(2) (1950-2014) que demuestra que las continuas apreciaciones cambiarias reales han reducido la capacidad de crecimiento económico en México y han afectado otros equilibrios macroeconómicos. Concluyendo que ésta, por sí misma, podría considerarse como una reforma macroeconómica estructural de fuerte impacto.

Finalmente, como consecuencia del entorno económico internacional considerablemente inestable sobre todo después de la Gran Recesión mundial de 2008-2009, donde las diversas monedas de las economías emergentes han experimentado importantes depreciaciones en un ambiente de alta volatilidad en los mercados financieros. El peso mexicano no ha sido ajeno a esta situación. Por lo que en este contexto se hace indispensable un mayor estudio del comportamiento de la variable del tipo de cambio nominal y real con la finalidad de disponer de mejores herramientas en la toma de decisiones, en particular, en torno a la política cambiaria del país. Esta tesis busca contribuir al respecto y convertirse en un estudio que pueda ser de utilidad en una explicación adecuada del comportamiento del tipo de cambio nominal y real de México.

1.3 Revisión de literatura de aplicación de distribuciones de probabilidad que modelan fenómenos extremos.

Aguirre Salgado et al. (2013) proponen una metodología para la estimación del valor en riesgo (VaR) del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores mediante el uso combinado de modelos autorregresivos y medias móviles (ARMA); tres diferentes modelos de la familia ARCH, de los cuales uno es simétrico (GARCH) y dos asimétricos (GRJ-GARCH y EGARCH); y la teoría de los valores extremos. Los modelos ARMA se usaron para obtener los residuales no correlacionados que sirven de base para el análisis de valores extremos. En forma paralela se usó el método RiskMetrics a manera de comparación para la metodología propuesta. Se concluye que la metodología de los modelos de heteroscedasticidad condicional con teoría de valores extremos para la estimación del valor en riesgo presentó un desempeño mejor que el método RiskMetrics; particularmente el modelo EGARCH presentó menos violaciones del VaR, pero en general los tres modelos de la familia ARCH funcionaron de manera adecuada y generaron estimaciones más pequeñas comparadas con las de Riskmetrics, evaluadas en el mismo nivel de error y de confiabilidad mediante la prueba de proporción de fallas de Kupiec.

En este sentido existen estudios en donde se ha aplicado la teoría del valor extremo (EVT) en campos tales como la hidrología y los seguros. Es una herramienta utilizada para considerar las probabilidades asociadas a eventos extremos y por lo tanto poco comunes. La teoría del valor extremo es útil para modelar el impacto de los accidentes o situaciones de estrés extremo en las carteras de los inversores, contrario a los enfoques tradicionales del valor en riesgo. Sin embargo, la implementación de la teoría del valor extremo enfrenta muchos retos, incluyendo la escasez de datos extremos, para determinar si la serie es de cola gruesa, elección del umbral o el tipo de cola y la elección de los métodos de estimación de parámetros (Bensalah 2000)

Por otro lado, Longin (1999) presenta una aplicación de la teoría del valor extremo para calcular el valor en riesgo de una posición de mercado. La teoría del valor

extremo da algunos resultados interesantes sobre la distribución de rendimientos extremos. En particular, la distribución límite de rendimientos extremos observado durante un largo período de tiempo es en gran medida independiente de la distribución del mismo. En los mercados financieros, los movimientos extremos de precios corresponden a correcciones en el mercado durante los períodos ordinarios, y también para desplomes de la bolsa, los colapsos del mercado de bonos o las crisis de divisas durante los períodos extraordinarios. Un enfoque basado en los valores extremos para calcular el valor en riesgo cubre las condiciones de mercado que van desde el entorno habitual considerado por los métodos existentes de VaR a las crisis financieras que son el foco de las pruebas de estrés. La teoría del valor extremo univariado se utiliza para calcular el valor en riesgo de una posición totalmente agregada mientras que la teoría de valores extremos multivariada se utiliza para calcular el valor en riesgo de una posición descompuesta en factores de riesgo.

Diversos estudios realizados sobre los retornos de los activos financieros en mercados tradicionales y/o emergentes nos indican que los mismos suelen tener "colas" de distribución pesadas, o lo que es lo mismo, suelen presentar mayores probabilidades de ocurrencia de eventos riesgosos. Han surgido desde la teoría moderna de portafolios, distintos intentos de solución para esta problemática. En este sentido, Herrera (2013) señala que una alternativa muy estudiada últimamente, para representar el comportamiento de las rentabilidades, es a partir de las distribuciones de valores extremos que consideran exclusivamente la distribución de las rentabilidades altas y de pérdidas excepcionales, razón por la cual el estudio se centra en la caracterización de las "colas" de distribución pesadas en el contexto de la Teoría de los valores extremos, a partir de este marco teórico, se infieren medidas de riesgo adecuadas para caracterizar los retornos de activos en los mercados tradicionales y más precisamente en mercados de las economías emergentes o en vías de desarrollo, caracterizados principalmente por una distribución de sus retornos más leptocúrtica que la distribución de retornos de los mercados más desarrollados.

En relación a algunas aplicaciones que se han realizado del modelo de probabilidad de Gumbel, a continuación se comentan de forma breve algunos casos específicos. El modelo de probabilidad de Gumbel ha sido utilizado en la valoración del riesgo de lluvias fuertes, aunque ahora muy comúnmente se utiliza esta distribución para el *trading* en divisas y otros instrumentos de especulación (Gumbel, 1958)

Por otro lado la teoría del valor extremo es ampliamente utilizada por muchos investigadores en ciencias aplicadas cuando se enfrentan con el modelado de valores extremos de ciertos fenómenos. Los primeros resultados se han desarrollado teniendo en cuenta las observaciones independientes, pero más recientemente, se han elaborado modelos de valores extremos en el supuesto más realista de dependencia temporal. La importancia de la distribución Gumbel en la práctica se debe a su comportamiento de valor extremo. Se ha aplicado como una distribución para describir la velocidad del viento extrema, altura de las olas del mar, inundaciones, precipitaciones, la temperatura mínima, la precipitación durante las sequías, la fuerza eléctrica de materiales, los problemas de contaminación del aire, problemas geológicos, ingeniería naval, entre otros fenómenos (Shodhganga, 2015).

Adicionalmente la distribución Gumbel o distribución gamma generalizada exponencial se usa comúnmente en el cálculo de los flujos de inundación para el dimensionamiento y diseño de los canales de desagüe de gran prensa hidráulica. Es una herramienta importante en el cálculo de probabilidades de validez demostrado en el estudio de la máxima de un conjunto de datos. En este sentido Canessa (2011) menciona que el objetivo de esta distribución es obtener la probabilidad de que en un determinado conjunto de datos nuevos máximos ocurran frente a un conjunto de condiciones iniciales. Por lo tanto, en la aplicación de la distribución de Gumbel para series de tiempo de cualquier activo financiero, se puede construir un indicador, cuya principal ventaja es la medición de la inestabilidad en las superficies máximas.

Por su parte Aguilera (2007) aborda la aplicabilidad hidrológica de cuatro modelos probabilísticos, correspondientes a las funciones de Gumbel, Log-Normal, Goodrich

y Pearson Tipo III, para series anuales de caudales máximos. El estudio se centró en todas las estaciones de tipo fluvial de la región del Maule, abarcando todos los ríos y las principales cuencas presentes en la región, como son la cuenca del río Mataquito y la cuenca del río Maule, ambas originadas en la Cordillera de los Andes. La función de distribución de probabilidad con la cual los caudales máximos se ven mayormente reflejados, es la función de Gumbel, considerando su uso como altamente confiable.

La distribución Fréchet estudia fenómenos extremos entre las principales aplicaciones de esta distribución de probabilidad se encuentra el análisis de frecuencias de caudales máximos anuales, también se ha utilizado en el estudio de los casos de los peores desastres bursátiles ocurridos y que han sido estudiados bajo este modelo aleatorio. Por otro lado en hidrología, la distribución Fréchet se aplica a los fenómenos extremos, como lluvias anuales máximas de un día y descargas de los ríos. Las frecuencias acumuladas de los datos de precipitación son representadas por el trazado de posiciones como parte del análisis de frecuencia acumulada. Sin embargo, en la mayoría de las aplicaciones hidrológicas, el ajuste de la distribución es a través de la distribución de valores extremos generalizada ya que esto evita que se establezca la hipótesis de que la distribución no tiene una cota inferior (como es requerido por la distribución Fréchet) (Documents.mx 2014).

Es importante resaltar que la distribución Pareto no pertenece a la familia de distribuciones de VEG, no obstante es utilizada para estudiar eventos extremos, a continuación se comentan de forma breve algunos casos específicos. Teniendo en cuenta que los eventos extremos pueden poner en peligro la estabilidad de una entidad aseguradora, García (2016) plantea que el comportamiento inusual de una variable aleatoria puede tener más interés que su 'normalidad' ampliamente tratada por la teoría clásica del riesgo. La Teoría del Valor Extremo y más concretamente la distribución de Pareto generalizada permite modelar los siniestros que exceden un determinado umbral o prioridad, dando un paso más en el análisis de riesgos y en gestión financiero – actuarial, tanto operativa como estratégica. Cualquier

entidad aseguradora necesitará conocer el comportamiento de sus extremos para decidir sobre su asunción con capacidad propia o bien sobre cesión al Reaseguro en cuyo caso la teoría del valor extremo y más concretamente el modelo de Pareto Generalizado, apoyará la estimación óptima del pleno de retención ya que atendiendo al Proyecto de Solvencia II, su capital económico debe responder a sus riesgos retenidos.

En este contexto, (Alonso y Semaán 2009) ilustran paso a paso la estimación de un VaR empleando la simulación histórica, un método paramétrico que supone una distribución normal con varianza constante y un método semi-paramétrico que modela la cola de la distribución de los retornos usando la distribución generalizada de Pareto. Así mismo, se detalla como calcular el ES y realizar el backtesting al interior de la muestra y por fuera de la muestra. El objetivo principal es proporcionar herramientas para calcular las medidas más empeladas de riesgo de mercado. En conclusión al Concentrarse en la evaluación del comportamiento fuera de muestra, se encontró que la metodología basada en una distribución generalizada de Pareto es la que más subestima el riesgo del portafolio, arrojando una proporción cercana al 50% de períodos para los cuales el rendimiento observado es superior al VaR.

La evaluación de la probabilidad de eventos raros y extremos es un tema importante en la gestión del riesgo de las carteras financieras. Por su parte Gilli y Kéllezi (2006) asumen que la teoría del valor extremo proporciona fundamentos sólidos que son necesarios para el modelado estadístico de este tipo de eventos y el cálculo de las medidas de riesgo extremo. El enfoque es en el uso de la teoría del valor extremo para calcular las medidas de riesgo de cola y los intervalos de confianza relacionados, aplicado a los principales índices bursátiles. La implementación del método POT (peak over threshold) implica los siguientes pasos: seleccionar el umbral u , ajustar a la función generalizada de Pareto a los excedentes de u y después calcular el punto y estimaciones del intervalo de Valor en Riesgo y el déficit esperado. En nuestra aplicación, el método POT demostró ser superior ya que las mejores hazañas la información de la muestra de datos. Al estar interesado en el

comportamiento a largo plazo en lugar de en la predicción a corto plazo, a favor de un enfoque incondicional.

El oro es uno de los productos más antiguos y de mayor aceptación utilizados como cobertura contra el riesgo de alteraciones en los mercados financieros. El precio del oro fluctúa considerablemente durante el tiempo y el día a día, y esto introduce un riesgo en sí mismo. Sorprendentemente, hay muy poco análisis formal del riesgo de tener oro. Chen (2014) Analiza el riesgo de la inversión en oro mediante el empleo de la Teoría del Valor Extremo (EVT) a los datos históricos diarios para pérdidas y ganancias extremas diarias en el precio del oro. Las medidas de riesgo adoptadas son de Valor en Riesgo (VaR) y el déficit esperado. Las estimaciones puntuales de VaR y ES se obtienen mediante el ajuste de la distribución generalizada de Pareto (GPD) a través del modelo Peak Over Threshold (POT), a los cambios diarios del precio del oro en el London Bullion Market, de 1968 a 2014. Las estimaciones del intervalo de VaR y ES son calcula utilizando el método delta, y un período de tiempo de sensibilidad estudiado se lleva a cabo mediante la aplicación de la EVT a los retornos de oro diarios de 1982 a 2014. Además, una comparación de los riesgos asociados con la posesión de metales preciosos, como el oro, la plata y el platino, se presenta en las conclusiones.

Por otro lado Bedoya y Poveda (2008) analizan la posible existencia de colas pesadas en las funciones de distribución de probabilidades de series de caudales máximos en ríos de la cuenca amazónica y de la región Andina de Colombia. Para ello se usan metodologías POT(peaks over treshold) y la distribución generalizada de Pareto. Se utiliza la información de 44 estaciones de registros de caudales diarios, en la cuenca Amazónica y zona Andina de Colombia. Se encuentra que no es posible aceptar la hipótesis de existencia de colas pesadas en ninguna de las series de caudales de la cuenca Amazónica. Para la gran mayoría de las series de caudales máximos anuales de los ríos de la región Andina de Colombia tampoco se acepta la hipótesis de colas pesadas. Para aquellos casos en los cuales si se pudo aceptar la hipótesis de existencia de colas pesadas, el modelo es suficientemente capaz de representar en forma adecuada los eventos extremos que

históricamente se han registrado, por lo que es posible predecir con un buen grado de confianza cuantiles asociados a altos periodos de retorno. En general, el ajuste de los datos a la distribución generalizada de Pareto presenta una alta sensibilidad a la elección del umbral a partir del cual se realiza la modelación.

CAPÍTULO 2. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE VARIABLES DE VALORES EXTREMOS

Existe una gran variedad de modelos probabilísticos los cuales permiten describir el comportamiento de variables aleatorias que registran comúnmente valores extremos entre los que se encuentran las distribuciones de Valor Extremos Generalizada (VEG), Pareto y Pareto Generalizada. Dichas distribuciones regularmente se emplean en la modelación de desastres naturales, eventos económicos y financieros extremos. Por ejemplo las inundaciones, terremotos, erupciones volcánicas, fuertes caídas del mercado de valores, movimientos atípicos de variables financieras. En este capítulo se describen los modelos de probabilidad que con mayor frecuencia se emplean para explicar variables con elevados grados de volatilidad, principalmente, se exponen los casos de la distribución de Valor Extremo Generalizada, la Gumbel, la Fréchet y Pareto Generalizada.

2.1 Teoría de los valores extremos.

La teoría de los valores extremos es una rama separada de la estadística que se ocupa de los fenómenos extremos. Esta teoría se basa en el teorema de tipo extremal, también llamado el teorema de los tres tipos, afirmando que sólo existen 3 tipos de distribuciones que se necesitan para modelar el máximo o mínimo de la recopilación de observaciones al azar de la misma distribución, Ibáñez (2011). En otras palabras, si se generan N conjuntos de datos de la misma distribución, y se crean nuevos conjuntos de datos que incluyan los valores máximos de estos N conjuntos de datos, el resultante puede ser descrito por uno de los tres modelos específicamente por las distribuciones: Gumbel, Frechet y Weibull. Estos modelos son ampliamente utilizados en la gestión de riesgos, finanzas, seguros, economía, hidrología, ciencias de los materiales, telecomunicaciones y muchas otras industrias que tratan con eventos extremos.

2.2 Distribución generalizada de valores extremos

La distribución generalizada de valores extremos (GEV por sus siglas en inglés) es un modelo flexible de tres parámetros que combina las distribuciones de Gumbel, Frechet y Weibull de valores extremos y su función de densidad está definida de la siguiente manera:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} * \exp\left(-\left(1 + kz\right)^{-\frac{1}{k}}\right) \left(1 + kz\right)^{-1-1/k} & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} * \exp(-z - \exp(-z)) & k = 0 \end{cases}$$

Donde: $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ y k, σ y μ son los parámetros de forma, escala y localización de manera respectiva. El parámetro de escala será siempre positivo ($\sigma > 0$) mientras que los parámetros de forma y localización podrán tomar valores en el conjunto de los números reales.

El rango de la distribución dependerá del valor de k , de esta forma podemos representarlo de la manera siguiente.

$$1 + k \frac{(x - \mu)}{\sigma} > 0 \quad \text{para } k \neq 0$$

$$-\infty < x < +\infty \quad \text{para } k = 0$$

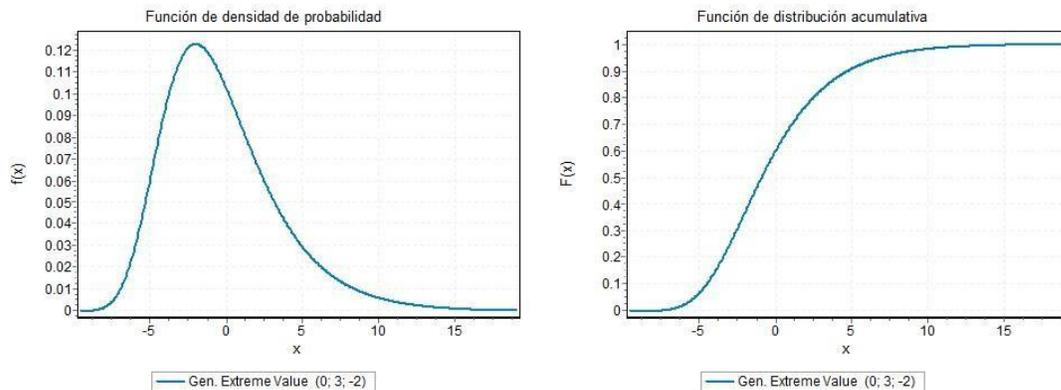
Los diferentes valores que puede tomar el parámetro de forma k nos conduce a diferentes tipos de distribuciones probabilísticas, específicamente existen tres casos $k=0$, $k>0$ y $k<0$, los cuales corresponden a las distribuciones de Gumbel, la distribución Frechet y la Weibull. (Kotz y Nadarajah, 2000).

En seguida se pueden observar algunos casos de la función de distribución de probabilidad de valor extremo generalizada, esto considerando diferentes valores de los tres parámetros³. La finalidad consiste en observar la gran

³ Dichos gráficos han sido generados con el software estadístico *EasyFit* que se utilizó en esta investigación debido a que facilita el ajuste de una gran diversidad de distribuciones de probabilidad

variedad de modelos probabilísticos que es posible tener en cuenta una vez que se ha validado el supuesto distribucional de valor extremo generalizado en torno a un conjunto de observaciones.

Gráfico 2.1 Función de densidad de probabilidad y Función de distribución acumulativa de GEV (-2, 3, 0)



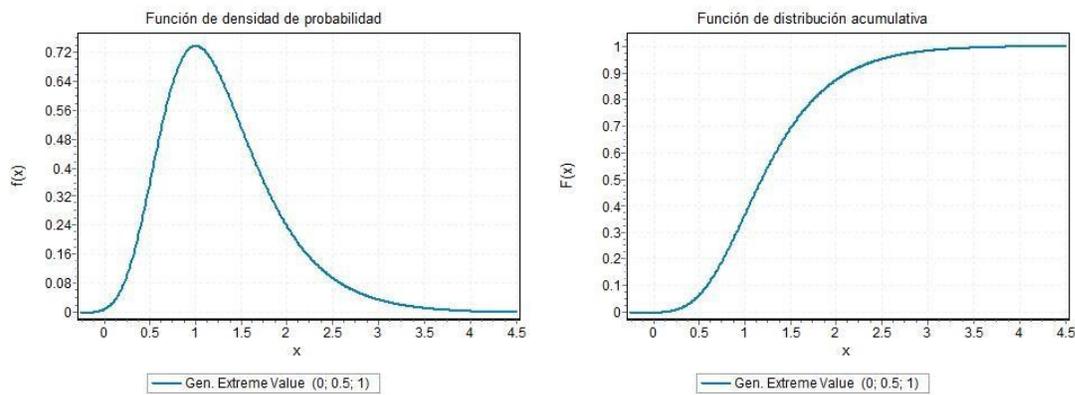
En el gráfico 2.1 es posible observar tanto la función de densidad de probabilidad teórica como la función de distribución acumulativa de una variable aleatoria GEV (-2, 3, 0). En dicho gráfico se puede apreciar que la distribución especificada no es simétrica sino más bien una distribución sesgada hacia la izquierda o, hacia los valores negativos de la variable aleatoria, lo cual por supuesto tiene que ver con los parámetros definidos y a partir de los cuales fue construida esta densidad de probabilidad.

Por otra parte, en el gráfico 2.2 se puede observar la densidad de probabilidad de una variable aleatoria GEV(1, 0.5, 0), esto es, que los parámetros de dicha distribución corresponden con la distribución de probabilidad de Gumbel. En este caso se puede notar que la mayor parte de la probabilidad se concentra en valores positivos de la distribución. También se puede observar que la densidad está centrada en el parámetro de localización, el cual tiene el valor de 1. Por su parte,

de variable continua, entre las cuales se encuentran las densidades de valores extremos como las tratadas en este trabajo.

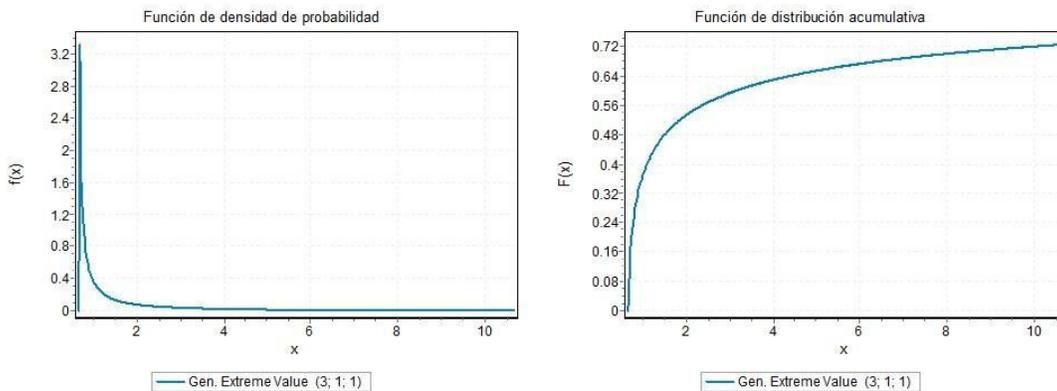
la gráfica que representa a la función acumulativa de probabilidad (función monótona a la derecha) es creciente y converge al valor de 1 a medida que la variable aleatoria converge al valor correspondiente con su límite superior.

Gráfico 2.2 Función de densidad de probabilidad y Función de distribución acumulativa GEV(1,0.5,0)



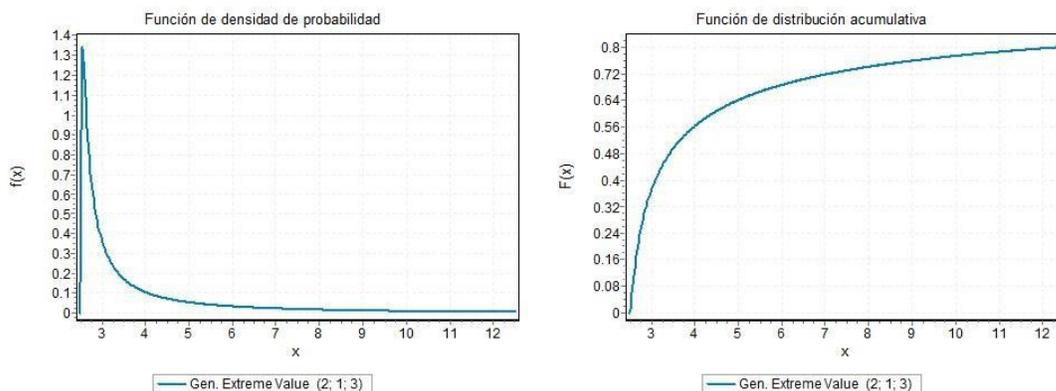
El gráfico 2.3 corresponde a una variable aleatoria de valor extremo generalizado de $GEV(1, 1, 3)$. En este caso se nota una diferencia considerable en relación a las densidades anteriores. Por ejemplo se observa que la función de distribución acumulativa crece de forma exponencial invertida. También se destaca la forma de la función de densidad: al contrario que para la $GEV(1, 1, -3)$, ahora la densidad de probabilidad, que también es algo aplanada, se concentra mayoritariamente en la parte izquierda de la distribución; lo cual se explica con el cambio del parámetro de forma, que ha pasado de tomar un valor igual con -3 a un valor positivo de 3 .

Gráfico 2.3 Función de densidad de probabilidad y Función de distribución acumulativa GEV(1,1,3)



Finalmente, considerando una variable aleatoria con la distribución de probabilidad GEV (3, 1, 2), se puede apreciar un patron similar al caso anterior, no obstante, ahora se observa una mayor acumulación de área o probabilidad en torno al parámetro de localización. Además se observa una distribución de cola pesada en relacion con los valores crecientes después del parámetro de localidad.

Gráfico 2.4 Función de densidad de probabilidad y Función de distribución acumulativa GEV(3,1.5,2)



2.2.1 Características de la Distribución de Valores Extremos Generalizada.

La familia de distribuciones de valores extremos generalizada, como se vio antes, tiene la siguiente función de distribución acumulativa de probabilidad:

$$G(z) = \exp \left\{ - \left[1 + k \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{k}} \right\}$$

Definida en $\left\{ z: 1 + k \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) > 0 \right\}$, con $-\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$ y $-\infty < k < \infty$. El modelo tiene tres parámetros: μ , el parámetro de localización, σ , el parámetro de escala y k que es el parámetro de forma.

Entre las características más relevantes de la distribución de valores extremos generalizada tales como la media, mediana, varianza, entre otras, las podemos encontrar en el siguiente cuadro.

Cuadro 2.1. Características de la distribución de probabilidad de Valor Extremo Generalizada

Esperanza matemática	$\mu + \sigma \frac{\Gamma(1 - k) - 1}{k}$ si $k \neq 0, k < 0$ $\mu + \sigma \gamma$ si $k = 0$ <i>no existe</i> si $k \geq 1$ <i>$\Gamma(\cdot)$ es la función gamma y γ es la constante de euler</i>
Varianza	$\sigma^2 \frac{(\psi^2 - \psi^2)}{k^2}$ si $k \neq 0, k < \frac{1}{2}$ $\sigma^2 \frac{\pi^2}{6}$ si $k = 0$ <i>No existe</i> si $k \geq \frac{1}{2}$ <i>donde $\psi k = \Gamma(1 - k)$</i>
Cuartil de orden p.	$\mu + \sigma \frac{\ln(p)^{-k} - 1}{k}$ si $k \neq 0$ $\mu + \sigma \ln(-\ln(p))$ si $k = 0$

Mediana	$\mu + \sigma \frac{\ln(2)^{-k} - 1}{k} \quad \text{si } k \neq 0$ $\mu + \sigma \ln(-\ln(2)) \quad \text{si } k = 0$
Moda	$\mu + \sigma \frac{(1+k)^{-k} - 1}{k} \quad \text{si } k \neq 0$ $\mu \quad \text{si } k = 0$
Coefficiente de Asimetría	$\frac{g_3 + 3g_1g_2 + 2g_1^3}{(g_2 - g_1^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{si } k \neq 0$ $\frac{12\sqrt{6}\tau(3)}{\pi^3} \quad \text{si } k = 0$ <p><i>Donde τ es la función zeta de Riemann</i></p>
Coefficiente de Curtosis	$\frac{g_4 - 4g_1g_3 + 6g_2g_1^2 - 3g_1^4}{(g_2 - g_1^2)^2} - 3 \quad \text{si } k \neq 0$ $\frac{12}{5} \quad \text{si } k = 0$

Fuente: Ibáñez (2011)

2.3 Distribución de Probabilidad Gumbel

Uno de los primeros en utilizar la teoría de los valores extremos fue el matemático Alemán Emil Gumbel (1891-1966). La primera visión de la aplicación de la teoría de los valores extremos fue dirigida hacia problemas de ingeniería, en particular modelando el fenómeno meteorológico de las frecuencias de las inundaciones.

“Parece que todos los ríos conocen la teoría. Sólo falta convencer a los ingenieros de la validez de este análisis”.

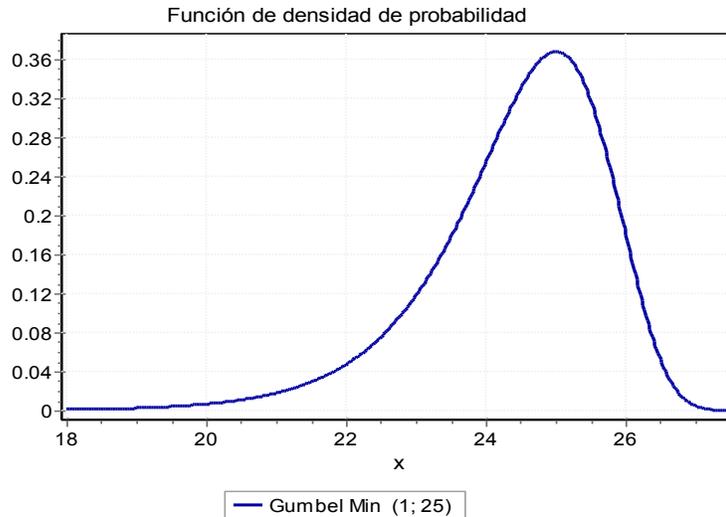
La distribución Gumbel (también llamada distribución de Valores Extremos Tipo I) tiene dominio en todos los reales y su función de distribución es la siguiente:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \exp(-z - \exp(-z))$$

Donde $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$, μ el parámetro de localización, y σ es el parámetro de escala.

La función de densidad gráficamente se comporta de la siguiente manera:

Gráfica 2.5 Distribución de probabilidad de Gumbel Mínimo (1, 25)



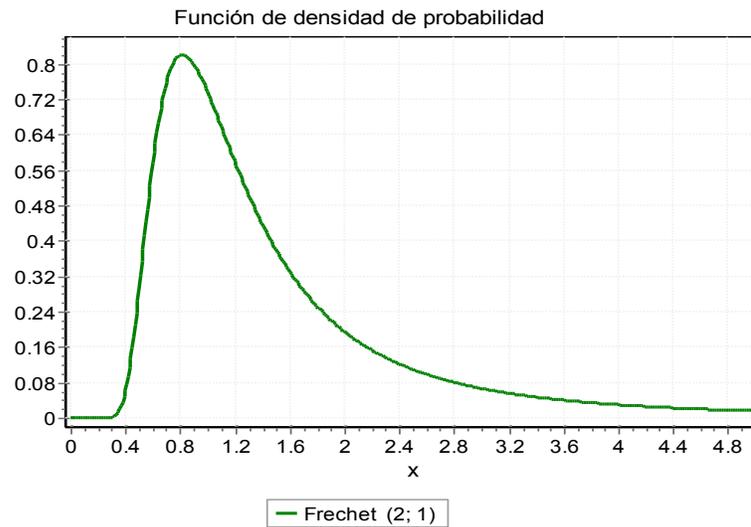
2.4 Distribución de Fréchet

Maurice Fréchet (1878-1973) fue un matemático Francés que tenía identificada una posible distribución límite para la máxima estadística de orden en 1927. La densidad de probabilidad de la distribución Fréchet (llamada distribución de Valores Extremos Tipo II) fue definida de la siguiente manera.

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha+1} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right)$$

Donde α es el parámetro de forma y β el parámetro de escala para todo valor positivo ($x > 0$).

Gráfica 2.6 Distribución de probabilidad de Fréchet (2, 1)



2.5 Distribución de Probabilidad de Pareto Generalizada

Esta distribución surge a partir del método conocido como P.O.T. (Peaks over threshold method), que consiste en la modelización de los extremos que exceden un determinado umbral o prioridad, bien sea de las cuantías totales (X_i) o bien de los excesos registrados ($Y_i = X_i - \mu$) sobre el umbral u .

De la aplicación de este método surgen tres cuestiones a resolver: la primera es determinar el nivel del umbral u , cuya elección está sujeta al problema de la varianza y el sesgo, ya que cuanto menor sea el umbral mayor es el número de observaciones lo que puede disminuir la varianza del ajuste pero puede incrementar el sesgo si se intenta modelar observaciones que no pertenecen a la cola. Por otro lado, si se reduce el número de observaciones (con un umbral más elevado), se reduce el sesgo pero hace que la estimación del índice sea más volátil al realizarse con un menor número de observaciones. La segunda es determinar qué función de distribución ajusta dichos excesos. Se trata de una distribución condicionada a que el extremo haya superado μ y según el teorema de probabilidad condicionada se llega al cociente entre la probabilidad conjunta y la probabilidad del suceso

condicionante, definiendo x positivo e inferior al punto derecho final de la distribución, ya sea éste finito o infinito.

$$F_u(x) = F_u(y + u) = P(X - u \leq y | X > u) = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)}$$

$$\text{para } 0 \leq x \leq x_0, 0 \leq y \leq x_0 - u$$

La tercera cuestión, es la función de supervivencia, complementaria de la función de distribución.

$$\begin{aligned} 1 - F_u(x) &= 1 - F_u(y + u) = P(X > y + u | X > u) \\ &= P(X - u > y | X > u) = \frac{1 - F(x)}{1 - F(u)} = \frac{1 - F(y + u)}{1 - F(u)} \end{aligned}$$

$$\text{para } 0 \leq x \leq x_0$$

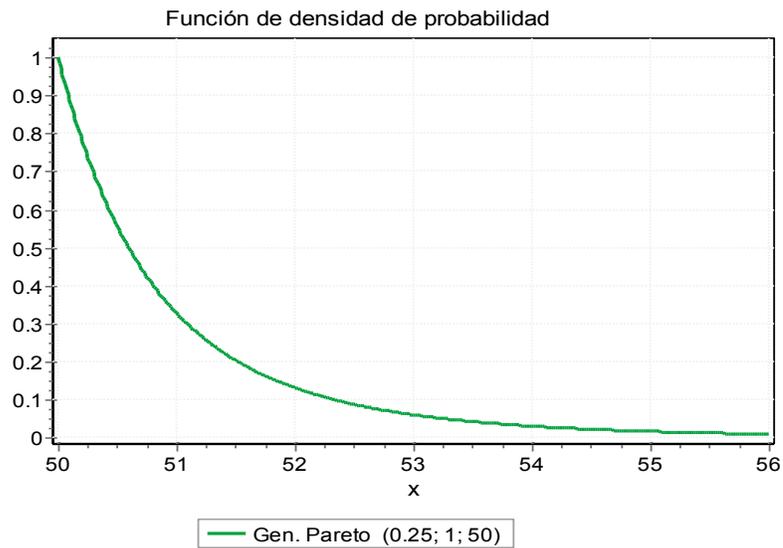
El teorema de Pickands-Balkema-de Haan muestra que bajo condiciones de máximos dominios de atracción, la distribución generalizada de Pareto es la distribución límite para los excesos sobre una prioridad u cuando ésta es elevada. (García, 2004)

De la expresión de la función de distribución condicional surge la distribución Generalizada de Pareto:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + k \frac{(x - \mu)}{\sigma}\right)^{-1 - \frac{1}{k}} & \text{para } k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)}{\sigma}\right) & \text{para } k = 0 \end{cases}$$

Además la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria de Pareto generalizada se puede observar en la gráfica 2.5 donde se presenta el caso de una densidad con parámetros específicos de la distribución.

Gráfica 2.5 Distribución de probabilidad de Pareto Generalizada (0.25, 1.0, 50.5)



Donde k , σ y μ son los parámetros de forma, escala y localización respectivamente, en tanto que el dominio de la variable de Pareto Generalizada está definido de la siguiente manera:

$$\mu \leq x < +\infty \text{ para } k \geq 0$$

$$\mu \leq x < \mu - \frac{\sigma}{k} \text{ para } k < 0$$

CAPITULO 3. PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE CHI-CUADRADA, KOLMOGOROV-SMIRNOV Y ANDERSON-DARLING

El objetivo principal de la elaboración de este estudio es el comportamiento del tipo de cambio Nominal y real, por tanto para poder llevar a cabo el análisis del comportamiento se describen brevemente algunas pruebas de bondad de ajuste: Chi-Cuadrada, Kolmogorov – Smirnov y Anderson – Darling estas 3 pruebas exponen su metodología así como una breve explicación intuitiva del propósito de cada una de estas, de manera básica el objetivo que siguen estas es el de comparar el comportamiento de la variable aleatoria con una función de probabilidad continua supuesta y verificar que sean lo más parecido posible a través de algún nivel de confianza. La primera prueba en tratamiento es la Chi-Cuadrada, la cual divide en k número de intervalos a los datos y estas frecuencias observadas las compara con las frecuencias esperadas según el modelo supuesto. La segunda prueba que se expone es la Prueba Kolmogorov-Smirnov la cual trabaja principalmente con funciones de distribución de tal forma que compara la función de distribución muestral con la función de distribución hipotética. Por último y no menos importante se encuentra la distribución Anderson-Darling la cual compara áreas de las distribuciones.

Con frecuencia no es conocida la distribución de probabilidad de la variable aleatoria en estudio, digamos X , y se desea probar la hipótesis de que X sigue una distribución de probabilidad particular.

Las pruebas de bondad de ajuste representan métodos estadísticos para verificar si un conjunto de información o datos sigue una distribución de probabilidad en particular. Dichas pruebas esencialmente se basan en dos elementos de la distribución: la función de distribución acumulativa ($f.d.a$) y la función densidad de probabilidad ($f.d.p$). Entre las más empleadas se tiene la Chi-cuadrada, la de Kolmogorov-Smirnov (KS), y la Anderson-Darling (AD).

Las pruebas de KS y AD sólo se aplican a variables aleatorias continuas, éstas permiten comparar la gráfica de la distribución empírica acumulada con la

correspondiente gráfica de la función de densidad acumulada de la distribución teórica propuesta. Si hay un acercamiento entre las gráficas existe una probabilidad de que la distribución teórica se ajuste a los datos. En el caso de la prueba de Chi-cuadrada se tiene la ventaja de que es posible aplicarla a variables tanto discretas como continuas.

3.1 Prueba Chi-cuadrada

La prueba Chi cuadrada o de Pearson (P) es un contraste de bondad de ajuste que se utiliza para probar si una muestra de datos proviene de una distribución específica. Pearson propuso un estadístico que compara las frecuencias observadas con las frecuencias esperadas, en base a la distribución de probabilidad especificada, es válida para distribuciones tanto discretas como continuas (Moore, 1986).

Las hipótesis a contrastar están establecidas de la siguiente manera (Arce y Rosales, 2015):

H_0 : La muestra provienen de una distribución específica.

H_1 : La muestra NO provienen de una distribución específica.

La prueba P puede también ser aplicada a los datos que han sido asignados a diferentes clases, aunque el valor del estadístico de la prueba es dependiente de la forma en que han sido clasificados los datos. Esta prueba presenta una desventaja remarcable, puesto que requiere un tamaño suficiente de muestra para que la aproximación de la Chi Cuadrada sea válida.

Consideremos que la variable aleatoria perteneciente a una distribución específica $F_0(x)$ que es de interés para la aplicación de la prueba P , realiza un recorrido en un intervalo (a, b) , donde a y b , no están sujetos a restricciones (por ejemplo: $a = -\infty$ y/o $b = \infty$), entonces se contempla $n - 1$ números reales que hacen una partición del intervalo (a, b) en n subintervalos $(y_0, y_1], (y_1, y_2], \dots, (y_{n-1}, y_n]$. A continuación

se cuentan los elementos de la muestra que están contenidos en cada subintervalo, siendo ésta la frecuencia observada de dicha muestra, denotándola como C_i . Posteriormente, se realiza el cálculo de la probabilidad bajo la distribución específica para cada subintervalo, como sigue (Arce y Rosales, 2015):

$$p_i = F_0(y_i) - F_0(y_{i-1}) \quad i = 1, \dots, n$$

Entonces el estadístico de prueba de P (Moore, 1986) se define como:

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{(C_i - E_i)^2}{E_i}$$

Donde:

- P : Estadístico de prueba P que asintóticamente se aproxima a una distribución χ^2 con $n - 1$ grados de libertad (Moore, 1986).
- C_i : Frecuencia observada de la muestra
- $E_i = np_i$: Frecuencia esperada (teórica), que afirma la hipótesis nula.

El estadístico de prueba sigue una distribución Chi Cuadrada, aproximadamente, con $n - (r + 1)$ grados de libertad, donde n es el número de clases o intervalos y r es el número de parámetros estimados.

3.2 Prueba de Kolmogorov- Smirnov

Cuando aplicamos la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov (KS) a una sola muestra, nos centramos en dos funciones de distribución acumulativa: una distribución acumulativa hipotética y una observada. Designemos por $F(x)$ una función de distribución acumulativa. Para una x dada, $F(x)$ es la probabilidad de que el valor de la variable aleatoria X sea menor o igual que x ; esto es, $F(x) = P(X \leq x)$.

Supóngase que extraemos una muestra aleatoria de una función de distribución desconocida $F(x)$. Estamos interesados en determinar si $F(x) \neq F_0(x)$ para toda x . Si $F(x) = F_0(x)$, se espera que $F_0(x)$, se encuentre muy próxima a la función de distribución muestral o empírica $S(x)$. El objetivo de la prueba de bondad de ajuste de K-S para una muestra consiste en determinar si la divergencia entre $F_0(x)$ y $S(x)$ es suficiente para cuestionar la hipótesis que plantea que $F(x) = F_0(x)$.

La prueba de KS para una muestra puede ser sintetizada de la forma siguiente.

Supuestos: Los datos consisten en observaciones independientes X_1, X_2, \dots, X_n , que constituyen una muestra aleatoria de tamaño n de alguna función de distribución desconocida que es designada por $F(x)$.

Hipótesis: Si $F_0(x)$ es la función de distribución hipotética (función de probabilidad acumulativa), entonces es posible establecer la hipótesis nula y las alternativas correspondientes como sigue:

a) $H_0: F(x) = F_0(x)$ para todos los valores de x vs $H_1: F(x) \neq F_0(x)$ para al menos un valor de x .

b) $H_0: F(x) \geq F_0(x)$ para todos los valores de x vs $H_1: F(x) < F_0(x)$ para al menos un valor de x .

c) $H_0: F(x) \leq F_0(x)$ para todos los valores de x vs $H_1: F(x) > F_0(x)$ para al menos un valor de x .

Estadístico de prueba: Sea $S(x)$ la función de distribución muestral; esto es, $S(x)$ es la función de probabilidad acumulada calculada a partir de los datos muestrales. Específicamente,

$$S(x) = \text{la proporción de observaciones muestrales menores o iguales que } x \\ = (\text{número de observaciones muestrales menores o iguales que } x) / n$$

El estadístico de prueba depende de la hipótesis bajo consideración.

- a) Para la prueba bilateral, el estadístico de prueba es $D = \sup |S(x) - F_0(x)|$; es decir, D es igual al supremo, sobre todo x, del valor absoluto de la diferencia $S(x) - F_0(x)$. Cuando las dos funciones son representadas gráficamente, D es la distancia vertical más grande entre $S(x)$ y $F_0(x)$.
- b) Para la prueba unilateral donde la hipótesis alternativa especifica que $F(x) < F_0(x)$, el estadístico de prueba es $D^+ = \sup [F_0(x) - S(x)]$. Gráficamente éste estadístico denota la distancia vertical más grande entre $F_0(x)$ y $S(x)$, donde la función hipotética $F_0(x)$ es arriba la función muestral $S(x)$.
- c) Para la prueba donde la hipótesis alternativa especifica que $F(x) > F_0(x)$, el estadística de prueba es $D^- = \sup [S(x) - F_0(x)]$. Cuando se grafica, este estadístico es la distancia vertical más grande entre $S(x)$ y $F_0(x)$ cuando $S(x)$ es arriba $F_0(x)$.

Regla de decisión: Se rechazará H_0 a un nivel de significancia α si el estadístico de prueba en consideración D, D^+ , D^- , excede el $1-\alpha$ percentil mostrado en la tabla de percentiles de la prueba de KS. (Daniel, 1990).

CUADRO 3.1 Percentiles de la prueba de KS

N	Nivel de significancia α			
	0.1	0.05	0.02	0.01
$n > 50$	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.52}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$
Fuente: Mood (1974)				

Si los datos muestrales han sido extraídos de la distribución hipotética, las discrepancias entre $S(x)$ y $F_0(x)$ para los valores observados de x no deben ser demasiado grandes. En otras palabras, la proximidad entre $S(x)$ y $F_0(x)$ para todos los valores observados de x debería ser bastante clara si H_0 es verdadera. Por otra parte, si H_0 es falsa, esto es, si la muestra no proviene de la distribución hipotética, se espera observar grandes discrepancias entre $S(x)$ y $F_0(x)$. Si D, el máximo de estas diferencias, es demasiado grande, rechazaremos H_0 . Para determinar si D es suficientemente grande en determinada situación como para rechazar H_0 , se debe

comparar al valor calculado de D con los valores tabulados dados en las tablas de la prueba de KS.

3.3 Prueba estadística de Anderson-Darling

La prueba de Anderson-Darling (*AD*) se utiliza para probar si una muestra de datos proviene de una población con una distribución específica, basada en la función de distribución empírica (FDE⁴). Las estadísticas FDE son medidas de discrepancia entre la FDE y una función de distribución dada, y son usadas para probar el ajuste de la muestra a la distribución (Arce y Rosales, 2015).

Las hipótesis a contrastar están establecidas de la siguiente manera:

H₀: La muestra provienen de una distribución específica.

H₁: La muestra NO provienen de una distribución específica.

La FDE se define como una muestra aleatoria de tamaño n , x_1, \dots, x_n y sean $X_{(1)}, \dots, X_{(n)}$ las estadísticas de orden⁵. Suponga también que la distribución de X es $F(x)$. Entonces, la FDE denotada como $F_n(x)$, es tal que:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & x < X_{(1)} \\ \frac{i}{n} X_{(i)} \leq x \leq X_{(i+1)}, i = 1, 2, \dots, n-1 & \\ 1 & x \geq X_{(n)} \end{cases}$$

Un tipo de estadísticas FDE, de la clase cuadrática, son de la familia:

⁴La FDE es una función escalonada, calculada de la muestra, la cual estima la función de distribución de la población

⁵ En el caso de variables aleatorias, si se tiene una secuencia de n variables aleatorias, x_1, \dots, x_n , los estadísticos de orden $X_{(1)}, \dots, X_{(n)}$ también son variables aleatorias, que se definen ordenando las variables en orden ascendente, es decir: $X_{(1)} = \min\{x_1, \dots, x_n\} < X_{(2)} < \dots < X_{(n-1)} < X_{(n)} = \max\{x_1, \dots, x_n\}$

$$Q = n \int_{-\infty}^{\infty} \{F_n(x) - F(x)\}^2 \psi(x) dF(x)$$

Donde $\psi(x)$ es una función conveniente, la cual da los pesos a la diferencia cuadrática $\{F_n(x) - F(x)\}^2$. Cuando $\psi(x) = 1$, se trata de la estadística de Cramér-von Mises, y cuando $\psi(x) = \{[F(x)][1 - F(x)]\}^{-1}$, se trata de la estadística de Anderson-Darling denotada por **AD**.

Por lo cual, Anderson y Darling (1954) definieron el estadístico de prueba como:

$$A = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(x) - F^*(x)]^2 \psi(F^*(x)) dF^*(x)$$

Donde ψ es una función no negativa que puede ser calculada por $\psi = \{[F(x)][1 - F(x)]\}^{-1}$. La definición de este estadístico parece difícil de manejar, pero existen fórmulas computacionales sencillas, que se derivan por medio de la Transformación Integral de Probabilidad⁶ (PIT):

$$p = F(x; \theta)$$

Ésta transformación, da como resultado una variable p que es una distribución uniforme entre 0 y 1, escrita como $U(0,1)$. Se aplica con el fin de hacer más fácil el cálculo del estadístico de prueba (Arshad et al., 2003), mediante la siguiente fórmula:

$$A = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [2i - 1] [\ln(p_{(i)}) + \ln(1 - p_{(n-i+1)})]$$

$$p_{(i)} = I\left(\frac{x_{(i)} - \bar{x}}{s}\right)$$

⁶ Transformación Integral Probabilidad. Si U es una v.a con distribución uniforme en el intervalo (0,1), entonces la v.a F-1(U) tiene distribución F.

Dónde:

I : Función de distribución acumulada de una normal estándar.

\bar{x} : Media muestral

s : Desviación estándar

n : Tamaño de muestra

El valor p se calcula a partir de la estadística modificada $Z = A(1 + .75/n + 2.25/n^2)$ con base en los valores críticos de la distribución teórica (Stephens, 1986).

Finalmente, es importante tener en cuenta que el planteamiento de la prueba de normalidad de Anderson-Darling (AD) es similar al de la prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS).

3.4 Ventajas y desventajas en el uso de Pruebas Estadísticas de bondad de ajuste no paramétricas

En muchos casos el investigador no sabe la forma de la distribución así como las necesidades básicas de las técnicas estadísticas que son aplicables independientemente de la forma de la densidad. Estas técnicas se denominan no paramétrica o métodos de distribución libre (Mood et al., 1974)

Una prueba estadística no paramétrica es aquella cuyo modelo no especifica las condiciones de los parámetros de la población de donde se obtuvo la muestra. Hay algunas suposiciones que se asocian con la mayoría de las pruebas estadísticas no paramétricas, como observaciones independientes y variables de continuidad básica; pero estas suposiciones son pocas y mucho más débiles que las asociadas con las pruebas paramétricas (Juez y Diez, 1997)

Algunas ventajas y desventajas en la aplicación de las pruebas no paramétricas se resumen en el cuadro 3.2, esto de acuerdo con Pria (2001), Gaito (1959), Whitley y Ball (2002), Hollander y Wolfe (1999) y Siegel y Castellan (1988).

Cuadro 3.2 Ventajas y desventajas de las Pruebas de Bondad de ajuste no Paramétricas

VENTAJAS	DESVENTAJAS
Las declaraciones de probabilidad obtenidas de la mayoría de estas pruebas son probabilidades exactas, independientemente de la forma de la distribución de la que se tomó la muestra.	Fundamentalmente cuando las muestras son muy grandes estas pruebas tienen una eficiencia relativamente baja con relación a las paramétricas, cuando se cumplen los supuestos.
Si los tamaños de las muestras son tan pequeños como $n=6$, se debe realizar una prueba estadística no paramétrica, a menos que se conozca exactamente la naturaleza de la distribución.	Su aplicación en muestras grandes se hace muy laboriosa.
Son útiles para los datos clasificatorios, medidos en una escala nominal. Ninguna técnica paramétrica se puede aplicar a tales datos.	No hay métodos no paramétricos para probar las interacciones dentro del modelo de análisis de varianza, a menos que se hagan suposiciones especiales acerca de la adaptabilidad.
Las pruebas estadísticas no paramétricas son típicamente mucho más fáciles de aplicar que las pruebas paramétricas.	Las hipótesis que se plantean en éstas pruebas son menos precisas, lo que hace que la interpretación de los resultados sea más ambigua.
Tienen mayor eficiencia que los métodos paramétricos en distribuciones asimétricas, o sea cuando hay valores atípicos o datos aberrantes.	Si los supuestos del modelo estadístico paramétrico se cumplen, las pruebas no paramétricas disipan los datos.
Tienen validez en el sentido de que su nivel de confiabilidad es realmente el especificado en la mayoría de las pruebas.	Estos métodos son preferencialmente orientados hacia las Pruebas de Hipótesis que a la Estimación. Suele ser posible obtener estimaciones no paramétricas y sus intervalos de confianza asociados, pero generalmente no es sencillo.
Estas pruebas son mucho menos exigentes que las paramétricas, y se consideran de distribución libre, en cuanto que no plantean suposiciones con relación a la distribución de las puntuaciones en la población.	Para un problema particular pueden existir varias pruebas, por lo que en ocasiones es difícil seleccionar la mejor.

VENTAJAS	DESVENTAJAS
Algunos de los procesos sólo requieren los rangos de las observaciones y no de sus magnitudes, mientras que los procesos paramétricos las necesitan forzosamente.	Puede ser limitado el software para este tipo de métodos, así como su procedencia. Además, la manera en que el software le da tratamiento a los valores ajustados o cómo es que se obtiene adecuadamente el valor p puede ser no tan evidente.

Fuente: Arce y Rosales (2015)

Finalmente, es importante destacar que existen otras pruebas de bondad de ajuste alternativas a la de Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling y Chi-cuadrada, entre otras, se encuentra la de Kuiper (1960), Lilliefors (1967), D'Agostino y Stephens (1986), Cramer-Von Mises (1928,1931), Arshad et al. (2003), que toman en cuenta la función característica o de distribución para verificar si la información o datos en estudio provienen de alguna distribución de probabilidad específica.

En esta investigación sólo se emplea las primeras tres pruebas de bondad de ajuste referidas, puesto que aparte de ser la de más común uso debido a su elevada potencia estadística, también se presenta la ventaja de que las tres pruebas son aplicadas directamente en el software estadístico *EasyFit* que de igual manera se utilizó en este estudio.

De esta manera, esta investigación en buena medida se enfoca en la aplicación de pruebas de bondad de ajuste, las cuales constituyen un caso particular de las pruebas de hipótesis. La particularidad radica que en las pruebas de hipótesis clásicas, suponen que tanto en la hipótesis nula como en la hipótesis alternativa es conocida la forma funcional de la densidad y en el caso de las pruebas de bondad de ajuste conocemos la forma funcional de la hipótesis nula, pero en la hipótesis alternativa se desconoce la función de densidad en estudio, es por ello que el conjunto de posibilidades puede ser muy basto. Estas pruebas de bondad de ajuste, como se ha comentado de forma reiterada, son usadas para determinar qué tan

bien una muestra concuerda, o es consistente, con la distribución sobre la cual será basada la inferencia.

CAPÍTULO 4 TIPO DE CAMBIO NOMINAL Y REAL DE MÉXICO 1995-2016

La crisis económica y financiera de México durante los años 1994-1995, provocó una transición acelerada de un régimen cambiario en sentido estricto fijo a uno de tipo flexible. A partir de entonces se han observado periodos considerables de estabilidad del tipo de cambio, combinados con periodos de elevada volatilidad, sobre todo durante periodos de fuerte inestabilidad macroeconómica como lo fue 2008-2009 cuando se experimentó la gran crisis económica y financiera mundial llamada Gran Recesión.

En este capítulo se analizan las estadísticas básicas de las fluctuaciones del tipo de cambio nominal y real⁷ de México durante el periodo 1995-2016. El tipo de cambio nominal es el precio de una unidad de moneda extranjera expresada en términos de la moneda local. Por su parte el tipo de cambio real es el precio de los bienes de un país extranjero, en relación con el precio de los bienes en un mercado local ambos llevados a una misma moneda, es decir, mide el poder adquisitivo de la moneda extranjera en el mercado local. El tipo de cambio real se define a partir del tipo de cambio nominal y de niveles de precios, Herrarte (2004), por lo que puede expresarse de la siguiente forma:

$$TCR = \frac{TCN * P^*}{P}$$

Donde:

TCN= Tipo de cambio Nominal

P*= Nivel de precios que refleja el poder de compra de la moneda extranjera.

P= Nivel de precios que refleja el poder de compra de la moneda local.

Así mismo se destacan aquellos periodos donde el tipo de cambio se incrementó de forma considerable y el entorno económico que los acompañó. Adicionalmente, se hace un comparativo entre los diferentes sexenios que integran el periodo mencionado. Los estadísticos considerados para tal fin son la media, varianza, variaciones máximas y mínimas, además se comenta de forma breve el estadístico

⁷Los datos del Tipo de Cambio Nominal(FIX) y Tipo de Cambio Real fueron obtenidos en la base de datos del Banco de México en ambos casos se utilizaron las tasas de crecimiento

de Jarque-Bera, el cual es reportado en una gran diversidad de softwares estadísticos una vez que se analiza las estadísticas descriptivas de alguna variable en estudio.

Vale la pena comentar que la consideración del estadístico de Jarque y Bera en este documento es de gran utilidad, puesto que cuando se lleva a cabo un análisis de datos estadísticos que se espera no sigan una distribución normal, el estadístico de JB reportará que la información en estudio no tiene que ver con la distribución normal.

4.1 Estadísticas básicas del comportamiento del TCN

En el cuadro 4.1 se puede observar que el promedio de las variaciones porcentuales mensuales del TCN durante el periodo 1995-2016 es muy elevada, de 9.33, una cifra que dista considerablemente de la mediana, de 3.60, lo cual es indicativo de una elevada inestabilidad de la serie del TCN durante las dos últimas décadas que es lo que aproximadamente comprende este estudio. Esta dispersión considerable entre la media y mediana de las fluctuaciones del tipo de cambio se ve reflejada en el cálculo del estadístico de JB ($\text{prob}=0.00$) que sugiere que el comportamiento del TCN en el periodo de estudio no tendría nada que ver con una distribución de probabilidad normal.

Por otro lado, revisando los estadísticos básicos del TCN por sexenio se encuentra algunos aspectos interesantes, por ejemplo, que en el periodo 1995-2000 fue en el que la variable del TCN presentó una mayor inestabilidad y niveles de crecimiento, alcanzando en este sentido un valor promedio de depreciación de 21.73% mensual. Nuevamente en este caso la media dista bastante de la mediana, lo que sugiere un nivel de volatilidad considerable en el comportamiento del TCN. En relación a esto último, en el cuadro 4.1 puede observarse que el rango de la variable, esto es el valor máximo menos el mínimo, alcanzó los 127.75 puntos porcentuales.

Se destaca, por otro lado, el comportamiento moderado del TCN durante los sexenios de 2001-2006 y 2007-2012 donde se observó que el nivel promedio

mensual en las fluctuaciones del TCN fue de 2.59 y 3.93 de manera respectiva (ver Cuadro 4.1). Adicionalmente se puede observar para estos dos casos que tanto la media como la mediana no muestran un alejamiento tan marcado, aunque sí son claramente diferentes; a su vez el rango de variación (28.50 y 55.73 respectivamente) es considerablemente elevado pero no al grado del mostrado por el del periodo completo (134.68). De esta manera en estos dos periodos se ha observado el TCN más estable de las últimas dos décadas.

Finalmente es importante comentar que en el periodo más reciente, correspondiente al actual sexenio (2013-2016), la inestabilidad del TCN se ha vuelto a incrementar de manera notable. Al respecto la media de las fluctuaciones mensuales del TCN para dicho periodo alcanza el 8.90%, valor similar al de la mediana; en tanto que el valor máximo de dichas fluctuaciones alcanzó el 28.34%. También se puede observar en el cuadro 4.1 que la desviación estándar de las variaciones mensuales del TCN para el sexenio referido ha sido de 9.95 puntos porcentuales, lo cual habla de un comportamiento claramente volátil de la variable en estudio.

Cuadro 4.1 Estadísticas básicas de las variaciones porcentuales mensuales del Tipo de Cambio Nominal de México 1995-2016

Periodo	Media	Mediana	Máx.	Mín.	Rango	Desv. Est. ¹	J-B. ²	Prob. ³
1995-2016	9.33	3.60	119.47	-15.21	134.00	20.69	1431.97	0.00
1995-2000	21.73	7.81	119.47	-8.29	127.75	32.39	37.79	0.00
2001-2006	2.59	1.71	20.83	-7.67	28.50	6.70	4.26	0.12
2007-2012	3.93	-1.01	40.52	-15.21	55.73	13.25	13.92	0.00
2013-2016	8.90	6.89	28.34	-10.49	38.84	9.95	2.55	0.28

1. Desviación estándar
2. Jarque-Bera
3. Probabilidad (Estimación del P-value)

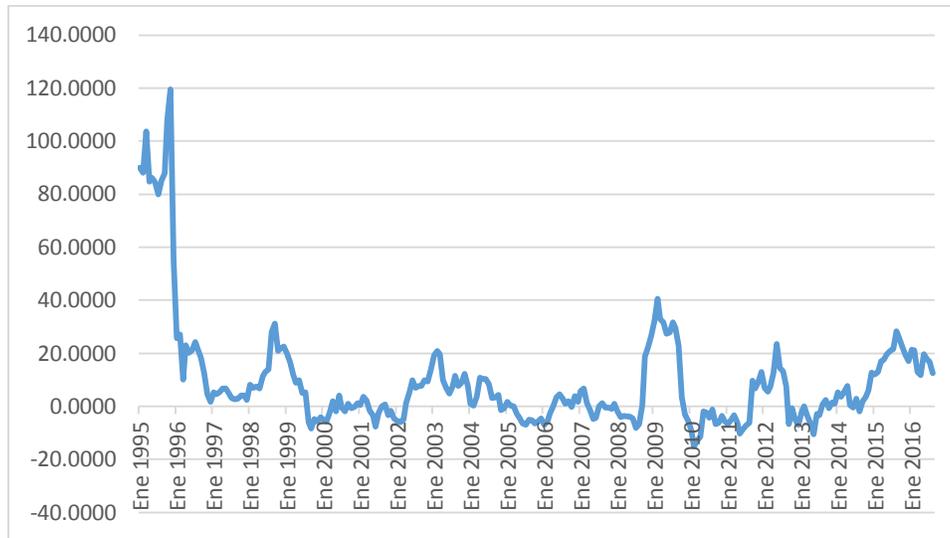
Fuente: Elaboración propia con información de BANXICO (2016)

Por otro lado, en el gráfico 4.1 se puede apreciar el comportamiento de las variaciones porcentuales mensuales del TCN para el periodo en estudio. Es claro

que los periodos de mayor inestabilidad de dicha variable están relacionados con aquellos periodos de desaceleración o recesión económica. Destacan los años de 1994-1995 donde se presentara la crisis financiera de México de mediados de los noventa y donde la presión sobre la cotización del tipo de cambio, que por varios años se había mantenido dentro de un régimen fijo, fue de tal magnitud que las autoridades económicas y financieras tuvieron que transitar hacia un régimen cambiario de flotación. Esto después de que prácticamente el nivel de devaluación de la moneda mexicana respecto al dólar superará el 100%.

A su vez se puede observar que en los años de 2008-2009 las fluctuaciones que presentó el TCN fueron muy elevadas, lo cual se debió principalmente a la elevada volatilidad que se generó con la llamada Gran Recesión y que correspondió a una profunda crisis económica y financiera que afectara a prácticamente todas las economías del mundo y que iniciara en los Estados Unidos de Norteamérica a partir de la llamada crisis hipotecaria sub-prime. Dicha crisis terminó por afectar prácticamente a todos los sectores económicos de la economía mexicana. En particular y por los objetivos de esta tesis. Aquí sólo mencionaremos que dicha crisis generó niveles de depreciación del tipo de cambio bastante elevados, los cuales al finalizar el año de 2008 superaban el 50%.

Gráfica 4.1
Variación del Tipo de cambio Nominal durante 1995-2016



Fuente: Elaboración propia con información de BANXICO (2016)

4.2 Estadísticas básicas del comportamiento del TCR

En el cuadro 4.2 se puede observar que el comportamiento de las variaciones porcentuales del tipo de cambio real de México a lo largo del periodo 1995-2016 ha sido similar al mostrado por el tipo de cambio nominal. En el primer caso la media fue de 9.45, en tanto que para el nominal resultó de 9.33. También en ambos casos, el estadístico de JB da evidencia de que tanto la variable del TCN como la de TCR no siguen una distribución normal. Al respecto, se destaca el nivel de inestabilidad o variabilidad de ambos conceptos. Primeramente si medimos dicha variabilidad a través de la desviación estándar de las variaciones se tiene 20.67 puntos porcentuales en TCR contra 20.69 en el TCN.

Por otra parte si consideramos el rango, en el caso del TCR éste resultó de 136.88 y el caso del TCN de 134.00, lo cual muestra más evidencia acerca de la enorme inestabilidad de ambas variables durante el periodo de 1995-2016.

Cuadro 4.2 Estadísticas básicas de las variaciones porcentuales mensuales del Tipo de Cambio Real de México 1995-2016

Periodo	Media	Mediana	Máx.	Mín.	Rango	J-B. ²	Prob. ³
---------	-------	---------	------	------	-------	-------------------	--------------------

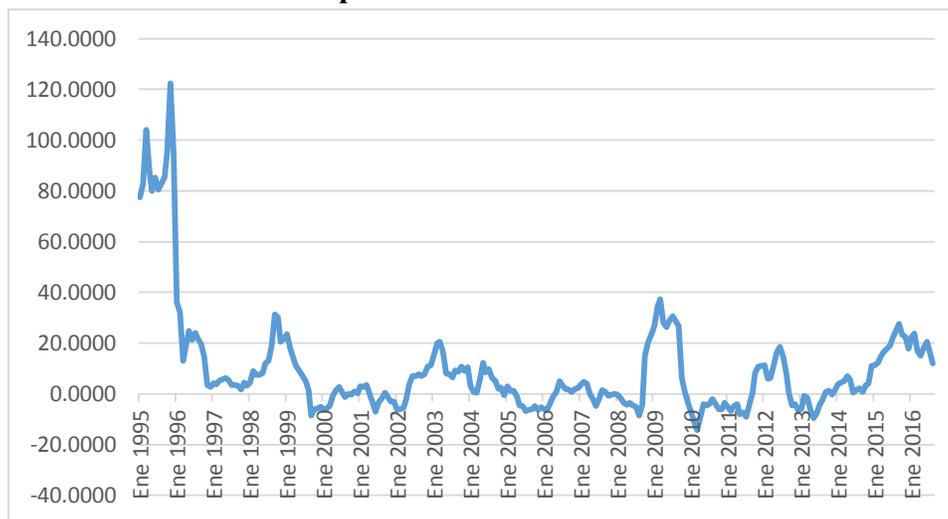
						Desv. Est.¹		
1995-2016	9.447096	3.493400	122.4599	-14.4206	136.8805	20.67238	1366.395	0.000000
1995-2000	22.20213	7.950950	122.4599	-8.56669	131.0265	32.41272	33.47016	0.000000
2001-2006	2.599506	1.923350	20.50230	-7.16590	27.6682	6.596180	3.538745	0.170440
2007-2012	3.890108	-0.49160	37.30650	-14.4206	51.7271	12.50259	14.51050	0.000706
2013-2016	8.873630	6.287800	27.55260	-9.61520	37.1678	10.31631	2.776180	0.249552

1. Desviación estándar
2. Jarque-Bera
3. Probabilidad (Estimación del P-value)

Fuente: Elaboración propia con información de BANXICO (2016)

En relación al gráfico 4.2 se puede observar un comportamiento muy similar del TCR en relación al TCN para el periodo de 1995-2016, destacando los picos de 1995 y de 2009, los cuales corresponden a los periodos de las crisis económicas más recientes que ha enfrentado México y que a su vez coinciden con los periodos de mayores niveles de depreciación cambiaria; no obstante, estos episodios fueron descritos con anterioridad.

Gráfica 4.2
Variación del Tipo de cambio Real durante 1995-2016



Fuente: Elaboración propia con información de BANXICO (2016)

Es importante mencionar que la presente investigación no considera los datos de las fluctuaciones de la variable del tipo de cambio del segundo semestre de 2016, donde se ha observado un nivel de volatilidad enorme sobre dicha variable. Esto

último a partir de una serie de expectativas negativas en torno a la estabilidad macroeconómica del país mexicano y a la posible instrumentación de un conjunto de medidas, anunciadas por el próximo gobierno de los Estados Unidos, en torno a la posible contracción de los canales comerciales de parte de ese país en relación a México. Lo anterior constituye una evidencia adicional de lo inestable y complicado que resulta la modelación estadística de la variable del tipo de cambio que no solo reacciones a movimientos de los sectores de la actividad económica y comercial del país, sino por otro lado, a cuestiones que tienen que ver con diversos eventos de carácter político tanto internos como externos, en particular a aquellas que se llevan a cabo en el país vecino del norte, dada nuestra considerable dependencia comercial de aquella economía.

CAPÍTULO 5 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DEL TIPO DE CAMBIO DE MÉXICO A PARTIR DE LA DISTRIBUCIÓN DE VALOR EXTREMO GENERALIZADA

En este capítulo se aplica la metodología de las pruebas de bondad de ajuste descritas en el capítulo anterior sobre los datos de las variaciones mensuales del TCN y TCR para el periodo 1995-2016. El objetivo consiste en identificar la distribución de probabilidad más adecuada para describir el comportamiento de las series en estudio, para esto se emplea el software estadístico *Easyfit*⁸. Las funciones de densidad de probabilidad continuas de interés son las de Valor Extremo Generalizado (VEG), entre las cuales se ha considerado, los casos particulares de la distribución de Gumbel, Fretcher y la Pareto Generalizada. Esta última no corresponde a un caso específico de la distribución VEG pero se considera como un modelo alternativo en virtud de que dicha distribución se ha empleado de manera reiterada en la modelación de fenómenos de tipo extremo, tal como lo requiere el caso de las fluctuaciones de las variables del TCN y TCR estudiadas en este documento.

No obstante, el empleo de cualquiera de estos modelos de probabilidad alternativos queda a determinación de acuerdo con los resultados que se generen a partir de la aplicación de las pruebas de bondad de ajuste propuestas en este estudio.

En general, las pruebas de bondad de ajuste consideran la siguiente hipótesis nula H_0 : no existen diferencias significativas entre la distribución de las observaciones muestrales y la teórica, o bien: $H_0 = f(x, \theta) = f_0(x, \theta)$

En tanto que la hipótesis alternativa considera que: $H_1 = f(x, \theta) \neq f_0(x, \theta)$

Donde $f_0(x, \theta)$ es la distribución que se supone sigue la muestra aleatoria. Es claro que la hipótesis alternativa en realidad constituye la negación de la hipótesis nula (Daniel, 1990 y Romeu, 2003)

⁸ EasyFit es un software estadístico que permite ajustar automáticamente una gran diversidad de distribuciones de probabilidad a una muestra de observaciones y, por lo tanto, seleccionar el mejor modelo de forma adecuada.

En esta investigación el contraste de hipótesis que se realiza [H_0 vs H_1] es el siguiente:

H_0 : No existen diferencias significativas entre la distribución de las observaciones muestrales del tipo de cambio real y nominal en relación a la distribución teórica de valores extremos generalizada.

En tanto que la hipótesis alternativa establece que:

H_1 : Existen diferencias significativas entre la distribución de las observaciones muestrales y la distribución teórica de valores extremos generalizada.

En la sección siguiente se presentan los resultados obtenidos a partir de la aplicación de las pruebas estadísticas empleadas en este estudio sobre las series de datos correspondientes a las variables de las fluctuaciones del tipo de cambio nominal y real de México.

5.1 Aplicación de las Pruebas de Bondad de Ajuste sobre la variable del Tipo de cambio Nominal

En el cuadro 5.1 se presentan los resultados de la aplicación de las pruebas de bondad de ajuste descritas en el capítulo 3 sobre la variable TCN que comprende el periodo 1995-2016 en información mensual. En general, las distribuciones de VEG y la Pareto Generalizada (PG) constituyen modelos probabilísticos adecuados en la explicación de la variable del TCN, incluso teniendo en consideración diferentes niveles de significancia (α)⁹. La utilización de la prueba de Kolmogorov-Smirnov no rechaza la hipótesis del supuesto de VEG y PG.

Por su parte la distribución de Gumbel, que representa un caso específico de la distribución de VEG, no representaría una alternativa adecuada en la modelación de la serie en estudio, puesto que para prácticamente todos los niveles de

⁹ El nivel de significancia (α) de un contraste de hipótesis representa la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando ésta en realidad es cierta. Este α o p tal que la probabilidad de tomar la decisión de rechazar la hipótesis nula cuando ésta es verdadera no es mayor que p .

significancia considerados, la hipótesis nula correspondiente es rechazada de acuerdo con la metodología de la prueba de K-S.

Por otra parte, cuando fueron empleadas las pruebas estadísticas de Anderson-Darling y la Chi-cuadrada, como se puede apreciar en el cuadro 5.1, el único modelo de probabilidad que resultó adecuado para explicar de manera correcta el comportamiento del TCN, para el periodo en estudio, fue la distribución de VEG y no así las distribuciones de Gumbel y la Pareto Generalizada que constituyen alternativas de modelación probabilística en casos donde se analiza el comportamiento de series financieras con elevados niveles de volatilidad como lo es el tipo de cambio. De esta forma, con base en los resultados conjuntos a partir de la aplicación de las pruebas de bondad de ajuste de K-S, A-D y CH2, la distribución de probabilidad que mejor se ajusta o modela a la serie del TCN es la distribución de VEG¹⁰.

Es importante destacar que los resultados de las tres pruebas de bondad de ajuste empleadas en la validación del supuesto distribucional sobre las series del TCN y TCR fueron tomados tal y como se presentan en la salida del software EasyFit, donde se reporta únicamente el valor crítico y estadístico de prueba calculado, y no así el *p-value* de contraste. En cambio sí se indica de forma directa el resultado de la prueba de hipótesis en el sentido de si se rechaza la hipótesis nula o no (ver cuadro 5.1)

**Cuadro 5.1 Aplicación de las pruebas de bondad de ajuste KS, AD y CH2
sobre la serie de las variaciones mensuales del Tipo de Cambio Nominal de
México 1995-2016**

¹⁰ Es importante recalcar que al utilizar de manera adicional la distribución de Fretcher, que también representa un caso particular de la distribución de VEG, no se pudo validar esta hipótesis para los datos del TCN y el TCR para niveles de significancia diferentes y durante el periodo de estudio.

Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico Easy Fit 5.3 con series de información mensual del tipo de cambio nominal y real de México, obtenida de la base de datos del Banco de México.

Kolmogorov-Smirnov (KS)							
Función de Probabilidad	α	.2	.15	.1	.05	.01	Estadístico
	Valor crítico	0.0664	0.0707	0.07566	0.0842	0.1011	
Valor extrema generalizada	Rechaza	No	No	No	No	No	0.03178
Gumbel	Rechaza	Si	Si	Si	Si	Si	0.16542
Pareto Generalizada	Rechaza	No	No	No	No	No	0.0628
Anderson- Darling (AD)							
Función de Probabilidad	α	.2	.15	.1	.05	.01	Estadístico
	Valor crítico	1.3749	1.6024	1.9286	2.5018	3.9074	
Valor extrema generalizada	Rechaza	No	No	No	No	No	0.51375
Gumbel	Rechaza	Si	Si	Si	Si	Si	12.77
Pareto Generalizada	Rechaza	Si	Si	Si	Si	Si	39.083
Chi-squared (CH2)							
Función de Probabilidad	α	.2	.15	.1	.05	.01	Estadístico
	Valor crítico	11.03	12.027	13.362	15.507	20.09	
Valor extrema generalizada	Rechaza	No	No	No	No	No	3.9225
Gumbel	Rechaza	Si	Si	Si	Si	Si	96.132
Pareto Generalizada	Rechaza	-	-	-	-	-	-

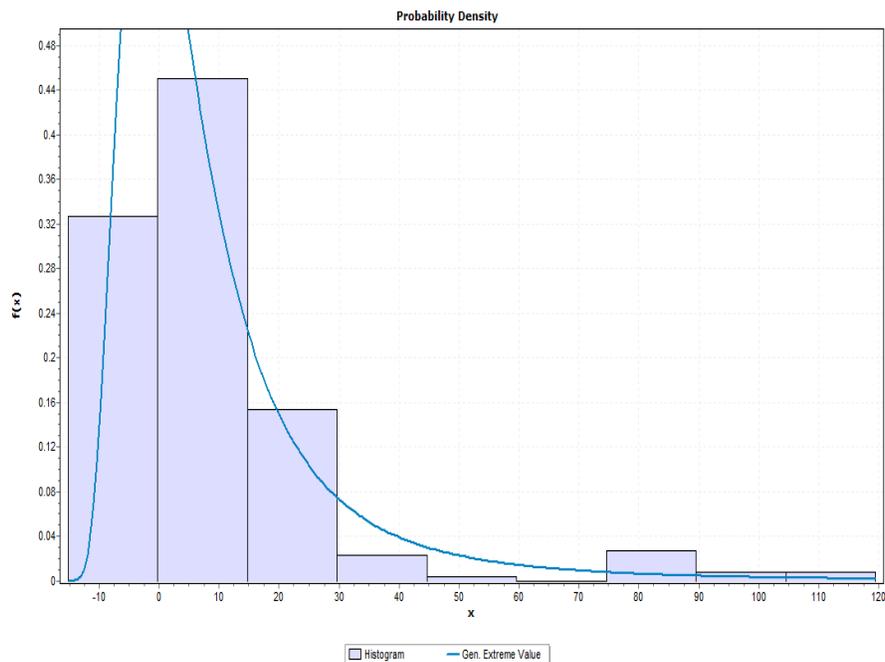
El ajuste de las observaciones de la variable del tipo de cambio nominal TCN a la distribución de VEG se puede observar de manera complementaria en los siguientes gráficos de densidad de probabilidad, de supervivencia y P-P plot.

La gráfica de la densidad de probabilidad de una variable puede ser construida a partir de la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria en estudio. Ésta última función además permite calcular todas las probabilidades posibles en torno a determinados intervalos de valores que se encuentran dentro del dominio de la variable aleatoria. Entre otras ventajas que podemos observar a partir de la gráfica de la densidad de probabilidad de una variable aleatoria se encuentra que a partir de ella podemos tener una primera impresión si el comportamiento de la

variable es simétrico o sesgado hacia un lado, o bien, si el área concentrada en las colas es considerable o poco significativa.

En la gráfica 5.1 es posible observar la densidad de probabilidad de las fluctuaciones mensuales del TCN de México durante 1995-2016, se observa de forma clara que se trata de una densidad de probabilidad sesgada con una concentración de área significativa en relación a los valores positivos. En realidad se observa una distribución de cola pesada en sentido positivo, lo cual da evidencia de una mayor probabilidad de ocurrencia por las variaciones positivas grandes del TCN.

Gráfico 5.1 Función de densidad de probabilidad serie del TCN 1995-2016

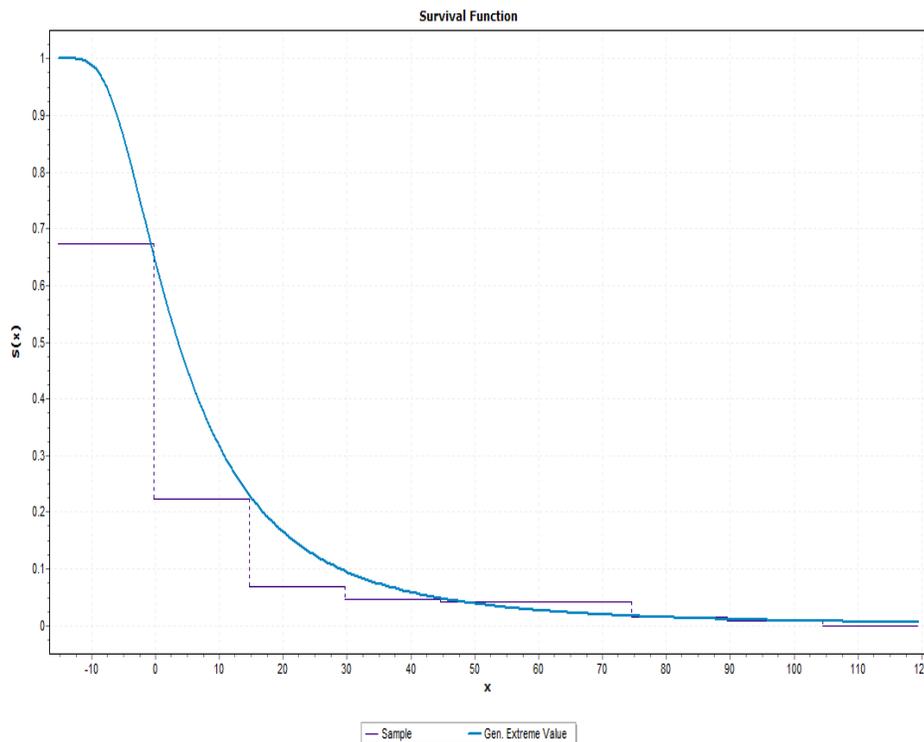


Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico Easy Fit 5.3 con series de información mensual del tipo de cambio nominal y real de México, obtenida de la base de datos del Banco de México.

La gráfica de supervivencia es obtenida a partir de la función de supervivencia de la variable aleatoria en estudio, la cual a su vez, puede ser definida como el complemento de la función acumulativa de probabilidad. Esto es que la función de supervivencia nos permite generar la probabilidad de que la variable aleatoria tome

valores por arriba de un valor específico de su dominio, el cual con anticipación fue utilizado en la derivación de la función de distribución acumulativa. La gráfica 5.2 muestra la supervivencia de la serie del TCN y la cual es decreciente en el sentido que para los valores más cercanos al límite superior del dominio de la variable aleatoria, las probabilidades de ocurrencia de dichos valores serán más reducidas.

Gráfico 5.2 Función de supervivencia serie del TCN 1995-2016



Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico Easy Fit 5.3 con series de información mensual del tipo de cambio nominal y real de México, obtenida de la base de datos del Banco de México.

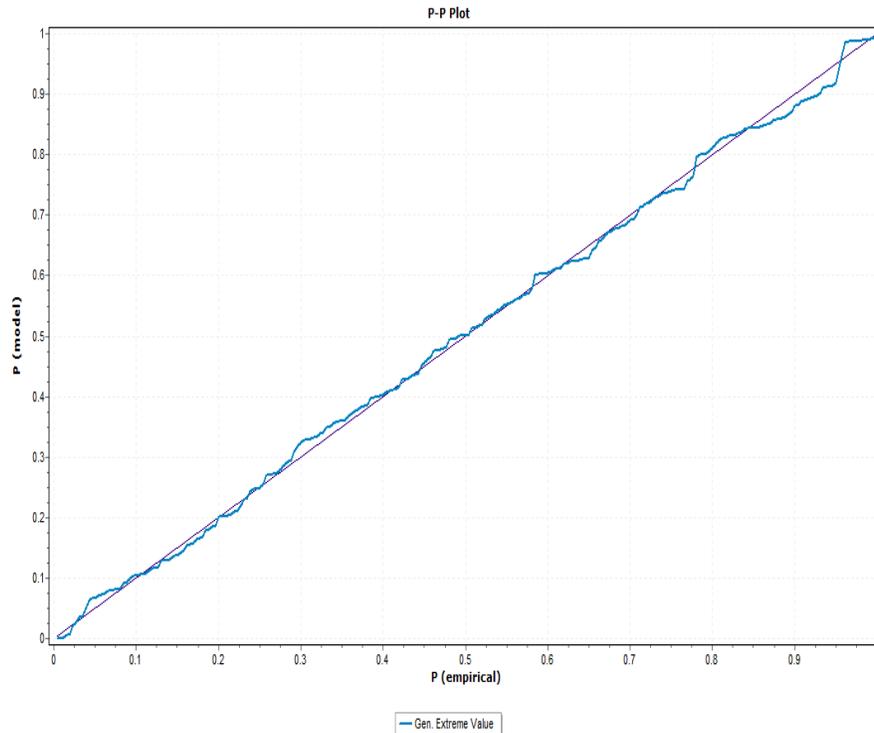
Por otra parte, a la gráfica denominada *P-P plot* se le conoce también como gráfica de probabilidad-probabilidad y para su elaboración se requiere que la familia a la que pertenece la distribución en estudio dependa de parámetros de posición y escala. Su construcción está basada en la conocida propiedad que indica que si X es una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad acumulativa $F(X)$, entonces la variable $U=F(X)$ tiene distribución uniforme continua en el intervalo $[0, 1]$, la cual es denotada por la expresión $U(0, 1)$ (Castro, 2007).

Este gráfico se construye graficando los puntos $[p_i, F_o[(X_{(i)}-\mu)/\sigma]]$, donde p_i está determinada por $p_i=(i-0.5)/n$; $i=1,2,3,\dots,n$, en tanto que $F_o[(X-\mu)/\sigma]$ es la función de probabilidad acumulativa hipotética con parámetros de localización y escala, μ y σ respectivamente. Por la referida anteriormente, si la distribución verdadera es la que se supone, $F_o(\cdot)$, los puntos tenderán a quedar alineados respecto a la recta $y = x$.

Los valores $F_o[(X-\mu)/\sigma]$ se denominarán probabilidades empíricas. Este gráfico tiene una ventaja frente al QQ-plot y consiste en que tanto los valores sobre el eje de abscisas como los obtenidos para el eje de las ordenadas se encuentran acotados entre 0 y 1 ya que se trata de probabilidades. Las abscisas dependen sólo del tamaño de muestra y no de la distribución hipotética (Castro, 2007).

En el gráfico 5.3 se puede observar el P-P plot derivado del ajuste de la variable de las fluctuaciones del TCN suponiendo que dicho comportamiento se distribuye como una variable aleatoria de VEG. Es claro que las probabilidades empíricas, descritas por la línea azul que oscila de forma regular sobre la línea recta en dicho gráfico, se acercan de forma significativa a la línea continua indicando un grado de ajuste considerable de las probabilidades empíricas respecto a las teóricas. De esta manera, el gráfico 5.3 da evidencia de un ajuste adecuado de las observaciones de las fluctuaciones del TCN en relación a la distribución de VEG.

Gráfico 5.3 Gráfico P-P plot de la serie de las variaciones mensuales del tipo de cambio nominal de México 1995-2016



Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico Easy Fit 5.3 con series de información mensual del tipo de cambio nominal y real de México, obtenida de la base de datos del Banco de México.

5.2 Aplicación de las Pruebas de Bondad de Ajuste sobre la variable del Tipo de cambio Real

El cuadro 5.2 expone de igual manera que el apartado anterior, los resultados de las pruebas de bondad de ajuste descritas en el capítulo 3 pero haciendo referencia a la variable del TCR que comprende el periodo 1995-2016 en información mensual.

Podemos notar que la distribución de VEG constituye un modelo probabilístico adecuado en la explicación del TCR incluso tomando distintos niveles de significancia, la prueba de Kolmogorov-Smirnov no rechaza la hipótesis del supuesto de VEG, por otro lado para la distribución PG, la hipótesis es rechazada en dos de tres ocasiones para los diferentes niveles de significancia. Por su parte la distribución de Gumbel, no representaría una alternativa adecuada en la modelación de la serie del TCR, puesto que para prácticamente todos los niveles de significancia

considerados, la hipótesis nula correspondiente es rechazada de acuerdo con la metodología de la prueba de K-S.

Cuadro 5.2 Aplicación de las pruebas de bondad de ajuste KS, AD y CH2 sobre la serie de las variaciones mensuales del Tipo de Cambio Real de México

Kolmogorov-Smirnov (KS)							
Función de Probabilidad	A	.2	.15	.1	.05	.01	Estadístico
	Valor crítica		0.06636	0.0707	0.07566	0.08424	
Valor extrema generalizada	Rechaza	No	No	No	No	No	0.0379
Gumbel	Rechaza	Si	Si	Si	Si	Si	0.16542
Pareto Generalizada	Rechaza	Si	Si	No	No	No	0.07528
Anderson- Darling (AD)							
Función de Probabilidad	A	.2	.15	.1	.05	.01	Estadístico
	Valor crítica		1.3749	1.6024	1.9286	2.5018	
Valor extrema generalizada	Rechaza	No	No	No	No	No	.54965
Gumbel	Rechaza	Si	Si	Si	Si	Si	13.173
Pareto Generalizada	Rechaza	Si	Si	Si	Si	Si	46.224
Chi-squared (CH2)							
Función de Probabilidad	A	.2	.15	.1	.05	.01	Estadístico
	Valor crítica		11.03	12.027	13.362	15.507	
Valor extrema generalizada	Rechaza	Si	Si	No	No	No	13.088
Gumbel	Rechaza	Si	Si	Si	Si	Si	97.393
Pareto Generalizada	Rechaza	-	-	-	-	-	-

Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico Easy Fit 5.3 con series de información mensual del tipo de cambio nominal (TCN) de México, obtenida de la base de datos del Banco de México.

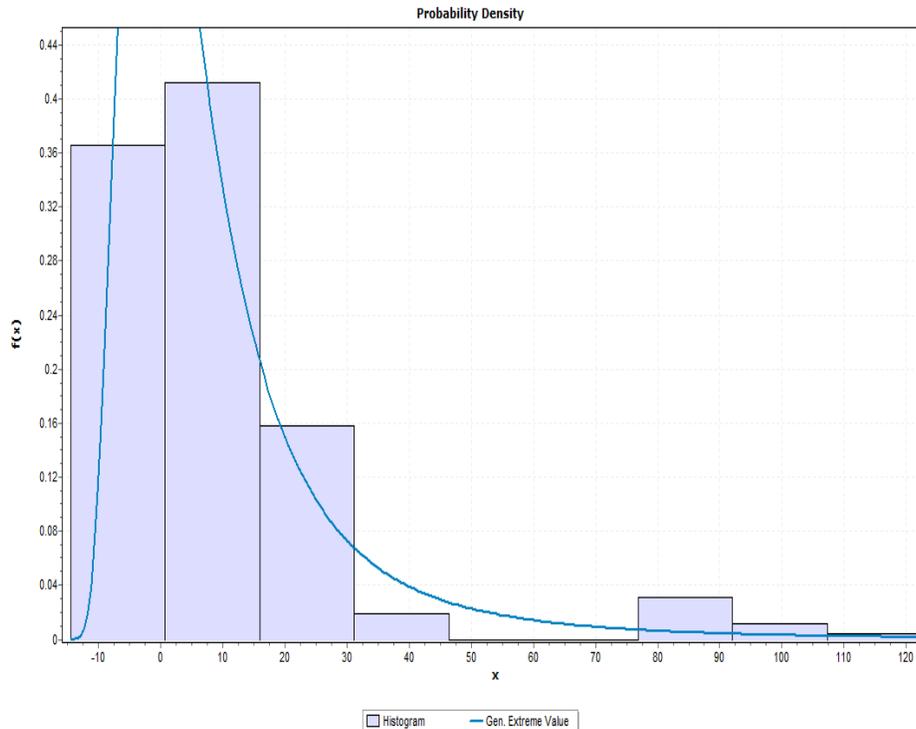
Así mismo, se emplearon las pruebas estadísticas de Anderson-Darling y la Chi-cuadrada, como se puede apreciar en el cuadro 5.2, el único modelo de probabilidad

que resultó adecuado para explicar de manera correcta el comportamiento del TCR, para el periodo en estudio, fue la distribución de VEG y no así las distribuciones de Gumbel y la Pareto Generalizada; Por su parte para la prueba Chi-cuadrada la función PG no muestra convergencia con la prueba de bondad de ajuste y la distribución de Gumbel, no representaría una alternativa adecuada en la modelación de la serie del TCR. De esta forma, con base en los resultados conjuntos a partir de la aplicación de las pruebas de bondad de ajuste de K-S, A-D y CH2, la distribución de probabilidad que mejor se ajusta o modela a la serie del TCR es la distribución de VEG, lo que implica que la hipótesis para el TCR no se rechaza es decir existen diferencias significativas entre la distribución muestral y la distribución de VEG.

El ajuste de las observaciones de la variable del tipo de cambio nominal TCN a la distribución de VEG se puede observar en los siguientes gráficos de densidad, supervivencia, p-p plot y diferencia de probabilidad.

Por otra parte, en la gráfica 5.4 es posible observar la densidad de probabilidad de las fluctuaciones mensuales del tipo de cambio real (TCR) de México durante el periodo de 1995-2016, podemos observar que se trata de una densidad de probabilidad sesgada que tiene una concentración de área significativa en relación a los valores positivos. Es decir se observa una distribución de cola pesada en sentido positivo, lo cual representa una una mayor probabilidad de ocurrencia por las variaciones positivas grandes del TCR.

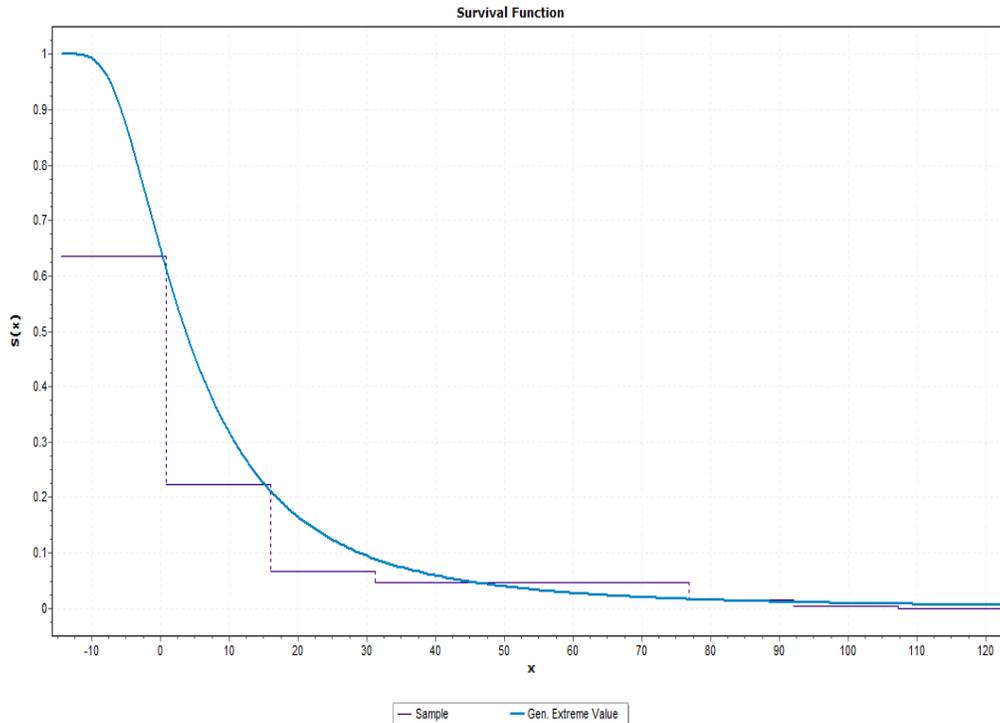
Gráfico 5.4 Función de densidad de probabilidad de la serie del tipo de cambio real de México 1995-2016



Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico Easy Fit 5.3 con series de información mensual del tipo de cambio nominal y real de México, obtenida de la base de datos del Banco de México.

La gráfica 5.5 nos muestra la función de supervivencia de la serie del TCR, esta gráfica representa una función decreciente ya que para los valores más cercanos al límite superior del dominio de la variable aleatoria, las probabilidades de ocurrencia de dichos valores serán más reducidas.

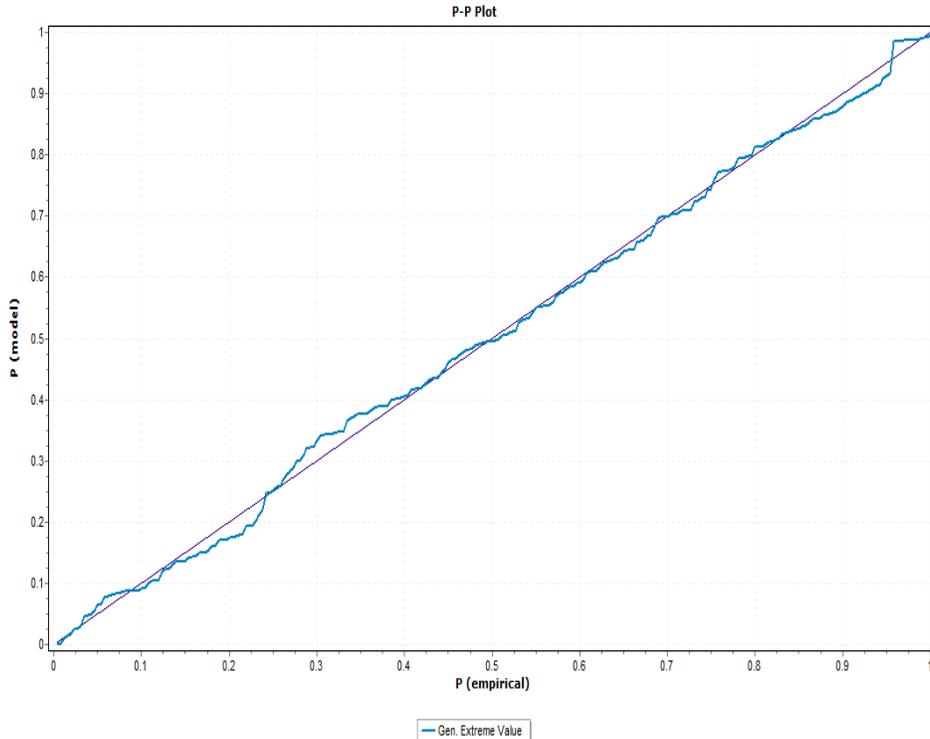
Gráfico 5.5 Función de supervivencia de la serie del tipo de cambio real de México 1995-2016



Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico Easy Fit 5.3 con series de información mensual del tipo de cambio nominal y real de México, obtenida de la base de datos del Banco de México.

En el gráfico 5.6 es posible observar el P-P plot resultante del ajuste de la variable de las fluctuaciones del TCR bajo el supuesto de que dicho comportamiento se distribuye como una variable aleatoria de VEG. Podemos observar que las probabilidades empíricas, descritas por la línea azul que oscila de forma regular sobre la línea recta en dicho gráfico, se aproximan de forma significativa a la línea continua indicando un grado de ajuste considerable de las probabilidades empíricas respecto a las teóricas. De esta manera, el gráfico 6.3 da evidencia de un ajuste adecuado de las observaciones de las fluctuaciones del TCN en relación a la distribución de VEG.

Gráfico 5.6 Gráfico P-P plot de la serie del tipo de cambio real de México 1995-2016



Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico Easy Fit 5.3 con series de información mensual del tipo de cambio nominal y real de México, obtenida de la base de datos del Banco de México.

5.3 Función acumulativa de probabilidad de las variables TCN y TCR

Para obtener los percentiles (puntos específicos de una función de distribución) de las variaciones del tipo de cambio nominal y real se utilizó la función de distribución de valores extremos generalizada validada estadísticamente a partir de la información disponible de las variaciones del tipo de cambio para el periodo 1995-2016.

En seguida se muestra la función de distribución acumulada correspondiente, a partir de la cual fue posible generar los percentiles para los distintos niveles de variación tanto del TCN como del TCR.

$$X \sim \text{ExtremeValue}(k, \sigma, \mu):$$

$$F(x) = e^{-\left(1+k\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-1/k}}$$

Como se sabe μ es el parámetro de localización, también conocido como parámetro de ubicación y determina la posición de la distribución de los datos a lo largo del eje X. La ubicación se estima a partir de los datos o se especifica con base en el conocimiento histórico del proceso. El parámetro de ubicación define el desplazamiento de los datos. Un valor de ubicación positivo desplaza la distribución hacia la derecha, mientras que un valor de ubicación negativo desplaza la distribución de los datos hacia la izquierda.

Por su parte el parámetro de escala σ , determina la escala de la función de distribución. Esto es que la escala se estima a partir de los datos o se especifica con base en el conocimiento histórico del proceso. El parámetro de escala define que tan dispersos están los datos. Un valor de escala más grande expande la distribución, mientras que un valor más pequeño estrecha la distribución.

Por otro lado, k , que representa el parámetro de forma, dicho parámetro determina la forma de la función de la distribución. El parámetro de forma define cómo están distribuidos los datos, pero no afecta la ubicación o escala de la distribución. Un valor de forma más grande produce una curva con asimetría a la izquierda, mientras que valores de forma más pequeños dan una curva con asimetría a la derecha.

Una vez determinado que la función de densidad de probabilidad que modela de mejor manera el comportamiento de las variaciones nominales y reales del tipo de cambio es la de VEG, en el cuadro 5.3 se presentan los parámetros estimados de dicha distribución¹¹, los cuales fueron obtenidos a partir del procedimiento que se realiza durante la aplicación de las pruebas que se aplican en este estudio.

¹¹ Las estimaciones de los parámetros (k , σ y μ) de la distribución VEG fueron realizadas por el método de Máxima Verosimilitud de acuerdo con el software estadístico Easy Fit.

Cuadro 5.3 Parámetros estimados de la función de distribución de Valor Extremo Generalizada para el tipo de cambio nominal y real de México 1995-2016

Variable	Distribución	Parámetros
Tipo de Cambio Nominal	Valor extremo generalizada	$k=0.33316$ $\sigma=8.5667$ $\mu=0.23218$
Tipo de Cambio Real	Valor extremo generalizada	$k= 0.34321$ $\sigma=8.4147$ $\mu=0.32484$

Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico Easy Fit 5.3 con series de información mensual del tipo de cambio nominal y real de México, obtenida de la base de datos del Banco de México.

Cuadro 5.4 Percentiles de las variaciones nominales y reales del tipo de cambio de México durante el periodo 1995-2016

1995-2016	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%
Tipo de Cambio Nominal	-6.0059	-3.5378	-1.3098	0.992107	3.571729	6.681415	10.770174	16.90118
Tipo de Cambio Real	-5.7782	-3.3697	-1.1884	1.0716	3.6113	6.6819	10.7327	15.8331

Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico Easy Fit 5.3 con series de información mensual del tipo de cambio nominal y real de México, obtenida de la base de datos del Banco de México.

En el cuadro 5.4 se presentan los percentiles calculados del 10% al 80% tanto para el TCN como para el TCR, lo anterior fue estimado a partir de sus respectivas funciones de distribución acumulada determinada con anterioridad. Estos percentiles se pueden comparar con las gráficas de la distribución acumulativa para las series de datos en estudio y se observa que los percentiles calculados corresponden a los valores calculados con la función acumulativa determinada, lo que se analiza en el apartado 5.4.

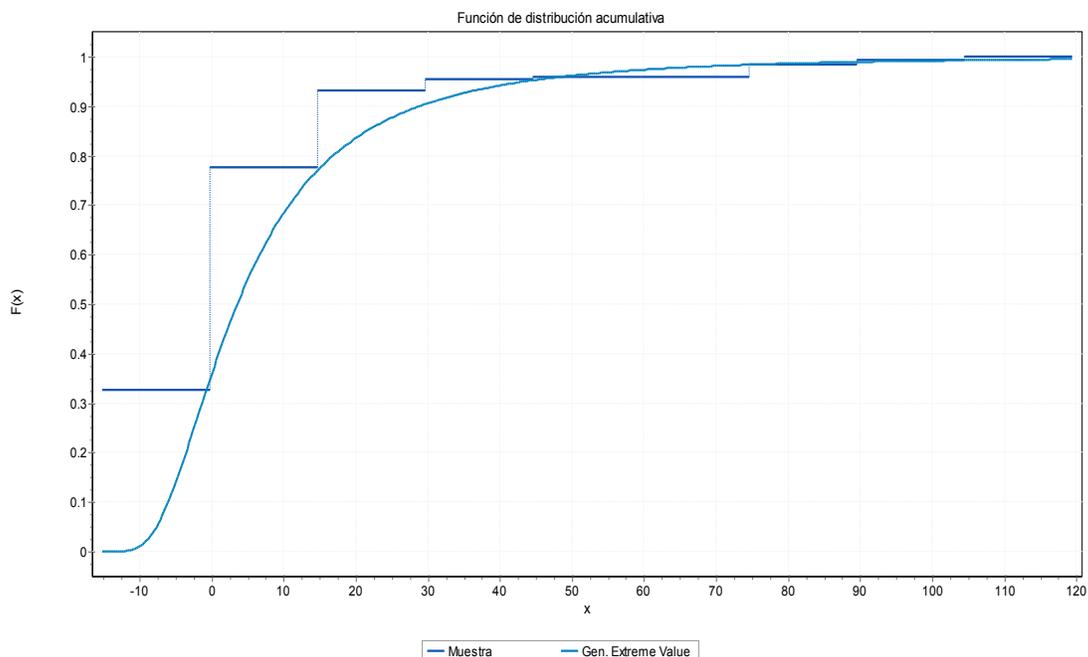
Vale la pena destacar que un percentil se refiere a un valor de la variable en estudio tal que hasta ese valor se acumula un cierto porcentaje de la probabilidad de la distribución, este puede ser un 10%, 20%, 30%, ..., 90%, etc. Esto es que para un valor en particular del dominio de la variable se indica la probabilidad de que la

variable aleatoria tome un valor entre el mínimo de su dominio y el valor especificado, esto es $P(X \leq x) = 0.10$ por ejemplo.

5.4 Análisis de la función de distribución acumulativa de probabilidad y los percentiles de las variaciones del TCN

En la gráfica 5.7 es posible observar, a través de la función acumulativa de probabilidad ajustada para las variaciones mensuales del TCN durante 1995-2016, que la mayor parte de la probabilidad se concentra entre los valores de -6.0% y 17.0%, la cual se aproxima a un 70% (ver la diferencia entre 0.8 y 0.1 en la gráfica 5.7). Esto es que en ese intervalo se encuentran las variaciones con mayor posibilidad de ocurrencia de acuerdo con la distribución de VEG que ha sido ajustada a la serie de datos del TCN en estudio.

Gráfico 5.7 Función de distribución acumulada del tipo de cambio nominal de México 1995-2016



Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico Easy Fit 5.3 con series de información mensual del tipo de cambio nominal y real de México, obtenida de la base de datos del Banco de México.

Por otro lado, con base en la información contenida en el cuadro 5.4 de los percentiles es posible observar que respecto al TCN, la probabilidad de que ésta variable sea igual o menor a su mediana (3.57) ¹² es del 50%, o bien, $P(VarTCN \leq 3.57) = 50\%$. Por otro lado se puede ver también que para el intervalo de valores de variación del TCN entre -3.5378 y 3.5717, se tiene un 30% de probabilidad de observar una variación mensual del TCN entre dichos valores, esto es: $P(-3.5378 \leq VarTCN \leq 3.571729) = 30\%$.

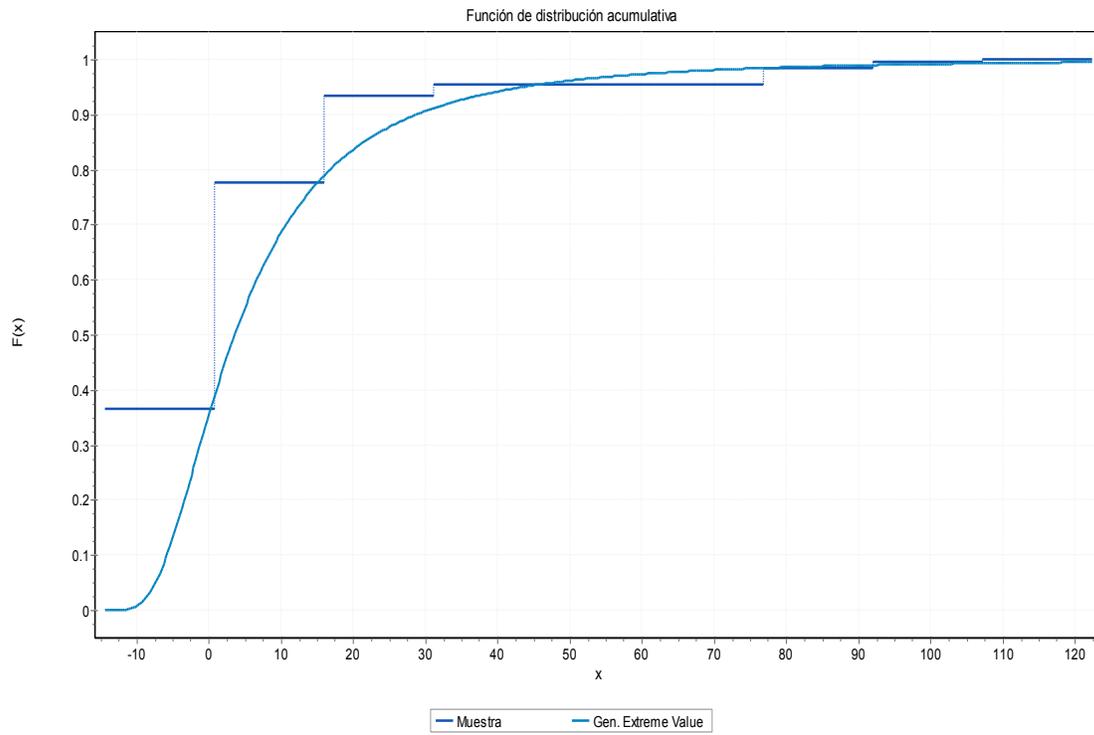
Por otra parte, si quisiéramos conocer la probabilidad que hay de registrar una depreciación cambiaria (incremento del tipo de cambio nominal) entre 3.57 y 6.68, esta es de 10%, o de otra forma, $P(3.57 \leq VarTCN \leq 6.68) = 10\%$.

5.5 Análisis de la función de distribución acumulativa de probabilidad y los percentiles de las variaciones del TCR

En la gráfica 5.8 es posible observar, a través de la función acumulativa de probabilidad ajustada para las variaciones mensuales del TCR durante 1995-2016, que la mayor parte de la probabilidad se concentra entre los valores de -6.0% y 15.0%, la cual se aproxima a un 70% (ver la diferencia entre 0.8 y 0.1 en la gráfica 5.8). Esto es que en ese intervalo se encuentran las variaciones con mayor posibilidad de ocurrencia de acuerdo con la distribución de valor extremo generalizada (VEG) que ha sido ajustada a la serie de datos de las variaciones porcentuales del tipo de cambio real.

¹² La mediana representa el valor de la variable aleatoria en la posición central en un conjunto de datos que han sido ordenados.

Gráfico 5.8 Función de distribución acumulada del tipo de cambio real de México 1995-2016



Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico Easy Fit 5.3 con series de información mensual del tipo de cambio nominal y real de México, obtenida de la base de datos del Banco de México.

Por otro lado, con base en la información contenida en el cuadro 6.4 de los percentiles es posible observar que respecto al TCR, la probabilidad de que ésta variable sea igual o menor a su mediana (3.6113) es del 50%, o bien, $P(\text{VarTCN} \leq 3.6113) = 50\%$. Por otro lado se puede ver también que para el intervalo de valores de variación del TCR entre -5.7782 y -1.1884, se tiene un 20% de probabilidad de observar una variación mensual del TCR entre dichos valores, esto es: $P(-5.7782 \leq \text{VarTCR} \leq -1.1884) = 20\%$.

Por otra parte, si se quisiera conocer la probabilidad de registrar una depreciación cambiaria real (incremento del tipo de cambio real) entre 1.0716 y 3.6113, esta sería de 10%, o de otra manera, $P(1.0716 \leq \text{VarTCR} \leq 3.6113) = 10\%$.

Así mismo podemos decir que la probabilidad de observar una depreciación cambiaria con nivel máximo de 10.73 es del 70%. Como contraparte de este último ejemplo, tendríamos que la probabilidad de que el tipo de cambio mostrara un incremento mayor a 10.73 sería de un 30%, lo que correspondería al valor de la función de supervivencia $S(10.73)=1-F(10.73)$. Esto es que la función de supervivencia constituye el complemento de la función acumulativa de probabilidad, esto es en este ejemplo, que la probabilidad de registrar niveles de depreciación más allá de un valor especificado, en este caso de 10.73 es igual con 30%.

CONCLUSIONES

El conocer el comportamiento del tipo de cambio es crucial para un país con una economía tan abierta al intercambio comercial como lo es la de México, ya que de este dependerán una serie de variables macroeconómicas, como las exportaciones e importaciones, la actividad productiva, el nivel de empleo, la inflación. Es importante mencionar que al mismo tiempo la variable del tipo de cambio se ve afectada por una gran cantidad de factores; el deterioro de la actividad económica del país, así como una diversidad de componentes económicos, políticos y sociales tanto de carácter nacional como internacional. Los cuales provocan especulaciones en los mercados y como consecuencia una apreciación o depreciación de la moneda.

Es por esto que la estabilidad del tipo de cambio sobre todo en países en desarrollo como lo es México, fácilmente puede presentar fluctuaciones significativas en periodos de tiempo relativamente cortos. Al final del día, México se fortalecerá en la medida en que se mejore la productividad y competitividad atrayendo divisas al país, es decir, promoviendo demanda extranjera por productos nacionales e inversiones en proyectos locales y en la medida en que entren más dólares de los que salgan, habrá una tendencia apreciatoria del peso. Si sucede lo contrario y hay más salidas de dólares que entradas, la tendencia será hacia una depreciación. En este contexto el conocimiento adecuado del comportamiento del tipo de cambio es fundamental para la planeación de la política económica del país.

El resultado del estudio de las variaciones del tipo de cambio nominal y real de México durante el periodo de 1995 hasta principios de 2016 reveló que el comportamiento de estas dos variables es bastante similar, sus estadísticos básicos así lo dejan ver. En este sentido, las pruebas de bondad de ajuste utilizadas para la validación del supuesto distribucional de Valores Extremos Generalizado (VEG) sobre los datos del tipo de cambio real y nominal llevaron a la misma conclusión, que las observaciones de datos de las dos variables siguen de manera adecuada

dicha distribución de probabilidad teniendo en cuenta distintos niveles de significancia.

De esta forma, utilizando la función acumulativa de probabilidad ajustada del VEG, tanto para las variaciones mensuales del tipo de cambio nominal (TCN) como para el real (TCR), se encontró que la mayor parte de la probabilidad se concentra entre los valores de -6.0% y 17.0%, la cual se aproxima a un 70%. Lo que indica que en ese intervalo se contienen las variaciones porcentuales mensuales con mayor posibilidad de ocurrencia de acuerdo con la distribución de VEG.

En el caso de las fluctuaciones del tipo de cambio nominal se tiene que la probabilidad de que ésta variable sea igual o menor a su mediana (3.57) es del 50%, o bien, $P(VarTCN \leq 3.57) = 50\%$. Por otro lado se puede ver también que para el intervalo de valores de variación del TCN entre -3.5378 y 3.5717, se tiene un 30% de probabilidad de observar una variación mensual del TCN entre dichos valores, esto es: $P(-3.5378 \leq VarTCN \leq 3.571729) = 30\%$.

Respecto al TCR, la probabilidad de que ésta variable sea igual o menor a su mediana (3.6113) es del 50%, o bien, $P(VarTCN \leq 3.6113) = 50\%$.

De esta manera tanto el objetivo como la hipótesis de la investigación han sido cubiertos o alcanzados en el sentido de que se modeló estadísticamente el comportamiento del TCN y TCR a través de una distribución de VEG. Primeramente validando el modelo estadístico y posteriormente utilizando ésta distribución para el cálculo de los valores más probables de dicha variable en el periodo estudio.

En esta investigación se pudo revisar también que la media de las variaciones mensuales tanto del tipo de cambio nominal como real, durante el periodo de estudio, resultó muy elevada, superior a 9.0%, una cifra bastante alejada de la mediana, que fue aproximadamente del 3.5%. Lo cual muestra clara evidencia de que dichos indicadores en las últimas dos décadas han mostrado una elevada

inestabilidad. A su vez, esta desviación entre media y mediana indica que las fluctuaciones del tipo de cambio de México no pueden ser modeladas a partir de una distribución simétrica como por ejemplo la normal y en cambio que es necesaria la utilización de una distribución que considere de forma adecuada la modelación de valores extremos recurrentes.

Por otro lado, analizando los estadísticos básicos del tipo de cambio nominal y real se encontró que durante el periodo que va de 1995 a 2000, se presentó la mayor inestabilidad y niveles de crecimiento de dichas variables, alcanzando en este sentido un valor promedio de depreciación por arriba de 20.0% mensual. En este periodo la diferencia entre la media y la mediana, superó los 100 puntos porcentuales.

En contraste, se destaca el comportamiento estable de las variables en estudio en los sexenios de 2001-2006 y 2007-2012, donde se observó que el nivel promedio mensual en las fluctuaciones del tipo de cambio nominal fue de 2.59 y de 3.93 en el caso del real. Adicionalmente se puede observar para estos dos casos que tanto la media como la mediana no muestran un alejamiento tan marcado, aunque sí son diferentes; a su vez el rango de variación (28.50 y 55.73 respectivamente) es considerablemente elevado pero no al grado del mostrado por el del periodo completo (134.68). Es así que en estos dos periodos se observó el tipo de cambio más estable de las últimas dos décadas.

Finalmente se debe mencionar que este estudio no consideró los datos de las fluctuaciones de la variable del tipo de cambio nominal y real del segundo semestre de 2016, donde se ha observado un nivel de volatilidad sustancial en estas variables. Lo cual principalmente se ha debido a una serie de acontecimientos negativos en torno a la estabilidad macroeconómica del país mexicano y a la llegada de un nuevo gobierno en los Estados Unidos que posiblemente instrumente un conjunto de medidas que deterioren la relación comercial entre México y aquél país. Esto último sin duda es muestra de lo complicado que resulta la modelación

estadística de la variable del tipo de cambio, que no sólo reacciona a los cambios mostrados por el sector real de la economía sino a otra gran diversidad de factores que tienen que ver con aspectos de carácter político tanto en lo local como internacional.

BIBLIOGRAFIA

- Aguilera, M., (2007). *Universidad de Talca*. [En línea] Consulta: 24 de septiembre de 2016 http://eias.utalca.cl/Docs/pdf/Publicaciones/tesis_de_grado/aguilera_a.pdf
- Aguirre, A. y otros, (2013). Estimación del valor en riesgo en la Bolsa Mexicana de valores usando modelos de heteroscedasticidad condicional y teoría de valores extremos. *Economía Mexicana. Nueva Época*, Vol.XXII, No.1, pp. 177-205.
- Alarcón, H. y otros, (2007). Elección de un modelo econométrico de pronóstico para el tipo de cambio en México. *Synthesis*, pp. 1-5.
- Alonso, J. & Semaán, P., (2009). *Cálculo del Valor en Riesgo y Pérdida Esperada mediante R: Empleando modelos con volatilidad constante*, Calí: s.n.
- Anderson, T. y Darling, D. (1954). A test of goodness of fit. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. XLIX, No.258, pp. 765–769.
- Arce y Rosales (2015). Potencia estadística de la prueba de normalidad Jarque-Bera frente a las pruebas de Anderson-Darling, Robusta Jarque-Bera, Chi-cuadrada, Chen-shapiro y Shapiro-wilk. Tesis de Licenciatura en Actuaría, Facultad de Economía, UAEMex.
- Arshad, M., Rasool, M. T. y Ahmad, M. I. (2003). Anderson Darling and Modified Anderson Darling Tests for Generalized Pareto Distribution. *Pakistan Journal of Applied Sciences*, Vol. III, No.3, pp.85-88.
- Ávalos, A. & Fausto, H., (1995). Comportamiento del tipo de cambio real y desempeño económico en México. *Economía mexicana nueva época*, Vol.IV, No.2, pp. 239-263.
- Bastourre, D., Casanova, L. & Alejo, E., 2011. *Departamento de Economía Facultad de Ciencias Económicas Universidad de la Plata*. [En línea] Consulta: 5 septiembre de 2016 <http://www.depeco.econo.unlp.edu.ar/doctrab/doc82.pdf>
- Bazdresh, S. y W. Werner (2002). “El Comportamiento del Tipo de Cambio en México y el Régimen de Libre Flotación: 1996-2001”. *Dirección general de investigación económica*, Banco de México. Documento de investigación No. 2002-09. México, D. F. <http://www.banxico.org.mx/> (11/05/2010).
- Bedoya, M. & Poveda, G., (2008). *Bedoya, Soto, Maur* Aplicación de la distribución generalizada de pareto para la detección de colas pesas en caudales máximos en ríos del Amazonas y de la zona Andina Colombiana. Cartagena, Colombia, s.n.
- Benavides, G. (2006). “Volatility Forecast for the Mexican Peso – U.S. dollar exchange rate: an Empirical Analysis of Garch, option implied and composite Forecast models”. *Dirección General de Investigación Económica*. Banco de México. Documento de investigación número 2006-04. México, D. F. <http://www.banxico.org.mx/> (07/05/2011).

- Bensalah, Y., (2000). *Banque du Canada*. [En línea] Consulta: 26 de Septiembre 2016 <http://www.banqueducanada.ca/wp-content/uploads/2010/01/wp00-20.pdf>
- Boothe, P. and D. Glassman (1987). "The Statistical Distribution of Exchange Rates," *Journal of International Economics*. Vol.22, pp.297-319.
- Bordo, M. (1993). "The Bretton Woods International Monetary System: An Historical Overview". In Bordo, M. and B. Eichengreen (eds.). *A Retrospective on the Bretton Woods System*. Chicago; University of Chicago Press.
- Brindis, M., (2013). Medición del tipo de cambio real: Una comparación de las medidas oficiales en México.. *Revista de economía* ,Vol. XXX, No.80, pp. 35-62.
- Brindis, M. (2015). Exchange rate and inflation in Mexico: evidence of the mechanism of transmission of prices. *Economía, Política y Sociedad*, pp. 41-64.
- Canessa, R. (2011).*Forex Information*. [En línea] consultado: 20 de Septiembre de 2016. <http://forexformation.com/gumbel-distribution/>
- Castillo, R. A., (2001). Variaciones nominales y reales del tipo de cambio bilateral México-Estados Unidos. *Momento Económico*, No. 118, pp. 39-46.
- Castro, C. (2007), Tests de bondad de ajuste basados en la distribución empírica para datos con y sin censura. *Tesis de Magíster en Estadística Matemática*, Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales <http://www.ic.fcen.uba.ar/preprints/kuriss.pdf> <05/12/2016>.
- Chen, Q., (2014). *University of Victoria*. [En línea] consultado: 22 septiembre 2016 <https://www.uvic.ca/socialsciences/economics/assets/docs/honours/ChenLouisa.pdf>
- Connolly, M. and J. Devereux (1995). "The Equilibrium Real Exchange Rate: Theory and Evidence for Latin America". in Stein J. and R. Polly. *Fundamentals Determinants of Exchange Rates*, Oxford University Press, New York.
- Daniel, W. (1990). *Applied Nonparametric Statistics*. Second Edition. PWS-Kent Publishing Company Boston.
- De Grauwe, P., M. Janssens and H. Leliaert (1985). "Real Exchange-Rate Variability from 1920 to 1926 and 1973 to 1982". *Princeton Studies in International Finance*, 56.
- Díaz, C. M. Á., Gutierrez, R. d. J. & Herrera, N. M. T., (2011). Análisis de las depreciaciones extremas del tipo de cambio de México a partir del Proceso Poisson No Homogéneo. *Ciencia Ergo Sum*, no.103, pp. 243-248.
- Documents.mx, (2014). *documents.mx*. [En línea] Consulta: 22 Septiembre 2016 <http://documents.mx/documents/frechet-distribution.html>

Edwards, S. (1989). "Real Exchange Rates, Devaluation and Adjustment". The MIT Press, Cambridge-Massachusetts.

Embrechts, P., I. Resnick, S. & Gennady, S., (1999). Extreme Value Theory as a Risk Management Tool. *North American Actuarial Journal*, Vol.III, No.2, pp. 29-40.

Engle, R. and C. Granger (1987). "Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing". *Econometrica*, Vol. 55, No. 2. pp.251-276

Flood, R. and N. Marion (1998). "Self fulfilling risk predictions: an application to speculative attacks", Documento de trabajo del IMF, No. 98124.

Friedman, D. and S. Vandersteel (1982), "Short-Run Fluctuations in Foreign Exchanges Rates". *Journal of International Economics*, Vol. 13, pp.171-186.

García, A., (2016). *Instituto de Actuarios Españoles*. [En línea] Consultado: 19 septiembre 2016 <http://www.actuarios.org/espa/web-nueva/publicaciones/anales/2004/art%2027-53.pdf>

Gilli, M. & Këllezi, E., (2006). *E. Comput Econ*. [En línea] Consultado: 29 septiembre 2016 <http://link.springer.com/article/10.1007/s10614-006-9025-7>

Grier, K. B. & Hernández, F., (2014). The Real Exchange Rate Process and its Real Effects: The Cases of Mexico and the USA. *Journal of Applied Economics*, pp. 1-25

Guillermo, P. S. B., (2003). El tipo de cambio real: Teoría y evidencia empírica utilizando la prueba de razón de varianzas. *Problemas del Desarrollo. Revista latinoamericana de Economía*, Vol.XXXIV, No.132, pp. 7-35.

Gumbel, E.J. (1958). "Statistics of Extremes." Columbia University Press, New York.

Guzmán P. M. (2006). "Un Modelo de Predicción del Tipo de Cambio Spot para la Economía Mexicana". *Análisis Económico*, UAM-Azacapotzalco, Vol. XXI, No.47, pp.95-129

Herrarte,A.(2004). *Universidad Autónoma de Madrid* [En línea] Consulta: 2 de octubre de 2016 https://www.uam.es/personal_pdi/economicas/ainhoah/pdi/pdf/tipo_real.pdf

Herrera, L. A., (2013). *Biblioteca Digital de la Universidad Católica de Argentina*. [En línea] Consulta: 30 de septiembre de 2016 <http://bibliotecadigital.uca.edu.ar/repositorio/revistas/acerca-teoria-valores-extremos.pdf>

Ibáñez, R. A. (2011), Análisis Estadístico de Valores Extremos y Aplicaciones. *Documento de investigación, Máster Oficial en Estadística Aplicada*. Departamento de Estadística e Investigación Operativa.Universidad de Granada. Consulta:7 septiembre de 2016 [http://masteres.ugr.es/moea/pages/tfm1011/analisisestadisticodevaloresextremosyaplicaciones/!](http://masteres.ugr.es/moea/pages/tfm1011/analisisestadisticodevaloresextremosyaplicaciones/)

Ibarra, P. V. I., 2008. Política económica en la globalización. El manejo del tipo de cambio en México, 1976-2006. *Análisis Económico*, Vol. XXIII, No.54, pp. 103-129.

International Monetary Fund, IMF (1984). "Exchange Rate Volatility and Word Trade". Occasional Paper, No. 28.

Isard, P. (1995). Exchange Rate Economics. Cambridge University Press, New York.

Kochen, F.y Sámano.D (2016) *Documentos de investigación. 2016*. Banco de México. Consulta: 9 Septiembre 2016

http://www.banxico.org.mx/viewers/JSP/docsInvestigacionAnio_es.jsp?static

Kotz, S. & Saralees, N., 2000. *Extreme Value Distributions: Theory and Applications*. Primera ed. London: Imperial College Press.

Longin, F. M., 2000. From value at risk to stress testing: The extreme value approach. *Journal of Banking and Finance* , Vol. XXIV, No.7, pp. 1097-1130.

Loría, E., 2016. México: crecimiento económico restringido y tipo de cambio, 1950-2014. *Revista Problemas del desarrollo*, Vol.CLXXXVI, No.47, pp. 133-160.

MacDonald, R. (1988). "On Risk, Rationality and Excessive Speculation in the Deutschemark-US Dollar Exchange Market: Some Evidence Using Survey Data," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 50 (May, 1998), pp. 107-23.

Macías, M. A. (2003). "Tipo de Cambio y Paridad del Poder de Compra en México". *Comercio Exterior*, México, Vol. 53, No. 9 (Sep., 2003), pp. 820-831

Mood, A., F. Graybill y D. Boes. (1974). *Introduction to the theory of statistics*. Third Edition. McGraw-Hill.

Moore, D. S. (1986). Tests of the chi-squared type. In: D'Agostino, R. B. and Stephens, M. A., eds. Goodness-of-Fit Techniques. Marcel Dekker, New York.

Nurkse, R. (1945). "International Currency Experience: Lessons of the Interwar Period". Geneva: League of Nations, 1945.

Poon, S.H and C. J. G. Clive W. (2003). "Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review". *Journal of Economic Literature*, Vol. XLI. pp. 478-539.

Rapetti, M., 2013. *UMassAmherst*. [En línea] Consulta: 7 septiembre 2016
<https://www.umass.edu/economics/publications/2013-11.pdf>

Reyes, G. G., Muñoz, S. B. & Moslares, G., (2004). El tipo de cambio flexible y la política monetaria en México: 1995-2003. *Problemas del Desarrollo. Revista Latinoamericana de Economía*, vol.XXXV, no.136, pp. 49-63.

Rodrik, D., 2008. *Brookings*. [En línea] Consultado: 5 de septiembre 2016
https://www.brookings.edu/wp-content/uploads/2008/09/2008b_bpea_rodrik.pdf

Romeu, L. J., 2003. *Alion Sytem Reliability Center*. [En línea] Consultado: 3 de octubre de 2016 https://src.alionscience.com/pdf/A_DTest.pdf

Shodhganga., 2015. *shodhganga.* [En línea] Consultado: 12 septiembre 2016

http://shodhganga.inflibnet.ac.in/bitstream/10603/25781/11/11_chapter%203.pdf

Stein, J. y Polly, R. (1995). *Fundamentals Determinants of Exchange Rates*, Oxford University Press, USA.

Torre, E., 2009. Tipo de cambio y determinantes monetarios en el periodo de flotación en México. *EconoQuantum*, Vol.V, No.2, pp. 47-71.

Tucker, A., and E. Scout (1987), "A Study of Diffusion Processes for Foreign Exchange Rates". *Journal of International Money and Finance*, No. 6, pp. 465-478.

Tucker, A. L. and L. Pond (1988). "The Probability Distribution of Foreign Exchange Price Changes: Tests of Candidate Processes", *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 70, No. 4 (Nov.,1998), pp. 638-647

Vargas, E. M., 2010. El poder de los tipos de cambio. *Perspectivas*, No. 26, pp. 9-26

Werner, A. M. (1997). "Un estudio estadístico sobre el comportamiento de la cotización del peso mexicano frente al dólar y de su volatilidad". Dirección General de Investigación Económica, Banco de México. Documento de Investigación No. 9701. México, D. F. Consulta: 22 septiembre de 2016 <http://www.banxico.org.mx/>

Zavala, J. y otros, 2016. Determinants of the real exchange rate between México and the United States. A cointegration Analysis. *Agrociencia*, Vol.L, No.4, pp. 493-509.